

Maxwell és a műszaki mechanika

Maxwell nevét hallva a műszaki- vagy természettudománnyal foglalkozóknak azonnal az elektrofizika, a mágneses terek, vagy esetleg a kinetikus gázelmélettel kapcsolatos kutatások jutnak az eszükbe. A mérnökök közül viszonylag kevesen tudják, hogy *Maxwell* kifejezetten érdeklődött a műszaki mechanika különböző feladatai iránt és nagyon szívesen foglalkozott gyakorlati feladatok megoldásával is.

Ez a rövid vázlat *Maxwell* életének bemutatása mellett azt szeretné érzékeltetni az építőmérnök hallgatókkal, hogy mindennapi tervező munkájuk szilárdságtanhoz illetve statikához kapcsolódó néhány területe szorosan kötődik ennek a nagy fizikusnak tudományos eredményeihez.



Maxwell élete

James Clerk Maxwell 1831. június 13-án született a skóciai *Edinburgh*-ben. Az *India Street* 14 alatti szülőháza ma emlékéét őrző múzeum. Édesapja – *John Clerk Maxwell* – jómódú és befolyásos ügyvéd volt¹, édesanyja – *Frances Cay* – szintén skót nemesi családból származott. A kor viszonyainak ismeretében érdekes megjegyezni, hogy a szülők viszonylag későn, jóval harmincéves koruk után házasodtak össze, és *Frances Maxwell* már közel negyven éves volt, amikor megszületett egyetlen életben maradt gyermeke², az apai nagyapáról *Jamesnek* elnevezett kisfiú.



Röviddel a kis *Maxwell* világrajötte után a család vidéki birtokukra, a dél skóciai *Glenlair* kastélyába költözött. *Maxwell* egész gyermekkorát itt töltötte (az épület képe látható baloldalt), a kastély körüli (több, mint 6 km^2 kiterjedésű) park kiváló helyet biztosított számára a világ felfedezéséhez. A rokonok ránk maradt levelezésében a kisfiú egy örökmozgó, rendkívüli kíváncsisággal megáldott gyermekként jelenik meg, akit minden érdekelt, és korához mérten óriási kitartással és koncentráció képességgel igyekezett megfelejteni a látottak értelmét,

legyen szó akár az ablaküvegen végiggördülő vízcseppek útjáról, akár egy labda mozgásáról vagy egy lakat működéséről. Érdekességként jegyezték meg, hogy szinte soha nem kért meg senkit, hogy magyarázza el neki a látottakat, hanem saját maga próbált újból és újból „modellt alkotni” a dolgok megértésére...

¹ Az apa eredeti neve *John Clerk* volt (a *Clerkek* tekintélyes skót nemesi családként voltak ismertek), a „*Maxwell*” jelző csak később került nevébe egy dél-skóciai birtok megvásárlása után.

² Egy kislánya született korábban, de ő már csecsemőkorában meghalt.

Édesanyja nagy szeretettel foglalkozott vele, ő tanította meg olvasni is, elsősorban a Bibliát³ használva erre a célra. Sajnos nem sokáig tudott a kisfiú támasza lenni, betegsége⁴ egyre jobban elhatalmasodott rajta és egy sikertelen operációt követően 1839 decemberében meghalt. Apja sógornőjét – *Jane Maxwellt* – kérte meg, hogy segítsen a nyolcéves kisfiú nevelésében, továbbá felfogadott melléje egy házitanítót is. Sajnos az utóbbi személye nem volt sikeres, úgy tűnik, hogy a talán túlságosan is fiatal (16 éves) és főleg tapasztalatlan tanító nem volt alkalmas erre a célra, a tanórák sorozatos veszekedésekbe torkolltak. *John Maxwell* két évig tartó hiábavaló próbálkozás után elbocsátotta a tanítót, és a fiút 1841 novemberében elküldte lakni *Edinburghbe* nővéréhez, *Isabella Wedderburn*-höz és egyúttal beíratta az igen jónevű intézetnek számító *Edinburgh Academy*-ba.

Az intézetben töltött évek vegyes élményeket hagytak a fiatal *Maxwell*ben. Egész életében csöndes, szégyenlős természetű lévén osztálytársai sokat gúnyolták, állandó céltáblája volt a különböző diákcsoportok tréfáinak. Nem volt harcos alkat, ilyenkor általában visszahúzódott, főleg olvasással, illetve – és egyre gyakrabban – matematikai feladatok megoldásával töltve ki szabadidejét. Szerencsére egyre több jóindulatú társa is akadt. Itt ismerkedett meg és kötött életre szóló barátságot például *Lewis Campbell*-lel, akiből később Anglia egyik legtekintélyesebb görögnyelv-professzora lett, és *Peter Guthrie Tait*-tel, akit ma kiváló fizikusként ismer a fizikatörténet. A gúnyos támadások is lassan elcsendesedtek, amikor *Maxwell* kezdett az iskola legkiválóbb tanulóává válni, és egyre több díjat nyert el matematikából és angol irodalomból (egész életében nagyon szerette a verseket, főleg *Burns* műveit, sőt, saját maga is írt költeményeket).

