

# Egészségügyi mérnökképzés

## **MECHANIKA**

### **I. rész: Szilárd testek mechanikája**

készítette: Németh Róbert

# Összetett tartók reakciói

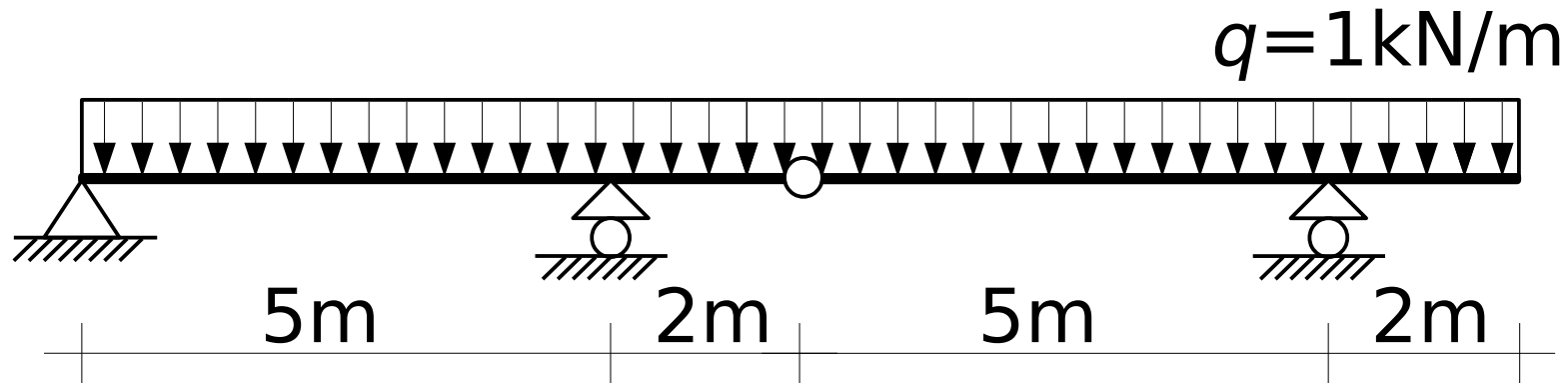
- Az elv itt is az elkülönítés.

„Ha minden alkotó test külön-külön egyensúlyban van, akkor az egész szerkezet és bármely része is egyensúlyban van.”

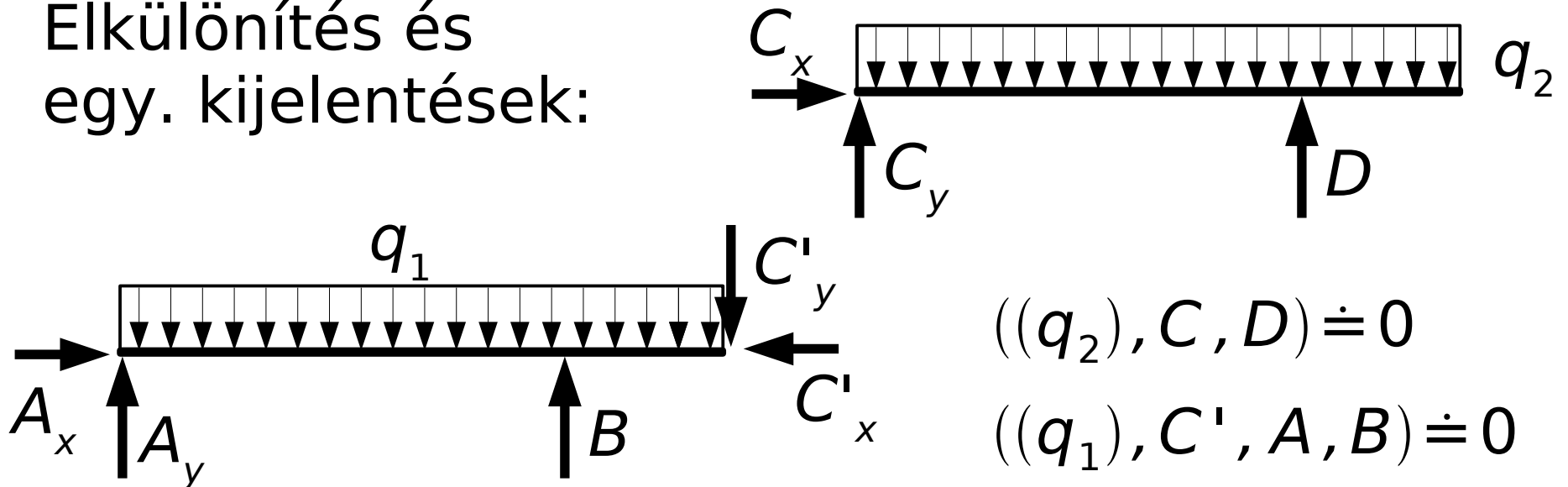
- A megoldás menete ugyanaz, mint az egyszerű tartónál de belső reakciók is lesznek.

# Összetett tartók: 1. példa

- Gerber-tartó

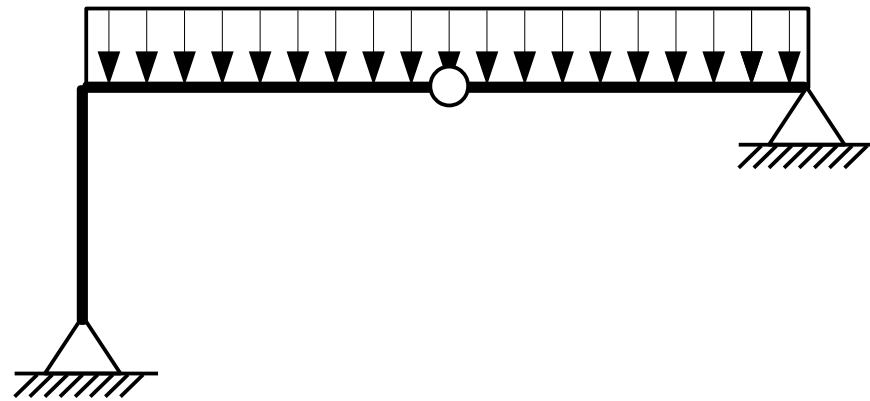


Elkülönítés és  
egy. kijelentések:

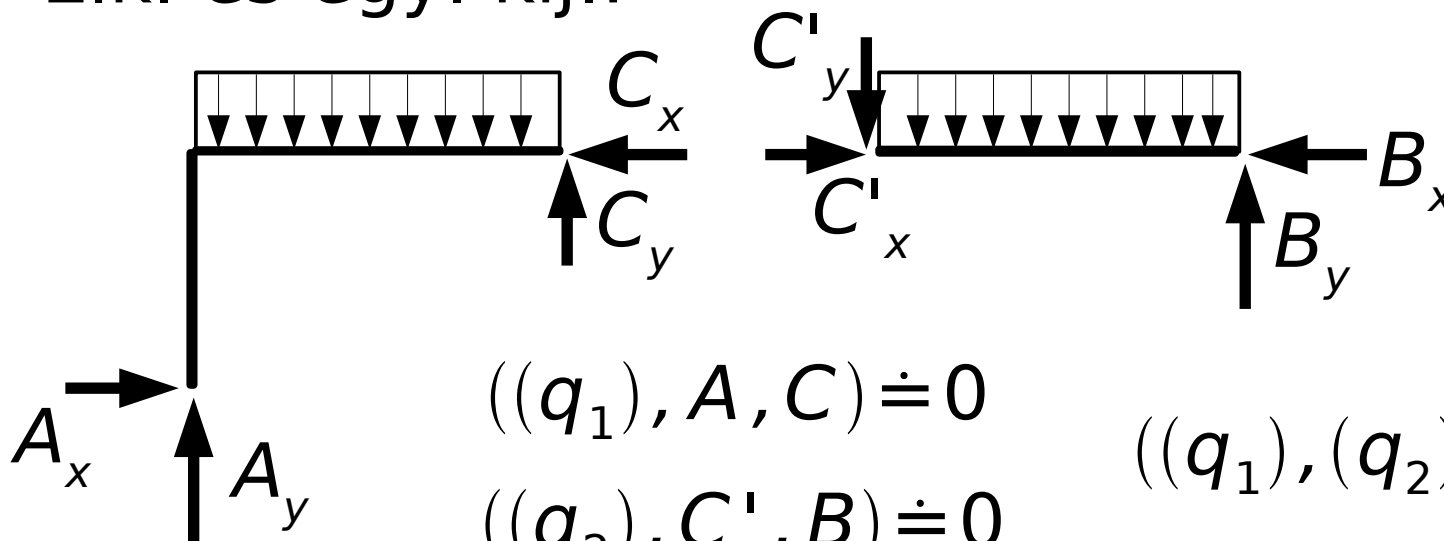


# Összetett tartók: 2. példa

- Háromcsuklós tartó



Elk. és egy. kij.:



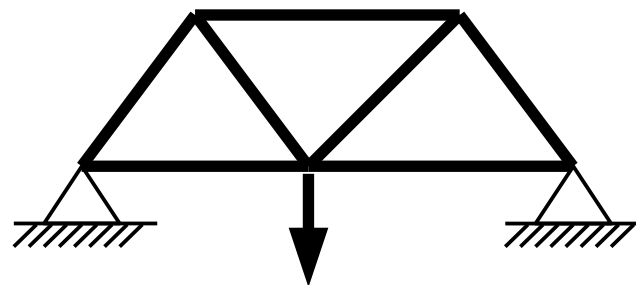
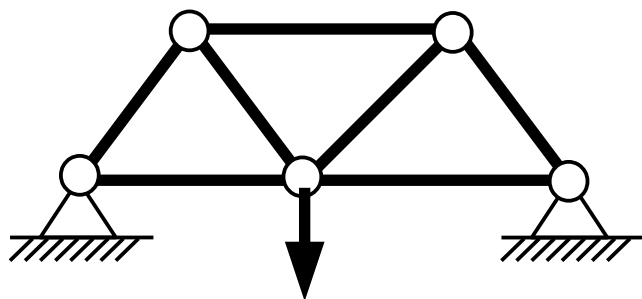
$$((q_1), A, C) \doteq 0$$

$$((q_2), C', B) \doteq 0$$

$$((q_1), (q_2), A, B) \doteq 0$$

# Rácsos tartók

- Korlátozás:
  - csak rudak és csuklók alkotják
  - terhelés a csuklókon koncentrált erővel



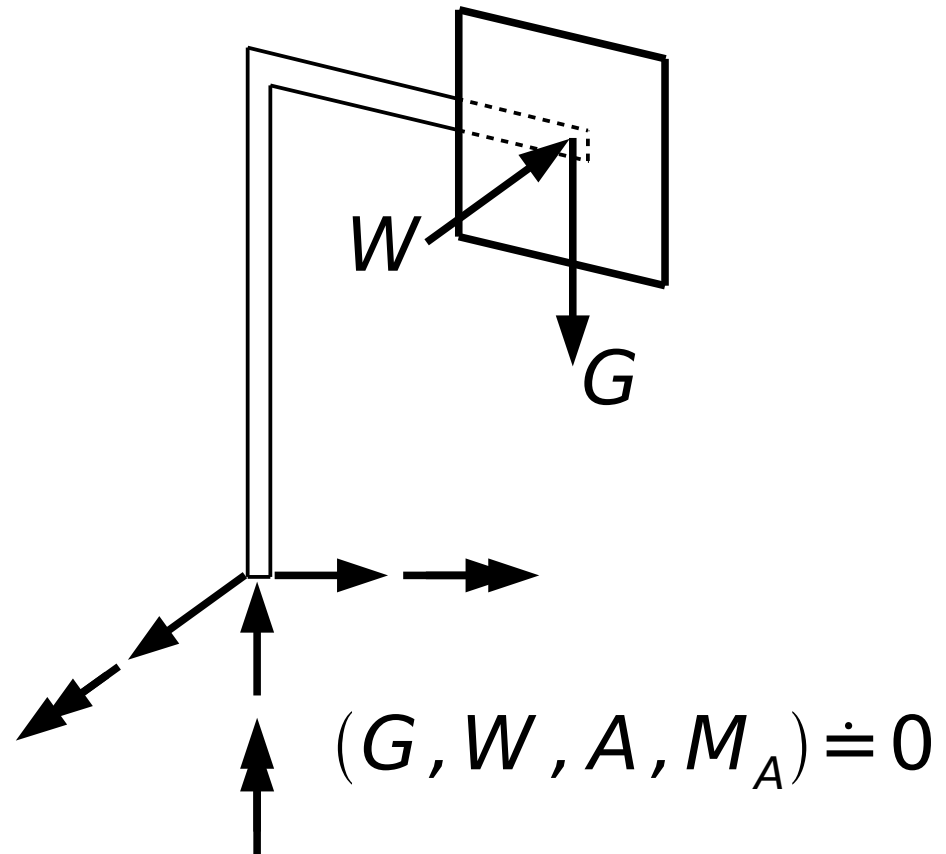
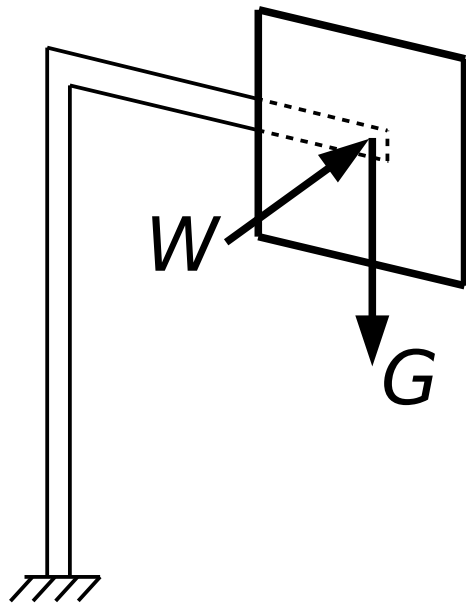
- Megoldási módszerek:
  - minden csomópont egyensúlya
  - átmetszéses módszerek

# Síkbeli szerkezetek

- Tárcsák
  - Terhelés egy síkban
  - Jellemző elmozdulások egy síkban
- Lemezek
  - Terhelés a síkjára merőlegesen
- Speciális kényszerek
  - Rugalmas, külpontos stb.

