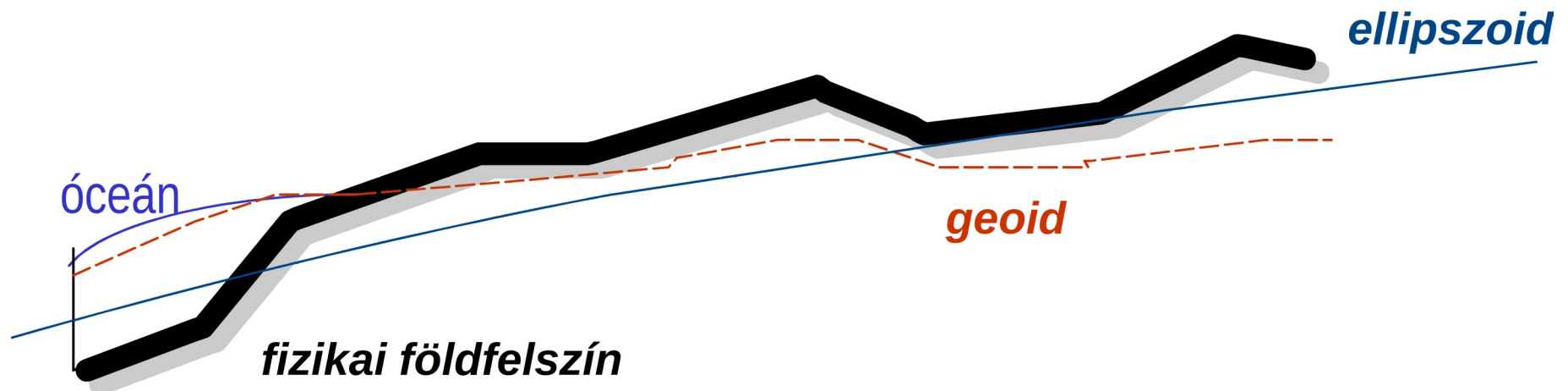


Térbeli referencia rendszerek

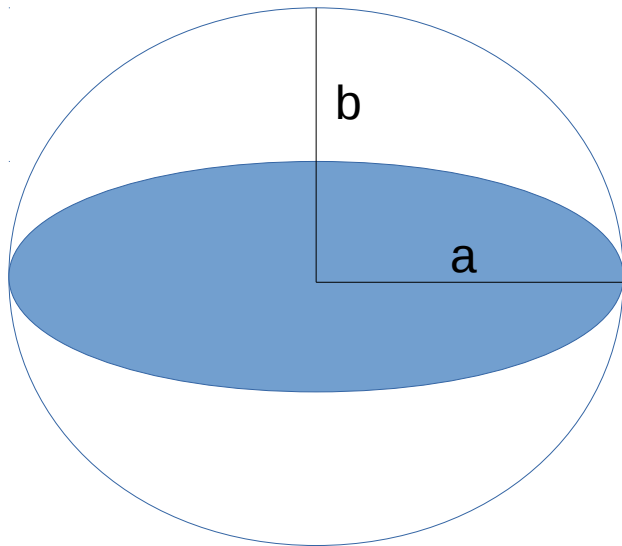
Föld alak, modellezés

- Föld fizikai alakja – a földfelszín
- Föld elméleti alakja a geoid, nem analitikus felület
- Közelítés forgási ellipszoiddal, gömbbel



Referencia rendszerek

- Térbeli referencia rendszer (SRS)
dátum, vetítés, képfelület pl. HD72/EOV
- Ellipszoid paraméterek a, b, lapultság
- Lokális és globális referencia rendszerek
Web Mercator, EOV



$$a = 6378137\text{m}$$

$$b = 6356752\text{m}$$

$$f = (a - b) / a = 1/298.26 \text{ (lapultság)}$$

$$e^2 = 2f - f^2 \text{ (numerikus excentricitás)}$$

Vetületi rendszerek

Dátum: alapfelület elhelyezési adatai és mérete

Alapfelület:

Forgási ellipszoid
Gömb

Koordinátarendszerek:

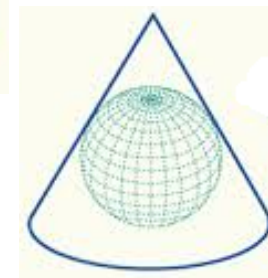
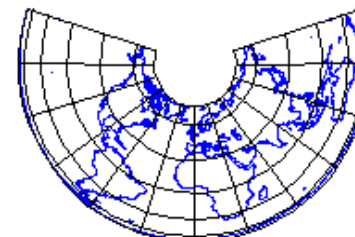
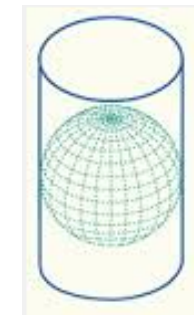
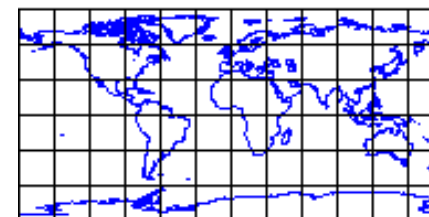
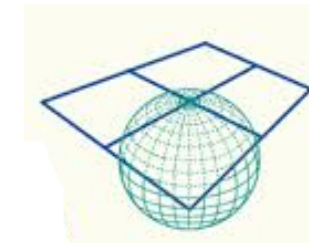
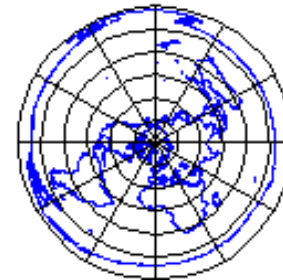
Ellipszoidi (gömbi) φ, λ (WGS84)
Geocentrikus X,Y,Z
Képfelületi sík kr. (EOV, UTM)

Torzulás szerint:

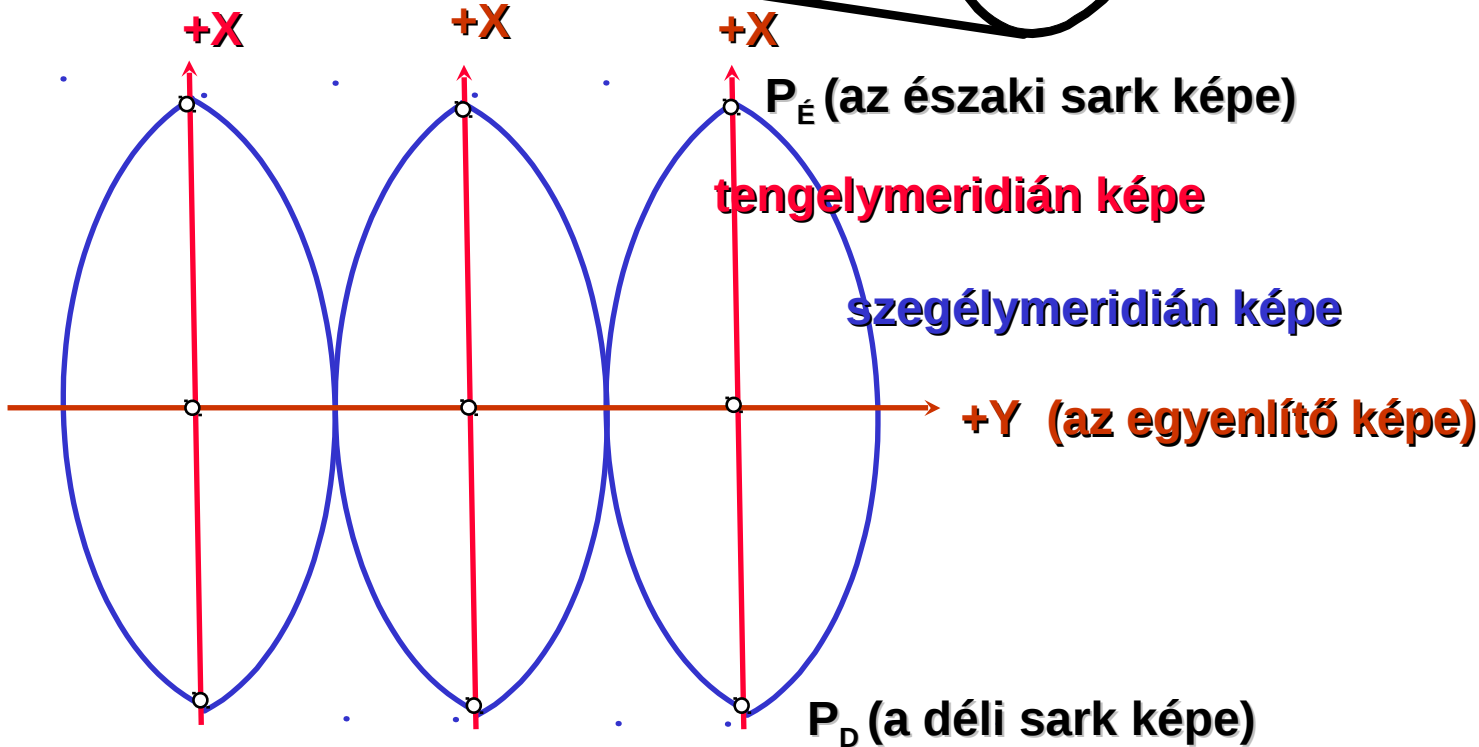
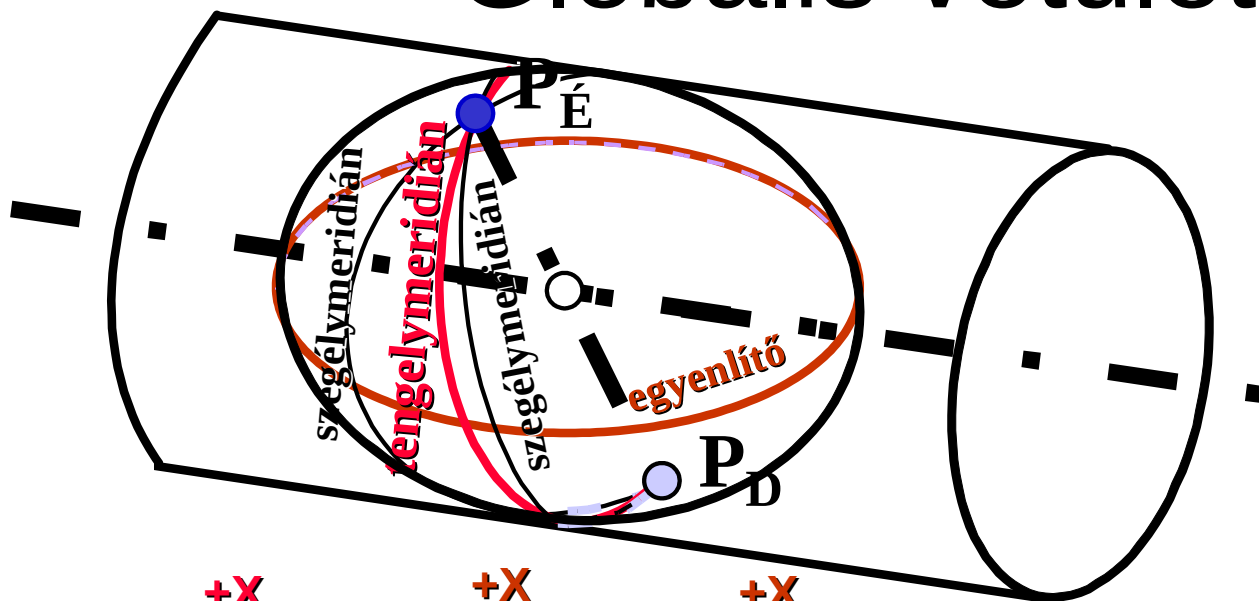
Szögtartó (konform)
Területtartó (ekvivalens)
Általános torzulású

Képfelület szerint:

Sík (azimutális)
Henger
Kúp



Globális vetület (UTM)



Lokális vetület (EOV)

Hamis origó (650 000, 200 000) ($y > 400\,000$ és $x < 400\,000$)

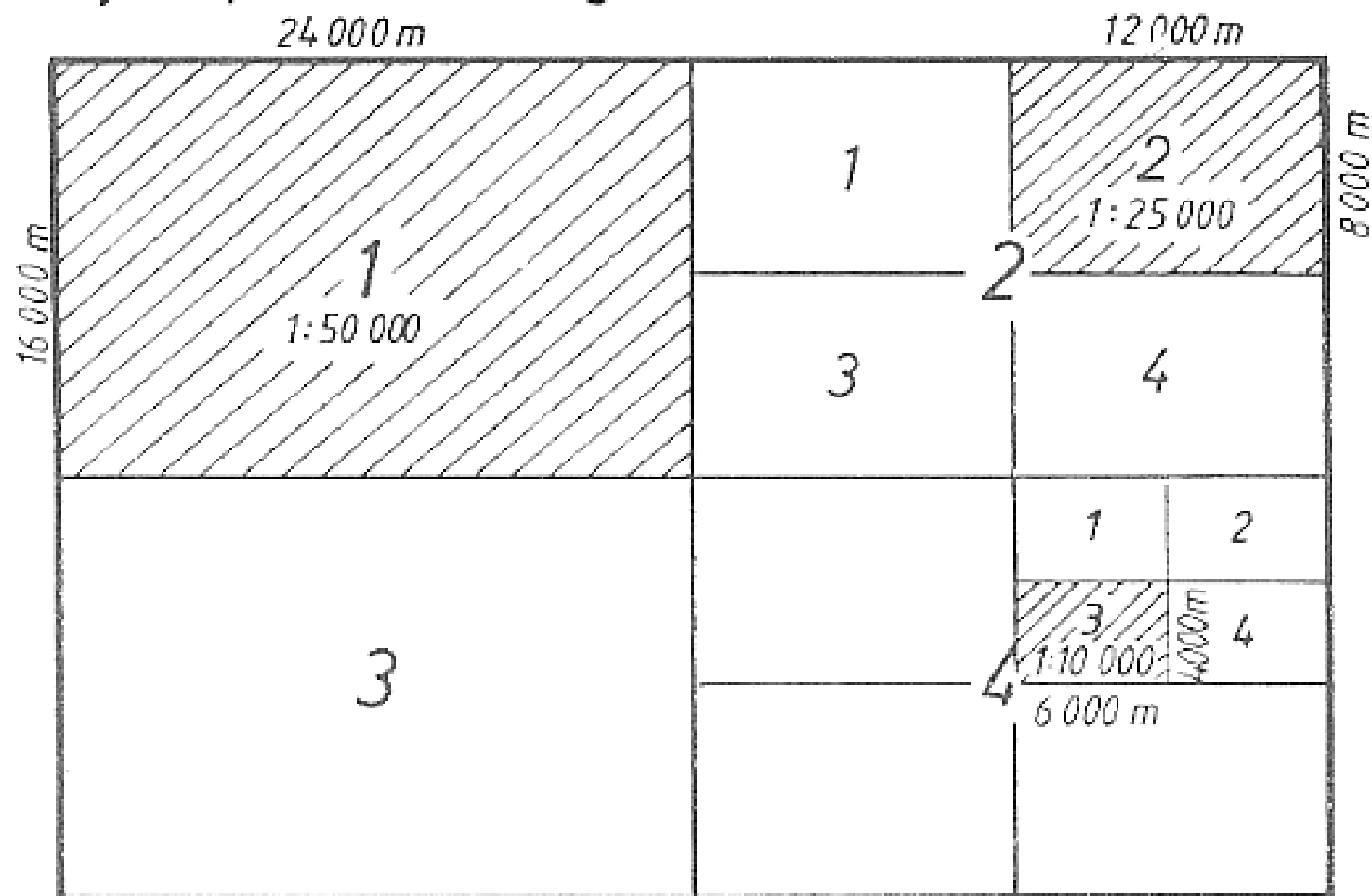
Az ellipszoid lokális tájékozású, ha úgy helyezték el, hogy valamely országban vagy régióban legjobban illeszkedjen a geoidra.

