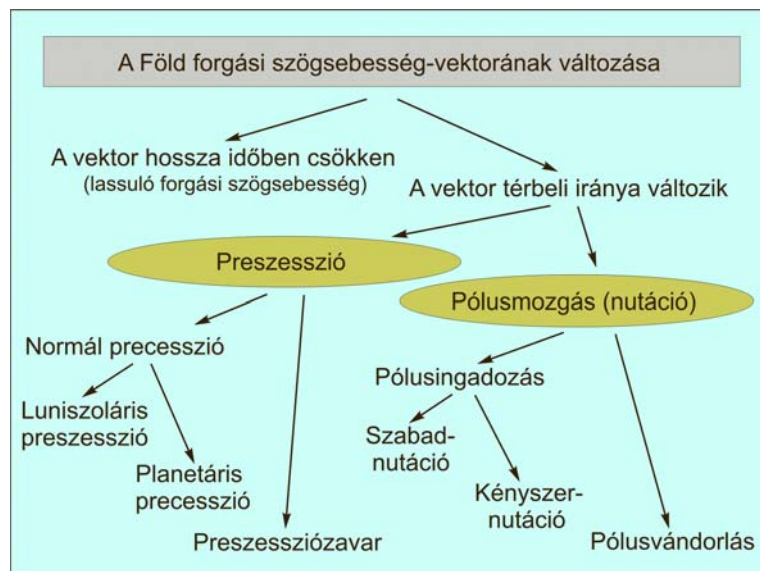


11. A FÖLD FORGÁSA, AZ ÁLTALÁNOS PRECESSZIÓ

A Föld saját tengelye körüli forgását az $\vec{\omega}$ forgási szögsebesség-vektora jellemzi, ezért a Föld forgásának leírásához ismernünk kell a szögsebesség-vektor térbeli irányát és nagyságát, valamint a forgástengely és a Föld tömegének relatív helyzetét, mint az idő függvényét. A tengelykörüli forgás során a szögsebesség-vektor térbeli iránya és nagysága állandóan változik. A változásokat az 1. ábrán láthatjuk összefoglalva. Az $\vec{\omega}$ szögsebesség-vektor abszolút értékének (illetve a napok hosszának) változásaival korábban foglalkoztunk. Az $\vec{\omega}$ szögsebesség-vektor térbeli irányának változásait két csoportra oszthatjuk: a precessziós és a nutációs mozgás által okozott változásokra. Az alábbiakban a fizikai alapfogalmak tisztázását követően a Föld precessziós mozgásával foglalkozunk.



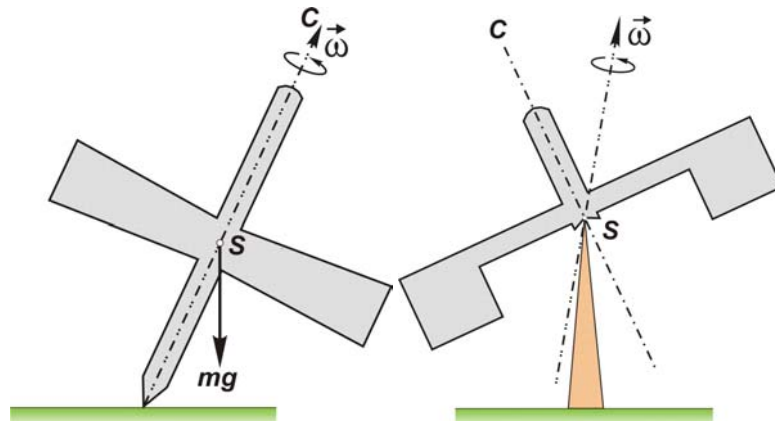
1. ábra. A Föld forgási szögsebesség-vektorának tér- és időbeli változása.

A pörgettyűk

Pörgettyűnek nevezzük minden olyan tetszőleges alakú és tömegeloszlású merev testet, amely egyetlen rögzített pontja körül szabadon foroghat, vagy általánosabban pörgettyűnek nevezzük a rögzített pont nélküli testet akkor is, ha a tömegközéppontja körüli forgása a tömegközéppont mozgásától függetlenül tárgyalható. Két alapvetően fontos fajtája a 2. ábrán látható ún. *súlyos* és az *erőmentes* pörgettyű. A súlyos pörgettyű a súlypontjára ható forgatónyomaték hatására megfelelő $\vec{\omega}$ forgási szögsebesség esetén *precessziós* mozgást végez, azaz a forgástengely a testtel együtt egy kúppalást mentén $\vec{\omega}_{pr} \ll \vec{\omega}$ szögsebességgel körbevándorol. Az erőmentes pörgettyű ettől abban különbözik, hogy a külső erőknek a súlypontjára vonatkozó forgatónyomatéka zérus (ilyen pl. a súlypontjában alátámasztott pörgettyű). Az erőmentes pörgettyű nutációs mozgást végez, amennyiben a forgástengelye és a szimmetriatengelye nem esik egybe. Ekkor a test forgástengelye folyamatosan változ-

tatja a testhez viszonyított helyzetét, a forgástengely a test szimmetriatengelye körül kúp-palást mentén körbevándorol.

