

## A dátummódosítás hatásainak kiszámítása

A dátummódosítás valójában koordináta-transzformációt jelent a pontjaink térbeli derékszögű koordinátái között. Ezért a dátummódosítás hatásainak kiszámításához a kiinduló összefüggéseket térbeli derékszögű és az ellipszoidi földrajzi koordináták közötti a koordináta-rendszerek tárgyalásakor már megismert összefüggések képezik.

A továbbiakban egyelőre feltételezzük, hogy a vonatkoztatási rendszereink koordináta-tengelyei *egymással párhuzamosak*, és így az átszámításokban *csak párhuzamos eltolásokat veszünk figyelembe*.

Vezessük be a következő jelöléseket a térbeli derékszögű és az ellipszoidi földrajzi koordináták közötti transzformáció leírására:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{r}(\varphi, \lambda, h; a, f) = \begin{bmatrix} (N+h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (N+h) \cos \varphi \sin \lambda \\ [N(1-e^2)+h] \sin \varphi \end{bmatrix}, \quad (1)$$

ahol

$$N = a(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2} \quad (2)$$

itt az ellipszoid harántgörbületi sugara és  $e^2 = 2f - f^2$  az első numerikus excentricitás négyzete. Szükségünk van még az (1) inverz függvényére is, amit a következőképpen fogunk jelölni:

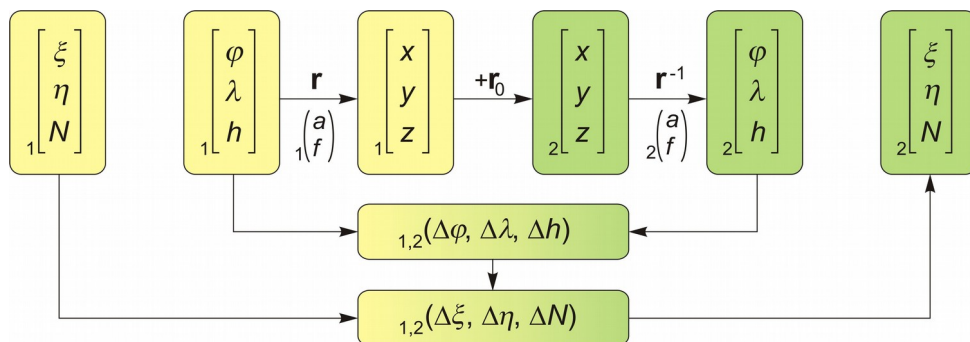
$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix} = \mathbf{r}^{-1}(x, y, z; a, f) = \begin{bmatrix} \operatorname{arctg} \frac{z + e'^2 b \sin^3 \theta}{p - e^2 a \cos^3 \theta} \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \\ \frac{p}{\cos \varphi} - N \end{bmatrix}, \quad (3)$$

ahol

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{za}{pb} \quad (4)$$

segédszög,  $p = (x^2 + y^2)^{1/2}$  a pontnak a z tengelytől mért távolsága és  $e' = e^2 / (1 - e^2)$  a második numerikus excentricitás négyzete.

A dátummódosítás hatásainak kiszámítását három részben tárgyaljuk. A mondottak jobb megértését szolgálja az 1. ábra.



1. ábra. A dátummódosítás hatásainak számítása.

### 1. A koordináta-rendszer kezdőpontjának eltolódása

Valamely geodéziai alappont-hálózat tetszőleges  $P$  pontjának  $(\varphi, \lambda, h)$  koordinátáit ismerjük a különböző dátumadatokkal jellemzett 1 és 2 jelű rendszerben. Legyen a feladatunk a különböző méretű, alakú és elhelyezésű

két vonatkoztatási ellipszoid geometriai középpontja egymáshoz viszonyított helyzetének (eltolódásának) meghatározása.

A megoldást az előzőekben ismertetett koordinátaátszámítás segítségével egyszerűen megkaphatjuk azáltal, hogy az (1) összefüggés értelemszerű alkalmazásával kiszámítjuk mindkét rendszerben a pontunk térbeli derékszögű koordinátaival a pont  ${}_1\mathbf{r}(X, Y, Z)$  és  ${}_2\mathbf{r}(x, y, z)$  helyvektorát.

$${}_1\mathbf{r} = {}_1 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{r}({}_1\varphi, {}_1\lambda, {}_1h, {}_1a, {}_1f) \quad (5)$$

és

$${}_2\mathbf{r} = {}_2 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{r}({}_2\varphi, {}_2\lambda, {}_2h, {}_2a, {}_2f). \quad (6)$$

Ezek után az 1 jelű rendszer kezdőpontjának (origójának) a 2 rendszeréhez viszonyított  $\mathbf{r}_0(X_0, Y_0, Z_0)$  eltolásvektora a  $P$  pont kétféle helyvektorának

$$\mathbf{r}_0 = {}_2\mathbf{r} - {}_1\mathbf{r} \quad (7)$$

különbségeként számítható. Ezt a számítást az 1. ábra felső sorában a középső négy elem között található három nyíl jelzi úgy, hogy a jobb oldali két elem közötti átszámítás a (6) összefüggés értelmében a megadott nyíllal ellentétes irányban történik.

Ezt a megoldást alkalmazhatjuk minden olyan pontra, amelyeknek mindkét rendszerbeli koordinátáit ismerjük. Ez lehet a hálózatunk csillagászati kiindulópontja, vagy bármely másik ilyen pontja.