Abszolút tájékozás egyenértékű a geocentrikus elhelyezéssel, a jobb illeszkedés érdekében csak az ellipszoid paramétereit módosíthatók.

1:100000 méretarányú szelvények számozása

10								107	108	109		
9								97	98	99	910	
8		82			85	86	87	88	89	810	811	
7		71	72	73	74	75	76	77	78	79	710	711
6		61	62	63	64	65	66	67	68	69	610	
5		51	52	53	54	55	56	57	58	59	5	
4	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
3		31	32	33	34	35	36	37	38	39		
2		21	22	23	24	25	26	27	28	29		
1			12	13	14	15	16	17	18			
0			02	03	04	05						
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

1:100 000 méretarányú térképszelvényen belül keletkező szelvénycsoportok országos számozása



- ha a vastag vonallal keretezett 1:100 000-es szelvény orsz. szelvény száma: 56,
 a vonalkázott 1:50 000-es szelvény országos szelvény száma: 56-1,
 a vonalkázott 1:25 000-es szelvény országos szelvény száma: 56-22,
 a vonalkázott 1:10 000-es szelvény országos szelvény száma: 56-423

Vetületi torzulások

A vetületi egyenletekkel szemben támasztott követelmények:

- minden alapfelületi pontnak egy pont a képfelületen;
- folytonosak és differenciálhatók, deriváltjai szintén folytonosak;
- a torzulási követelményeken ne lépjen túl (1/10 000).

Torzulási jellemzők:

$l = dt/ds$ a *lineármódulus*, dt - elemi képfelületi hossz, ds - elemi alapfelületi hossz;

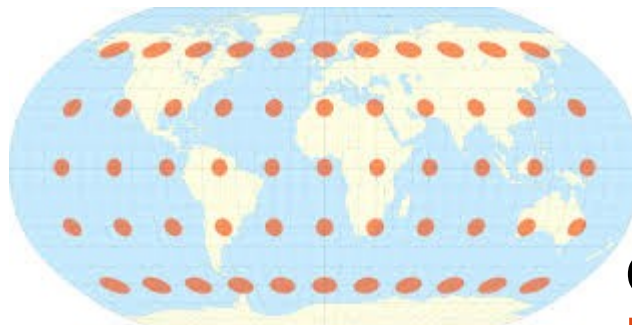
az *iránymódulus* $i = \tan \omega' / \tan \omega$, ahol $\omega' = \alpha_i' - \alpha_k'$, $\omega = \alpha_i - \alpha_k$

a vesszős értékek a képfelületre a vesszőtlenek pedig az alapfelületre vonatkoznak, a k index egy tetszőleges kezdőirányt jelöl;

a *területmódulus* $\tau = dT/dF$ a képfelületi és alapfelületi elemi területek viszonya.

A geodéziai vetületek mind szögtartóak, ezeknél a vetületeknél $i = 1$.

Szögtartó vetületeknél a $\rho = 1$ sugarú alapfelületi elemi körök képe a képfelületen is kör marad, de a középpont helyzetének függvényében más és más sugárral. Ezt ábrázolja a *Tissot* féle indikatrix.



QGIS modul Tissot indikatrixhoz
<http://plugins.qgis.org/plugins/tiss/>

Koordináta rendszerek

- Földrajzi koordináták (φ , λ , h)
- Geocentrikus koordináták (x , y , z)
- Vetületi koordináták (x , y)

$$X_i = (N_i + h_i) \cos \varphi_i \cos \lambda_i$$

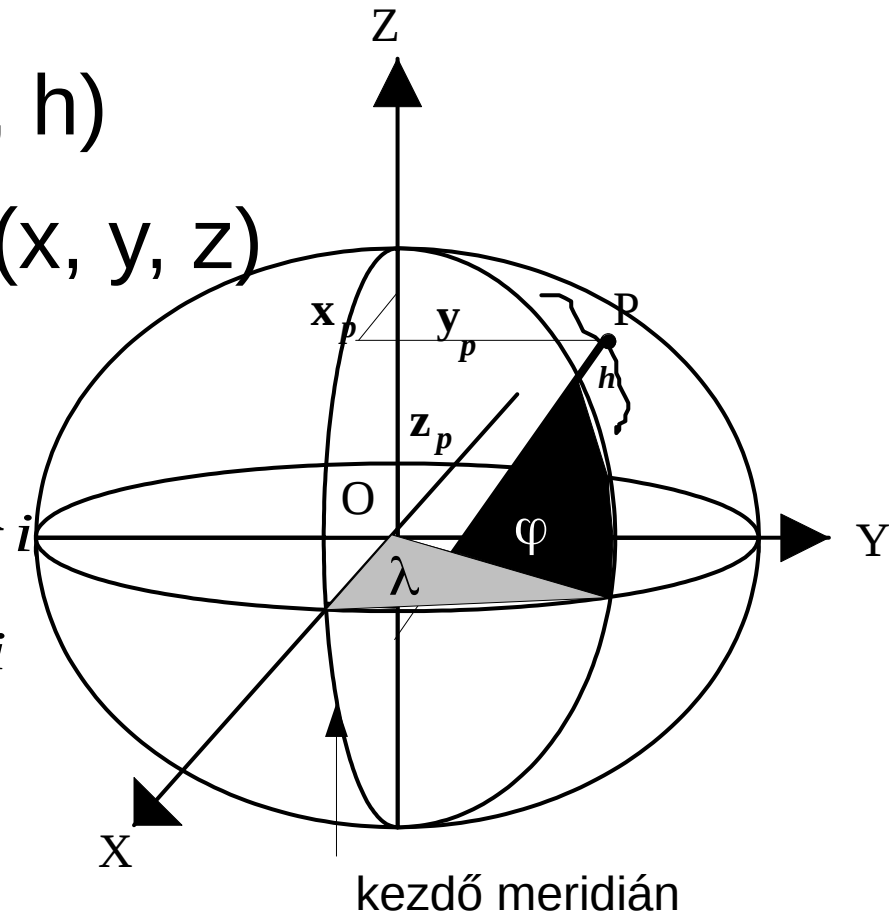
$$Y_i = (N_i + h_i) \cos \varphi_i \sin \lambda_i$$

$$Z_i = \left(N_i \frac{b^2}{a^2} + h_i \right) \sin \varphi_i$$

ahol

$$N_i = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_i)^{1/2}}$$

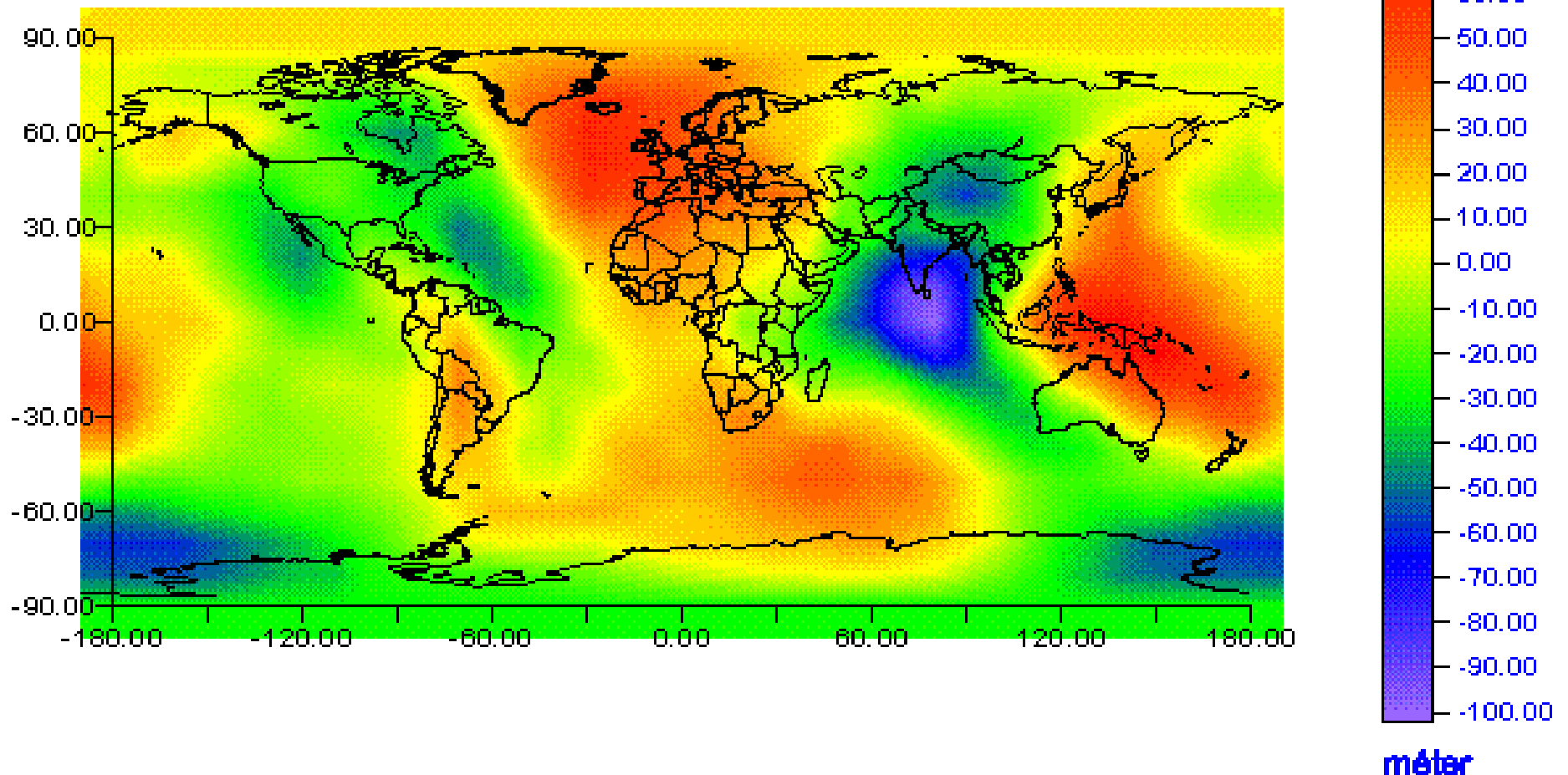
a haránt görbületi sugár



Magasságok

Ellipszoid feletti magasság (a műszaki gyakorlatban nem használható)
Geoid feletti magasság

WGS-84 Geoid magasságok



Hazánkban +38 (Nyugaton) és +48 (Keleten)

Vetületek közötti átszámítás 3 paraméteres dátum transzformációval

A vetület

u_a, v_a

φ_a, λ_a

x_a, y_a, z_a

vetületi egyenletekből

Origó eltolása

$x_a + \Delta x, y_a + \Delta y, z_a + \Delta z$

B vetület

x_b, y_b, z_b

φ_b, λ_b

u_b, v_b

Proj.4 könyvtár

Vetületi definíciók (EPSG kód)










































```
<23700> +proj=somerc +lat_0=47.14439372222222 +lon_0=19.048571777777778  
+k_0=0.99993 +x_0=650000 +y_0=200000 +ellps=GRS67 +units=m +no_defs <>
```

A fenti definíció ~100 méter hibával dolgozik (nincs eltolás!)

+towgs84=+57.01,-69.97,-9.29 – eltolási paraméterek (1-2 m!)

cs2cs, ogr2ogr, QGIS, PostGIS

Ellipszoidok

Ellipszoid	Fél nagytengely (méterben)	1/lapultság
Airy 1830	6377563.396	299.3249646
Bessel 1841  	6377397.155   	299.1528128   
Clarke 1866	6378206.4	294.9786982
Clarke 1880	6378249.145	293.465
Everest 1830	6377276.345	300.8017
Fischer 1960 (Mercury)	6378166.0	298.3
Fischer 1968	6378150.0	298.3
IUGG 1967     	6378160.0    	298.247167427   
IUGG 1975	6378140.0	298.257
IUGG 1980	6378137.0	298.257222101
Hough 1956	6378270.0	297.0
Hayford 1909	6378388.0	297.0
Kraszovszkij 1940  	6378245.0    	298.3    
Délamerikai 1969	6378160.0	298.25
WGS 60	6378165.0	298.3
WGS 66	6378145.0	298.25
WGS 72	6378135.0	298.26
WGS 84    	6378137.0    	298.257223563   

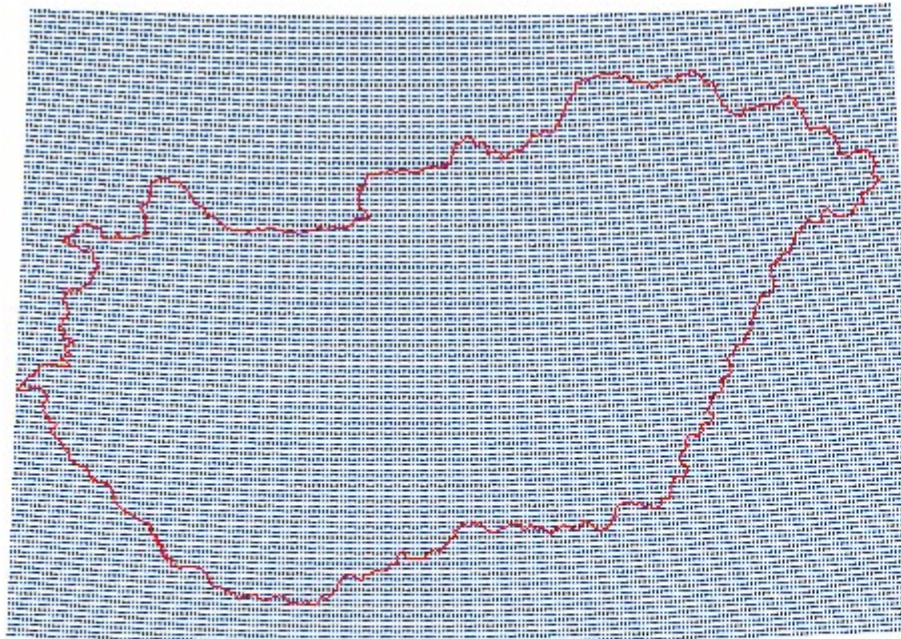
Néhány geodéziai dátum és WGS 84 eltolási paraméterek

Dátum	Ellipszoid	DX	DY	DZ
Adindan	Clarke 1880	-162	-12	206
Arc1950	Clarke 1880	-143	-90	-294
Arc1960	Clarke 1880	-160	-8	-300
Australian Geodetic 1966	Australian National	-133	-48	148
Australian Geodetic 1984	Australian National	-134	-48	149
Camp Area Astro	International	-104	-129	239
Cape	Clarke 1880	-136	-108	-292
European Datum 1950	Hayford 1909	-87	-98	-121
European Datum 1979	Hayford 1909	-86	-98	-119
Geodetic Datum 1949	Hayford 1909	84	-22	209
Hong Kong 1963	Hayford 1909	-156	-271	-189
Hu-Tzu-Shan	Hayford 1909	-634	-549	-201
Indian	Everest	289	734	257
North American Datum 1927	Clarke1 866	-8	160	176
North American Datum 1983	GRS 80	0	0	0
Oman	Clarke 1880	-346	-1	224
Ordnance Survey 1936	Airy	375	-111	431
Pulkovo 1942	Krassovsky 1942	27	-135	-89
Provisional S American 1956	International	-288	175	-376
South American 1969	S American 1969	-57	1	-41
Tokyo	Bessel 1841	-128	481	664
World Geodetic System 1972	WGS 72	0	0	-4.5
World Geodetic System 1984	WGS 84	0	0	0
HD-72	IUGG 1967	-56.0	75.77	15.31