A pörgettyűk dinamikai viselkedését a tömegeloszlásuk, azaz a tehetetlenségi nyomaték tenzorok főátlójában lévő A, B és C fő tehetetlenségi nyomatékok szabják meg. Az $A = B = C$ (pl. homogén gömb, vagy kocka) esetén *gömbi* pörgettyűről-, az $A = B \neq C$ (pl. homogén forgásszimmetrikus testek) esetén *szimmetrikus* pörgettyűről- az általános esetben $A \neq B \neq C$ esetén pedig *asszimmetrikus* pörgettyűről beszélünk.



2. ábra. A súlyos és az erőmentes pörgettyű.

Szimmetrikus súlyos pörgettyű precessziós mozgása

Minden merev test forgása során a forgási tehetetlensége miatt igyekszik megtartani forgási állapotát, más szóval az impulzusnyomaték megmaradási törvénye értelmében bármely zárt rendszer \mathbf{N} impulzusnyomatéka állandó, tehát időbeli változása:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = 0 \quad (1)$$

Ha a forgó merev testre külső erők is hatnak, akkor az impulzusnyomaték megváltozása a külső erők \mathbf{M} forgatónyomatékával egyenlő:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{M} \quad (2)$$

A forgatónyomaték vektora az \mathbf{F} erő és az \mathbf{r} erőkar vektoriális szorzata:

$$\mathbf{M} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} \quad (3)$$

az impulzusnyomaték pedig a mechanikából ismert összefüggés szerint:

$$\mathbf{N} = \mathbf{I} \vec{\omega} \quad (4)$$

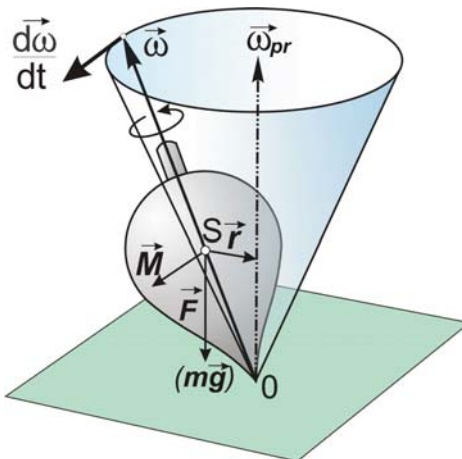
ahol \mathbf{I} a merev test tehetetlenségi nyomaték tenzora, $\vec{\omega}$ pedig a forgási szögsebesség vektora. Behelyettesítve a (3) és a (4) összefüggést a (2)-be:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{I} \vec{\omega} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} \quad (5)$$

Mivel adott merev test esetén $\mathbf{I} = \text{áll.}$, ezért az \mathbf{I} kiemelhető a differenciálási jel elé, tehát (5) az

$$\boxed{\mathbf{I} \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \mathbf{F} \times \mathbf{r}} \quad (6)$$

formában is írható. Ebből viszont már közvetlenül látható, hogy külső forgatónyomaték hatására a nehézségi erőterben megfelelően gyorsan forgó merev testek (az ún. súlyos pörgettyűk) $\vec{\omega}$ szögsebesség vektorának térbeli iránya folyamatosan változik; az $\vec{\omega}$ vektor mindenkor az \mathbf{F} és az \mathbf{r} irányára merőleges irányban mozdul el. Ennek megfelelően a 3. ábrán látható ferde tengelyű gyorsan forgó pörgettyű (pl. a mindenki által jól ismert játék: a bűgőcsiga) nem dől el, hanem a forgástengelye függőleges tengelyű körkúp pályája mentén állandó $\vec{\omega}_{pr} \ll \vec{\omega}$ precessziós szögsebességgel lassan körbevándorol. A pörgettyű forgástengelyének ezt a mozgását *precessziós mozgásnak* nevezzük.



3. ábra. A súlyos pörgettyű precessziós mozgása.

