

# Magassági mérőszámok

## Geopotenciális érték

A geoidhoz, mint magassági alapszintfelülethez viszonyított potenciálkülönbséget nevezzük *geopotenciális értéknek*, és  $K$ -val jelöljük. Ez nem más, mint fajlagos munkavégzés (azaz 1 kg-os tömegben a nehézségi erő ellenében végzett munka). A geopotenciális értéket ugyanúgy számítjuk ki, mint a fizikában a mechanikai erő munkáját (erő szorozva erő irányába eső elmozdulással), vagyis elvileg a  $g \, dm$  elemi szorzatoknak a 0 magassági kiindulópont és a  $P$  pont közötti vonalintegráljaként értelmezzük (ahol  $dm$  a (nyers) szintezett elemi magasságkülönbségeket jelenti). A geopotenciális értéket gyakorlatilag a szintezési szakaszokra vonatkozó  $g_i m_i$  szorzatoknak a két végpont közötti összegezésével tudjuk számszerűen előállítani.

Valamely  $P$  pont geopotenciális értéke tehát:

$$K_P = W_0 - W_P = \int_0^P g \, dm \approx \sum_0^P g_i m_i . \quad (1)$$

A geopotenciális érték szabatos szintezéssel és hozzá kapcsolódó nehézségi mérésekkel *feltevésmentesen meghatározható*. Egyszerű, természetes mérőszám a magasságra, melynek egyetlen hátránya az, hogy nem hosszúság, hanem (a tömegegységre vonatkoztatott, azaz fajlagos) munka jellegű. A geodéziában alkalmazott mértékegysége a *geopotenciális egység* (GPU = Geopotential Unit), ami 1 dJ/kg (vagy kGal·m, vagy 10 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>). A feladatban is ebből a mennyiségből indulunk ki: ismert egy  $P$  pont geopotenciális értéke kGal·m-ben 5 tizedesre.

## Ortométeres magasság

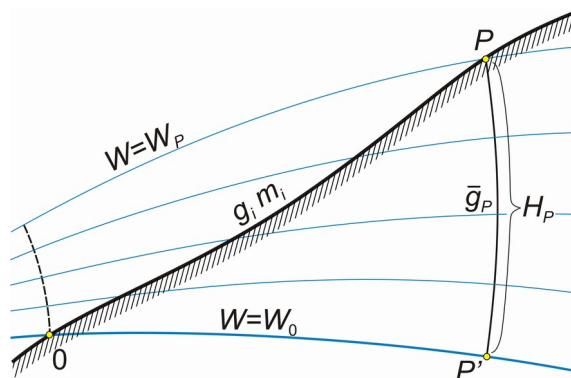
Valamely  $P$  pont *ortométeres magasságán* a  $P$  ponton átmenő szintfelület és a magassági alapszintfelület távolságát értjük *a  $P$  pont függővonalán mérve*. Ezzel az értelmezéssel kiküszöböltük a szintfelületek nem párhuzamosságából származó bizonytalanságot a magasság kérdésében (1. ábra).

Valamely  $P$  pont ortométeres magasságát úgy kapjuk, hogy az 0 és a  $P$  pont mért potenciálkülönbségét elosztjuk a nehézségi térerősségnek a  $P$  pont függővonalára mentén, a geoid és földfelszín közötti  $\bar{g}_P$  *átlagértékével* :

$$H_P = \frac{1}{\bar{g}_P} \int_0^P g \, dm = \frac{K_P}{\bar{g}_P} \approx \frac{1}{\bar{g}_P} \sum_0^P g_i m_i . \quad (2)$$

A  $\bar{g}_P$  átlagértéket közvetlenül mérni nem tudjuk. Számítása a mért földfelszíni érték és a geoid és a felszín közötti földtömeg eloszlására vonatkozóan felvett valamilyen *modell* alapján lehetséges. A modell meghatározása azonban a Föld belsejére vonatkozó ismereteinket pótló *feltevéseket* igényel, így ennek több módja is kialakult.

Egyik szokásos megoldás a *Poicaré-Prey-féle* modell alkalmazása.



1. ábra.

Az ortométeres magasság.

A feladatban adott a földfelszíni  $P$  pontban mért nehézségi gyorsulás értéke,  $g_P$  kGal-ban, 8 tizedesre. Ebből a a *Poicaré-Prey-féle* modell alkalmazásával számítható a  $\bar{g}_P$  átlagértéke

$$\bar{g}_P = g_P - (-3.0877 \cdot 10^{-7} (1 - 0.00142 \sin^2 \phi) + 2.238 \cdot 10^{-7}) \frac{h}{2} , \quad (3)$$

ahol a  $h$  magasság közelítő értékét a  $K_P/\gamma_0$  összefüggés adja meg. A képletben a  $\gamma_0$  a normál nehézségi gyorsulás (tézerősség) értéke a szintellipszoidon, amelyet a GRS80 normál nehézségi erőterben a következő képlettel számíthatunk ki:

$$\gamma_0 = 0.97803267715 (1 + 0.0052790414 \cdot \sin^2 \phi + 0.000023718 \cdot \sin^4 \phi) . \quad (4)$$

## Normálmagasság

A *normálmagasság* a pont geoidhoz viszonyított  $W_0 - W_P$  valódi potenciálkülönbségének megfelelő függőleges távolság (vagy magasságkülönbség) a normál nehézségi erőterben .