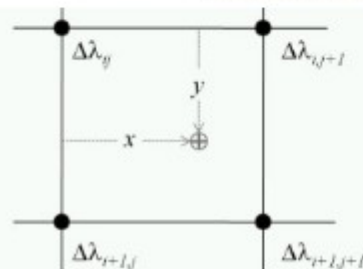
Pontosabb átszámítás

7 paraméteres dátum transzformáció, 3 eltolás, 3 forgatás és méretarány
+towgs paraméterekkel

Javító ráccsal



```
+proj=somerc  
+lat_0=47.1443937222222  
+lon_0=19.0485717777778  
+k_0=0.99993 +x_0=650000  
+y_0=200000 +ellps=GRS67  
+nadgrids=etrs2eov_notowgs.gsi  
+units=m +no_defs
```



$$\Delta\lambda_{xy} = \Delta\lambda_{ij} +$$
$$\left\{ \Delta\lambda_{i,j+1} - \Delta\lambda_{i,j} \right\} \cdot x +$$
$$\left\{ \Delta\lambda_{i+1,j} - \Delta\lambda_{i,j} \right\} \cdot y +$$
$$\left\{ \Delta\lambda_{i+1,j+1} - \Delta\lambda_{i,j+1} - \Delta\lambda_{i+1,j} + \Delta\lambda_{i,j} \right\} \cdot x \cdot y$$

<http://www.agt.bme.hu/gis/workshop3/eloadasok/transzformacio.pdf>

http://www.agt.bme.hu/on_line/etrs2eov/

<http://proj4.org/grids.html#hungary>

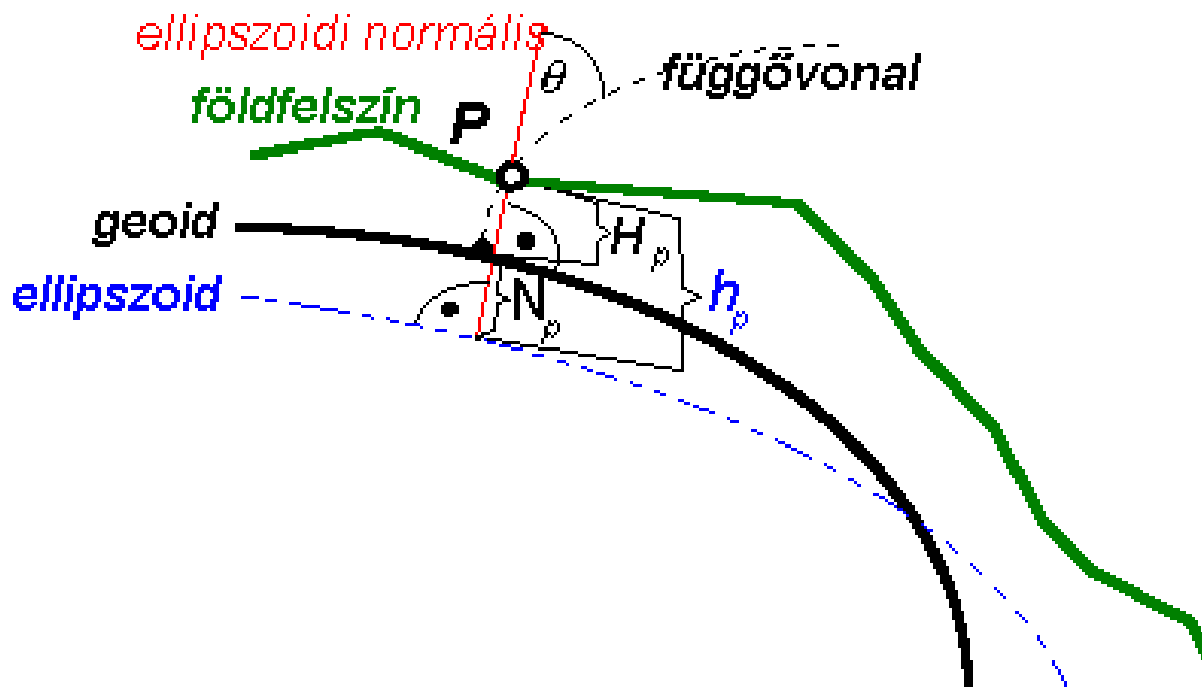
Magasságok átszámítása

Magassági dátumok, kapcsolat az ellipszoid feletti és geoidtól számított normális vagy ortométeres magasság között.

Régi dátum a Nadapi (Adria feletti, 1875 Molo Sartorio), 173.8385 m-re fekszik a nadapi főalappont jelölt része alatt.

Új dátum 1952-től a Balti, kijelölője a Kronstadt-i híd lábában lévő vízmérce 0 vonása.

$$H_{\text{Balti}} = H_{\text{Nadapi}} - 0.6747 \text{ méter}$$



A geoid feletti magasságot az ellipszoid feletti magasság és a geoidunduláció különbségeként kapjuk:

$$H_P = h_P - N_P$$

Európában használatos vetületek

Ssz.	A vetület elnevezése	Országok
1.	Gauss-Krüger-féle vetület	Albánia, Ausztria, Bulgária, Észak-Írország, Finnország, Görögország, Horvátország, Írország, Lengyelország, Litvánia, Luxemburg, Nagy-Britannia, Németország, Norvégia, Olaszország, Oroszország, Portugália, Románia, Svédország, Szlovénia, Törökország és Ukrajna
2.	UTM	Ciprus, Dánia, Gibraltár, Grönland, Németország, Olaszország, Málta, Norvégia, Portugália, Spanyolország és Törökország
3.	Lambert-féle kúpvetület	Belgium, Észtország és Franciaország
4.	Redukált kúpvetület	Cseh Köztársaság és Szlovákia
5.	Redukált hengervetület	Magyarország és Svájc
6.	Redukált sztereografikus	Hollandia, Lengyelország és Románia
7.	Bonne-féle vetület	Portugália

Koordináta rendszerek

2D

3D

Síkbeli

- Derékszögű (x,y)
- Poláris (r, δ)

Térbeli

- Derékszögű (x, y, z)
- Poláris (r, θ, ϕ)

Ellipszoidi/gömbi

φ, λ

φ, λ, h

Helyi transzformációk

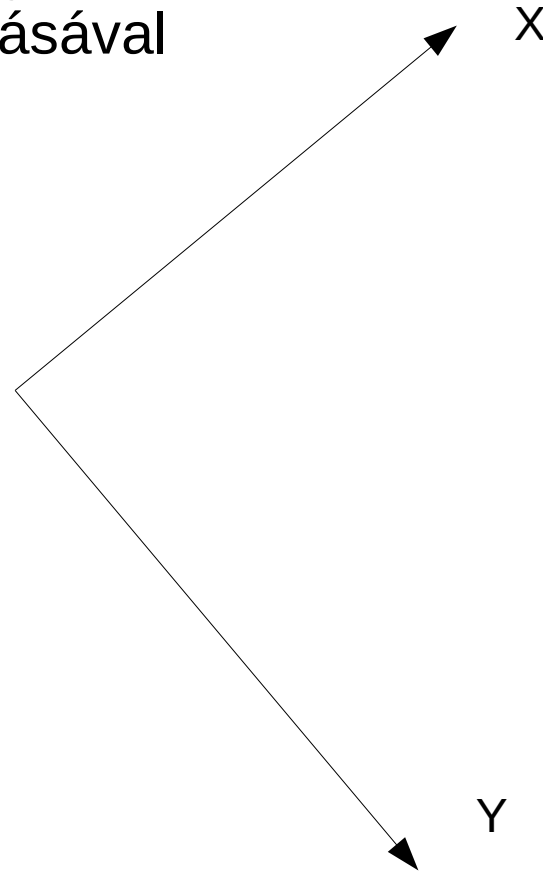
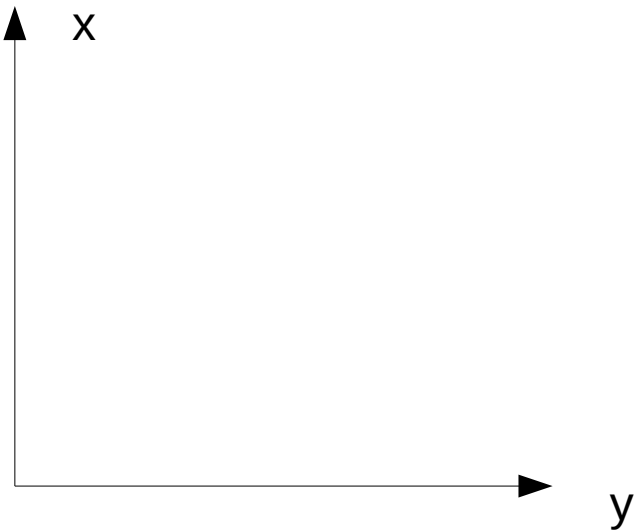
Közvetlen átszámítás a vetületi koordináták között

Kis területre (pár km^2)

Alacsony fokú polinomokkal (1, 2, 3, 5)

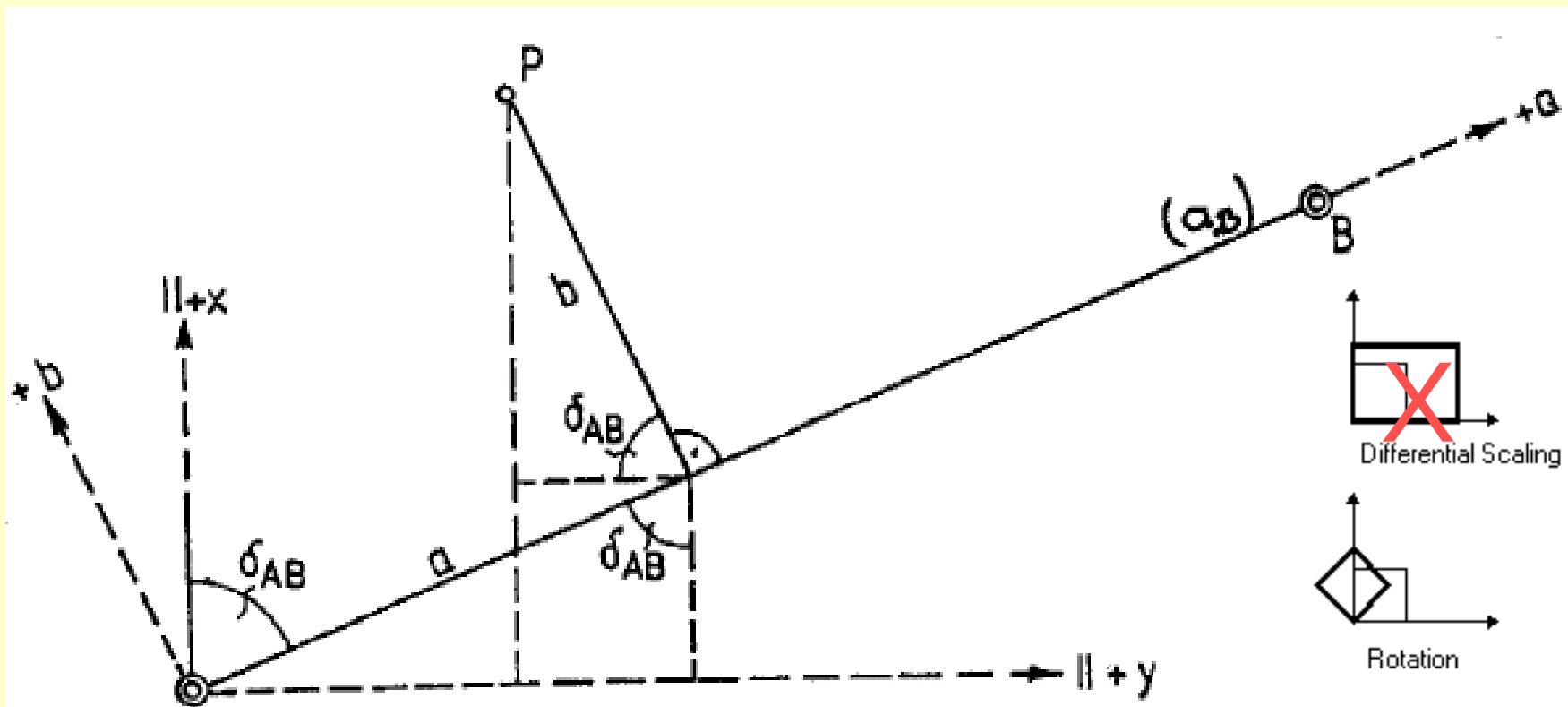
Legkisebb négyzetek módszerével

Vektoros adatállományok töréspontjainak transzformálása,
az egyenes összekötések megtartásával

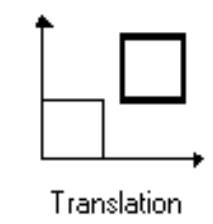
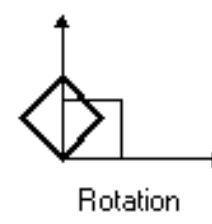
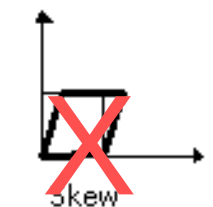
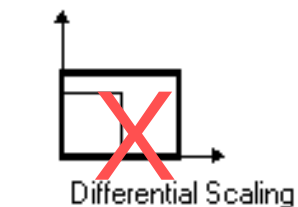


Koordináta transzformáció

Helmert (ortogonális)

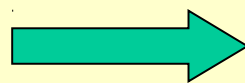


Szögtartó



$$y_p = y_A + a_p \cdot k \cdot \sin \delta_{AB} - b_p \cdot k \cdot \cos \delta_{AB}$$

$$x_p = x_A + a_p \cdot k \cdot \cos \delta_{AB} + b_p \cdot k \cdot \sin \delta_{AB}$$



$$y_p = y_A + a_p \cdot r - b_p \cdot m$$

$$x_p = x_A + a_p \cdot m + b_p \cdot r$$

Megoldás legkisebb négyzetek módszerével

$$y_p + v_{yp} = y_A + a_p \cdot r - b_p \cdot m \quad v_{yp} = y_A + a_p \cdot r - b_p \cdot m - y_p \quad \text{Ismeretlenek:}$$

$$x_p + v_{xp} = x_A + a_p \cdot m + b_p \cdot r \quad v_{xp} = x_A + a_p \cdot m + b_p \cdot r - x_p \quad y_A, x_A, r, m$$

Mátrix alakban: $v = Ax - l \quad \longrightarrow \quad x = (A'A)^{-1} A'l$

$$\begin{bmatrix} v_{yp1} \\ v_{xp1} \\ \dots \\ v_{xpn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_1 & -b_1 \\ 0 & 1 & b_1 & a_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & b_n & a_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_A \\ x_A \\ r \\ m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_{p1} \\ x_{p1} \\ \dots \\ x_{pn} \end{bmatrix} \quad A'A = \begin{bmatrix} n & 0 & \sum a_i & -\sum b_i \\ 0 & n & \sum b_i & \sum a_i \\ \sum a_i & \sum b_i & \sum (a_i^2 + b_i^2) & 0 \\ -\sum b_i & \sum a_i & 0 & \sum (a_i^2 + b_i^2) \end{bmatrix}$$

$$A'l = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ -\sum x_i \\ \sum (a_i \cdot y_i + b_i \cdot x_i) \\ \sum (-b_i \cdot y_i + a_i \cdot x_i) \end{bmatrix}$$