A luniszoláris precesszió

Alkalmazzuk az eddigi megfontolásainkat a Föld esetére! Földünk forgástengelye a külső erők hatására a fentiekben tárgyalt súlyos pörgettyű mozgásához teljesen hasonló mozgást végez, a különbség mindössze annyi, hogy a Föld esetében az $\vec{\omega}$ vektor iránya (a forgástengely körbevándorlásának iránya) ellentétes. Ennek oka az, hogy a 3. ábrán látható pörgettyűre olyan irányú forgatónyomaték hat, ami a forgástengelyét fekvő helyzetbe igyekszik hozni; a Föld esetében viszont a Napnak és a Holdnak az egyenlítői tömegtöbbletre gyakorolt vonzása olyan erőpárt hoz létre, amely a Föld forgástengelyének irányát az ekliptika síkjának normálisa irányába felállítani igyekszik.

Ezek után vizsgáljuk meg kissé részletesebben a Föld precessziós mozgását és ennek okát.

A Föld jó közelítéssel forgási ellipszoid alakú, melynek az egyenlítői sugara (fél nagytengelyének hossza) mintegy 21 km-rel nagyobb a sarkok felé mérhető távolságnál (a fél kistengelyének hosszánál). Ugyanakkor a Föld egyenlítői síkja mintegy 23.5 fokkal hajlik a Föld pályasíkjához (azaz az ekliptika síkjához), amelyben a Nap, és amelynek közelében a Hold és valamennyi bolygó található. A Föld tömegeloszlásának a gömb-szimmetrikus tömegeloszláshoz viszonyított eltérése miatt főleg a Hold és a Nap olyan forgatónyomatékokot fejt ki a Föld egyenlítői tömegtöbbletére, amely ezt az ekliptika síkjába igyekszik beforgatni, azaz a forgástengelyt az ekliptika normálisának irányába igyekszik állítani. Ha a Föld nem forogna, akkor ez be is következne - pontosabban már régen bekövetkezett volna. A Föld azonban saját tengelye körül kellőképpen gyorsan forog, ezért a forgatónyomaték hatására a bemutatott ún. súlyos pörgettyű mozgásához hasonló precessziós mozgást végez.

Egyelőre az egyszerűség kedvéért vizsgáljuk meg csupán a Nap tömegvonzásából adódó forgatónyomaték hatását.

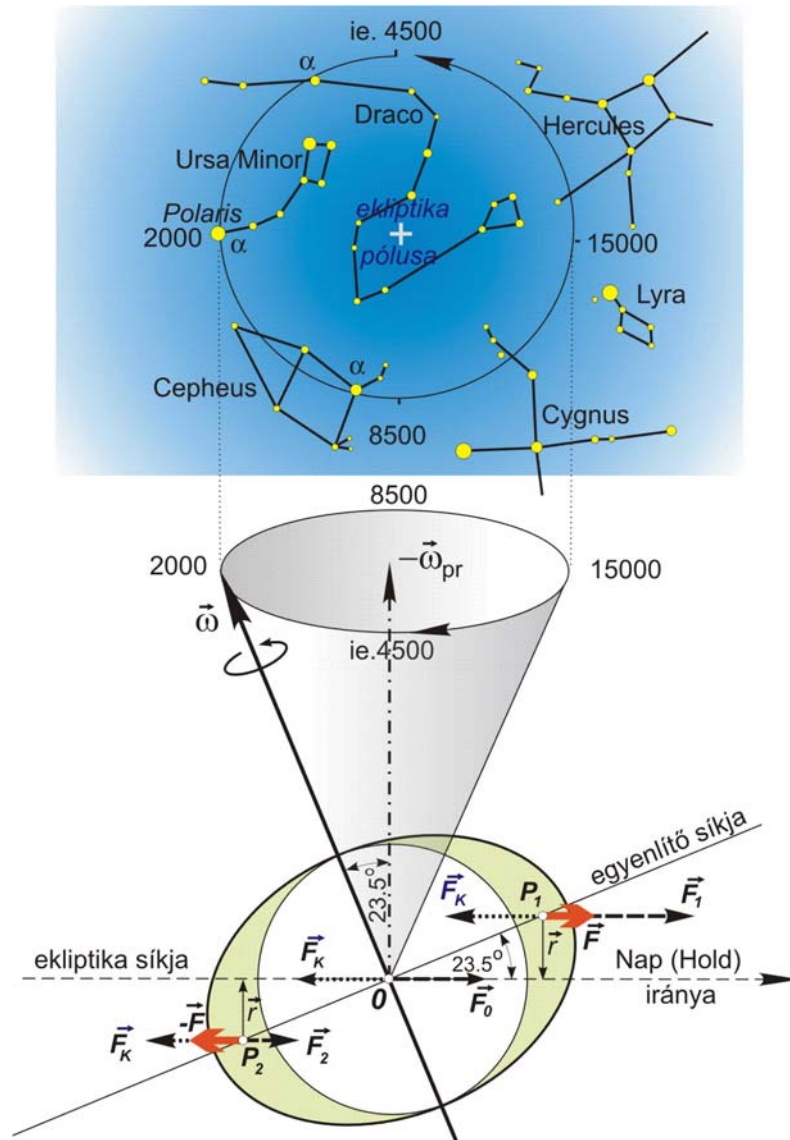
A Föld lényegében a Nap tömegvonzási erőterében végzi a keringését és dinamikus egyensúlyban van; azaz a Napnak a Föld tömegközéppontjára ható \mathbf{F}_0 tömegvonzásával a Föld Nap körüli keringéséből származó – az \mathbf{F}_0 erővel egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú – \mathbf{F}_K keringési centrifugális erő tart egyensúlyt.