Tulajdonképpen ezekben az években kezdődött tudományos pályafutása is. Édesapja gyakran látogatott el a *Royal Society* városi klubjába illetve az *Edinburgh Society of Arts* rendezvényeire, és ezekre sokszor elvitte a minden iránt érdeklődő fiatal fiút is. Az egyik régészeti előadás, ami az etruszk vázákat díszítő sajátos görberendszereket elemezte, annyira felkeltette érdeklődését, hogy komolyan nekilátott a különböző görbék tulajdonságainak tanulmányozásához, és 1846-ban (14 évesen) már ő maga jelentkezett önálló előadásra. Dolgozatában bemutatta, hogyan lehet olyan általánosított görbeseregeket konstruálni, amelyeknek kettőnél több fókuszuk van. Mivel ő még túl fiatal volt, helyette *James Forbes*⁵, a városi egyetem tanára tartotta meg az előadást. Mint kiderült,



³ A Biblia egész életében *Maxwell* kedves könyvei közé tartozott, mélyen vallásos emberként nagyon sokszor olvasta és hivatkozott is rá.

⁴ Az emésztőrendszerét támadta meg a rák. Szomorú tény, hogy ugyanez – az anyai ágon többször előforduló – betegség okozza negyven évvel később fia halálát is.

⁵ *James David Forbes* (1809 – 1868) skót fizikus, főleg hőtannal és szeizmológiával foglalkozott.

korábban *Descartes*⁶ már szintén foglalkozott a témával, *Maxwell* azonban semmit nem tudott erről, és mint kiderült, az ő megoldása általánosabb és egy kicsit talán elegánsabb volt, mint nagy elődjéé.

1847 novemberétől *Maxwell* az *Edinburgh University*-n folytatta tanulmányait (az előző oldal jobb oldalán látható képek közül a *felső* a középfokú iskola, az *alsó* pedig az egyetem képe). Kiváló tanárai voltak, *Forbes* mellett például *Hamiltontól*⁷ tanult logikát és *Kelland*⁸ oktatta matematikára. Ezekben az években már egyre aktívabbá vált, mint önálló tudós, hatalmas matematikai és fizikai tudásanyagot dolgozott fel igen rövid idő alatt⁹, ezzel párhuzamosan intenzív kísérletezésbe kezdett (*Glenlair*-ben saját laboratóriumot rendezett be vegytani, elektromágneses illetve optikai kísérleteinek) és 1849-50-ben már két igen jelentős tudományos közleménye is megjelent (ezeket majd a következő pontban részletesebben bemutatjuk). Ezek nem csak a szigetországban, hanem világszerte ismertté tették a nevét a tudományos körökben.

1850-ben jelentős változás következett be életében, úgy döntött, hogy *Cambridge*-ben folytatja munkáját. Egy rövid ideig a híres egyetem legrégebbi, *Peterhouse* nevű kollégiumában dolgozott, de pár hónap után már a *Trinity College*-ben folytatta, úgy érezte, hogy az a környezet jobban megfelel neki (a *Trinity College* már akkoriban is a „legerősebb” centrumnak számított szakmailag az egyetemen belül). A kollégiumban *William Hopkins*¹⁰ volt a tudományos vezetője. 1854-ben kiváló eredménnyel teljesített a záróvizsgáit, az egyetem második legjobb diákja címet is megkapta (az első abban az évben *Edward Routh*¹¹ lett). A kettőjük közötti különbség olyan csekély volt, hogy az egyetem mindkettőjüknek odaítélte az úgynevezett *Smith-díjat*¹², amit csak a legkiválóbb fizikus vagy matematikus hallgató kaphatott meg.

Ezekben az években már több fontos munkája megjelent, többek között a színelméletéről szóló publikációja, és jelentős előrehaladást ért el az elektromágneses tér matematikai leírásában is.

