



2. házi feladat

Idősor PSD becslése

- Adott egy *idősor*, melynek hossza 2.5 s, a mintavételezési frekvencia 300 Hz (750 adat)
- A jel 800 véletlen fázisú és 1-50 Hz közötti véletlen frekvenciájú, egységnyi amplitúdójú szinusz hullámot tartalmaz
- A jelben van még egy 50 Hz-nél valamivel nagyobb frekvenciájú *igen kis amplitúdójú szinuszos összetevő*
- Feladat: PSD becsléssel határozza meg a gyenge jel *összetevő frekvenciáját* és közelítő *nagyságát* dB-ben

Mi a PSD?

- sztochasztikus folyamatra az $(f_0 - 1/2df, f_0 + 1/2df)$ frekvenciasávhoz tartozó *jel energia*
- meghatározása ($S_x(f_0)$):

f_0 körüli Φ_{f_0} sáváteresztő szűrő, jel energia df -el arányos:

$$S_x(f_0) df = \text{var}(\Phi_{f_0} * x)$$

Teljesítménysűrűség spektrum

$$S_x(f_0) df = \text{var}(\Phi_{f_0} * x)$$

- $S_x(f_0)$: *Power Spectral Density* (PSD) energiaspektrum, teljesítménysűrűség spektrum
- PSD *mértékegysége*: sztochasztikus folyamat („jel”) variancia osztva frekvenciával
- vagy négyzetgyök PSD: sztochasztikus folyamatot jellemző mennyiség mértékegysége / (négyzetgyök frekvencia), pl. ha gyorsulás, a négyzetgyök PSD: $\text{m/s}^2 / \text{Hz}^{1/2}$

Megoldás

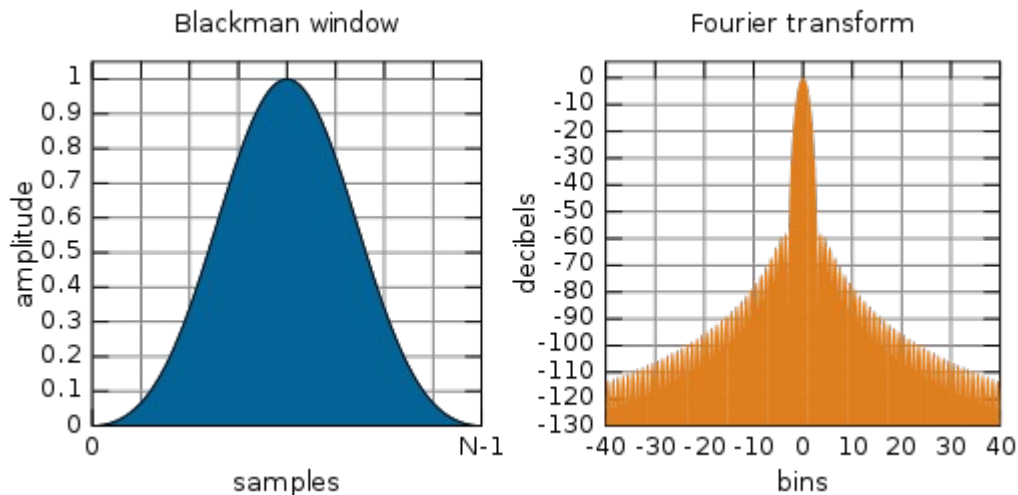
- A megoldáshoz használjon kétfajta PSD becslési eljárást:
 - 1) Periodogram becslés *Blackman* simítással
 - 2) Periodogram becslés *Slepian* simítással

$$S\left(\frac{k}{NT}\right) = \left| \sum_N x_N[n] \cdot e^{-i2\pi \frac{kn}{N}} \right|^2$$

Blackman simító függvény

- A Blackman simító függvény számítása
Octave: blackman(N) függvény, N az elemek száma

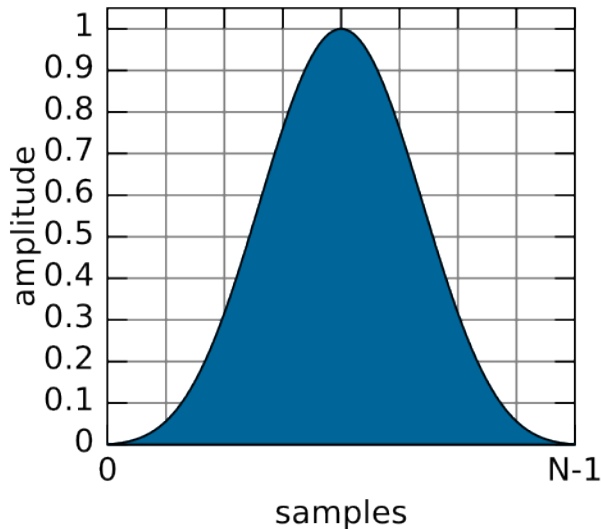
$$w(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) \quad a_0 = \frac{1-\alpha}{2}; \quad a_1 = \frac{1}{2}; \quad a_2 = \frac{\alpha}{2}$$