Az \mathbf{F}_K keringési centrifugális erő a Nap-Föld közös tömegközéppontja körüli excenter mozgás következtében a Föld minden pontjában azonos irányú és egyenlő nagyságú (VÖLGYESI, 1999).

A gömbszimmetrikus tömegeloszlástól tapasztalható eltérés miatt osszuk a Földet a 4. ábrán látható belső gömbszimmetrikus tömegtartományra és az egyenlítő menti gyűrűszerű részre; majd ezt a gyűrűt vágjuk a forgástengelyen átmenő és a rajz síkjára merőleges síkkal két további tömegrészre. A Naphoz közelebb eső gyűrűrész tömegközéppontja legyen P_1 , a távolabbi részé pedig P_2 . A Napnak a Föld gömbszimmetrikus tömegtartományára ható tömegvonzását úgy értelmezhetjük, mintha ez csak a gömb O tömegközéppontjában lépne fel. A gyűrűrészekre ható vonzóerőt viszont a P_1 és a P_2 tömegközéppontban ható vonzóerőkkel helyettesíthetjük. A Newton-féle tömegvonzási törvénynek megfelelően a P_1 -ben nagyobb, a P_2 -ben pedig kisebb vonzóerő hat, mint az O tömegközéppontban. Mivel azonban a keringési centrifugális erő mindhárom pontban ugyanakkora, ezért a P_1 -ben és a P_2 -ben a kétfajta erő nincs egymással egyensúlyban; a P_1 -ben a vonzóerő, a P_2 -ben a keringési centrifugális erő nagyobb. A két erő eredője a P_1 pontban: $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_K$, a P_2 pontban pedig $\mathbf{F} = \mathbf{F}_K - \mathbf{F}_2$. Ez a két egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú erő a 4. ábra síkjából merőlegesen kifelé mutató \mathbf{M} forgatónyomatékvektort eredményez.

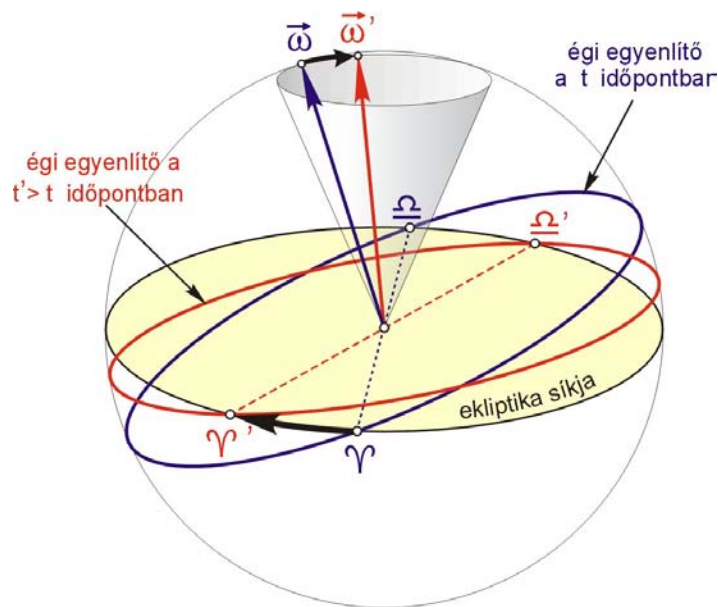
A Naphoz hasonlóan a Hold is forgatónyomatékokat fejt ki a Földre, sőt a Hold által keltett forgatónyomaték a Hold közelsége miatt jóval nagyobb.

Az ily módon keletkező forgatónyomatékok együttes hatásának eredménye a Földnek a 4. ábrán bemutatott precessziós mozgása: az ún. *luniszoláris precesszió*.



4. ábra. A Föld forgástengelyének precessziós mozgása (luniszoláris precesszió).