1854 októberétől a hidrosztatika és az optika oktatására kérték fel a *Trinity College*-ban. Ezt el is fogadta (jelentős publikációi születtek ottani munkássága alatt), de csak alig két évig töltötte be az állást, mert 1856 őszén egy *Aberdeenben* megüresedő egyetemi tanszék vezetésének megpályázására hazatért Skóciába. Döntésében az is segített, hogy 1856 áprilisában meghalt régóta betegeskedő édesapja, és *Maxwellnek* a családi birtok ügyeinek rendezése miatt célszerűbb volt közelebb tartózkodnia szülőföldjéhez.

1856 novemberétől már *Aberdeenben* dolgozott a *Marischal College* vezetőjeként. 25 éves volt ekkor, legfiatalabb munkatársai is másfél évtizeddel voltak idősebbek nála... Négy évet

⁶ *René Descartes* (1596 – 1650) kiváló francia matematikus és filozófus, a mérnökök körében főleg analitikus geometriai munkáiról ismert.

⁷ *Sir William Hamilton* (1788 – 1856) skót filozófus.

⁸ *Philip Kelland* (1808 -1879), skót matematikus, a felsőfokú matematika oktatásának jelentős hatású átszervezője volt a XIX. századi Nagy-Britanniában.

⁹ Az egyetemi könyvtárban fennmaradt feljegyzések szerint egyszerre tanulmányozta *Cauchy*, *Fourier*, *Monge*, *Newton*, *Poisson* és *Taylor* munkáit, hogy csak az ismertebb neveket említsük...

¹⁰ *William Hopkins* (1793 – 1866) neves angol matematikus és igen népszerű oktató volt.

¹¹ *Edward John Routh* (1831 – 1907) kiváló angol matematikus, főleg szabályozáselmélettel foglalkozott.

¹² A díjat *Robert Smith* (1689 – 1768) angol matematikus alapította 1768-ban.

töltött az észak-skóciai városban, tanításra és korábbi tudományos munkáinak folytatására koncentrálni. Itt ismerkedett meg *Daniel Dewar* tiszteletes leányával, *Katherine Mary Dewar*-ral. Másfél évi udvarlás után 1859. június 2-án házasodtak össze (*Katherine* és *Maxwell* együtt látható a néhány sorral lentebbi, jóval később készült felvételen). Barátaik visszaemlékezései szerint csöndes, békés házasságban éltek, gyermekük soha nem született.

1860-ban jelentős átszervezéseket hajtottak végre az aberdeeni egyetemen és *Maxwell* – minden tudományos hírneve ellenére – áldozatul esett a létszámleépítésnek, túl fiatal kora miatt el kellett mennie. Szerencsére azonnal talált állást, a londoni *King's College*-ben megüresedett egy professzori hely és így a *Maxwell-család* Londonba költözött. Életrajzírói szerint a következő öt év volt élete tudományos szempontból legaktívabb periódusa, ekkor jelentek meg legfontosabb publikációi.



1865-ben a család – elsősorban *Maxwell* egészségét kímélendő – otthagya Londont és visszaköltözött Skóciába, a családi birtokra. Időnként rövidebb időszakokra elutazott ugyan *Cambridge*-be előadásokat tartani, de állandó lakhelye hosszú ideig *Glenlair* maradt. 1871-ben hosszas rábeszélés után mégis elfogadta az egyetem felkérését, és elvállalta a *Cavendish Laboratórium*¹³ létrehozásának megszervezését és vezetői állását. Három évi megfeszített munka kellett ahhoz, hogy 1874-ben megkezdődhessenek a laboratóriumi mérések. *Maxwell* minden részletre gondosan ügyelt a tervezés és építés során, idejének nagy részét teljesen lekötötte ez a munka.

Sajnos, már csak öt éve maradt hátra. A '70-es években egyre gyakrabban lett rosszul, ugyanazt a betegséget diagnosztizálták nála, ami édesanyja halálát is okozta. Utolsó pillanatáig dolgozott. '79 őszén hirtelen rosszabbodott az állapota, és rövid szenvedés után 48 éves korában 1879. november 5-én¹⁴ *Cambridge*-ben meghalt. Kezelőorvosa írta róla, hogy „soha nem láttam embert nyugodtabban és tudatosabban meghalni...”. Sírja – szülei és felesége nyughelye mellett – egy skóciai falucska, *Parton* kápolnájában van.

Maxwell már életében is igen nagy tiszteletnek örvendett a tudósok között. Diákjai is szerették csöndes, szerény természetéért, állandóan segítőkész magatartásáért, kiváló előadói stílusáért. Egyhangú vélemény szerint az egyik legrokonszenvesebb alakja volt a XIX. század fizikatörténetének. *Einstein* különösen tisztelte, bárhol is élt a világon, dolgozószobájában *Newton* és *Faraday*¹⁵ képe mellett mindig ott függött *Maxwellé* is.