Súlyponti koordinátákra:

$$n \cdot y_A = 0$$

$$n \cdot x_A = 0$$

$$\sum (a_i^2 + b_i^2) \cdot r = \sum (a_i \cdot y_i + b_i \cdot x_i)$$

$$\sum (a_i^2 + b_i^2) \cdot m = \sum (-b_i \cdot y_i + a_i \cdot x_i)$$

3 paraméteres transzformáció

$$y_p = y_A + a \cdot \sin \delta_{AB} - b \cdot \cos \delta_{AB}$$

$$x_p = x_A + a \cdot \cos \delta_{AB} + b \cdot \sin \delta_{AB}$$

Csak eltolás és elfordulás ($k = 1$)

$$y_p = y_A + a \cdot \sin \delta_{AB} - b \cdot \cos \delta_{AB}$$

$$x_p = x_A + a \cdot \cos \delta_{AB} + b \cdot \sin \delta_{AB}$$

Ismeretlenek δ , y_A , x_A

$$v_{yp} = y_A + a \cdot \sin \delta_{AB} - b \cdot \cos \delta_{AB} - y_p$$

$$v_{xp} = x_A + a \cdot \cos \delta_{AB} + b \cdot \sin \delta_{AB} - x_p$$

Javítási egyenlet, nem lineáris megoldás sorba fejtéssel

$$f(x_1, x_2, \dots) = f(x_{10}, x_{20}, \dots) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)_0 \cdot dx_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)_0 \cdot dx_2 + \dots$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_1 \cdot \cos \delta_0 + b_1 \cdot \sin \delta_0 \\ 0 & 1 & -a_1 \cdot \sin \delta_0 + b_1 \cdot \cos \delta_0 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad l = \begin{bmatrix} y_{A0} + a_1 \cdot \sin \delta_0 - b_1 \cdot \cos \delta_0 - y_1 \\ x_{A0} + a_1 \cdot \cos \delta_0 + b_1 \cdot \sin \delta_0 - x_1 \\ \dots \end{bmatrix}$$

Affin transzformáció

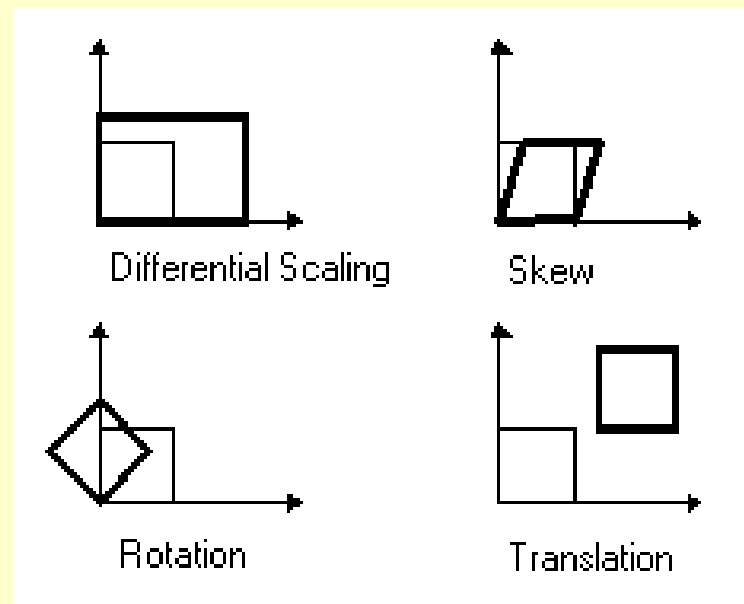
$$y_p = y_A + a_p \cdot C + b_p \cdot D \quad \text{A koordinátatengelyek mentén eltérő méretarány}$$

$$x_p = x_A + a_p \cdot E + b_p \cdot F$$

Két független 3 ismeretlenes lineáris egyenletrendszer

$$\begin{bmatrix} v_{y1} \\ v_{y2} \\ v_{y3} \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a_1 & b_1 \\ 1 & a_2 & b_2 \\ 1 & a_3 & b_3 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_A \\ C \\ D \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum a_i & \sum b_i \\ \sum a_i & \sum a_i^2 & \sum a_i b_i \\ \sum b_i & \sum a_i b_i & \sum b_i^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_A \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum a_i y_i \\ \sum b_i y_i \end{bmatrix}$$



Párhuzamosságot megőrzi

Súlyponti koordinátákkal két ismeretlenes egyenletrendszerre egyszerűsíthető

Polinomos transzformáció (gumilepedő)

Nagyobb területre kiterjedő átszámításokra

$$Y = a_{00} + a_{10}y + a_{01}x + a_{11}xy + a_{20}y^2 + \dots + a_{ij}y^i x^j = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} y^i x^j$$

$$X = b_{00} + b_{10}y + b_{01}x + b_{11}xy + b_{20}y^2 + \dots + b_{ij}y^i x^j = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n b_{ij} y^i x^j$$

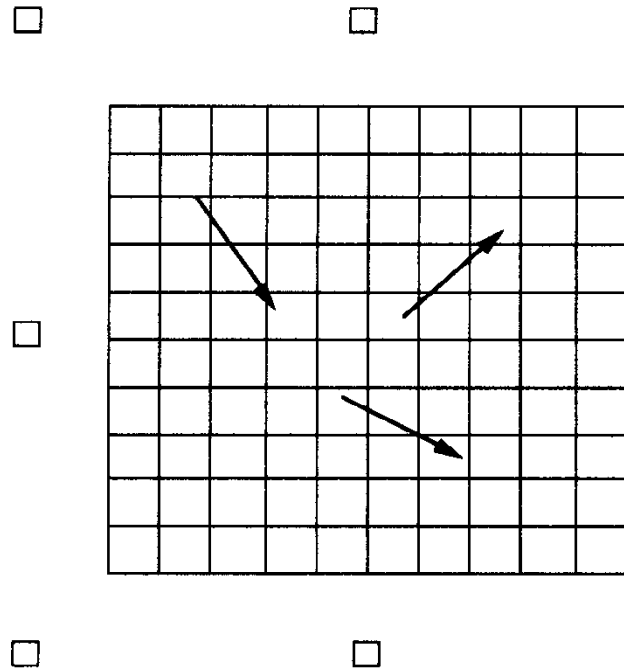
3. fokú polinom 20 ismeretlen, min. 10 közös pont

4. fokú polinom 30 ismeretlen, min. 15 közös pont

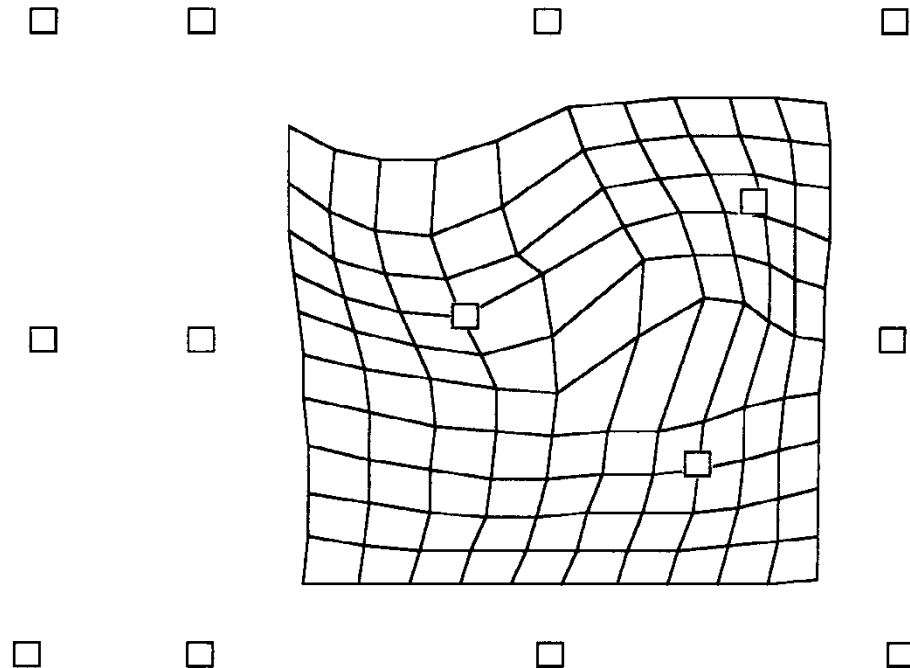
5. fokú polinom 42 ismeretlen, min. 21 közös pont

Súlyponti koordináták használata csökkenti a kerekítési hibákat

Gumilepedő



Before Rubber Sheeting



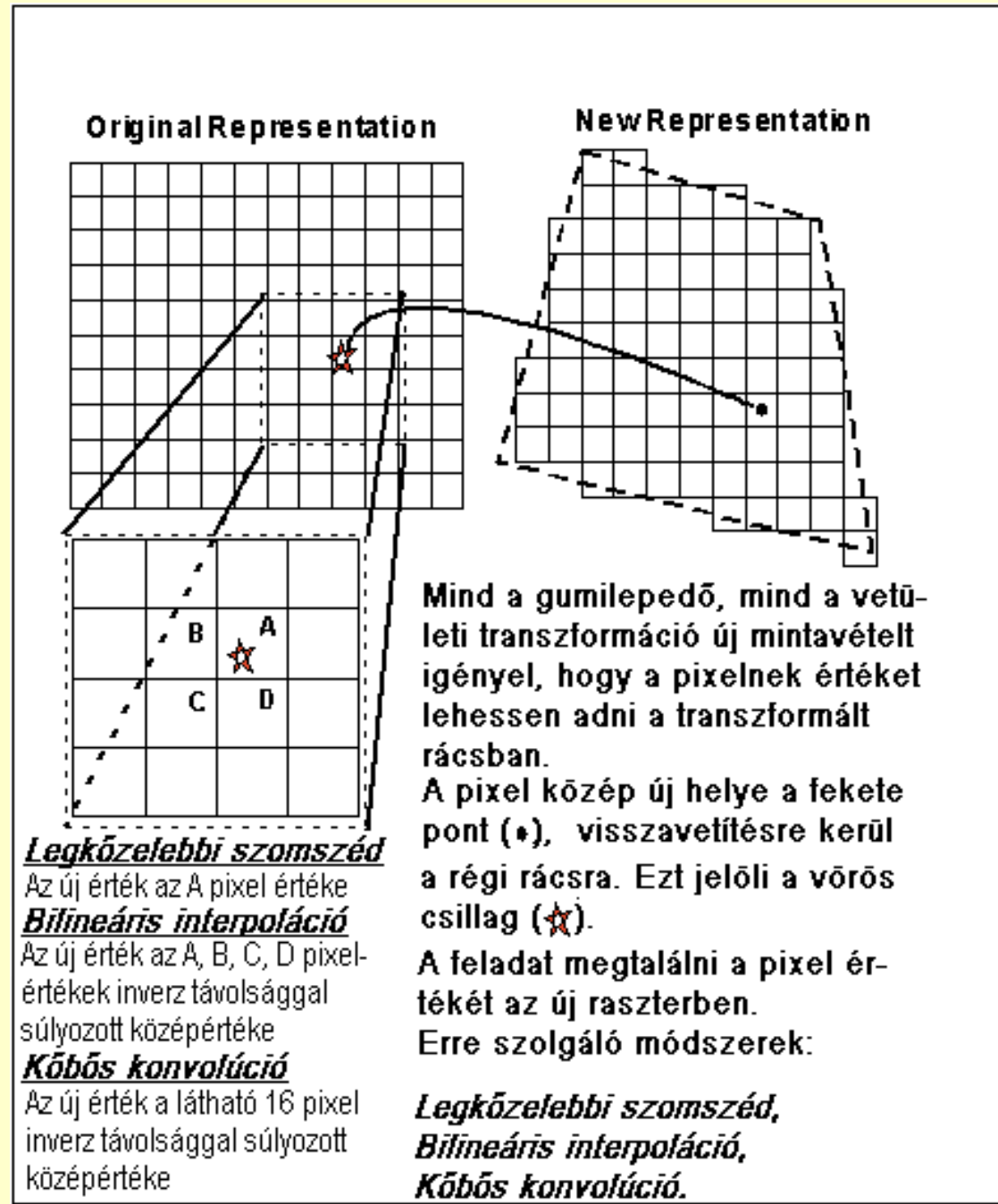
After Rubber Sheeting

Raszterek transzformációja

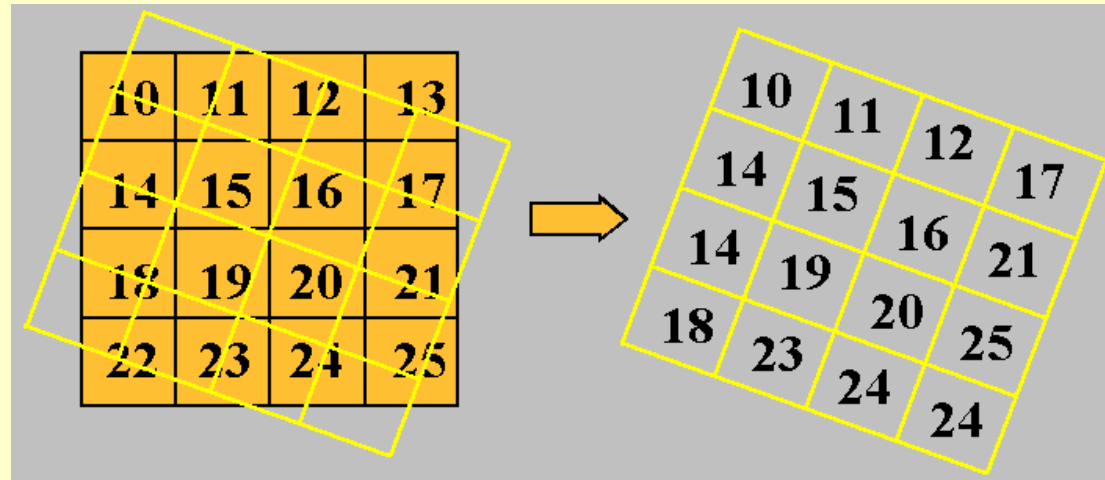
A vetítés vagy transzformálás miatt megváltozik a pixelekből álló raszter.

Az új pixelközéppont visszavetítve az eredeti raszterre nem lesz a pixel közepén.

