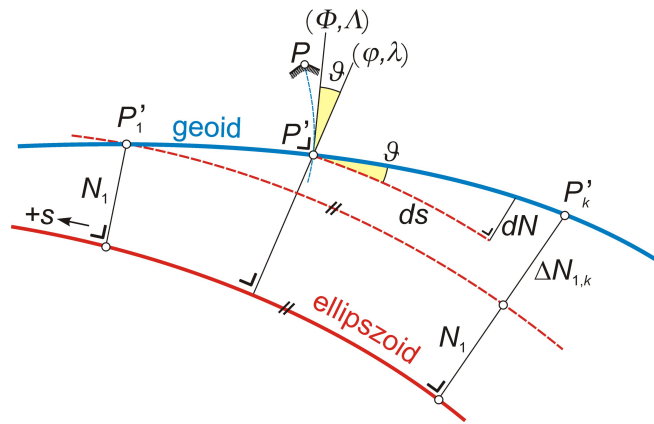


Geoidmeghatározás

Csillagászati szintezés

A geoid és az ellipszoid egymáshoz viszonyított helyzetét a felületi normálisok által bezárt szög, a geoidi függővonal-elhajlás jellemzi. Tetszőleges α azimutban $\vartheta = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha$ függővonal-elhajlás esetén az 1. ábrán látható módon elemi ds távolsággal elmozdulva, a geoid-ellipszoid távolság dN megváltozása:

$$dN = -\vartheta ds \quad (1)$$

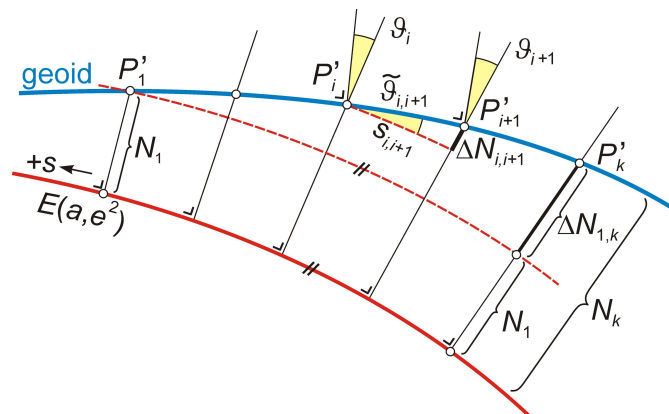


1. ábra.
A csillagászati szintezés
alapelve.

A geoid-ellipszoid távolság $\Delta N_{1,k} = N_k - N_1$ megváltozását véges távolságokra, pl. a $P_1 P_k$ szakaszon az α azimutú metszet irányába eső függővonal-elhajlás vetületeknek a

$$\Delta N_{1,k} = N_k - N_1 = - \int_1^k \vartheta ds \approx \sum_{i=1}^k \tilde{\vartheta}_{i,i+1} s_{i,i+1} \quad (2)$$

vonaltintegrálja adja meg (1. ábra). Ebből látható, hogy ezzel a módszerrel a geoid-ellipszoid távolságoknak csak a különbsége (vagy megváltozása) számítható ki, hasonlóan a szintezéshez, amely magasságkülönbségeket eredményez. (Innen van az eljárás elnevezése.)



2. ábra.
A csillagászati szintezés
számítása.

A (2)-ben szereplő vonaltintegrál analitikus kiszámításához ismerni kellene a függővonal-elhajlás ívhossz szerinti eloszlásának $\vartheta = \vartheta(s)$ függvényét. Ennek hiányában a metszetet a P_i ismert pontokkal $s_{i,i+1}$ véges hosszúságú szakaszokra osztva (2. ábra) numerikus integrálást végzünk, ahol a szakaszok átlagos $\tilde{\vartheta}_{i,i+1}$ függővonal-elhajlás értékét az ismert értékek alapján valamilyen predikciós eljárással, számszerű vagy rajzi úton határozzuk meg.

A feladatban a geoid-ellipszoid távolságokat É-D-i (azaz meridián) irányú metszetben számítjuk ki. Ekkor a függővonal-elhajlás megfelelő vetületét a ξ meridián irányú összetevő adja. A számítás kiinduló pontja, ahol ismert a geoid-ellipszoid távolság, az $x = 0$ koordinátájú pont, itt van megadva az N_1 érték. Ebben a pontban lineáris interpolációval meg kell határozni a függővonal-elhajlás ξ_1 meridián irányú összetevőjét. Ezen kívül, mivel numerikus integrálást végzünk, az integrál görbének ott lesz szélsőértéke (maximuma vagy minimuma), ahol a függővonal-elhajlás függvényének zérushelye van. Ezért ugyancsak lineáris interpolációval meg kell határozni ezeknek a zérushelyeknek is az x koordinátáját. Ezután az egyes szakaszokra meghatározzuk a

$\xi = \xi(x)$ görbe alatti területet trapéz (vagy háromszög, a zérus helyek esetében) területként és az N_1 értékből kiindulva folyamatos összegzéssel megkapjuk minden pontban a geoid-ellipszoid távolság értékét

$$\Delta N_{1,k} = N_k - N_1 = - \int_1^k \xi dx \approx \sum_{i=1}^k \tilde{\xi}_{i,i+1} x_{i,i+1} \quad (3)$$

A képletben a negatív előjel azt fejezi ki, hogy az x tengely geodéziában szokásos É-i iránya és pozitív ξ értékek esetében *csökkenni* fognak a geoid-ellipszoid távolságok.