Munkásságának megbecsülésére jellemző, hogy az ezredfordulón fizikusok között végzett közvéleménykutatás szerint (100 neves tudóst kérdeztek meg a világ minden részén) *Einstein* és *Newton* után a világ harmadik legnagyobb fizikusának¹⁶ választották. Skóciában és

¹³ A fizikai kutatásokat szolgáló laboratóriumot *Sir William Cavendish*, az egyetem akkori kancellárjának adományai segítségével hozták létre.

¹⁴ *Albert Einstein* ugyanebben az évben született.

¹⁵ *Michael Faraday* (1791 – 1867) világhírű angol vegyész és fizikus, egyike a fizikatörténet legkiválóbb kísérletezőinek.

¹⁶ Az utánuk következők sorrendje: *Bohr*, *Heisenberg*, *Galilei*, ...

Angliában utcákat, laboratóriumokat és egyetemi épületeket neveztek el róla, több szobra is áll szülőföldjén, a *Vénusz*¹⁷ pedig egy hegység is őrzi nevét.

Tudományos munkásságának fontosabb adatai

Mivel ez és az ehhez hasonló életrajzi összefoglalók *építőmérnök hallgatóknak* készülnek, *Maxwell* kifejezetten mechanikai témájú kutatásaival *külön pontban* foglalkozunk, most először a más témájú kutatásainak fontosabb és ismertebb eredményeit foglaljuk össze röviden. Négy témakört tart fontosnak a tudománytörténet:

a./ Az elektromágneses tér kutatása

Az ötvenes évek közepén nyújtotta be első, igen nagy terjedelmű munkáját¹⁸ ebben a témában „*On Faraday-lines of forces*” címmel a *Cambridge Philosophical Society*-nek. Ezt követte egy 1864-ben publikált jelentős cikk¹⁹, majd mindezek összefoglalásaként az 1873-ban megjelent „*A Treatise on Electricity and Magnetism*” című könyv.

Ezekben a művekben *Maxwell – Faraday* kísérleteiből kiindulva – megalkotta az elektromágneses tér alapvető egyenleteit, kimutatta, hogy a *mágneses tér* térbeli változása és az *elektromos áram* szoros kapcsolatban van egymással. Levezetéseiben a fizika addig két külön „futó” ága, az *optika* és az *elektrodinamika* is találkozott egymással, igazolva a *fény* és az *elektromos hullámok* természetének azonosságát.

Híres egyenletei az egész klasszikus elektrodinamika végső szintézisét jelentik, természetfilozófiai és gyakorlati szempontból is radikális hatást gyakoroltak az elkövetkező korszakok fizikusai²⁰ illetve elektromérnöki munkáira. A *módszertani-filozófiai* hatást az általános egyenletek rendkívül absztrakt jellege okozta, ez ugyanis kényszerítette a fizikusokat az elvontabb matematikai leírásmód elfogadására még akkor is, amikor közvetlen tapasztalatok a vizsgált jelenséget esetleg nem tudták rögtön személetesen magyarázni²¹, az egyenletek *gyakorlati* jelentőségét pedig a híradástechnika akkor elindult robbanásszerű fejlődésén lehet lemérni.

¹⁷ Érdekes megjegyezni, hogy a *Vénusz* általában nőkről nevezték el eddig a különböző tájakat, *Maxwell*en kívül csak két férfinév szerepel a bolygó atlaszán.

¹⁸ A fizikusok jobban ismerik ennek több részletben megjelent, nyomtatott változatát: „*On Physical Lines of Forces*”, *Philosophical Magazine and Journal of Science*, pp. 161-175, March, pp. 281 – 295, April, pp. 338-345, May, 1861, pp. 18-25, pp. 85-95, January, 1862.

¹⁹ „*A dynamical theory of the electromagnetic field*”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 155, pp. 459–512, December, 1864.

²⁰ Többek között a relativitáselmélet megszületésére.

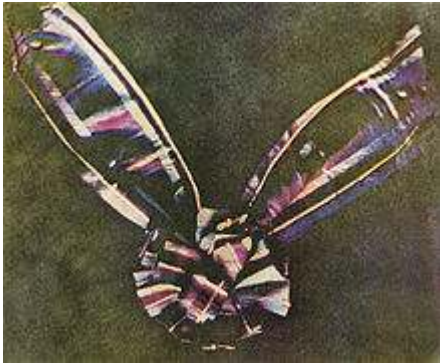
²¹ *Einstein* írta ezzel kapcsolatban: „Azt mondhatjuk, hogy *Maxwell* előtt a fizikai valóságot úgy fogták fel, hogy az anyagi részecskékből áll, amelyek változása csak mozgás, amelyeket közönséges differenciálegyenletek írnak le. *Maxwell* óta viszont a fizikai valóságot úgy képzeljük el, hogy azt folytonos tér reprezentálja, amelyet parciális differenciálegyenletek írnak le, és amelynek mechanikai értelmezése nem lehetséges. A valóság fogalmának ez a változása a legmélyebb és leggyümölcsözőbb, amelyet a fizika *Newton* óta tapasztalt.”