Milyen értéket rendeljünk az új transzformált pixelhez?
Ezt oldja meg az újra mintavételezés (resampling):



Legközelebbi szomszéd



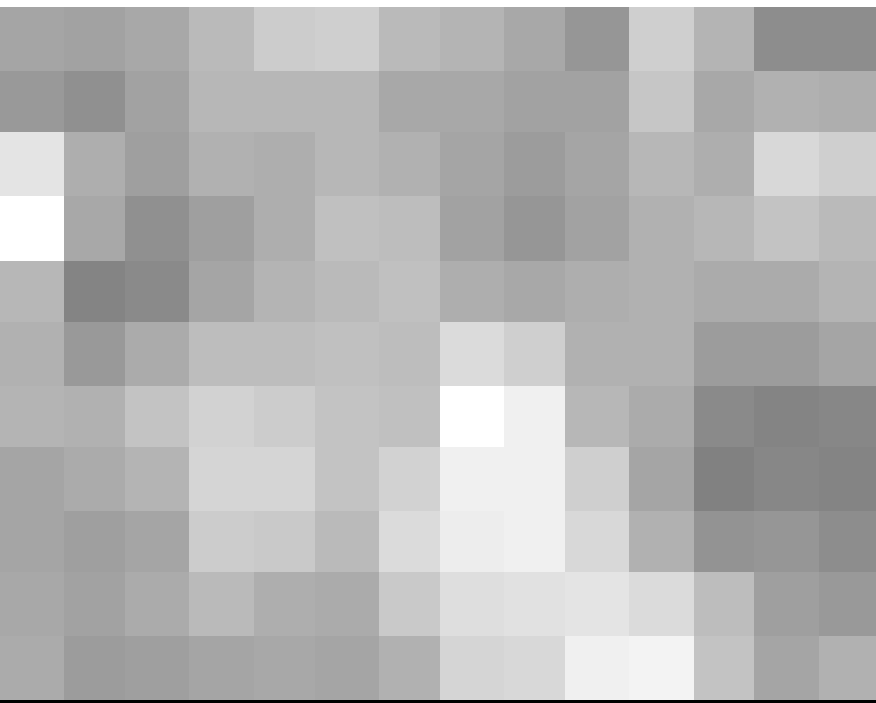
Row	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	55	59	63	69	73	69	61	60	58	58	75	62	54	57
1	56	54	60	67	65	62	59	60	57	59	73	61	69	68
2	81	64	61	64	62	66	64	61	56	57	67	65	79	76
3	85	60	56	60	63	72	69	61	58	61	66	67	68	67
4	61	51	57	63	66	69	70	66	65	65	63	64	62	66
5	62	62	70	71	68	70	69	83	76	61	63	58	58	61
6	66	69	74	75	72	71	71	95	85	64	61	52	51	52
7	60	63	69	75	75	72	74	81	81	71	58	51	53	52
8	58	58	61	71	71	68	74	79	81	76	66	59	58	53
9	58	59	61	62	61	63	70	80	80	84	83	69	59	58
10	58	58	57	59	63	63	65	80	77	86	88	71	63	67

Row	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0				55	59	63											
1			56	54	60	69	73	73	69								
2			81	64	61	67	65	62	59	60	58	58	75				
3			85	60	56	64	62	66	64	60	57	59	73	62	54	57	
4			61	51	57	60	63	72	69	61	56	57	67	61	69	68	
5		62	62	70	71	66	69	70	70	61	58	61	66	65	79	76	
6		66	69	74	75	68	70	69	83	65	65	63	67	68	67		
7		60	63	69	75	72	71	71	95	76	61	63	64	62	66		
8	58	58	58	61	71	75	72	74	95	85	64	61	58	58	61		
9	58	59	61	62	61	68	74	79	81	71	71	58	52	51	52		
10		58	57	59	61	63	70	80	81	76	66	59	53	52			
11					63	63	65	80	80	84	83	69	58	53			
12									77	86	88	71	59	58			
13													63	67			

Bilineáris interpolációs módszer

Row	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	55	59	63	69	73	69	61	60	58	58	75	62	54	57
1	56	54	60	67	65	62	59	60	57	59	73	61	69	68
2	81	64	61	64	62	66	64	61	56	57	67	65	79	76
3	85	60	56	60	63	72	69	61	58	61	66	67	68	67
4	61	51	57	63	66	69	70	66	65	65	63	64	62	66
5	62	62	70	71	68	70	69	83	76	61	63	58	58	61
6	66	69	74	75	72	71	71	95	85	64	61	52	51	52
7	60	63	69	75	75	72	74	81	81	71	58	51	53	52
8	58	58	61	71	71	68	74	79	81	76	66	59	58	53
9	58	59	61	62	61	63	70	80	80	84	83	69	59	58
10	58	58	57	59	63	63	65	80	77	86	88	71	63	67

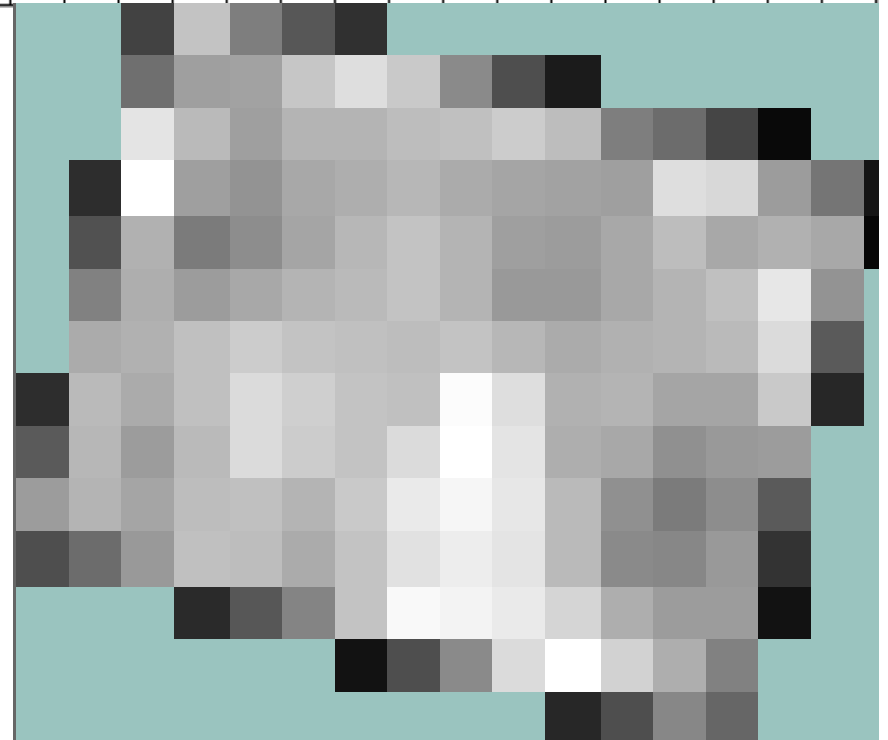
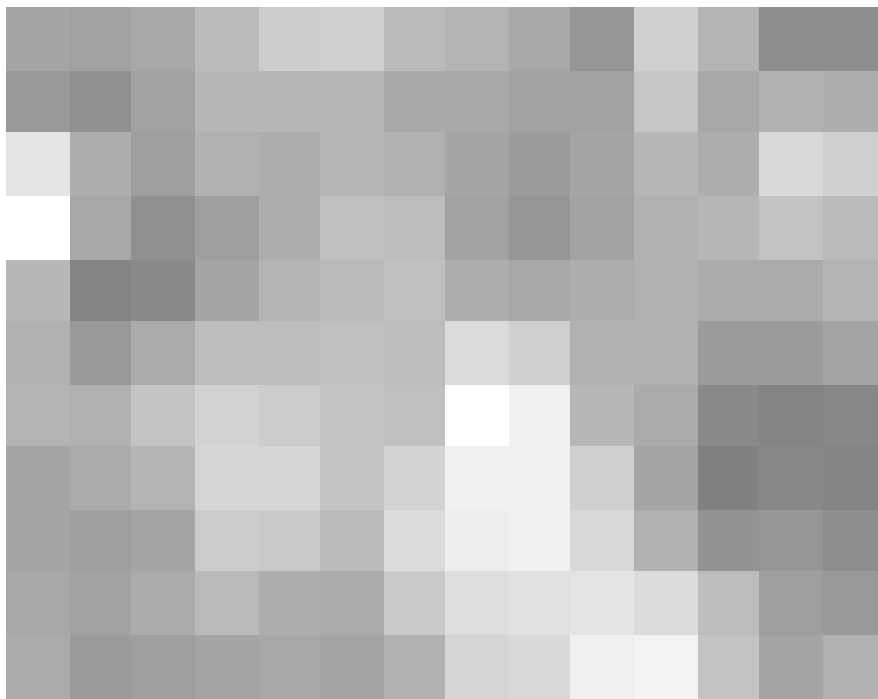
Row	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0			21	56	47	33	17										
1			40	55	58	65	70	68	45	26	9						
2			74	66	61	65	65	63	61	60	59	50	41	23	4		
3		14	76	60	58	62	62	66	62	60	57	59	71	64	56	44	8
4		28	58	54	59	62	66	70	66	60	56	59	69	63	69	65	2
5		46	63	66	67	66	68	70	67	61	60	63	66	69	78	54	
6	1	62	68	73	73	70	70	69	74	69	65	64	65	67	68	33	
7	16	60	64	71	75	73	71	72	89	78	62	63	61	61	65	14	
8	31	58	59	66	73	73	73	77	87	80	63	60	55	57	56		
9	46	59	60	63	66	67	72	77	81	76	65	56	52	52	35		
10	25	41	55	60	62	63	69	78	80	78	68	58	55	53	20		
11				16	33	50	67	80	79	84	81	66	59	54	7		
12							6	28	49	76	83	68	60	49			
13											14	30	46	37			



Köbös, konvolúció

Row	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	55	59	63	69	73	69	61	60	58	58	75	62	54	57
1	56	54	60	67	65	62	59	60	57	59	73	61	69	68
2	81	64	61	64	62	66	64	61	56	57	67	65	79	76
3	85	60	56	60	63	72	69	61	58	61	66	67	68	67
4	61	51	57	63	66	69	70	66	65	65	63	64	62	66
5	62	62	70	71	68	70	69	83	76	61	63	58	58	61
6	66	69	74	75	72	71	71	95	85	64	61	52	51	52
7	60	63	69	75	75	72	74	81	81	71	58	51	53	52
8	58	58	61	71	71	68	74	79	81	76	66	59	58	53
9	58	59	61	62	61	63	70	80	80	84	83	69	59	58
10	58	58	57	59	63	63	65	80	77	86	88	71	63	67

Row	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0			23	66	47	33	17										
1			41	60	60	74	81	69	45	25	9						
2			79	68	61	65	65	64	65	68	64	48	41	24	4		
3		14	86	58	57	62	62	65	61	61	57	59	82	75	57	47	8
4		26	63	51	57	62	67	72	66	59	55	59	70	62	70	67	2
5		45	67	65	67	67	68	71	66	59	59	63	67	70	85	55	
6		62	69	74	75	70	70	68	73	70	65	64	66	66	78	33	
7	16	67	63	72	76	73	71	71	93	81	62	63	62	60	74	14	
8	30	65	58	67	76	73	72	77	92	80	61	61	54	57	57		
9	52	65	60	64	66	66	71	77	81	79	64	53	49	55	35		
10	27	41	55	67	68	64	68	78	81	80	67	55	54	60	20		
11				16	34	50	71	93	87	87	81	66	59	58	7		
12									6	29	49	79	93	76	66	49	
13												15	29	52	38		



Raszterek georeferálása

RMS hiba

maradék ellentmondások négyzetes átlaga

$$RMS = \frac{1}{n} \sqrt{\left(\sum (\Delta_i^2) \right)}$$

Szkennelt térképszelvények

Affin transzformáció (min. 6 ponttal)

Mi van, ha a pontok számának növekedésével az átlagos hiba nem csökken?

Maradék ellentmondások vizsgálata

Ortofotók, űrfelvételek

Kis területre Helmert/affin

Nagyobb területre gumilepedő

Diszkrét földrajzi hivatkozások

A nem folyamatos, diszkrét rendszerek jellemzői

1. Postai címek (address matching). Rendszerint a keresztezések koordinátái, valamint a bal és jobb oldali címtartomány adott két keresztezés között.
2. Postai kódrendszerek – **irányítószámok**. Akkor jók, ha területhez kapcsolódnak, először Kanada alkalmazott ilyen rendszert.
3. Helyrajzi számok, településen belül azonosít egy helyet (terület).
4. Szelvényszámok, egy vonalas létesítményen belül azonosít (folytonos, de a diszkrét megoldások is alkalmazhatók rá)

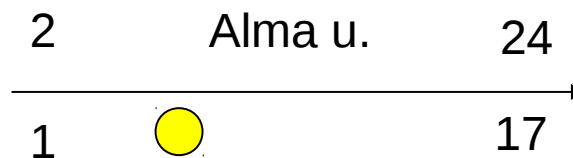
Egymást kiegészítik, több területben lehet azonos cím!

HRSZ – cím
1:n kapcsolat

Keresés postai címre, geokódolás

Grafikus/geometriai elemet nem tartalmazó adatbázisok térképhez kapcsolása

Tengelyvonal, közterület név,
-tól, -ig házszaomok



Szelvény
számokra is
alkalmazható!

Lineáris interpolálás (lineáris referencia)

Kereszteződések keresése

Alma utca 5.

Nehézségek: 2-4, 8/a típusú házszaomok, terek

Címpontok

Az egyes címeknek egy-egy
pont felel meg (x,y)

KCR – Központi Cím Regiszter

Alfanumerikus adatbázisok térképhez kapcsolása

Pl. Bűnözési statisztika



A geokódolási folyamat komponensei

- A referencia fájl
 - Rendszerint vonal de lehet pont vagy poligon is
 - Referencia információt tartalmaz: címeket, irányító számokat
- A geokódolandó fájl (címek)
 - A fájl típusa(szöveg, dbase, Oracle, stb.)
 - Tartalma
 - cím, város, állam, irányítószám
 - Más lényeges információ (név, azonosító)
- Hibajavítás, soundex vagy más sztochasztikus megoldás

Bonyolult objektumok tárolása

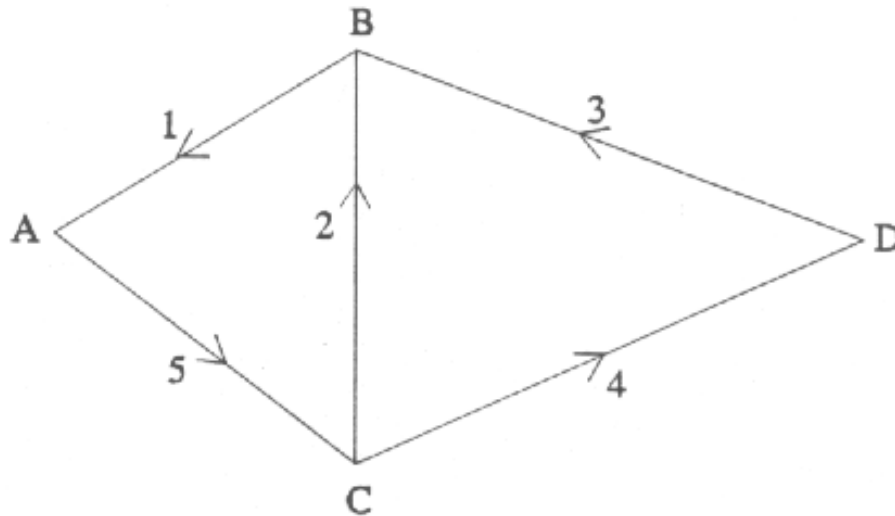
A geometriai adatmodell elemei
(topológiai) kapcsolatai és az
objektumok tulajdonságainak
hozzákapcsolása a geometriához

Nem topológiai tárolás

- Pont (x,y)
- Vonal $(x_1,y_1)(x_2,y_2) \dots (x_n,y_n)$
- Terület $(x_1,y_1)(x_2,y_2) \dots (x_n,y_n)$, ahol $(x_n,y_n) = (x_1,y_1)$, azaz az első és utolsó pont koordinátái megegyeznek
- Pl. WKT
- ***A pontokat nem feltétlenül kell egyenes vonalakkal összekapcsolni, de a GIS és a LIS általában ezt használja***
- Az attribútumok rendszerint külön táblázatban vannak azonosítóval kapcsoljuk a geometriai elemhez

Topológiai tárolás (1)

- Hálózati kapcsolatok



Arcs	To	From	Attr ₁	Attr ₂
1	B	A		
2	C	B		
3	D	B		
4	C	D		
5	A	C		

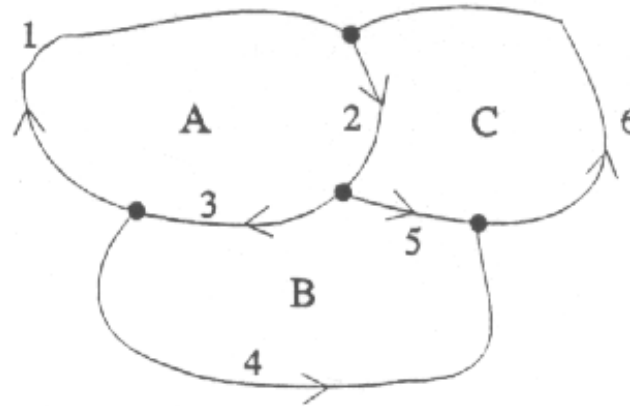
Nodes	A	r	c	s
A	1	-5		
B	3	2	-1	
C	-4	-2	5	
D	4	-3		

Relationships In Networks

Topológiai tárolás (2)

- Területek

Relationships In Networks



Polygon Attribute Table

ID	attributte 1	attributte 2	attributte 3
A			
B			
C			

Arc Geometry

1	(x1,y1), (x2,y2), ... , (xn, yn)
2	(x1,y1), (x2,y2), ... , (xn, yn)
etc.	