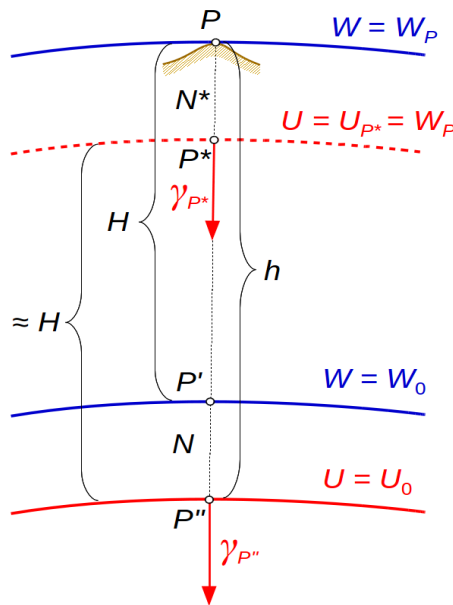
Geoidmeghatározás a potenciálzavarból a Bruns-féle összefüggéssel

A 2. házi feladatban meghatároztuk egy adott P pontban a valódi nehézségi erőter W potenciáljának közelítő értékét egy ismert geopotenciális modell segítségével. Valamely normál nehézségi erőteret felvéve meghatározható ugyanabban a pontban a *normál nehézségi erőter* U potenciáljának az értéke is.

A normál nehézségi erőter potenciálja (a *normálpotenciál*) a negyedfokú tagig bezárólag a

$$U(r, \vartheta) = \frac{kM}{r} \left[1 + \sum_{n=1}^2 \bar{C}_{2n,0}^* \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\cos \vartheta) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \vartheta \quad (4)$$

gömbfüggvény sorral írható le, ahol $\bar{C}_{2n,0}^*$ a normálpotenciál gömbfüggvény sorának normalizált együtthatóit jelöli és az egyéb jelölések megegyeznek a 2. feladatban találhatóakkal. A számításhoz szükséges P_{2n} Legendre polinomok értékeit is ott már kiszámítottuk.



3. ábra.

A Bruns-féle összefüggés a földfelszíni pontban

A Bruns-féle összefüggés megadja két azonos potenciálértékű valódi és normál szintfelület távolságát. Most a valódi szintfelület a P ponton halad át, és az összefüggés alkalmazása a 3. ábra szerint a $W = W_P$ valódi potenciálértékkel megegyező $U = W_P$ potenciálértékű normál szintfelület távolságát adja meg:

$$N^* = \frac{W_P - U_P}{\gamma_{P^*}} = \frac{T_P}{\gamma_{P^*}} \quad (5)$$

A képletben a T_P a potenciálzavar, valamint γ_{P^*} a normál nehézségi térerősség értéke a P^* pontban. Ez a következőképpen számítható:

$$\gamma_{P^*} = \gamma_{P''} + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial h} \right) H, \quad (6)$$

ahol H a pont szintezett magassága és $\gamma_{P''}$ a normál nehézségi térerősség értéke a szintellipszoid felületén

$$\gamma_{P''} = \gamma_0 (1 + \beta \sin^2 \phi + \beta_1 \sin^2 2\phi) \quad (7)$$

A (7)-es kifejezésben szereplő állandók értékét a GRS80-as ellipszoidra vonatkozóan a feladatban megtalálhatjuk.

Geoidmeghatározás a szatellitagedézia geometriai módszerével

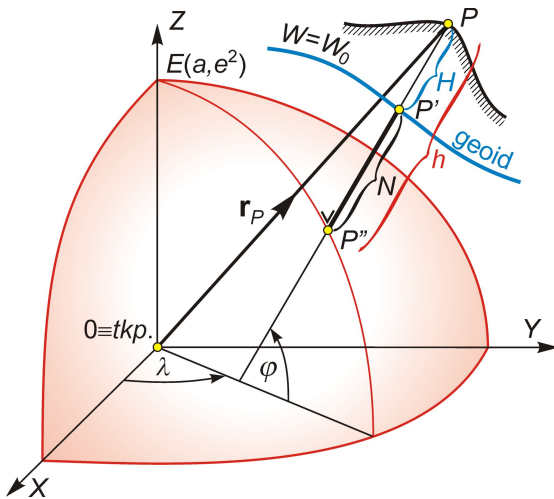
A szatellitagedézia eredményeinek geometriai alkalmazásaként a geoid meghatározására azt az eljárást tekinthetjük, amely esetben a geoidot a földfelszíni pontok megfelelő szatellitagedéziai módszerrel (pl. GPS) meghatározzott

$$r_P = \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} \stackrel{E(a, e^2)}{\Rightarrow} (\phi, \lambda, h) \quad (8)$$

ellipszoidi földrajzi koordinátáiból úgy határozzuk meg, hogy a pontoknak a h ellipszoid feletti magasságából a - pl. szintezéssel meghatározott - tengerszint feletti H magasságát levonjuk, azaz

$$N = h - H \quad (9)$$

Így igen egyszerűen megkapjuk a (ϕ, λ, h) ellipszoidi földrajzi koordinátákkal adott ellipszoidi felületi normálison a geoidnak az ellipszoid feletti N magasságát (4 ábra).



4. ábra.

Geoidmeghatározás a szatellitagedéziai mérések felhasználásával.