b./ Kinetikus gázelmélet

A gázok viselkedésének leírásával *Daniel Bernoulli*²²-től kezdve *Clausiusig*²³ fizikusok számtalan generációja foglalkozott már. *Maxwell* részben kísérletezőként, részben matematikusként járult hozzá ezen tudományterület fejlesztéséhez. 1866-tól kezdve publikált erről a témakörrel, fő műve pedig az 1871-ben megjelent „*Theory of Heat*” (*Longmans&Green, London*). *Boltzmann*²⁴ munkásságától függetlenül vezette le a (ma kettőjükéről *Maxwell-Boltzmann-eloszlásnak* nevezett) összefüggést, amely minden addiginál pontosabban leírta a gázok részecskéinek hőmérsékletfüggő sebességeloszlását.

c./ Optikai vizsgálatok

Maxwell legelső – és élete végéig számára különös kedves – tudományos területe volt az *optika*, és ezen belül elsősorban a *színeslátás* különböző tulajdonságainak vizsgálata. Már 1847-től végzett polarizációs kísérleteket *Edinburgh*-ban az egyetemen illetve saját laboratóriumában. 1860-ban²⁵ publikálta ezzel kapcsolatos első jelentősebb munkáját, amely-



ben a színek kombinációinak és rögzítési módjának elemzéseként bemutatta az első színes fényképet, lásd a bal oldalon lévő felvételt (ezt ma a szülőházában levő múzeumban őrzik). A következő – mechanikával foglalkozó – pontban külön is említjük, de itt is szólnunk róla, hogy optikai vizsgálatai szorosan kapcsolódtak a szerkezetvizsgálat akkor kifejlesztett új módszeréhez, a feszültségoptikai analízishez.

Egészen 1872-ig nagyon sok olyan kísérletet és vizsgálatot végzett, amelyek mindegyike valamilyen módon kapcsolódott a színek témaköréhez (csak néhány cím a hosszabb-rövidebb cikkekből: „*Colour blindness*”, „*Perception of colour*”, stb.). Érdeemes még megemlítenünk az úgynevezett *Maxwell-korongot* is, amelyet egykori tanítója, *Forbes* kutatásainak továbbfejlesztésével hozott létre. A három alapszín (piros, kék és zöld) felhasználásával a *Maxwell-korong* különböző színek kombinációinak létrehozására képes, segítséget nyújtva azok további fizikai elemzéséhez (a jobb oldalon látható képen a korong látható *Maxwell* kezében).



²² *Daniel Bernoulli* (1700 – 1782) svájci matematikus, a híres *Bernoulli-család* tagja. A valószínűségszámítás és a statisztika tudománya mellett sokat foglalkozott gázok és folyadékok viselkedésének leírásával is.

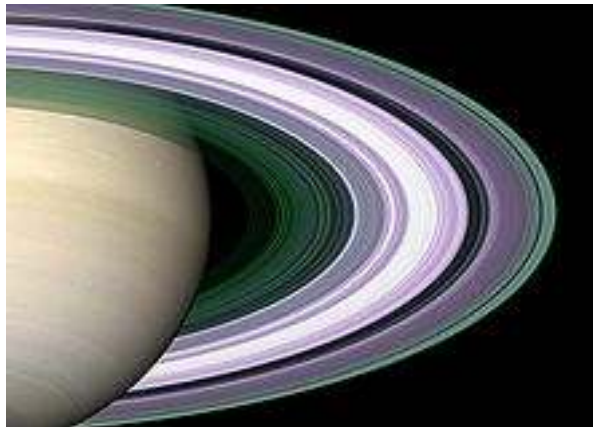
²³ *Rudolf Julius Emanuel Clausius* (1822 – 1888) német fizikus és matematikus, a termodinamika-tudomány megalapítóinak egyike.

²⁴ *Ludwig Boltzmann* (1844 – 1906) osztrák fizikus, a statisztikus mechanika és termodinamika kiváló kutatója.