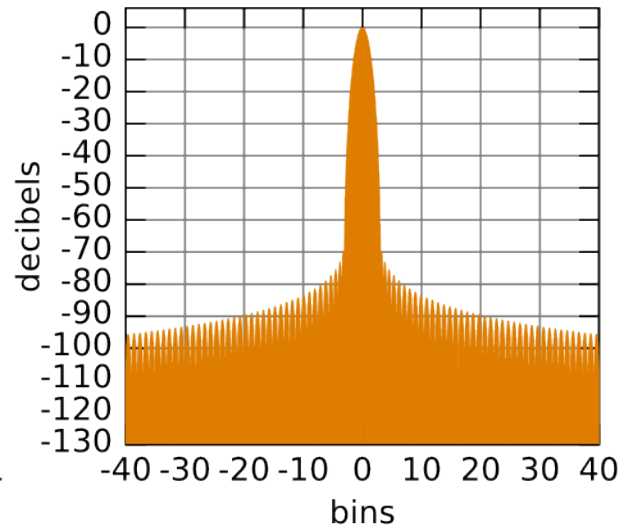
Slepian simító függvény

- A Slepian simító függvény számítása
Octave: `dpssw(N,W)` függvény,
N az elemek száma, W a sávszélesség

DPSS window (NW = 3)



Fourier transform



Slepian simító függvény

- `dpssw(N,W)` függvény Octave kódja

```
function w = dpssw(N,W)

% DPSSW - N hosszúságú DPSS sorozat számítása
%           W levágási frekvenciához

k = (1:N-1);
s = sin(2*pi*W*k)./(pi*k);
c0 = [W,s];
A = toeplitz(c0);
% 2*NW-1 legnagyobb sajátérték
[V,D] = eigs(A,2*N*W-1);
w = V;
```

maximális energia koncentrációjú vektor
(sorozat) egy megadott $[-W, W]$
frekvencia sávban

- A diszkrét DPSS függvények az alábbi szimmetrikus Toeplitz mátrix sajátvektorai

$$S[k, l] = \frac{\sin[2\pi W T (k-l)]}{\pi(k-l)}$$

$$k, l = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

- ahol N az elemek száma,
 W a levágási frekvencia (Hz)
és T a mintavételi időköz (s)

Mintafeladat megoldása

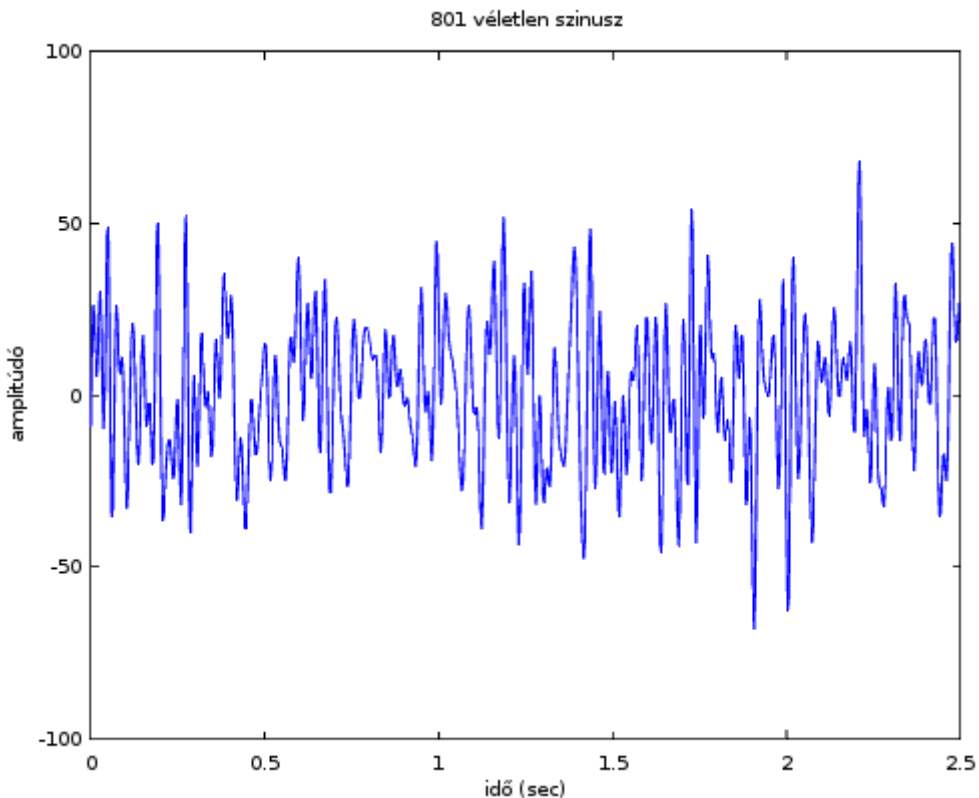
- Az adatok az `input_5` fájlban vannak
beolvassuk
felrajzoljuk

```
clc; clear all; close all
ss = 300; % mintavételi frekvencia (Hz)
Ts = 2.5; % 2.5 sec jel
nsa = Ts*ss; % minták száma
ti = [0:(nsa-1)]/ss; % időegység

% az adatok beolvasása és rajz készítése

xsi = load('input_5');

figure(1);
plot(ti,xsi);
xlabel('idő (sec)');
ylabel('amplitúdó');
title('801 véletlen szinusz');
```