# Térbeli szerkezetek I.

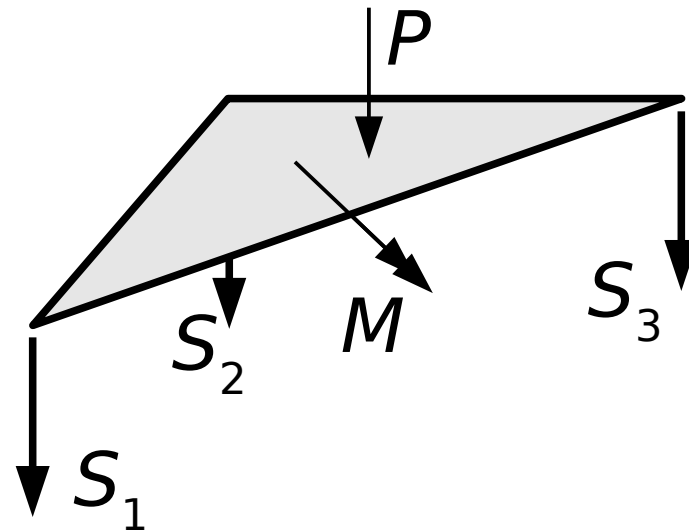
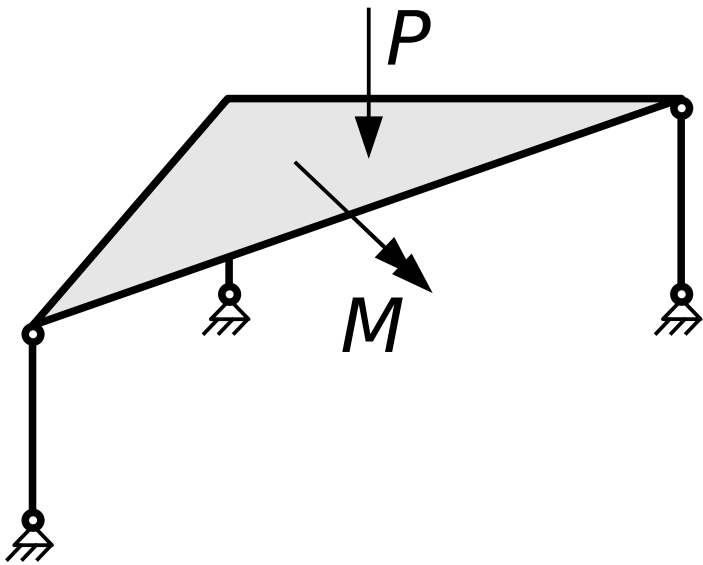
- Új kényszer: merev befogás 6 szab.fok



- Minden térbeli

# Térbeli szerkezetek II.

- Párhuzamos térbeli erők (asztallap)

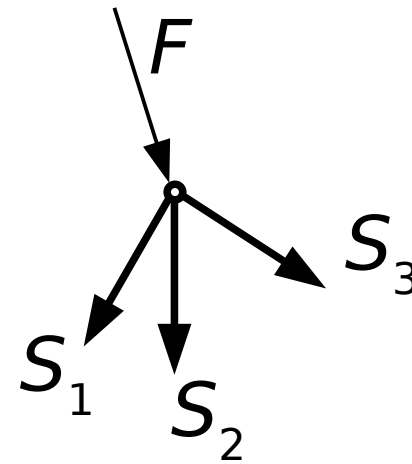
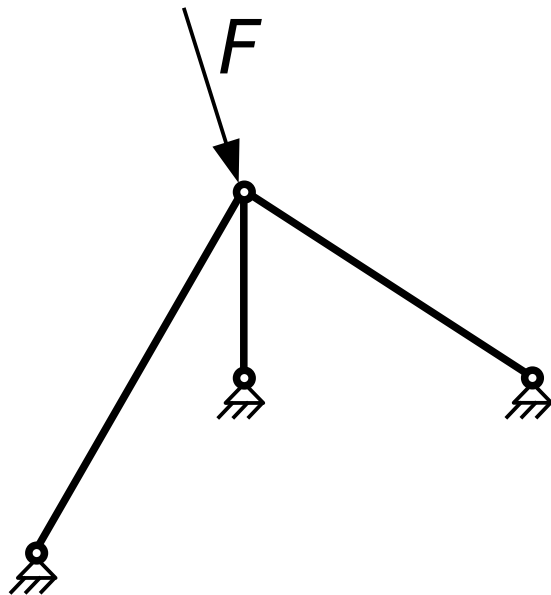


$$(P, W, S_1, S_2, S_3) \doteq 0$$



# Térbeli szerkezetek III.

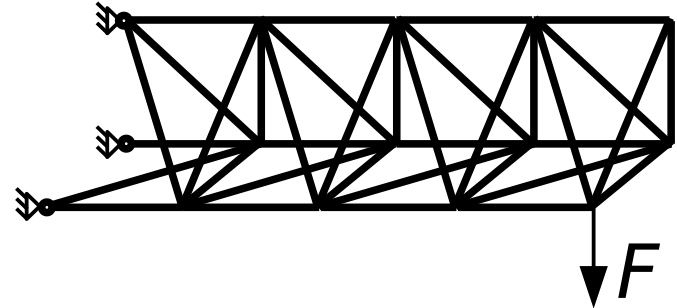
- Közös metszéspontú térbeli erők  
(háromlábú bakállvány)



$$(F, S_1, S_2, S_3) \doteq 0$$

# Térbeli szerkezetek IV.

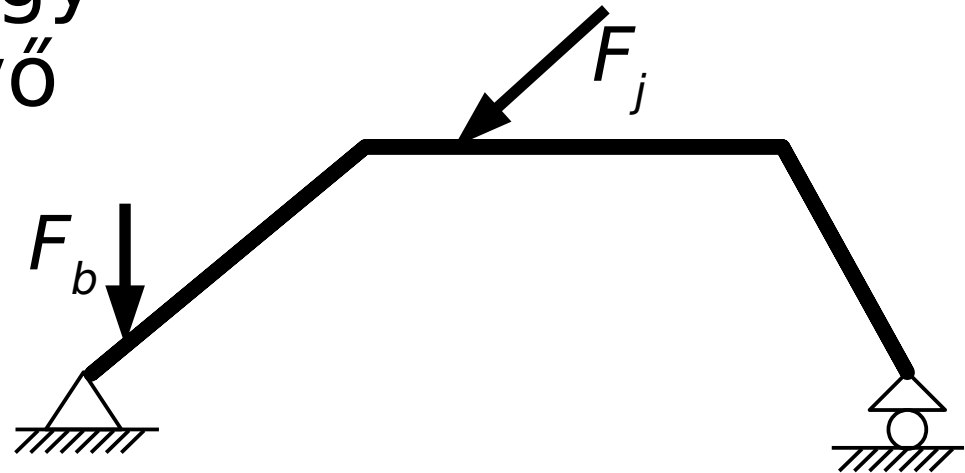
- Térbeli rácsos tartó
- Lemezmuvek
- Héjszerkezetek
- 
- stb.