²⁵ „*On the Theory of Compound Colours, and the Relations of the Colours of the Spectrum*”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. 150, pp. 57–85, March, 1860.*

d./ A Saturnus gyűrűinek vizsgálata

Bár lehetne a mechanikai számításokhoz is sorolni, érdekessége miatt külön témaként említjük *Maxwell* azon munkáját, amelyet a Saturnus gyűrűinek felépítésével kapcsolatban végzett.



Ezeket a gyűrűket *Galilei*²⁶ fedezte fel 1610-ben, de távcsövének gyenge felbontása miatt nem tudott alaposabb elemzést végezni. *Huygens*²⁷ volt az első, aki valóban gyűrűnek tartotta, de a különös jelenség pontos szerkezetére nem tudtak magyarázatot adni a csillagászok, volt, aki tömör (esetleg helyenként megrepedt) korongnak, volt aki megfagyott folyadékrétegnek tartotta. *Maxwell* részletes matematikai elemzéssel kimutatta²⁸, hogy egyik változat sem helyes, ilyen anyagszerkezetek esetén a gyűrű nem

lenne stabil, darabokra esne szét. Az ő modellje sziklatömbökből álló gyűrűsávokat feltételezett, és becslést adott az egyes tömbök méretére is. A csillagászok igen nagy lelkesedéssel fogadták modelljét, maga a brit királyi csillagász²⁹ – aki egyébként eléggé hűvös viszonyban volt *Maxwellel* – is azt írta, hogy „soha nem láttam még a fizikában figyelemreméltóbb matematikai alkalmazást...”.

A csillagászoknak egyébként még több mint 100 évet kellett várniuk a közvetlen bizonyítékokkal, egészen addig, amíg a *Pioneer-11* űrszonda 1979 szeptemberében, majd a *Voyager-1* 1980 novemberében, illetve a *Voyager-2* 1981 augusztusában elérte a bolygót és az onnan küldött felvételek teljes mértékben igazolták *Maxwell* modelljének helyességét.

Maxwell jelentősége a műszaki mechanikában

Kifejezetten érdekes történeti tény, hogy bár *Maxwell* viszonylag sokféle mechanikai témával foglalkozott fiatal kora óta, de ő maga többször is írta és hangoztatta, hogy „nem jártas” a mechanika tudományában, és ilyenkor gyakran megjegyezte, hogy „ennek a kérdésnek a tárgyalásánál érdemes lenne a mechanikához mélyebben értő embert megkérdezni, valamelyik francia kutatót, *Lamét* vagy *Saint Venant-t* például”...

A mai olvasó számára úgy tűnik azonban, hogy ezek a kijelentések inkább *Maxwell* máskor is sokszor megnyilvánuló, már-már félénkségig menő szerénységének tudhatók be, mint a valóságnak. Ha végigtekintünk ilyen jellegű munkásságán, azt látjuk, hogy eredményei bárkiével felveszik a „versenyt” a mechanika történetében, semmi „szégyenkezni valója” nincsen a műszaki mechanika tudományában elért eredményei miatt...

Első mechanikai témájú tanulmánya 1850-ben jelent meg, még egyetemista korában (19 éves volt mindössze!) a „*Transactions of Royal Society of Edinburgh*” kiadásában „*On the*

²⁶ *Galileo Galilei* (1564 – 1642) olasz fizikus, csillagász, a világ legnagyobb tudósainak egyike. A „mechanika” elnevezés is tőle származik.

²⁷ *Christiaan Huygens* (1629 – 1695) kiváló holland fizikus, matematikus és csillagász.

²⁸ Még *Aberdeen*-ben publikált 1859-ben egy tanulmányt: „*On the stability of Saturn's rings*” címmel.

²⁹ *George Biddell Airy*, életrajzát lásd egy külön összefoglalóban a tanszéki honlapon.

Equilibrium of Elastic Solids” címmel³⁰. Hatalmas terjedelmű munka, egyszerre több mechanikai téma feldolgozását ismerteti.

Elsőként az akkoriban igen éles vitákat kiváltó *anyagmodell-alkotás* témaköréhez³¹ szolt hozzá. Maxwell az izotrop rugalmas test mechanikai alapegyenleteinek levezetése után egyértelműen a *kétparaméteres modell* mellett foglalt állást, ellentétben Cauchy-val, Poissonnal illetve Navier-vel, vagyis így csatlakozott a Green-féle³² energiaelvű modellváltozatot elfogadókhöz.