A gyakorlatban ez a feladat vagy különböző geodéziai dátummal jellemzett helyi rendszerek egymáshoz viszonyított, vagy valamely helyi rendszer geocentrikus elhelyezésének vizsgálata során merül fel.

## 2. Az ellipszoidi földrajzi koordináták átszámítása

Oldjuk meg a fordított feladatot, és számítsuk ki az 1 jelű rendszer  ${}_1E(a, f)$  ellipszoidjára vonatkozó  ${}_1(\varphi, \lambda, h)$  ellipszoidi koordinátákkal jellemzett tetszőleges  $P$  földfelszíni pontnak a 2 jelű rendszerbeli  ${}_2(\varphi, \lambda, h)$  ellipszoidi koordinátáit, ha a geodéziai dátum megváltozását az ellipszoidi jellemzők  ${}_2E(a, f)$  új értékével, valamint az ellipszoid geometriai középpontjának  $\mathbf{r}_0$  eltolásvektorával adott új helyzetével jellemezzük.

Ez esetben először az (1) összefüggés segítségével meghatározzuk a  $P$  pont térbeli derékszögű koordinátáit az 1 jelű rendszerben

$${}_1\mathbf{r} = \mathbf{r}({}_1\varphi, {}_1\lambda, {}_1h, {}_1a, {}_1f), \quad (8)$$

majd figyelembe vesszük azt, hogy a pont 2 jelű rendszerbeli helyzetét az

$${}_2\mathbf{r} = {}_1\mathbf{r} + \mathbf{r}_0 \quad (9)$$

összefüggéssel meghatározva, a (3) inverz transzformációval a kívánt eredményhez jutunk:

$${}_2 \begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix} = \mathbf{r}^{-1}({}_2x, {}_2y, {}_2z, {}_2a, {}_2f). \quad (10)$$

Ezt az átszámítást az 1. ábra felső sorában a középső négy elem között található három nyíl jelzi.

Következő feladatként számítsuk ki, hogy mennyit változnak valamely geodéziai alaphálózat tetszőleges  $P$  pontjának az 1 jelű rendszerben ismert  ${}_1(\varphi, \lambda, h)$  ellipszoidi koordinátái akkor, ha a dátum megváltozása a  $P_1$  pont 2 jelű rendszerbeli ellipszoidi földrajzi koordinátáinak ismeretében adott.

Ezt a feladatot is egyszerűen megoldhatjuk két lépésben úgy, hogy először meghatározzuk a vonatkoztatási ellipszoid geometriai középpontjának a 2 jelű rendszerbeli helyzetét (azaz az  $\mathbf{r}_0$  eltolásvektort), majd pedig követjük az előző bekezdésekben vázolt számítási eljárást a  $P$  pont 2 jelű rendszerbeli  ${}_2(\varphi, \lambda, h)$  koordinátáinak számítására.

### 3. A függővonal-elhajlások és a geoidundulációk átszámítása

Számítsuk ki a  $P$  tetszőleges hálózati pont  $(\xi, \eta)$  függővonal-elhajlás összetevőinek és  $N$  geoid-ellipszoid távolságának megváltozását, ha a geodéziai dátumot a  $P_1$  csillagászati kiindulópont hasonló adataival adjuk meg mind az 1, mind a 2 jelű rendszerben.

Ekkor azt kell figyelembe venni, hogy a pont  $(\Phi, \Lambda)$  szintfelületi földrajzi koordinátái és  $H$  geoid (tengerszint) feletti magassága a természetben mért értékek, amelyek a dátum módosítása miatt nem változnak. Ezért a függővonal-elhajlás alapösszefüggéseit és a geoidunduláció értelmezését tekintetbe véve, felírhatjuk azt, hogy

$$\left. \begin{aligned} {}_1\xi + {}_1\varphi &= {}_2\xi + {}_2\varphi = \Phi \\ {}_1\eta / \cos \varphi + {}_1\lambda &= {}_2\eta / \cos \varphi + {}_2\lambda = \Lambda \\ -{}_1N + {}_1h &= -{}_2N + {}_2h = H \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Ezekkel az összefüggésekkel mind a  $P_1$  csillagászati kiindulópontban, mind valamely tetszőleges  $P$  pontban kapcsolatot teremtünk az ellipszoidi földrajzi koordináták, valamint függővonal-elhajlás összetevők és geoidundulációk két különböző geodéziai dátumhoz tartozó értékei között. Ezt a kapcsolatot az 1. ábrán az  ${}_{12}(\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h) \rightarrow {}_{12}(\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta N)$  nyíllal ellentétes irány jelöli. Ezzel pedig a feladatot visszavezettük az előző pontban mondottakra, azaz az ellipszoidi földrajzi koordináták átszámítására.

Mint láttuk, az 1 és a 2 jelű (pl. valamely helyi és geocentrikus vagy más tetszőleges két geodéziai vonatkoztatási rendszerben adott koordináták, függővonal-elhajlások, geoid-ellipszoid távolságok átszámítása megoldható, ha ismerjük legalább egyetlen pont mindkét (pl. a helyi és a geocentrikus) rendszerbeli ellipszoidi koordinátáit vagy függővonal-elhajlás összetevőit és geoid-ellipszoid távolságát.