A luniszoláris precesszió a csillagászati megfigyelések szerint elsősorban abban nyilvánul meg, hogy az égi pólus (a Föld forgástengelyének és az éggömbnek a metszéspontja) az ekliptika pólusa körül lassan körbevándorol. Mivel az égi egyenlítő síkja merőleges a Föld forgástengelyére, ezért a forgástengely irányának elmozdulása az égi egyenlítő síkjának elfordulásával is jár. Ennek megfelelően az 5. ábrán látható módon az ekliptika és az égi egyenlítő síkjának metszévonalában levő Υ tavaszpont és Ω őszi pont is elmozdul az ekliptika mentén, mégpedig a Nap járásával ellentétes irányban. A tavaszpont eltolódása a luniszoláris precesszió hatására, nyugati irányban mintegy $50.37''/\text{év}$.



5. ábra. A tavaszpont precessziós vándorlása.

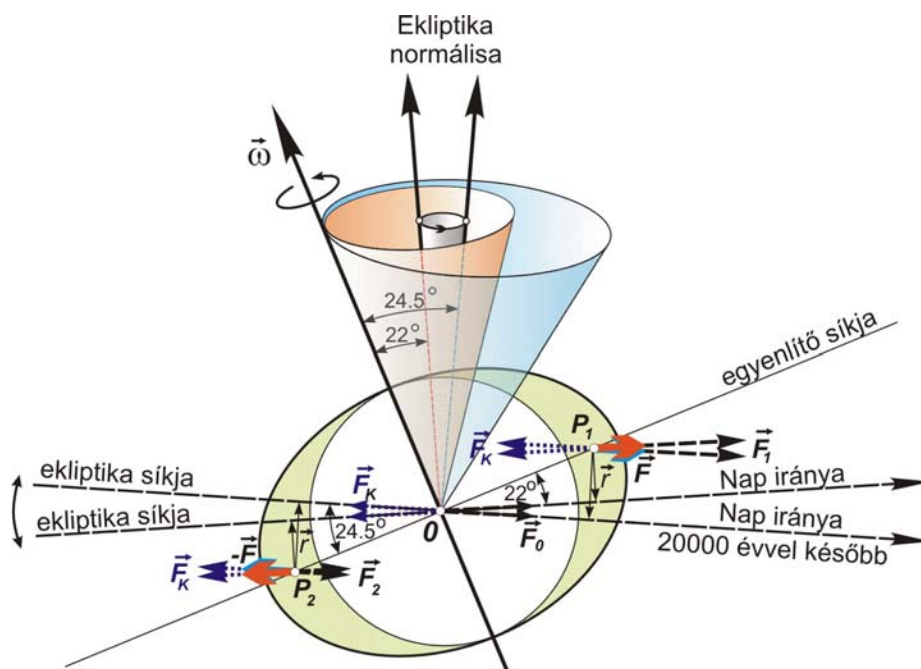
Összefoglalva az eddigieket: a luniszoláris precesszió során a Föld forgástengelye, az ekliptika és az égi egyenlítő síkja 23.5° -os hajlásszögének megfelelően, $2 \times 23.5^\circ = 47^\circ$ -os nyílásszögű kúp palástja mentén mozog úgy, hogy egy teljes körüljárást közel 25 730 év alatt végez. Ez az 5. ábra tanúsága szerint azt jelenti, hogy a Föld forgástengelyének északi iránya kb. 5000 évvel ezelőtt az α *Draconis* csillag közelébe mutatott, az égi pólus jelenleg az α *Ursae Minoris* (Polaris) közelében van és kb. 5000 év múlva az α *Cephei* közelében lesz. Így a jelenleg élő generációknak csupán véletlen szerencséje az, hogy az égi északi pólus helyéhez közel viszonylag fényes csillag, a Sarkcsillag található.

A planetáris precesszió

Mivel a csillagászati koordinátarendszereinkben a tavaszpont helyzete alapvető szerepet játszik, a precesszió következtében fellépő helyváltozásainak ismerete rendkívül fontos. Az előző pontban megállapítottuk, hogy a luniszoláris precesszió hatására a tavaszpont helyzete az ekliptika mentén folyamatosan, évente mintegy $50.37''$ értékkel nyugati irányban eltolódik.

A tavaszpont helyzete azonban nemcsak az égi egyenlítő síkjának elfordulása miatt, hanem az ekliptika síkjának mozgása következtében is változik. A Naprendszer bolygóinak hatására ugyanis a Föld keringési síkja állandóan lassú ingadozásban van a bolygók közepes pályasíkjához képest, tehát ennek következtében lassan változik az ekliptika pólusának helyzete is. Ha az égi pólus mozgását az ekliptika pólusához viszonyítjuk, akkor ennek mozgását is a forgástengely precessziós mozgásaként észleljük. Ezt a jelenséget *planetáris precesszió*nak nevezzük. A planetáris precesszió hatására a tavaszpont direkt irányban - azaz a luniszoláris precesszió hatására bekövetkező elmozdulással ellentétes irányban - évente mintegy $-0.11''$ értékkel tolódik el.