Ugyanebben a munkában az általános levezetések után Maxwell több szerkezeti probléma részletes megoldását is megadta. Ezek közül többet már megoldottak más kutatók, de minden megoldása különbözött másokétól, és ami nagyon fontos, senki korábban nem fordított olyan figyelmet az eredmények *gondos kísérleti ellenőrzésére*, mint a fiatal Maxwell. Első feladatként egy *körgyűrű keresztmetszetű cső csavarási* feladatát vizsgálta arra az esetre, amikor a gyűrű külső felülete végig folytonosan mereven rögzített. Az analitikus megoldással kapott nyírófeszültségek eloszlását *fotoelasztikus kísérlettel*, polarizált fény felhasználásával ellenőrizte. Hosszasan kísérletezett az ilyen modelleknél elengedhetetlen, megfelelő törésmutatót adó bevonó réteg kiválasztásával, a vetítő és fényképező berendezések *rendszerével* (ez a modellezés önmagában hatalmas munkát jelentett, ma komoly, jól felszerelt laboratóriumok csapatmunkája szükséges ahhoz, amit ő gyakorlatilag egyedül véghezvitt...). Kísérleti eredményei igen jó összhangban voltak a számítások szolgáltatotta nyírófeszültség-eloszlással.

Második feladatként *körkeresztmetszetű rudak csavarásának*³³ vizsgálatával foglalkozott. Kísérleteket végzett a rudak *Young-modulusának* meghatározására, majd (harmadik és negyedik példaként) az *egyenletes belső nyomással* terhelt csövek illetve *gömbhéjak* feszültségeloszlásának – ugyancsak kísérleti – elemzését³⁴ végezte el.

Ötödik példaként *négyszög keresztmetszetű gerendák hajlításának* elméleti és kísérleti megoldását adta meg (érdekes megjegyezni, hogy felfigyelt a *Bernoulli-Navier-modellből* hiányzó keresztirányú *Poisson-hatásra* is, ezt előtte csak *Saint-Venant* tette meg 1837-ben, de ezt a cikket az egyetemista Maxwell igen nagy valószínűséggel nem ismerte).

Hatodik feladata az *egyenletes teherrel terhelt, köralakú lemez* lehajlásának vizsgálata volt. Az ehhez a feladathoz kapcsolódó méréseit rögtön gyakorlati célokra is alkalmazta, ajánlásokat adott egy akkoriban épülő angliai teleszkóp méretezéséhez.

A hetedik - tizenegyedik problémák *körgyűrű keresztmetszetű rudak* különböző trükkös *csavarási, hőterhelési* illetve *dinamikus terhelési* feladatainak vizsgálatára vonatkoztak. A tizenkettedik feladatban Maxwell visszatért a *hajlított gerenda* vizsgálatához, levezetve egy

³⁰ Munkája felfogható akár egy akkori *TDK dolgozatnak* is...

³¹ Lásd ezt a kérdést részletesebben a „*Poisson és a Poisson-tényező*” című életrajzban a tanszéki honlapon. Az itt *említett tudósok adatai* szintén megtalálhatók az idézett vázlatban.

³² *Green* híveit hívták akkoriban a „*multi-constant theory*” követőinek, míg a másik tábor a „*rari-constant*” modellezők alkották.

³³ Mindezt három évvel *Saint Venant* csavarásra vonatkozó megoldásainak megjelenése előtt.

³⁴ A ma ismert analitikus megoldásokat ezekhez a feladatokhoz a francia *Gabriel Lamé* (1795 – 1870) adta meg 1852-ben illetve 1854-ben.

olyan képletet, amely a *nyírás hatásának* analitikus figyelembevételét oldotta meg a lehajlások számításánál.

A tizenharmadik feladat *érintkező és forgó hengerfelületek* közötti feszültségek analitikus és kísérleti meghatározását mutatta be.

A tizennegyedik – utolsó – példa egyenletes teherrel terhelt *háromszög alakú lemezek lehajlásának* kísérleti vizsgálatával³⁵ foglalkozott. Ezt a feladatot különösen részletesen elemezte, *számítási algoritmust* adott a feszültségoptikai kísérleti mérések alapján nyerhető adatokból nyerhető feszültségértékek meghatározására.

Szeretnénk hangsúlyozni, hogy ennek a hatalmas dolgozatnak az igazi jelentősége – a megvizsgált szerkezet típusok igen széles köre és a bemutatott matematikai levezetések sok újszerű és elegáns részlete mellett – a *feszültségoptikai mérések* magas színvonalú, rendezett kivitelezésében rejlik. *Maxwell* ezen munkája főleg a kísérleti mechanikát művelőknek jelentett nagyon sokat.