Arc Attribute Table :

Arcs	R	L	From	To
1	A	0	a	c
2	A	C	c	b
3	A	B	b	a
4	0	B	a	d
5	B	C	b	d
6	0	C	d	c

(0 is the outside world)

Vonalak Hatékony Tárolása

LÁNCKÓDOK

Földrajzi vonalak ábrázolása

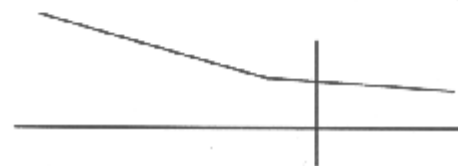
Egyenes vonal szegmensek

Körívek

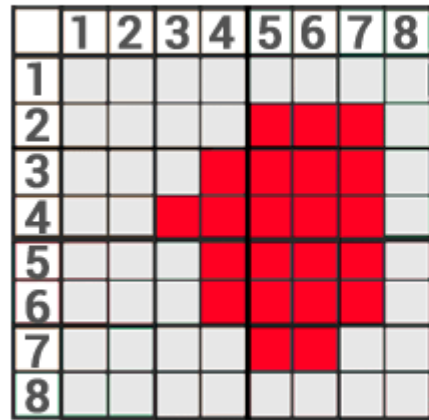
Görbék, spline-ok

A vonalakat koordináta-párok egymásutánja alkotja.
Ha nem abszolút koordinátákkal, hanem pld. a kezdőponthoz viszonyított koordináta különbségeket tároljuk sok helyet takaríthatunk meg.

Ha a vonalat, hasonlóan a rajzgéphez, mozgásnövekmények listájaként tároljuk LÁNCKÓDOT kapunk.



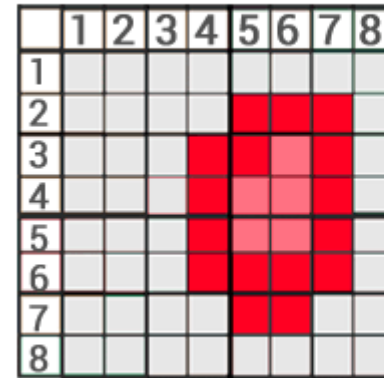
Futáshossz



(8, 8, 1)

$(0,8)$
 $(0,4)$ $(1,3)$ $(0,1)$
 $(0,3)$ $(1,4)$ $(0,1)$
 $(0,2)$ $(1,5)$ $(0,1)$
 $(0,3)$ $(1,4)$ $(0,1)$
 $(0,3)$ $(1,4)$ $(0,1)$
 $(0,4)$ $(1,2)$ $(0,2)$
 $(0,8)$

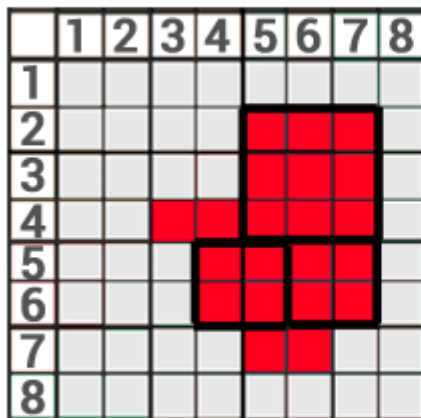
Lánc kód



(5,2)

$(E3, S4, W1,$
 $S1, W1, N1,$
 $W1, N3, E1,$
 $N1)$

Blokk kód

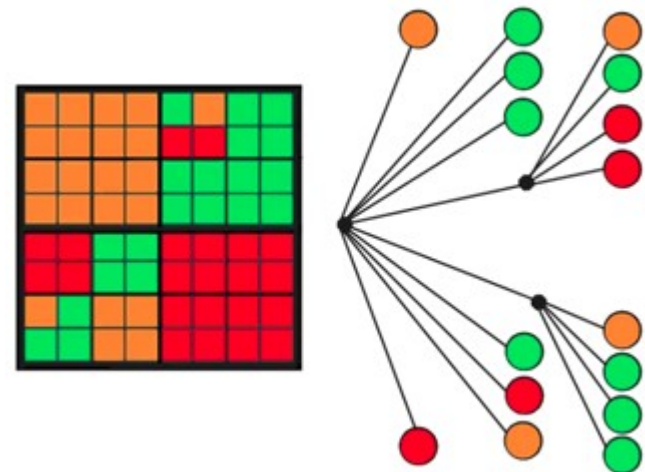


Block Size: 9
 Count: 1
 Coordinates: 5,2

Block Size: 4
 Count: 2
 Coordinates: (4,5) (6,5)

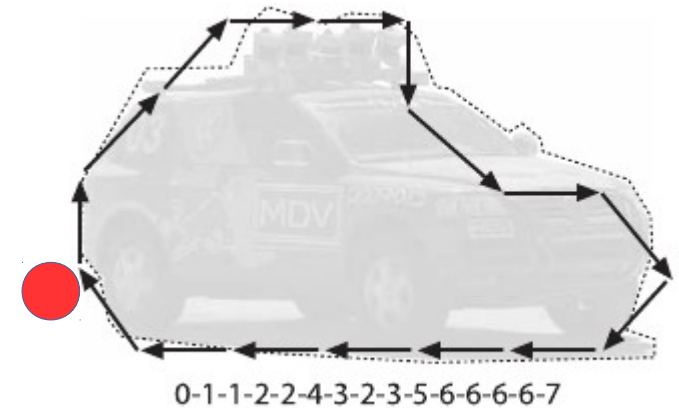
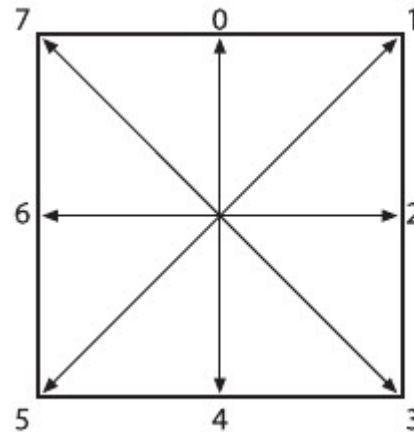
Block Size: 1
 Count: 4
 Coordinates: (3,4) (4,4)
 (5,7) (6,7)

Négyes fa



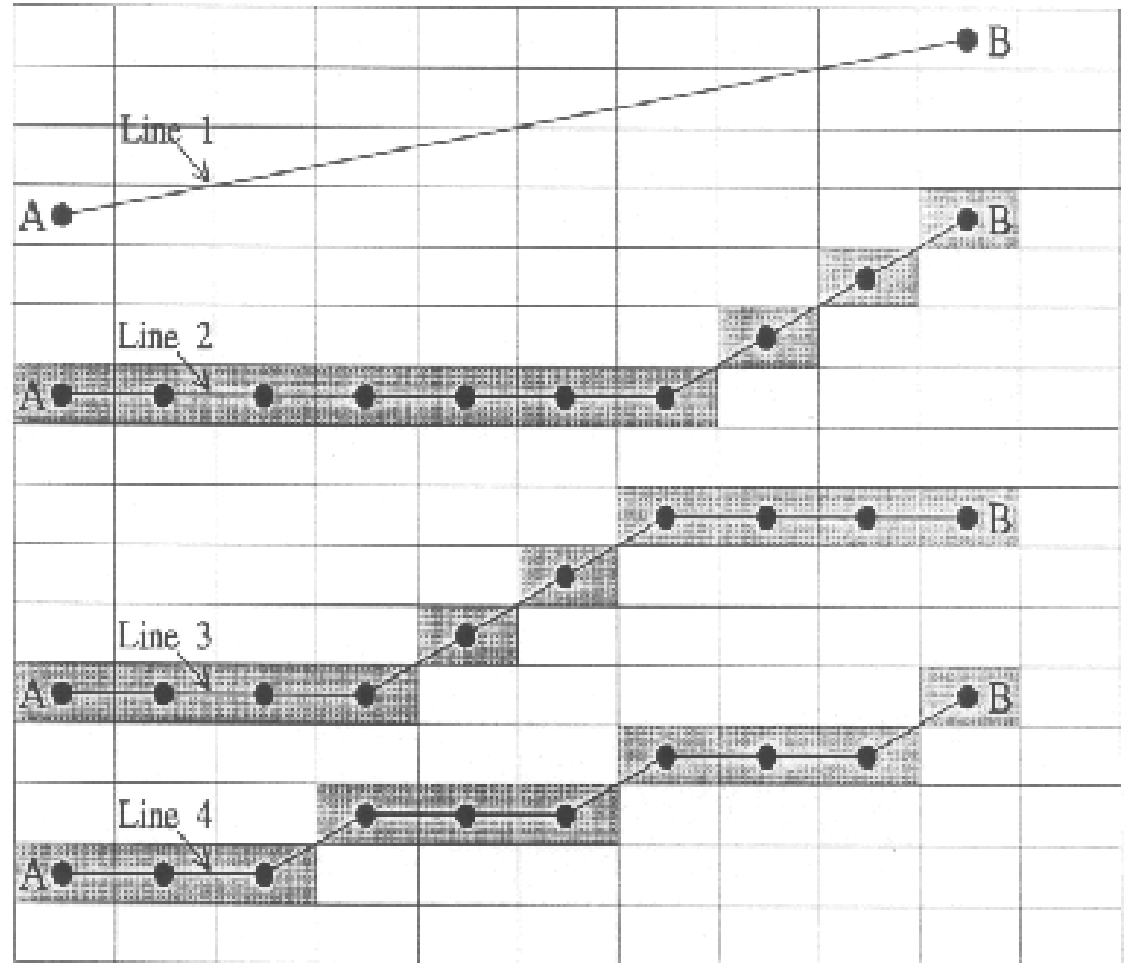
Freeman féle lánckód

- A lánckód 4 vagy 8 irányú lehet
- Az irányok különböző kódokat kaphatnak. Északról az óramutatónak megfelelően



Ismétlő sorok

- A hosszú egyenes szakaszok a kódok kombinálásával kódolhatók leg-élethűbben. Ilyenkor további tömörítést jelenthet, ha a 3(221) mintát alkalmazzuk

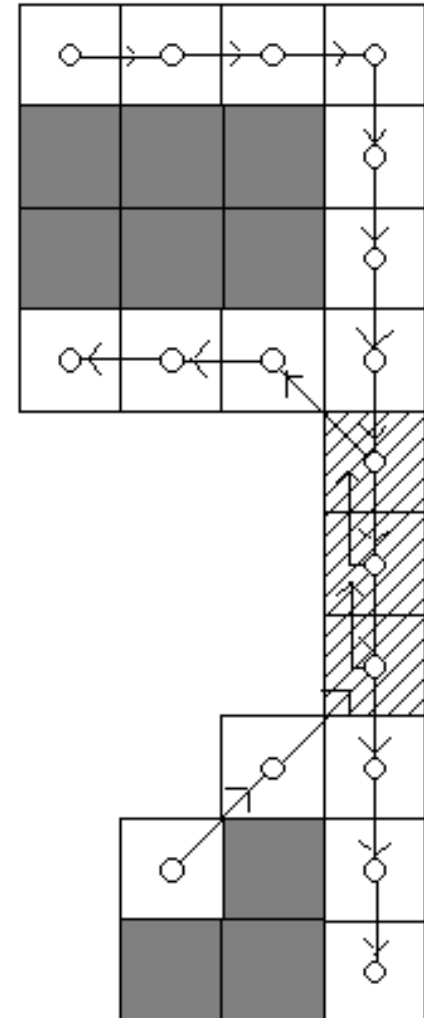


A lánckód alkalmazása a raszter vektorizálásban

A raszter foltok határainak vektorizálásakor a határoló pixelek középpontjai által alkotott poligont lánckóddal írják le.

Lánckódot alkalmaznak a DEM felhasználásával készülő hidrológiai modellek is.

OCR (optical character recognition) algoritmusok is alkalmazzák.



Raszteres modellek

A raszter tárolás lehetőségei

- Sorfolytonos tárolás – balról jobbra.
- Fedvényenként külön-külön, vagy mint a távérzékelésben a különböző sávokat egy fájlban.
- Minden pixel egy értéket tartalmazhat.

Számtalan raszter tömörítő eljárás közül a legegyszerűbb a

run length encoding – futáshossz kódolás: az egymás után következő azonos értékeket vagy soronként vagy a sorok figyelembe vétele nélkül a többszörözési számmal megszorozva csak egyszer tároljuk

RLE példa

Encián = E

Kék = K

Fekete = F

Piros = P

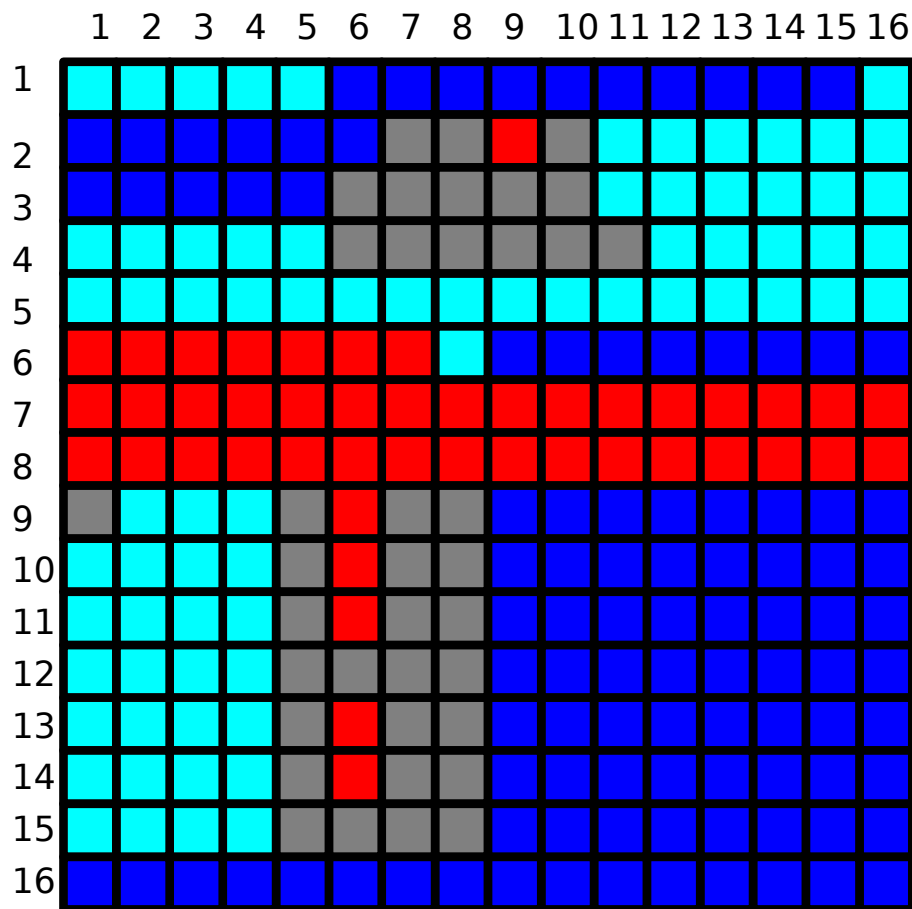
5E 10K 1E 6K 2F 1P 1F 6E 5K 5F 6E 5E 6F

5E 16E 7P 1E 8K 16P 16P 1F 3E 1F 1P 2F

8K 4E 1F 1P 2F 8K 4E 1F 1P 2F 8K 4E 4F

8K 4E 1F 1P 2F 8K 4E 1F 1P 2F 8K 4E 4F

8K 16K



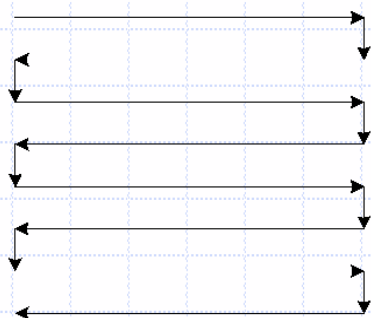
A 256 érték helyett $2 \cdot 53 = 106$ értéket kell csak tárolnunk.