A planetáris precessziót tehát az ekliptika síkjának elmozdulása okozza. A planetáris precesszió során az egyenlítő és az ekliptika síkjának hajlásszöge közel 40000 éves periódussal kb. 22° és 24.5° között ingadozik. Hatása a 6. ábra segítségével kétféleképpen is megérthető. Egyrészt mivel a precessziós kúp tengelye az ekliptika normálisa, nyilvánvalóan az ekliptika síkjának billegésével az ekliptika normálisa kb. 2.5 fokos nyílásszögű körkúp palástja mentén közel 40000 éves periódussal körbevándorol. Ez a precesszió szemszögéből úgy mutatkozik, mintha az a "koordináta irány" változtatná folyamatosan a helyzetét, amelyhez a precessziós mozgást viszonyítjuk, vagyis a precessziós kúp tengelyének ezzel a mozgásával 40000 éves periódussal hol kissé szétnyílik, hol kissé összezáródik a precessziós kúp palástja, ily módon a luniszoláris precessziós kúp nyílásszöge nem stabilan 47 fokos, hanem közel 40000 éves periódussal kb. 44 és 49 fok között változik.



6. ábra. A planetáris precesszió.

Valójában az történik, hogy az ekliptika síkjának mozgása miatt 40000 éves periódussal folyamatosan más-más irányban látható a Földről a Nap és a Hold, és ezzel a 6. ábra tanúsága szerint folyamatosan változik a P_1 és a P_2 rész-tömegközéppontok távolsága az ekliptika síkjától. Ezzel pedig folyamatosan változik (ingadozik) a precessziós mozgást előidéző forgatónyomaték, mivel folyamatosan változik az erő karja.

A luniszoláris és a planetáris precessziós mozgás eredője az *általános precesszió*, más néven a *normálprecesszió*. A normálprecessziós mozgás során az ekliptika pólusának billegése miatt az égi pólus nem pontosan az 5. ábra felső részén látható körpálya mentén mozdul el, hanem az állócsillagokhoz viszonyítva a körpályát jól közelítő, de valójában *önmagában nem záródó görbe* mentén vándorol. A normálprecesszió hatására a tavaszpont az ekliptika mentén évente mintegy $50.26''$ értékkel nyugati irányban tolódik el; ennek megfelelően egy teljes körüljárás ideje kb. 25786 év, azaz közel 26000 év.

A precessziózavar

A Hold, a Nap és a bolygók Földhöz viszonyított relatív helyzetváltozásai következtében a Földre időben változó forgatónyomaték hat, ezért a normálprecessziós mozgás különböző rövidebb periódusú ingadozásokat mutat. A forgástengely precessziós mozgásának ezen rövidperiódusú változásait sokan helytelenül *csillagászati nutációnak* nevezik. A továbbiakban ezt a jelenséget *precessziózavarnak* tekintjük.

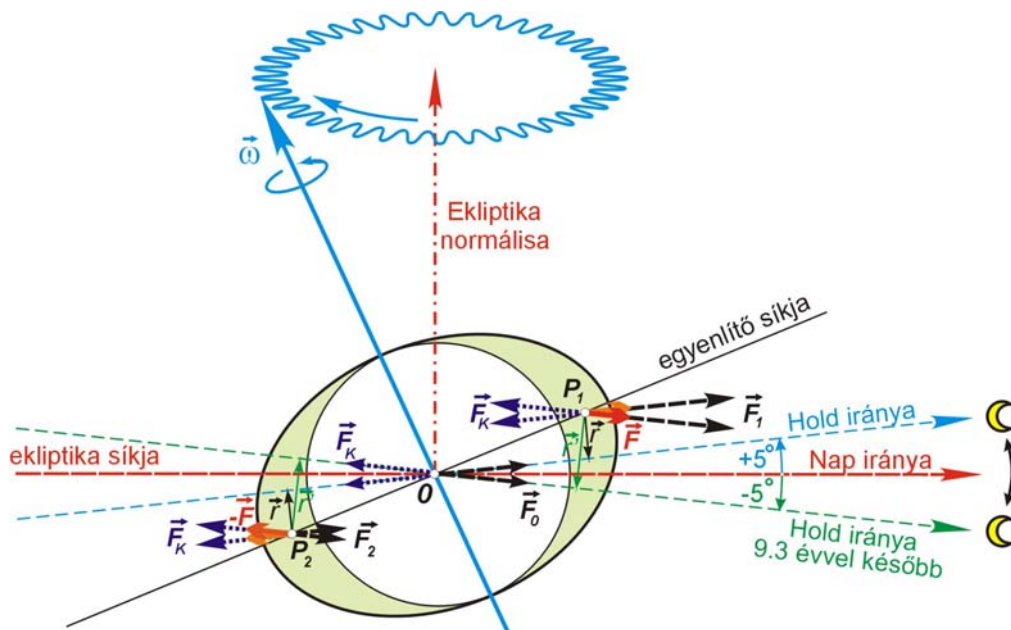
A precessziózavar több különböző periódusú és amplitúdójú mozgásból tevődik össze és rakódik rá a hosszúperiódusú (szekuláris) precessziós mozgásra.

