A dátummódosítás hatásainak kiszámítása

A dátummódosítás valójában koordináta-transzformációt jelent a pontjaink térbeli derékszögű koordinátái között. Ezért a dátummódosítás hatásainak kiszámításához a kiinduló összefüggéseket térbeli derékszögű és az ellipszoidi földrajzi koordináták közötti a koordináta-rendszerek tárgyalásakor már megismert összefüggések képezik.

A továbbiakban egyelőre feltételezzük, hogy a vonatkoztatási rendszereink koordináta-tengelyei *egymással párhuzamosak*, és így az átszámításokban *csak párhuzamos eltolásokat veszünk figyelembe*.

Vezessük be a következő jelöléseket a térbeli derékszögű és az ellipszoidi földrajzi koordináták közötti transzformáció leírására:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{r}(\varphi,\, \lambda,\, h;\, a,\, f) = \begin{bmatrix} (N+h)\cos\varphi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\varphi\sin\lambda \\ \left[N(1-e^2)+h\right]\sin\varphi \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

ahol

$$N = a\,(1-e^2\sin^2\varphi)^{-1/2} \qquad (2)$$

itt az ellipszoid harántgörbületi sugara és $e^2 = 2f - f^2$ az első numerikus excentricitás négyzete. Szükségünk van még az (1) inverz függvényére is, amit a következőképpen fogunk jelölni:

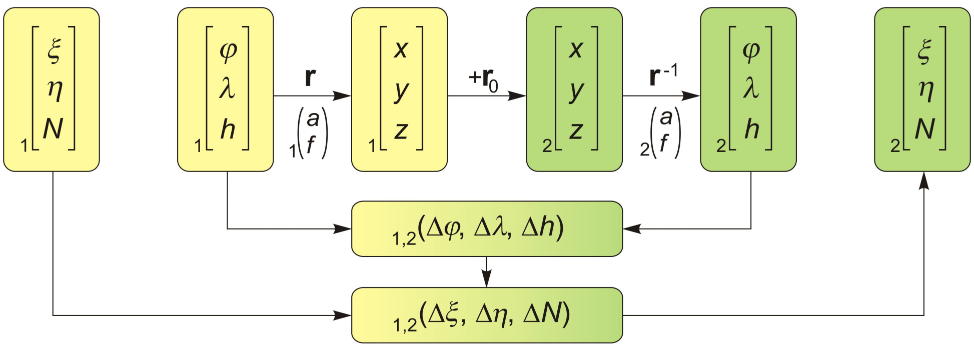
$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix} = \mathbf{r}^{-1}(x,\, y,\, z;\, a,\, f) = \begin{bmatrix} \operatorname{arctg} \dfrac{z + e'^2 b \sin^3\theta}{p - e^2 a\cos^3\theta} \\ \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x} \\ \dfrac{p}{\cos\varphi} - N \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

ahol

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{za}{pb} \qquad (4)$$

segédszög, $p = (x^2 + y^2)^{1/2}$ a pontnak a z tengelytől mért távolsága és $e' = e^2 / (1-e^2)$ a második numerikus excentricitás négyzete.

A dátummódosítás hatásainak kiszámítását három részben tárgyaljuk. A mondottak jobb megértését szolgálja az 1. *ábra*.



1. ábra. *A dátummódosítás hatásainak számítása.*

1. A koordináta-rendszer kezdőpontjának eltolódása

Valamely geodéziai alappont-hálózat tetszőleges P pontjának (ϕ, λ, h) koordinátáit ismerjük a különböző dátumadatokkal jellemzett 1 és 2 jelű rendszerben. Legyen a feladatunk a különböző méretű, alakú és elhelyezésű két vonatkoztatási ellipszoid geometriai középpontja egymáshoz viszonyított helyzetének (eltolódásának) meghatározása.

A megoldást az előzőekben ismertetett koordinátaátszámítás segítségével egyszerűen megkaphatjuk azáltal, hogy az (1) összefüggés értelemszerű alkalmazásával kiszámítjuk mindkét rendszerben a pontunk térbeli derékszögű koordinátáival a pont ${}_1\mathbf{r}(X, Y, Z)$ és ${}_2\mathbf{r}(x, y, z)$ *helyvektorát.*

$$ {}_1\mathbf{r} = {}_1\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{r}\left({}_1\varphi,\ {}_1\lambda,\ {}_1h,\ {}_1a,\ {}_1f\right) \tag{5} $$

és

$$ {}_2\mathbf{r} = {}_2\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{r}\left({}_2\varphi,\ {}_2\lambda,\ {}_2h,\ {}_2a,\ {}_2f\right)\ . \tag{6} $$

Ezek után a 2 jelű rendszer kezdőpontjának (origójának) az 1 rendszeréhez viszonyított $\mathbf{r}_0\left(X_0, Y_0, Z_0\right)$ *eltolásvektora* a *P* pont kétféle helyvektorának

$$ \mathbf{r}_0 = {}_2\mathbf{r} - {}_1\mathbf{r} \tag{7} $$

különbségeként számítható. Ezt a számítást az 1. *ábra* felső sorában a középső négy elem között található három nyíl jelzi úgy, hogy a jobb oldali két elem közötti átszámítás a (6) összefüggés értelmében a megadott nyíllal ellentétes irányban történik.