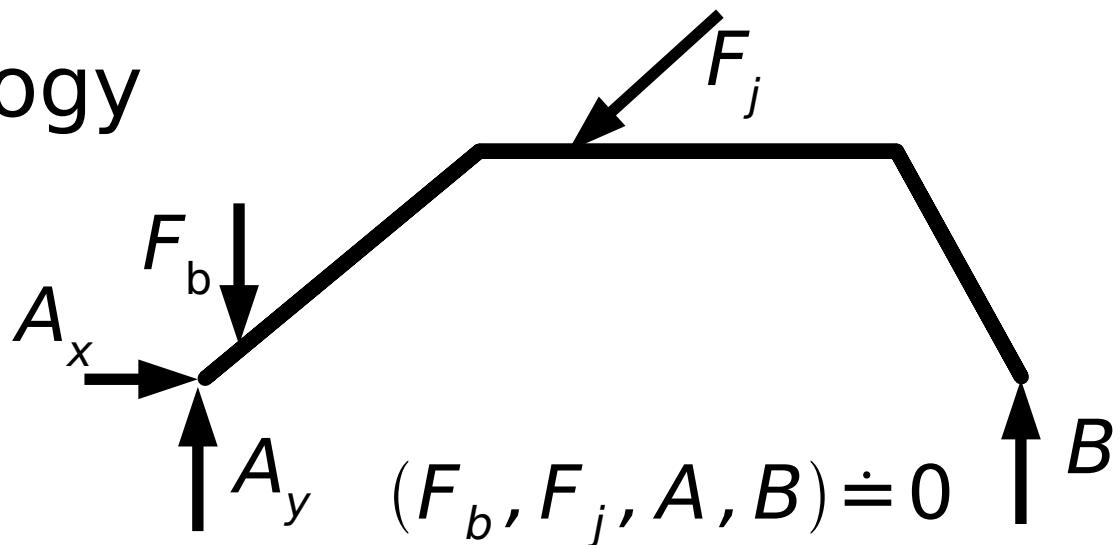
Számítás: főként numerikus módszerek

# Igénybevételek I.

- Kiindulási pont: egy *egyensúlyban* lévő szerkezet

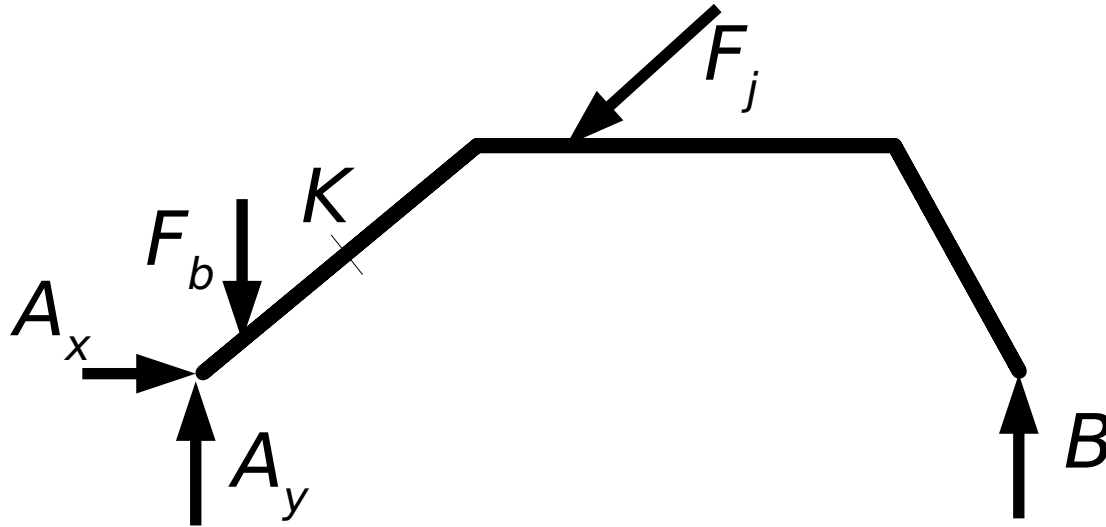


- Nem számít, hogy egy erő aktív, vagy passzív



# Igénybevételek II.

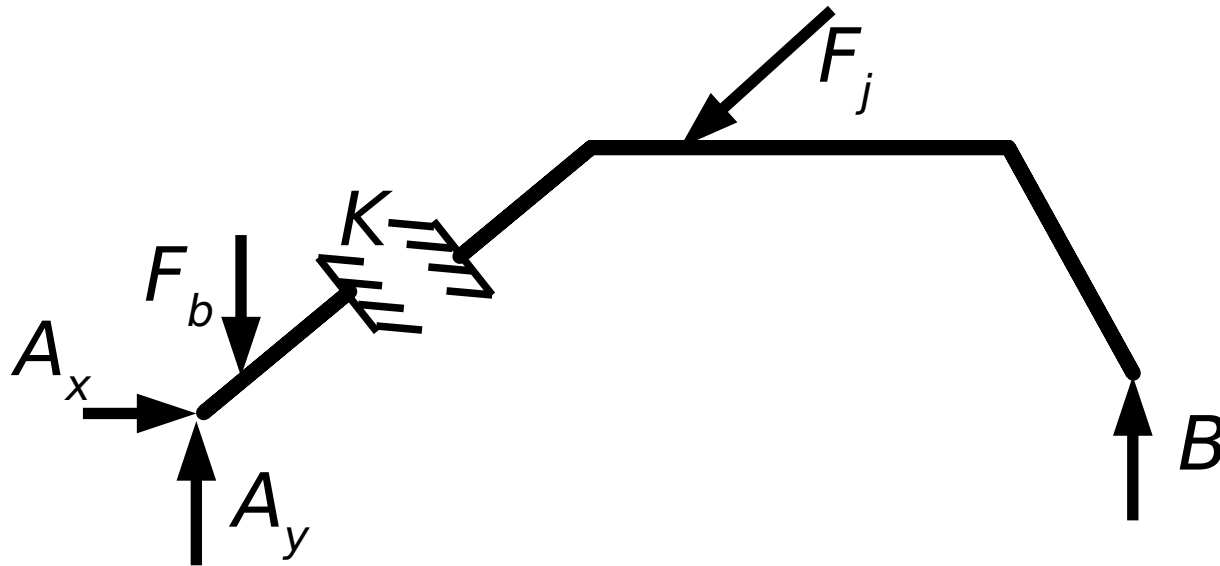
- Minden egyes keresztmetszet egy eltolódásokat és elfordulást is akadályozó belső kényszernek tekinthető



- Válasszuk ki a  $K$  jelűt!