Ha a sorokat sem vesszük figyelembe

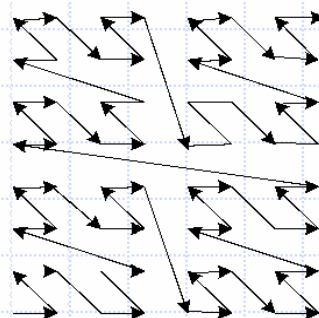
5E 10K 1E 6K 2F 1P 1F 6E 5K 5F 11E 6F 21E 7P 1E 8K 32P 1F 3E 1F 1P 2F 8K 4E
1F 1P 2F 8K 4E 1F 1P 2F 8K 4E 4F 8K 4E 1F 1P 2F 8K 4E 1F 1P 2F 8K 4E 4F 24K

Azaz $49 \cdot 2 = 98$ értéket kell csak tárolni

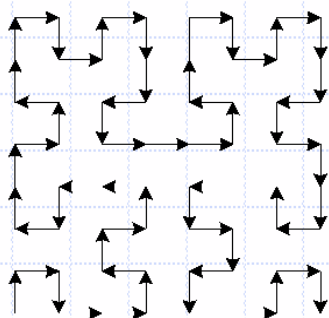
A pixelek tárolásához használható úgynevezett letapogatási sorrendek



Boustrophedon



Morton sorrend



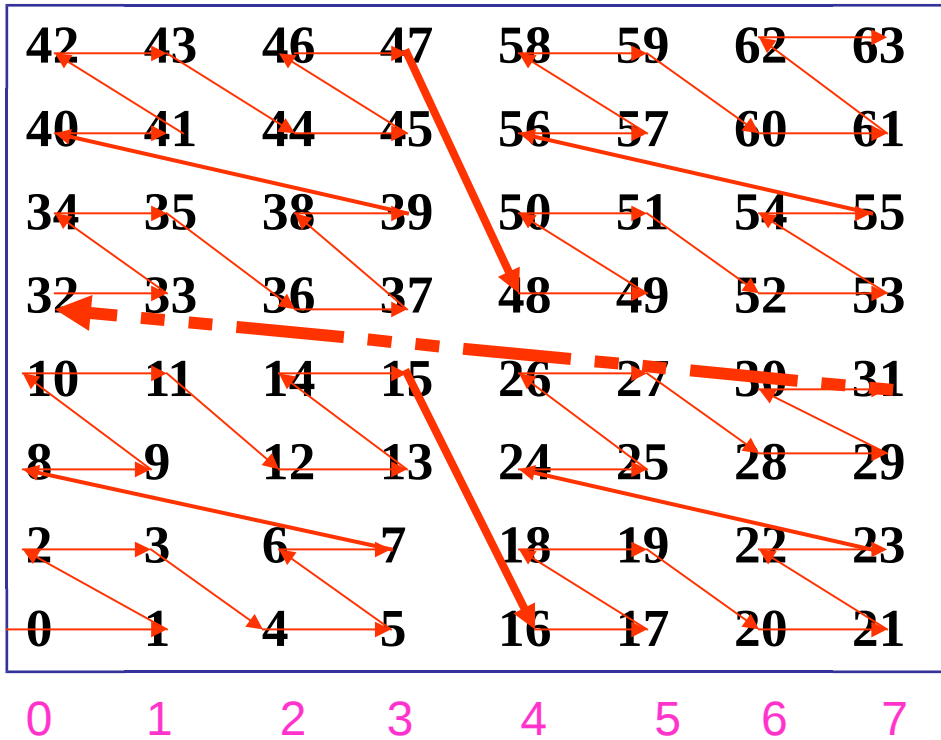
Pi-sorrend

Ezeket az alakzatokat gyakran használják a raszter letapogatás sorrendjének kialakításában

A sorrendek azt a célt szolgálják, hogy közeli pixelek következzenek egymás után a tároláskor mivel ezek nagyobb valószínűséggel azonosak

Boustrophedon az „ökör útját” jelenti görögül

A Morton sorrend



7
6
5
4
3
2
1
0

Hogyan kapunk sor, oszlop indexből Morton számot?

16	8	4	2	1	Bináris helyiérték
0	0	0	1	0	2. sor
0	0	0	1	1	3. oszlop

Összefűzzük a biteket: egyet a sorból, egyet az oszlopból:

1 1 0 1 = 13 a keresett M. szám

Hogyan kapunk Morton számból sor, oszlop indexet?

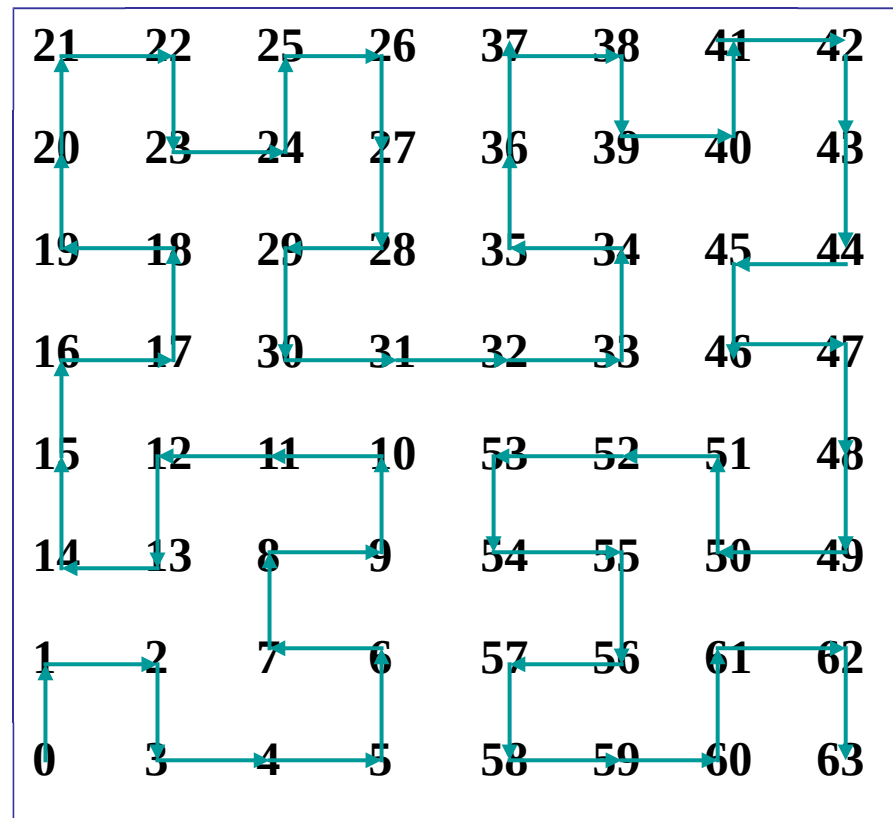
16	8	4	2	1	Bináris helyiérték
0	1	0	0	1	Morton kód (9)

Válasszuk szét a biteket a helyiérték szerint:

10 = 2. sor (páros bitek)

01 = 1. oszlop (páratlan)

A leggazdaságosabb letapogatási sorrend a Pi vagy Peano sorrend, de ezt a legnehezebb generálni



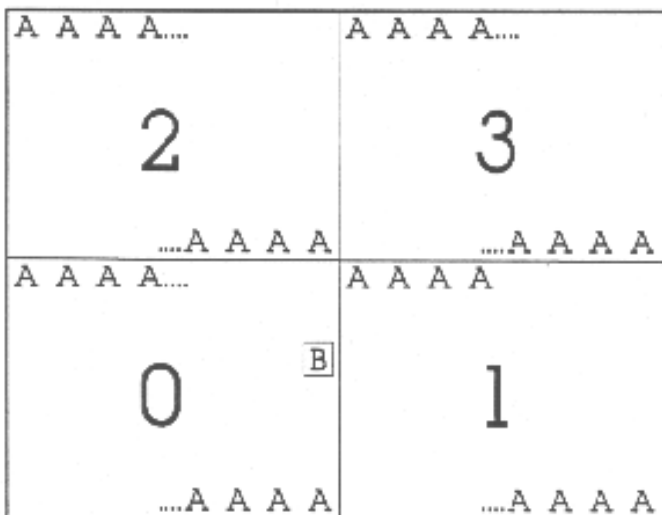
Rugalmas felbontás a raszter modellben: a *Quadtree*



A raszter fedvényt (gyökér) mindaddig negyedeljük, amíg cella értékben homogén részeket nem kapunk. Ezeket a részeket reprezentáló gráf-elemek a levelek.

A csomópontok nem homogén területeket jelentenek, tehát belőlük további elágazások indulnak ki.

A levelek nem ágaznak tovább.



Ha az indexelést az ábra szerint (Morton sorrendben) végezzük : DNY = 0, DK = 1, ÉNY = 2, ÉK = 3, akkor bizonyos algoritmusok egyszerűsödnek.

Az indexeket folyamatosan egymás után írjuk, így annyi négyes számrendszerbeli számjegye lesz az indexnek, ahányszoros negyedeléssel jött létre a terület.

2		3	
A A... 02	A A... 03	1	
...A A	...A A B		
A A... 00	A A... 01		
...A A	...A A		

A B értékű pixel kódja 0311. Alakítsuk át sor-oszlop indexre.

Ugyanúgy történik, mint a Morton számoknál, csak 4 alapú számrendszert alkalmazunk (mivel a kódban 4 alapú számok szerepelnek).

Minden négy alapú számjegy két darab kettő alapú számjeggyel írható fel.

0 3 1 1 megfelel 00 11 01 01 –nek. Ha a sort jelentő kék biteket egymás mellé írjuk:

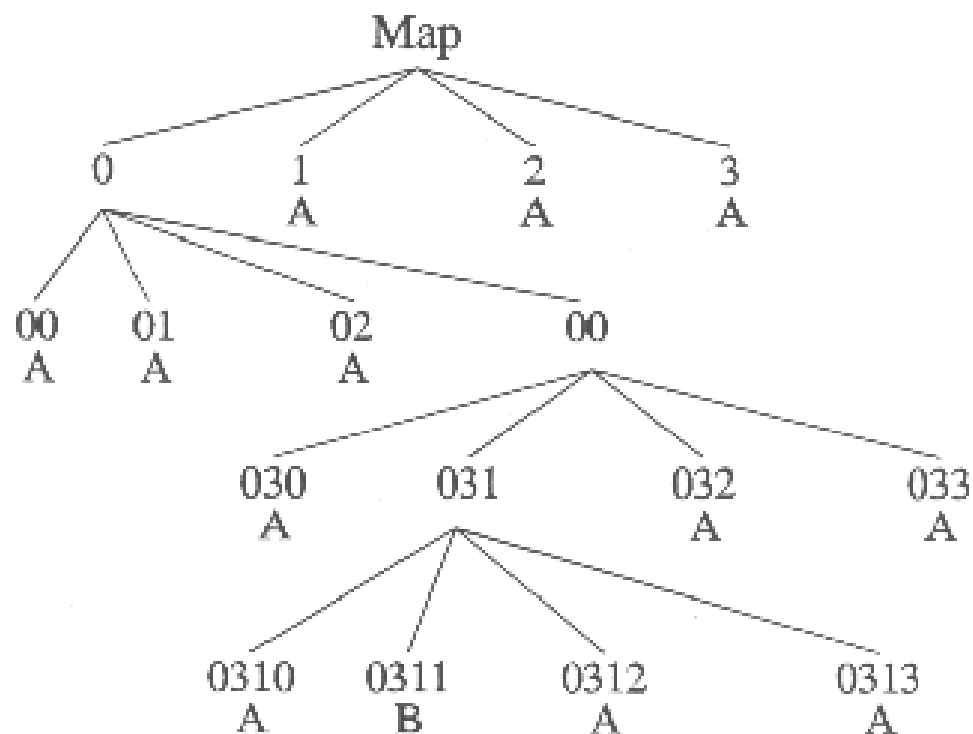
2		3	
02	032033	1	
	030 AA AB		
00	01		

0312	0313
A	A
0310	0311
A	B

A sor-index = 0100 = 4,

ugyanígy a lila bitekből megkapjuk az oszlopot:

Az oszlop-index = 0111 = 7.



Az ábrán fent, az előbb bemutatott példa quadtree gráfja, lent pedig a quadtree tárolás egy lehetséges formája került bemutatásra.