Ezt a megoldást alkalmazhatjuk minden olyan pontra, amelyiknek mindkét rendszerbeli koordinátáit ismerjük. Ez lehet a hálózatunk csillagászati kiindulópontja, vagy bármely másik ilyen pontja.

A gyakorlatban ez a feladat vagy különböző geodéziai dátummal jellemzett *helyi* rendszerek *egymáshoz* viszonyított, vagy valamely helyi rendszer *geocentrikus* elhelyezésének vizsgálata során merül fel.

2. Az ellipszoidi földrajzi koordináták átszámítása

Oldjuk meg a fordított feladatot, és számítsuk ki az 1 jelű rendszer ${}_1E(a, f)$ ellipszoidjára vonatkozó ${}_1(\phi, \lambda, h)$ ellipszoidi koordinátákkal jellemzett tetszőleges *P* földfelszíni pontnak a 2 jelű rendszerbeli ${}_2(\phi, \lambda, h)$ ellipszoidi koordinátáit, ha a geodéziai dátum megváltozását az ellipszoidi jellemzők ${}_2E(a, f)$ új értékével, valamint az ellipszoid geometriai középpontjának $\mathbf{r}_0$ eltolásvektorával adott új helyzetével jellemezzük.

Ez esetben először az (1) összefüggés segítségével meghatározzuk a *P* pont térbeli derékszögű koordinátáit az 1 jelű rendszerben

$$ {}_1\mathbf{r} = \mathbf{r}\left({}_1\varphi,\ {}_1\lambda,\ {}_1h,\ {}_1a,\ {}_1f\right)\ , \tag{8} $$

majd figyelembe vesszük azt, hogy a pont 2 jelű rendszerbeli helyzetét az

$$ {}_2\mathbf{r} = {}_1\mathbf{r} + \mathbf{r}_0 \tag{9} $$

összefüggéssel meghatározva, a (3) inverz transzformációval a kívánt eredményhez jutunk:

$$ {}_2\begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix} = \mathbf{r}^{-1}\left({}_2x,\ {}_2y,\ {}_2z,\ {}_2a,\ {}_2f\right)\ . \tag{10} $$

Ezt az átszámítást az 1. *ábra* felső sorában a középső négy elem között található három nyíl jelzi.

Következő feladatként számítsuk ki, hogy mennyit változnak valamely geodéziai alaphálózat tetszőleges *P* pontjának az 1 jelű rendszerben ismert ${}_1(\phi, \lambda, h)$ ellipszoidi koordinátái akkor, ha a dátum megváltozása a P_1 pont 2 jelű rendszerbeli ellipszoidi földrajzi koordinátáinak ismeretében adott.

Ezt a feladatot is egyszerűen megoldhatjuk két lépésben úgy, hogy először meghatározzuk a vonatkoztatási ellipszoid geometriai középpontjának a 2 jelű rendszerbeli helyzetét (azaz az $\mathbf{r}_0$ eltolásvektort), majd pedig követjük az előző bekezdésekben vázolt számítási eljárást a *P* pont 2 jelű rendszerbeli ${}_2(\phi, \lambda, h)$ koordinátáinak számítására.

3. A függővonal-elhajlások és a geoidundulációk átszámítása

Számítsuk ki a P tetszőleges hálózati pont (ξ, η) függővonal-elhajlás összetevőinek és N geoid-ellipszoid távolságának megváltozását, ha a geodéziai dátumot a P_1 csillagászati kiindulópont hasonló adataival adjuk meg mind az 1, mind a 2 jelű rendszerben.

Ekkor azt kell figyelembe venni, hogy a pont (Φ, Λ) szintfelületi földrajzi koordinátái és H geoid (tengerszint) feletti magassága a *természetben mért értékek*, amelyek a dátum módosítása miatt nem változnak. Ezért a függővonal-elhajlás alapösszefüggéseit és a geoidundulációk értelmezését tekintetbe véve, felírhatjuk azt, hogy

$$\left.\begin{aligned} {}_1\xi + {}_1\varphi &= {}_2\xi + {}_2\varphi = \Phi \\ {}_1\eta/\cos\varphi + {}_1\lambda &= {}_2\eta/\cos\varphi + {}_2\lambda = \Lambda \\ -{}_1N + {}_1h &= -{}_2N + {}_2h = H \end{aligned}\right\} . \qquad (11)$$

Ezekkel az összefüggésekkel mind a P_1 csillagászati kiindulópontban, mind valamely tetszőleges P pontban kapcsolatot teremtünk az ellipszoidi földrajzi koordináták, valamint függővonal-elhajlás összetevők és geoidundulációk két különböző geodéziai dátumhoz tartozó értékei között. Ezt a kapcsolatot az 1. *ábrán* az ${}_{12}(\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h) \rightarrow {}_{12}(\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta N)$ nyíllal ellentétes irány jelöli. Ezzel pedig a feladatot visszavezettük az előző pontban mondottakra, azaz az ellipszoidi földrajzi koordináták átszámítására.

Mint láttuk, az 1 és a 2 jelű (pl. valamely helyi és geocentrikus vagy más tetszőleges két geodéziai vonatkoztatási rendszerben adott koordináták, függővonal-elhajlások, geoid-ellipszoid távolságok átszámítása megoldható, ha ismerjük legalább egyetlen pont mindkét (pl. a helyi és a geocentrikus) rendszerbeli ellipszoidi koordinátáit vagy függővonal-elhajlás összetevőit és geoid-ellipszoid távolságát.