# Igénybevételek III.

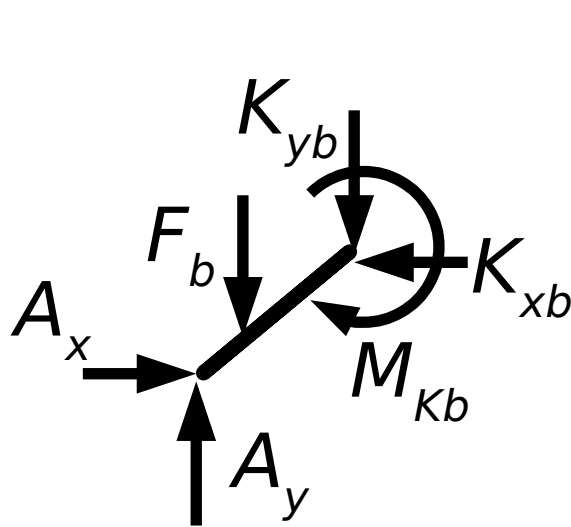
- Az eltolódásokat és elfordulást akadályozó kényszer a merev befogás



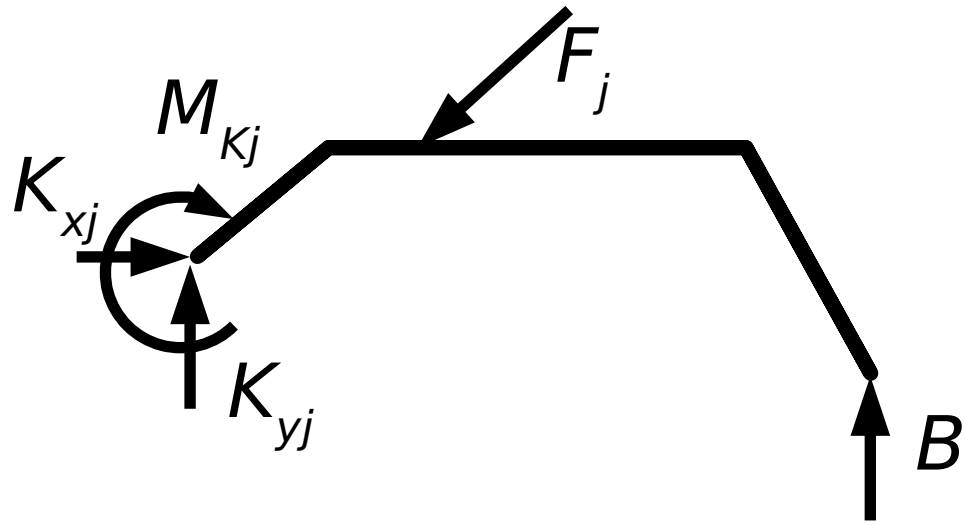
- A  $K$ -től jobbra ill. balra lévő rész is egyensúlyban van.

# Igénybevételek IV.

- A keresztmetszet helyén felvett befogásban ébredő reakciók a belső erők, vagy *igénybevételek*



$$(A, F_b, K_b, M_{Kb}) \doteq 0$$



$$(F_j, B, K_j, M_{Kj}) \doteq 0$$

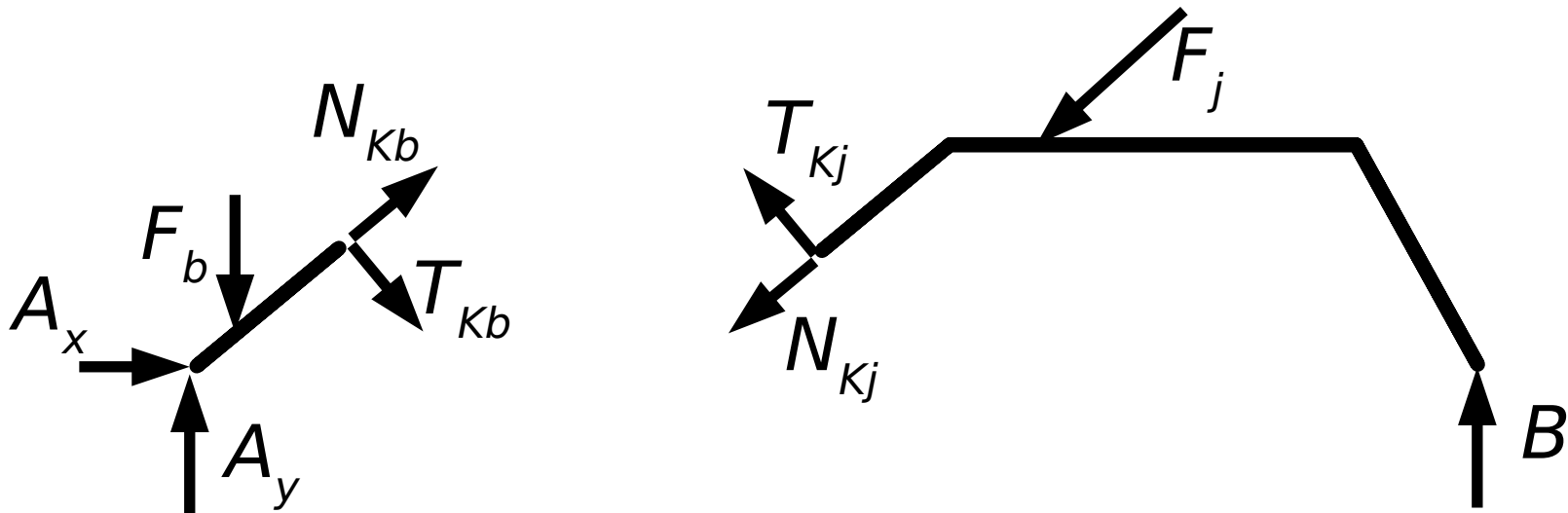
# Igénybevételek elnevezése

Az igénybevételeket hatásuk alapján nevezzük el.