LEVEL

0	pointer			
1	pointer	A	A	A
2	A	A	A	pointer
3	A	pointer	A	A
4	A	B	A	A

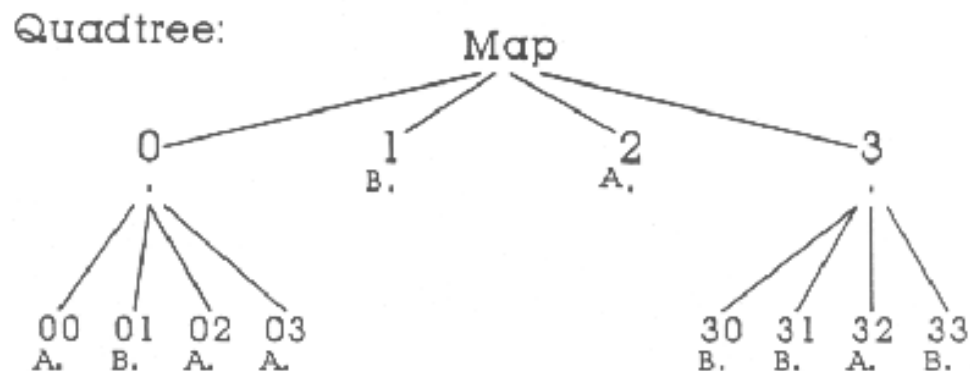
Position:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Contents:	2	6	A	A	A	A	A	A	10	A	14	A	A	A	B	A	A
(level):	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4

Quadtree algoritmusok

Területszámítás:

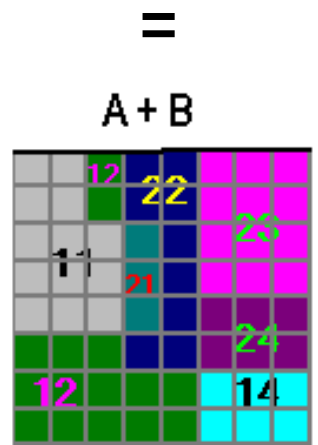
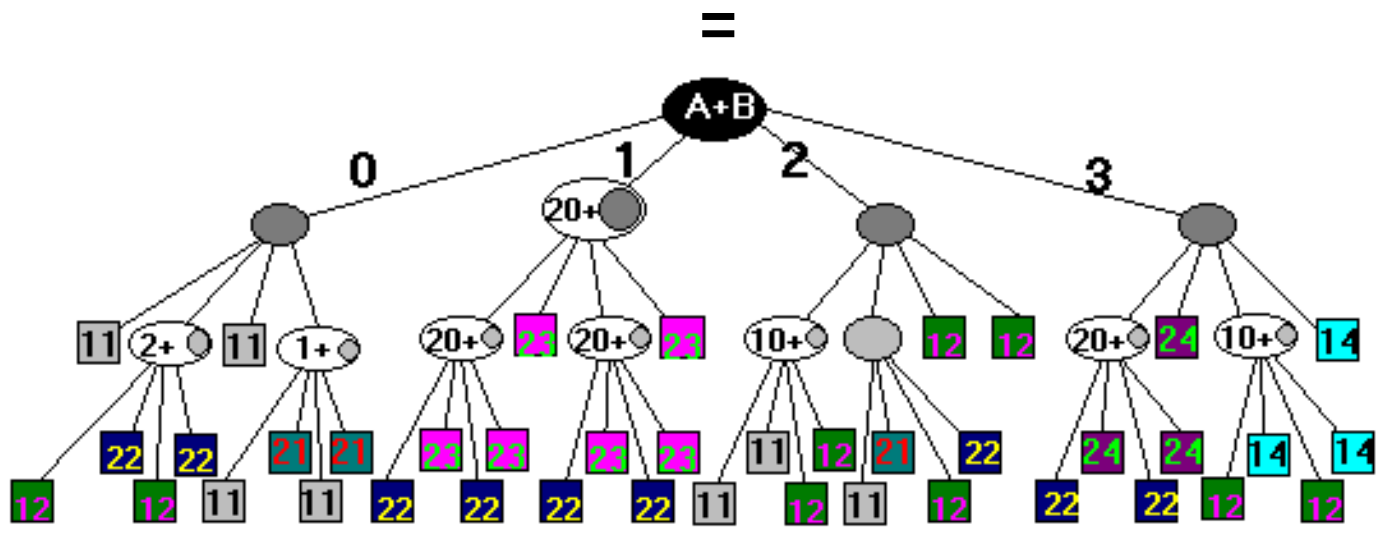
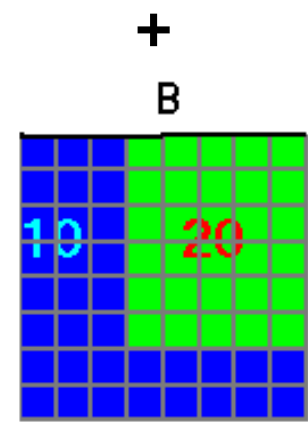
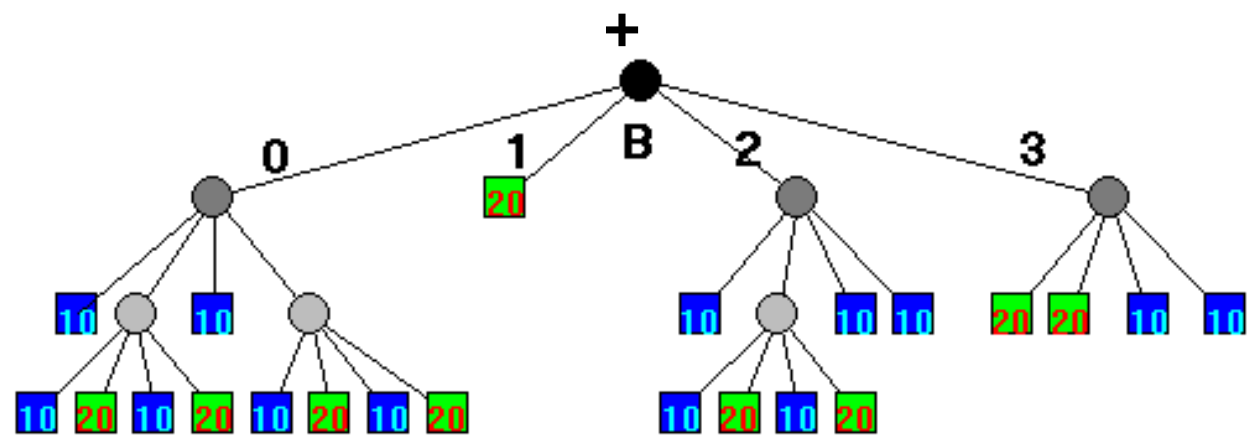
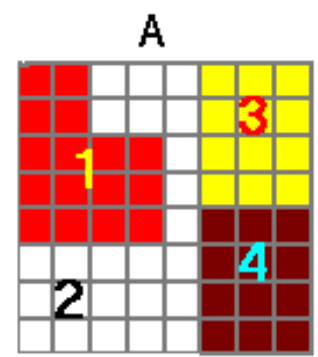
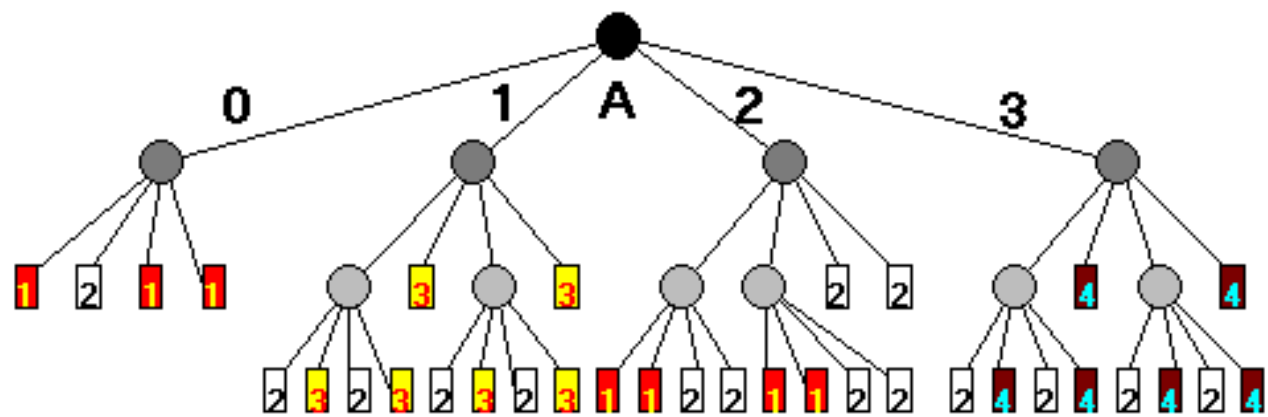
Össze kell adni a szintnek megfelelő terület és az A tartalmú levelek szorzatát:
 $4(2) + 1(00) + 1(02) + 1(03) + 1(32) = 8$

First Map: A A A B
A A B B
A A B B
A B B B



Fedvényezés (overlay):

A következő dia példáján két fedvényt adunk össze. Balról kezdve egyszerre haladunk mindkét fán. Ahol az egyik fán levél van annak értékét hozzáadjuk a másik fa megfelelő csomópontjából származó valamennyi levélhez



A szomszédság meghatározás:

(a csúcsok szomszédságát nem vesszük figyelembe)

A tesszerális aritmetikában, az átvitel 100 és nem 10, pld.

$$0001 + 01 = 0100; 1000 - 10 = 0010$$

(ha megszámozzuk a biteket balról eggyel kezdődően, 1 (01) hozzáadása és kivonása csak a páros biteket változtatja,

2 (10) hozzáadása és kivonása pedig csak a páratlan biteket.)

Két azonos méretű levél szomszédos, ha bináris megfelelőik bináris 1-el vagy bináris 10-el különböznek

$$01 \text{ és } 03 \text{ szomszédok mivel } 01 = 0001 + 10 = 0011 = 03$$

$$033 \text{ és } 211 \text{ szomszédos mivel } 033 = 001111 + 10 = 100101 = 211.$$

Eltérő méretű blokkok esetén

1. Vesszük a hosszabb kódot, átalakítjuk, hozzáadunk és levonunk 1-et és 10-et így négy új kódot kapunk, feltéve ha a szám nem lett negatív amit figyelmen kívül hagyunk.
2. Hagyjunk el annyi jobboldali számjegyet, hogy olyan hosszú legyen mint a rövidebb kód és alakítsuk vissza négyes rendszerbe.
3. A két levél szomszédos, ha bármelyik transzformált csonkított kód megegyezik a rövidebb kóddal.
4. Példák: 02 és 2 vizsgálata

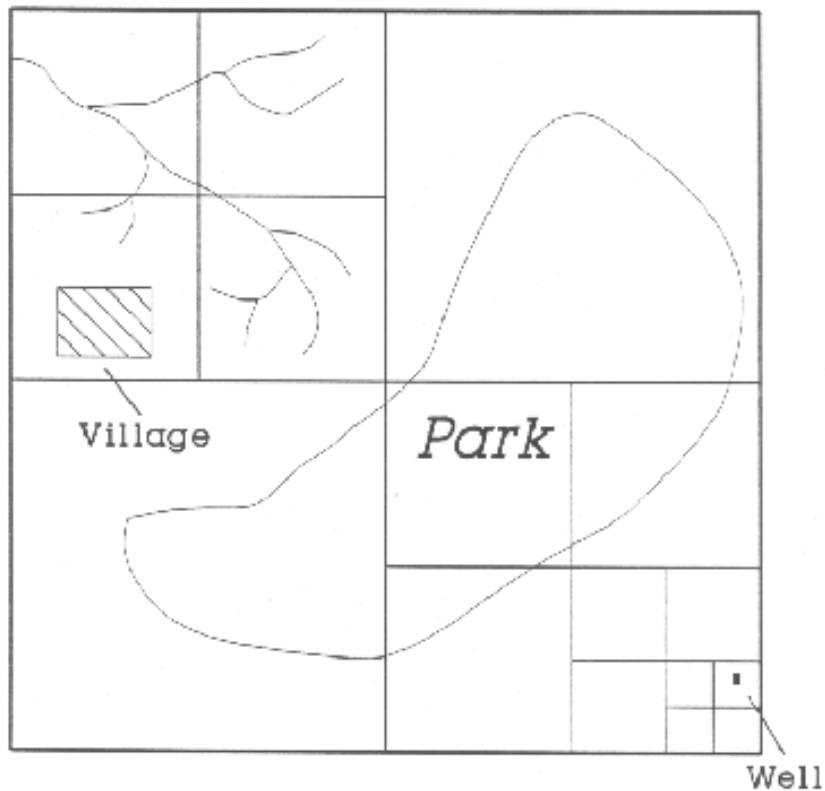
$0010 + 1 = 0011$; $0010 + 10 = 1000$; $0010 - 1 = (\text{negatív})$; $0010 - 0010 = 0000$. Csonkítás után $00 = 0$ és $10 = 2$ marad azaz 02 és 2 szomszédok.

033 és 2 vizsgálata: $001111 + 1 = 011010$; $001111 + 10 = 100101$; $001111 - 1 = 001110$; $001111 - 10 = 001101$. A rövidítésből $01 = 1$, $10 = 2$ és $00 = 0$ azaz 033 és 2 szomszédos.

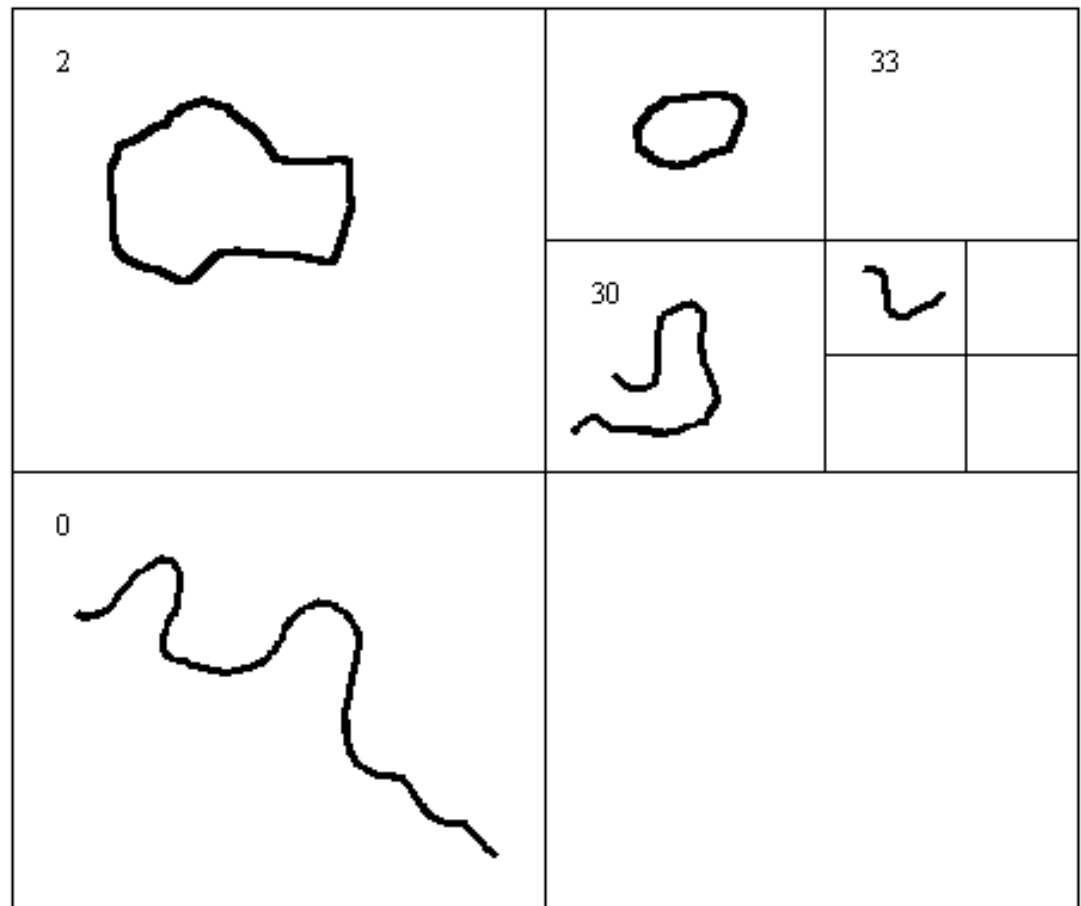


Quadtree indexek

Vektoros rendszerekben használják keresésre (pld. Metszési feladatoknál) egydimenziós rendezéssel oldható meg a kétdimenziós feladat. Előnyös a kis poligonokra, pontokra, előnytelen a hosszú vonalakra.



	<u>Index</u>
Park	NULL
River	2
Village	20
Well	1113



R-fa

R-tree Hierarchy

A rendezés még hatékonyabb bár számításigényesebb az R(ange)-tree-vel, a téglalapokba a lehetséges legtöbb objektum essen bele, durván egyenlő számban, kis átfedés a téglalapok között.

Oracle, PostGIS használja