Valamely  $P$  pont normálmagasságát úgy kapjuk, hogy az 0 és a  $P$  pont mért potenciálkülönbségét elosztjuk a normál nehézségi tézerősségnek a  $P$  pont függővonala mentén, az ellipszoidon fekvő  $P''$  és a normál függővonalon levő azon  $P'''$  pont közötti  $\tilde{\gamma}_P$  átlagértékével , amelynek normálpotenciálja azonos a  $P$  pont valódi potenciálértékével (3. ábra):

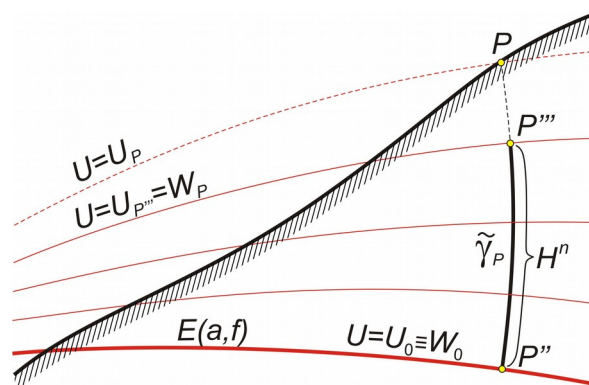
$$H_P^n = \frac{K_P}{\tilde{\gamma}_P} = \frac{1}{\tilde{\gamma}_P} \int_0^P g \, dm \approx \frac{1}{\tilde{\gamma}_P} \sum_0^P g_i m_i . \quad (5)$$

A  $\tilde{\gamma}_P$  átlagérték feltevés mentesen számítható, a normál nehézségi erőterre vonatkozó összefüggések alapján. A GRS80 vonatkoztatási rendszerben a számítása, a  $\phi$  ellipszoidi földrajzi szélesség függvényében

$$\tilde{\gamma}_P = \gamma_0 - 3.0877 \cdot 10^{-7} (1 - 0.00142 \sin^2 \phi) \frac{h}{2} . \quad (6)$$

A normálmagasság a mérési eredményekből feltevés mentesen, tetszőleges pontossággal számítható. Gyakorlati célra, pl. országos magassági alapponthálózat számára, jól megfelelő magassági mérőszám. Közel áll az ortométeres magasság értékéhez, eltérése ettől, hazai viszonylatban 0.1 m-nél, egész földi viszonylatban 2 m-nél kisebb. A gyakorlatban széles körben elterjedt, az európai országok, közöttük Magyarország hivatalosan használt magassági mérőszáma.

Egyetlen hátránya, hogy a valóságban azonos szintfelületen fekvő pontok normálmagasságai általában különbözőek, csak akkor azonosak, ha a pontok ugyanazon a szélességi vonalon fekszenek.



2. ábra.  
A normálmagasság.

## Dinamikai magasság

A *dinamikai magasság* a pont geoidhoz viszonyított  $W_0 - W_P$  valódi potenciálkülönbségének hosszúság egységben kifejezett értéke. Erre úgy jutunk, hogy a  $P$  ponton átmenő szintfelületnek a geoidhoz viszonyított (mért) potenciálkülönbségét, azaz a  $P$  pont geopotenciális értékét elosztjuk valamely megállapodászerűen rögzített normál nehézségi értékkel. Így a potenciálkülönbséggel arányos nagyságú, de hosszúság jellegű magassági mérőszámra jutunk.

A felvett normál nehézségi erő érték általában a  $\phi = 45^\circ$  szélességen (ill. Rédey professzor javaslata szerint a  $\phi = 90^\circ$  helyen, a sarkokon) az ellipszoid felszínére, valamely nemzetközileg elfogadott geodéziai

vonakoztatási rendszer (a feladatban a GRS80) normál nehézségi képletéből (4) kiszámított érték. Ezzel a  $P$  pont *dinamikai magassága*

$$H_P^{din} = \frac{K_P}{\gamma_{45^\circ}} \approx \frac{1}{\gamma_{45^\circ}} \sum_0^P g_i m_i . \quad (7)$$

A dinamikai magasság értelmezésének megfelelően, az *azonos szintfelületen fekvő pontok dinamikai magassága azonos*. Ezzel szemben hátránya, hogy a nyers (szintezett) magasságokat meglehetősen nagy javítással kell ellátni, ami országos szintezési hálózatok gyakorlati használatakor gondot jelenthet. A dinamikai magasságnak geometriai tartalma tulajdonképpen nincs, ez egyszerűen a pont geopotenciális értékével arányos, hosszúság jellegű mennyiség.