- Az erő két komponensét a tartó tengelyével párhuzamos és merőleges krsz.-ben vesszük fel:
  - a tartó tengelyével párhuzamos komponens a normálerő, jele  $N$  (a keresztmetszet síkjának normálisával párhuzamos)
  - a tartó tengelyére merőleges komponens a nyíróerő, jele  $T$  (a keresztmetszet síkjában fekvő erő)
- a belső befogási nyomaték a hajlítónyomaték, jele  $M$  (a nyomaték vektora a keresztmetszet síkjában van)

# Belső erők előjelei

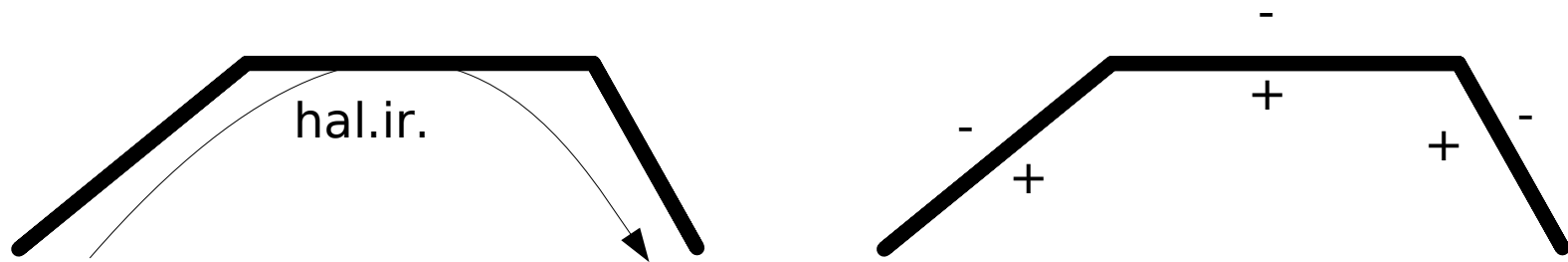
- **Normálerő:** a keresztmetszetből kifelé mutató (húzó-) erő pozitív, a befelé mutató (nyomó-) erő negatív előjelű.
- **Nyíróerő:** a pozitív normálerő irányát  $90^\circ$ -kal az óramutató járásával megegyezően elforgatva kapjuk a pozitív irányt, ellenkezően a negatívát.



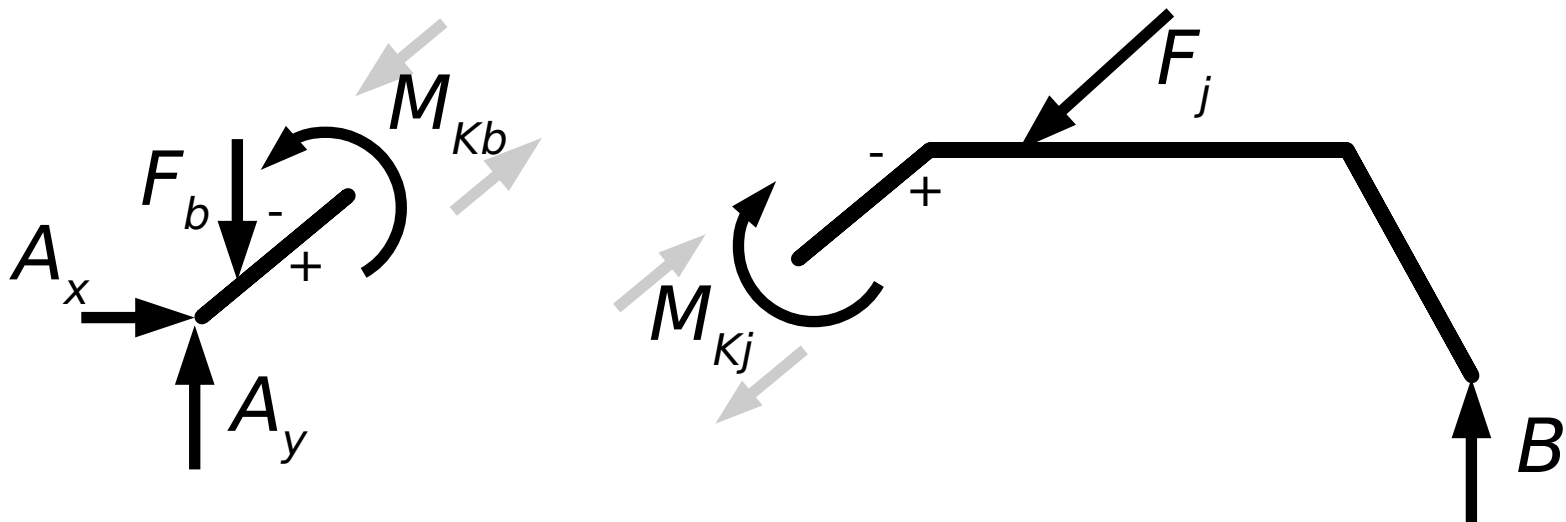


# Hajlítónyomaték előjele

- felvesszünk egy tetszőleges (de ha lehet, balról-jobbra mutató) haladási irányt, ennek jobb (bal) oldala a pozitív (negatív) oldal