A Nap és a Föld egymáshoz viszonyított helyzetváltozásai miatt két fontosabb periódusa van. A Nap által a Föld egyenlítői tömegtöbbletére kifejtett forgatónyomaték nagysága a Nap deklinációjának szögétől (a Föld egyenlítő síkja feletti magasságától) függ. A 4. ábra pl. a téli napforduló helyzetében ábrázolja a Földet, amikor $\delta = -23.5^\circ$. Ekkor és a nyári napforduló napján (amikor $\delta = +23.5^\circ$) a Nap maximális forgatónyomatékokot fejt ki a Földre. A két helyzet között csökken, illetve növekszik a forgatónyomaték. A tavaszi és az őszi napéjegyenlőség pillanatában a Föld két egyenlítő tömegtöbbletének 2. ábrán értelmezett P_1 és P_2 súlypontja azonos távolságra van a Naptól, ekkor tehát a precessziót okozó forgatónyomaték nulla. Ennek megfelelően, a Nap deklinációjának változása miatt, féléves periódussal változik a Föld precessziós mozgása. Ehhez egyéves periódusú precessziós változás is járul, ami annak a következménye, hogy a Föld ellipszis alakú pályán kering a Nap körül és ezáltal egyéves periódussal változik a Naptól mért távolsága, illetve ennek megfelelően a forgatónyomaték.

Többek között teljesen hasonló jellegű, de rövidebb periódusú és nagyobb amplitúdójú változásokat okoz a Hold a Föld körüli keringése során. A Hold a Föld körüli pályáját közel 28 nap alatt futja be, ezért a Hold deklinációjának változása miatt adódó precessziós periódus kb. 14 napos, az ellipszis pályán történő keringés miatti változó Föld-Hold távolságból származó periódus pedig 28 napos.

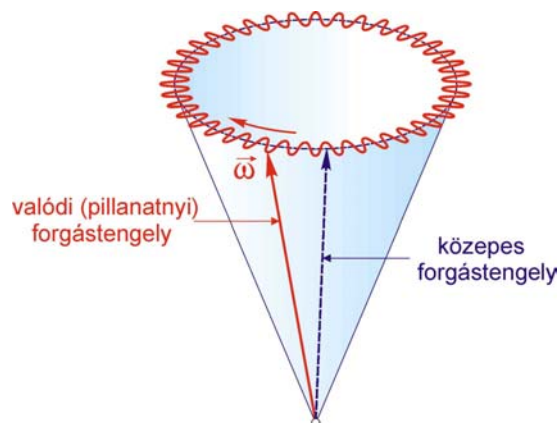
Van azonban a Hold mozgásának az eddigieknél jóval fontosabb hatása is. Ez annak a következménye, hogy a Hold nem ugyanabban a síkban kering a Föld körül, mint amelyben a Föld kering a Nap körül. Így a Hold pályasíkja közel $5^\circ 09'$ szöget zár be az ekliptika síkjával és a Hold pályasíkjának az ekliptika síkjával alkotott metszésvonala (a holdpálya csomóvonala) az ekliptika síkjában 18.6 éves periódussal hátráló irányban körbevándorol. Ennek következménye a precesszió szempontjából jól látható a 7. ábrán.

A hatás kísértetiesen hasonlít a planetáris precesszió 6. ábrán bemutatott hatásához. Valójában itt is az történik, hogy a holdpálya síkjának mozgása miatt 18.6 éves periódussal folyamatosan más-más irányban látható a Földről a Hold, és ezzel a 7. ábra tanúsága szerint folyamatosan változik a P_1 és a P_2 rész-tömegközéppontok távolsága a holdpálya síkjától. Ezzel pedig folyamatosan változik (ingadozik) a precessziós mozgást előidéző forgatónyomaték, mivel folyamatosan változik az erő karja.