Ezt a tanulmányt követően *Maxwell* 1863-ban foglalkozott újból mechanikai kérdésekkel, miután felkérték *Airy* „*On the strains in the interior of the beams*” című cikkének bírálatára. A kettőjük között kialakult igen érdekes *vitára*, amelynek során *Maxwell* lényegében megalkotta és *háromdimenziós esetre* általánosította a *feszültségfüggvények* ma használatos fogalmát (!), most nem térünk ki, mert ennek részletei olvashatók az „*Airy és a feszültségfüggvények*” című életrajzban.

Egy évvel később – szinte csak ujjgyakorlatként – *Maxwell* közölt egy rövid cikket³⁶ a síkbeli rácsos tartók rúderőinek szerkesztéses számítására. Megjegyezzük, hogy sajnos hiába ajánlotta az építőmérnököknek, azok körében nem vált igazán elterjedtté eljárása. Jóval később – 1872-ben – publikálta az olasz *Cremona*³⁷ teljesen hasonló módszerét, amit aztán *Cremona-erőterv* néven használtak (és tanítottak) Európában egészen addig, amíg a számítógépes eljárások ki nem szorították a grafikus megoldásokat a rácsos tartók vizsgálatánál.

Lényegesen fontosabb, hogy *Maxwell* ebben a cikkben nem elégedett ennek az egyszerű szerkesztéses modellnek a bemutatásával, hanem gondos matematikai elemzést adott a rácsos tartók *statikai határozottságának* kérdéséről, majd ezt követően a tartó *elmozdulás-számításának* feladatát tárgyalta.

A rácsos tartó *Green-féle energiafüggvényeire* hivatkozva itt vezette le azt az összefüggést is, amit ma szerte a világon *Maxwell-féle felcserélhetőségi tételnek*³⁸ neveznek és *elmozdulási hatásábrák* számítására használnak (lásd a tétel levezetésének elméleti részleteit a „*Mechanika MSc*” tárgy nyolcadik előadásában). Bár *Maxwell* kizárólag rácsos tartókkal foglalkozott, modellje általános érvényű, keretszerkezetek vizsgálatára éppen úgy használható.

³⁵ Egzakt analitikus megoldás ma sem ismert.

³⁶ *Phil. Mag.*, Vol. 27, pp. 250-258, 1864.

³⁷ *Luigi Cremona* (1830 – 1903) olasz matematikus. Vonatkozó munkáját „*Le figure reciproche nella statica grafica*” címmel *Milánóban* adták ki.

³⁸ A felcserélhetőségi tételek teljesen általános megfogalmazása 9 évvel később született *Enrico Betti* (1823 -1892), a kiváló olasz matematikus munkájaként („*Nuovo cimento*”, Vol.7-8, 1872).

Sajnos ez a számítási eljárása sem terjedt el túl gyorsan, ugyanis *Maxwell* a tőle megszokott matematikai tömörséggel, egyetlen magyarázó vázlat nélkül publikálta eredményeit, és ez nem tette túl népszerű olvasmánnyá cikkeit a mérnökök között. Megjegyezzük, hogy az építőmérnöki gondolkodást jobban értő és a tervezői gyakorlathoz sokkal közelebb álló *Otto Mohr*³⁹ tíz évvel később – teljesen más módon, és bizonyíthatóan *Maxwell* munkájának ismerete nélkül – levezette ugyanezt az összefüggést és igazán ismertté ő tette ezt a technikát (sok helyen még ma is *Mohr-tételként* használják a mérnökök).

Egy *tanulmány*, egy (hosszabb publikációval felérő) *bírálat* és egy rövidebb *cikk*: mindössze ennyi *Maxwell* hozzájárulása a műszaki mechanikához. A bennük leírt tartalom minősége, a gondolatok, ötletek, javaslatok gazdagsága azonban olyan szintű, hogy kiemelkedő szerephez juttatja ezt a nagyszerű fizikust a mérnöki mechanika művelői között is.

Felhasznált irodalom:

- 1./ **Timoshenko, S. P.:** History of Strength of Materials, *McGraw-Hill*, 1953.
- 2./ **Love, A. E. H.:** A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, *Cambridge University Press*, 1892.
- 3./ **Todhunter, I. – Pearson, K.:** A History of the Elasticity and of the Strength of Materials from Galilei to the Present Time, Vol. I-II, *Cambridge University Press*, 1886.
- 4./ **Simonyi K. :** A filozófia kultúrtörténete a kezdetektől 1990-ig, *Akadémiai Kiadó*, 1998.
- 5./ **Meleshko, V. V.:** Selected topics in the history of the two-dimensional biharmonic problem, *ASME, Appl. Mech. Rev.*, Vol. 56, No. 1, p. 33-85, 2003.

³⁹ Életrajzát lásd „*Mohr és az anyag szilárdsági határfeltétele*” címen a tanszéki honlapon.