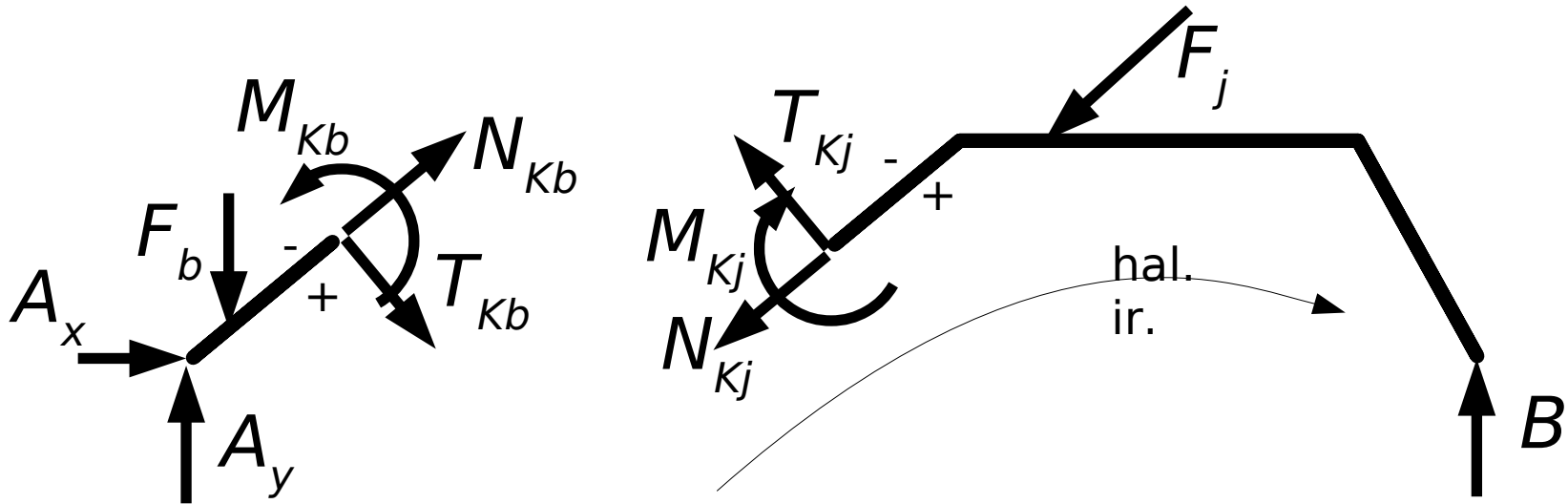


- A pozitív oldalt „húzó” nyomaték előjele pozitív



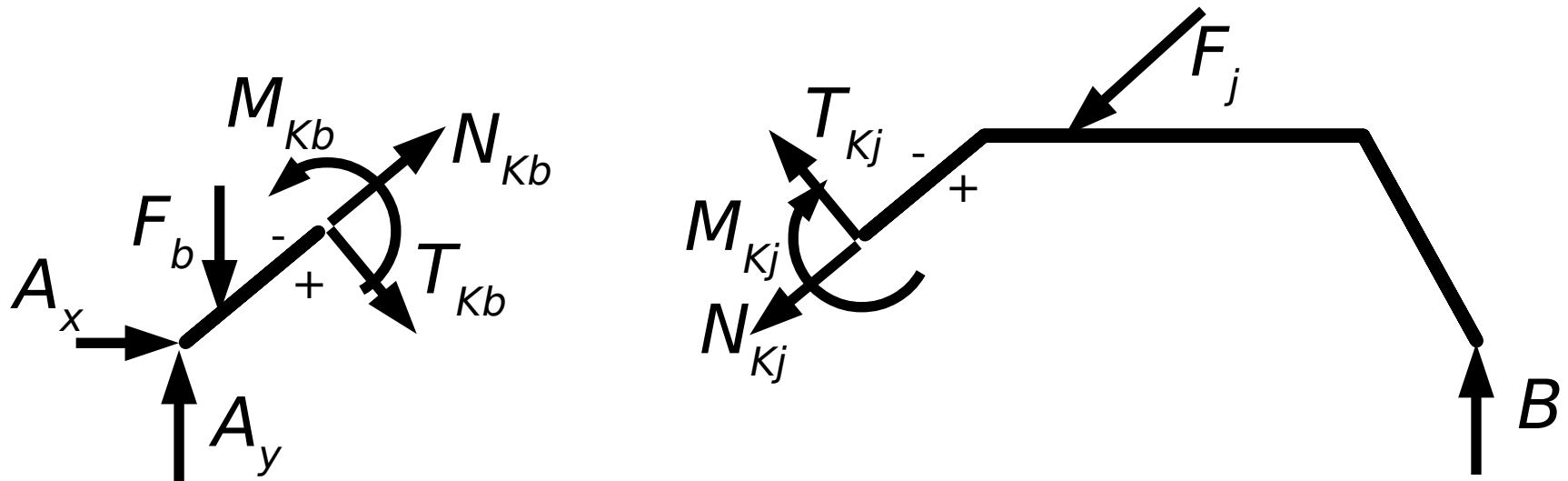
# Igénybevétel előjelei

- Az összes (balról ill. jobbról számított) igénybevétel pozitív előjellel feltételezve:



- Newton III. tv.-e alapján (hatás-ellenhatás) a balról ill. jobbról számított igénybevételek számértékei azonosak

# Igénybevételék számítása I.



$$(A, F_b, N_{Kb}, T_{Kb}, M_{Kb}) \doteq 0 \quad (F_j, B, N_{Kj}, T_{Kj}, M_{Kj}) \doteq 0$$

az egész szerkezetre:  $(F_b, F_j, A, B) \doteq 0$

$$(N_{Kb}, T_{Kb}, M_{Kb}) \doteq (F_j, B) \quad (N_{Kj}, T_{Kj}, M_{Kj}) \doteq (A, F_b)$$

A keresztmetszettől egyik oldalra lévő erők redukálása a keresztmetszet pontjába.

# Igénybevételek számítása II.

- Egy  $L$  keresztmetszet igénybevételei a  $K$  km. igénybevételeinek ismeretében:
  - $K$ -ban jobbról számolva az igbv.-ket, azok a jobbra levő erők eredőjével lesz egyenértékű:  $(N_K, T_K, M_K) \doteq (R_{Kj})$
  - $L$ -ben jobbról számolva az igbv.-ket, a jobbra levő erők a  $K$ -tól jobbra levő erők és a két km. közötti erők:

$$(N_L, T_L, M_L) \doteq (R_{LK}, R_{Kj})$$

# Igénybevételek számítása III.

- Egy  $L$  keresztmetszet igénybevételei a  $K$  km. igénybevételeinek ismeretében:
  - Behelyettesítve:

$$(N_K, T_K, M_K) \doteq (R_{Kj})$$

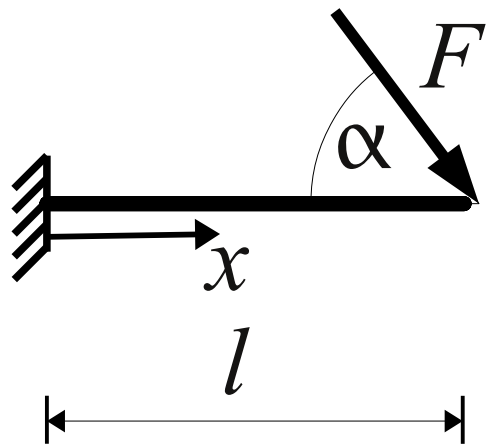
$$(N_L, T_L, M_L) \doteq (R_{LK}, R_{Kj})$$

---

$$(N_L, T_L, M_L) \doteq (R_{LK}, N_K, T_K, M_K)$$

# Igénybevételi függvények

- Egyetlen keresztmetszet igénybevételei helyett az összes keresztmetszet igénybevételeit keressük → függvények



$$N(x) = +F \cos \alpha$$

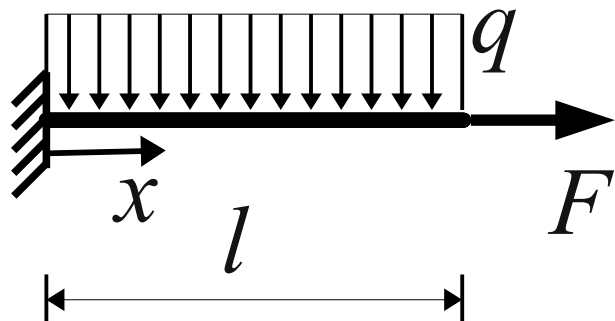
$$T(x) = +F \sin \alpha$$

$$M(x) = -F \sin \alpha \cdot (l - x)$$

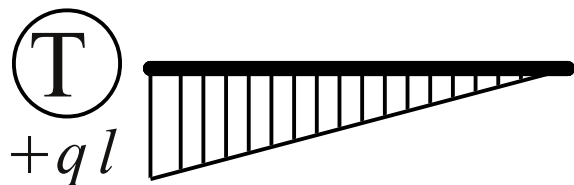
# Igénybevételi ábrák I.

