6. előadás: Egyetlen mennyiségre végzett közvetlen mérések kiegyenlítése

Kérdés: mihez kezdjünk az egyetlen mennyiségre végzett $L_1, L_2, ..., L_n$ mérésekben mutatkozó ellentmondásokkal?

Válasz: az ellentmondásokat meg kell szüntetni ún. kiegyenlítéssel, az $L_1, L_2, ..., L_n$ mérésekhez rendelt $v_1, v_2, ..., v_n$ javításokkal, tehát $L_1 + v_1 = L_2 + v_2 = ... = L_n + v_n = \hat{L}$ (az ismeretlen mennyiség ún. **kiegyenlített értéke**). Belátható, hogy megoldásként végtelen sok javítási rendszer választható, ezért további feltétel, hogy a javítások „a lehető legkisebbek” legyenek, tehát súlyozott négyzetösszegük $\sum p_i v_i^2 = \min$.

6.1. Különböző súlyú mérések kiegyenlítése

Különböző súlyú mérések esete: adott $L_1, L_2, ..., L_n$; $p_1, p_2, ..., p_n$; keressük a kiegyenlített értéket.

1. Igazolható, hogy a kiegyenlített érték a súlyozott számtani közép: $\hat{L} = \dfrac{\sum p_i L_i}{\sum p_i}$.
2. A mérési javítások: $v_i = \hat{L} - L_i$.
3. Ellenőrzés: $\sum p_i v_i = 0$.
4. A kiegyenlített érték súlya: $p_{\hat{L}} = \sum p_i$.
5. Igazolható, hogy a súlyegység középhibája: $\bar{\mu} = \sqrt{\dfrac{\sum p_i v_i^2}{n-1}}$.
6. A kiegyenlített érték (kiegyenlítés utáni) középhibája: $\bar{m}_{\hat{L}} = \dfrac{\bar{\mu}}{\sqrt{p_{\hat{L}}}}$.
7. A tetszőleges L_i mérés (kiegyenlítés utáni) középhibája: $\bar{m}_i = \dfrac{\bar{\mu}}{\sqrt{p_i}}$.

Ha a súlyok helyett az $m_1, m_2, ..., m_n$ középhibák adottak, akkor a kiegyenlítés előtt fel kell venni a súlyegység középhibájának kiegyenlítés előtti μ értékét, és ki kell számítani a mérések $p_i = \dfrac{\mu^2}{m_i^2}$ súlyát. Ezután megoldható a feladat. Érdemes a felvett μ és a kiszámított $\bar{\mu}$ értékét összehasonlítani: az eltérés nem lehet nagy.

6.2. Egyenlő súlyú mérések kiegyenlítése

Egyenlő (és emiatt egységnyi) **súlyú mérések esete**: adott $L_1, L_2, ..., L_n$; $p_1 = p_2 = ... = p_n = 1$; keressük a kiegyenlített értéket.

1. Igazolható, hogy a kiegyenlített érték a mintaközép: $\overline{L} = \frac{\sum L_i}{n}$.
2. A mérési javítások: $v_i = \overline{L} - L_i$.
3. Ellenőrzés: $\sum v_i = 0$.
4. A kiegyenlített érték súlya: $p_{\overline{L}} = n$.
5. Igazolható, hogy a súlyegység (kiegyenlítés utáni) középhibája: $\overline{\mu} = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}}$.
6. A kiegyenlített érték (kiegyenlítés utáni) középhibája: $\overline{m}_{\overline{L}} = \frac{\overline{\mu}}{\sqrt{n}}$.
7. A tetszőleges L_i mérés (kiegyenlítés utáni) középhibája: $\overline{m}_1 = \overline{m}_2 = ... = \overline{m}_n = \overline{\mu}$.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 1.7 alfejezet