7. ábra. A precessziózavar lunáris főtágjának hatása.

A precessziózavarnak a holdpálya csomóvonalának mozgásából származó tagja sokszorosan nagyobb, mint a precessziót alkotó összes többi ingadozás együttesen, ezért ezt a *precessziózavar lunáris főtágjának* nevezzük.

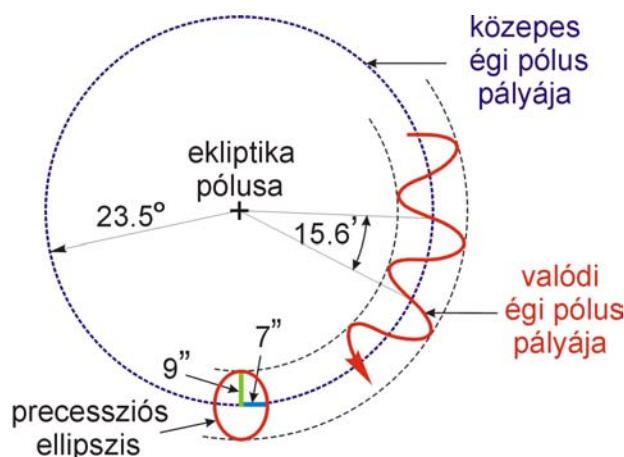


8. ábra. A valódi és a közepes forgástengely.

A Föld forgási szögsebesség-vektora tehát az ekliptika síkjának a Föld tömegközéppontján átmenő normálisa körül jelenleg kb. 47° -os közepes csúcshözzel a 7. illetve a 8. ábrán látható hullámos kúppalást mentén közel 26000 éves periódussal vándorol körbe. Ennek megfelelően az égi pólusok (az északi és a déli pólus) az ekliptika pólusaitól 23.5° közepes pólustávolságban hullámos körpálya mentén mozognak. A hullámok közül kiemelkedően legnagyobb a precessziózavar főtágjának 18.6 éves periódusú hulláma. Az ekliptika pólusa körül az égi pólusok által leírt precessziós körön a precessziózavar lunáris főtágjának mintegy $26000/18.6 \approx 1400$ hulláma van. Ezeknek a hullámoknak kb.

9" az amplitúdója (ennyi a forgástengely hajlásának ingadozása: az ún. ferdeségi tag), a hullámhossza pedig közel 15.6'.

A precessziós mozgást a precessziózavar főtagjával együttesen szokás a 9. ábrán látható ún. precessziós ellipszissel is szemléltetni. (Megjegyezzük, hogy nem tartjuk szerencsésnek a gyakorlatban eddig elterjedt nutációs ellipszis elnevezést, hiszen ennek a nutációhoz semmi köze nincs.) Eszerint az ekliptika pólusa körül 23.5° pólustávolságban a precessziós ellipszis középpontja vándorol egyenletes sebességgel és tesz meg egy teljes kört 26000 év alatt, miközben a valódi a (pillanatnyi) égi pólus a precessziós ellipszis mentén mozog 18.6 éves periódussal. A precessziós ellipszis 9" távolságú fél nagytengelye mindig az ekliptika pólusa irányába mutat, a 7" távolságú fél kistengelye pedig erre merőleges.



9. ábra. A precessziós ellipszis.

A precesszió csillagászati és geodéziai hatása

A Föld precessziós mozgása a csillagászati megfigyelések szempontjából abban nyilvánul meg, hogy az égi pólus (a Föld forgástengelyének és az éggömbnek a metszéspontja) az ekliptika pólusa körül lassan körbevándorol. Mivel az égi egyenlítő síkja merőleges a Föld forgástengelyére, ezért a forgástengely irányának elmozdulása az égi egyenlítő síkjának elfordulásával is jár. Ennek megfelelően az 5. ábrán látható módon az ekliptika és az égi egyenlítő síkjának metszévonalában levő Υ tavaszpont is elmozdul az ekliptika mentén, ami viszont a csillagászatban használatos ekvatoriális (égi egyenlítői) koordináta-rendszer kiinduló iránya. Így a normálprecesszió és a precessziózavar az égitestek égi egyenlítői koordinátáinak (α rektaszczenziójának és δ deklinációjának) folyamatos változását okozzák.

Mivel a Föld tömege a forgástengelyével együtt végzi a leírt precessziós mozgásokat, a földfelszíni pontoknak a forgástengelyhez viszonyított földrajzi koordinátái a precessziós mozgástól függetlenek. Így a szintfelületi földrajzi szélesség és hosszúság értékek a normálprecesszió és a precessziózavar hatására nem változnak.