- Egyszerűbben átlátható, ha ábrázoljuk a függvényt → igénybevételi ábra
- Az ábrázolás tengelye a tartó tengelye, a függvényértékeket erre merőlegesen ábrázoljuk.
- A pozitív irány a haladási irány szerinti jobb oldal.

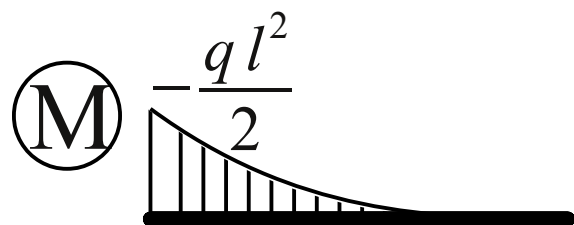
# Igénybevételi ábrák II.



$$N(x) = +F$$



$$T(x) = +q(l-x)$$

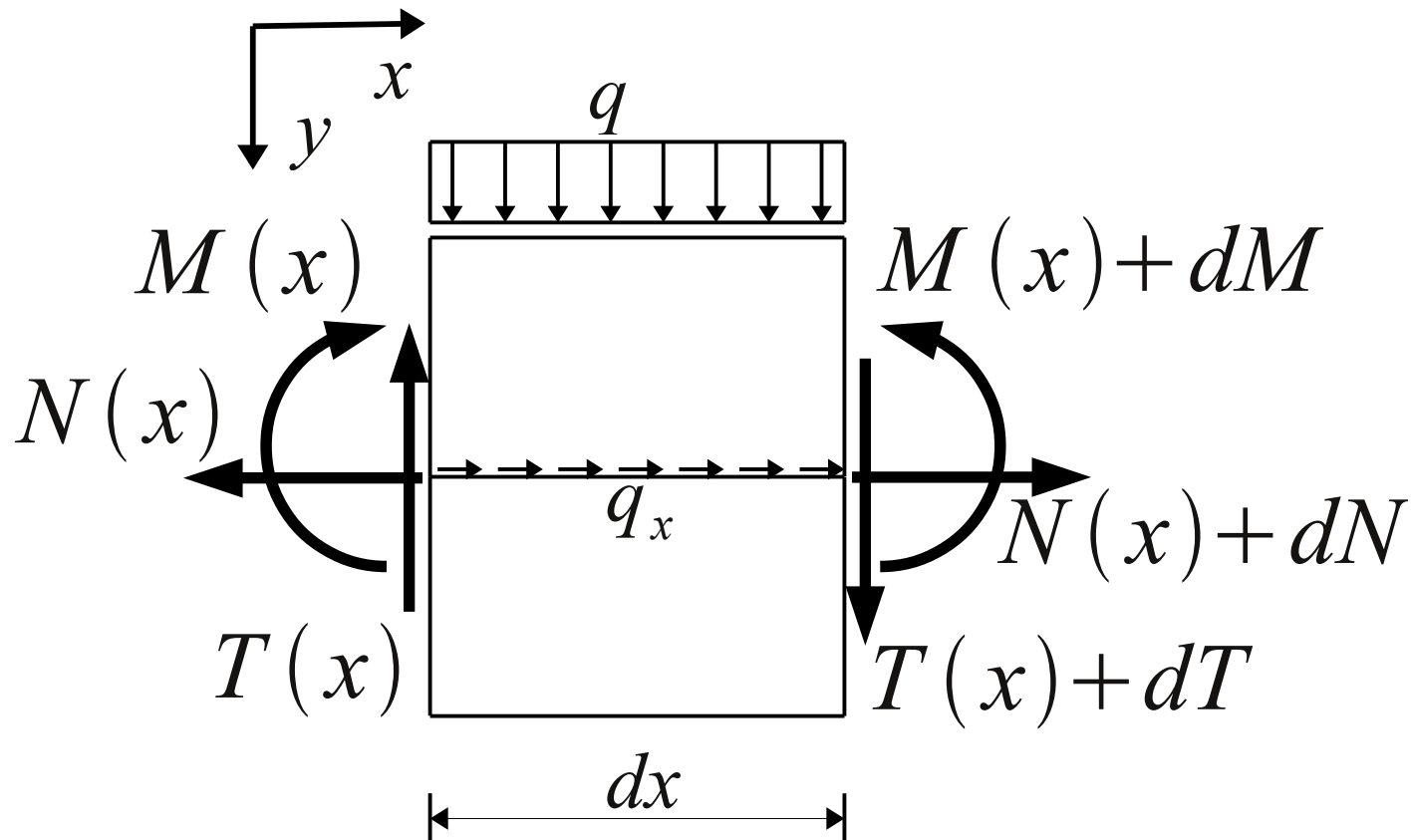


$$M(x) = -q(l-x)\frac{l-x}{2}$$



# Igénybevételi ábrák és a teher közötti összefüggés I.

- Elemi rúdszakasz a rá ható terhekkel és igénybevételekkel:



# Igénybevételi ábrák és a teher közötti összefüggés II.

- Az egyensúlyi egyenletek:

$$\sum F_{ix} : -N(x) + q_x dx + N(x) + dN = 0 \rightarrow \frac{dN(x)}{dx} = -p_x$$

$$\sum F_{iy} : -T(x) + q \cdot dx + T(x) + dT = 0 \rightarrow \frac{dT(x)}{dx} = -q$$

$$\sum M_i^{(A)} : +M(x) + T(x) dx - q \cdot dx \frac{dx}{2} - M(x) - dM = 0$$

$$\rightarrow \frac{dM(x)}{dx} = T(x) \rightarrow \frac{d^2 M(x)}{dx^2} = -q$$

# Igénybevételi ábrák és a teher közötti összefüggés III.

- A differenciális összefüggések használata:
  - Szakaszonként a függvény jellegének meghatározása
  - A szakaszra jellemző igénybevétel-érték alapján a szakasz megrajzolása
  - Kapcsolódó szakaszok közötti illesztés használata (számításra vagy ellenőrzésre)

# Igénybevételek térben I.

- Az alapelv ugyanaz: a keresztmetszet egyik oldalán levő szerkezet-részre ható erőket redukáljuk a keresztmetszetbe.
- Függvényként való ábrázolásuk axonometrikusan, vagy vetülettel oldható meg.

# Igénybevételek térben II.

- Az erő felbontása:
  - Normálerő: a km. síkjára merőleges
  - Nyíróerő(k): a km. síkjában (két komponens)
- A nyomaték felbontása:
  - Csavarónyomaték: a tartó tengelyével párhuzamos
  - Hajlítónyomaték(ok): a km. síkjában (két komponens)