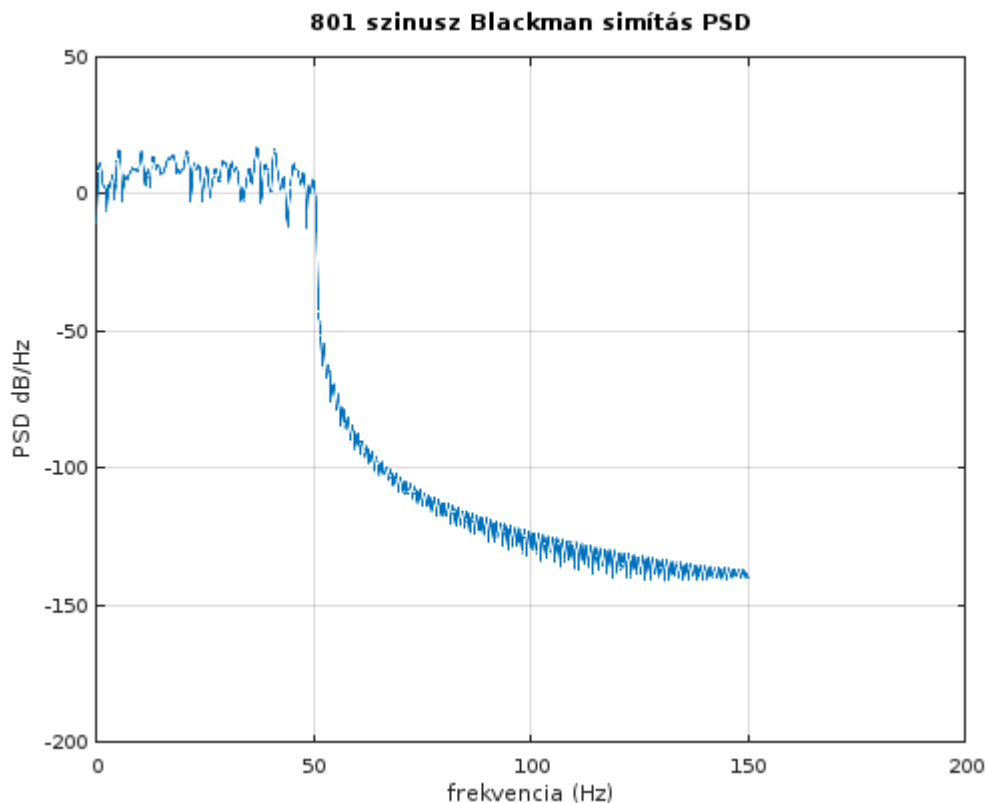


Mintafeladat megoldása

- Periodogram becslést számítunk Blackman simítással

```
% Periodogram PSD, Blackman simítással  
figure(2);  
periodogram(xsi, blackman(length(xsi)), [], ss);  
xlabel('frekvencia (Hz)');  
ylabel('PSD dB/Hz');  
title('801 szinusz Blackman simítás PSD');
```

nem látható a gyenge
szinuszos jel a PSD-ben



Mintafeladat megoldása

- Periodogram becslést számítunk Slepian simítással – a legnagyobb sajátértékhez tartozó Slepian függvényt alkalmazzuk a feladatban

```
% Periodogram PSD, Slepian simítással
figure(3);
% nagyobb NW: kevesebb szivárgás, de a PSD felbontása csökken
NW = 4;
W = NW/length(xsi);
slepian = dpssw(length(xsi),W);
periodogram(xsi, slepian(:,1),[],ss);
xlabel('frekvencia (Hz)');
ylabel('PSD dB/Hz');
tstr = '801 szinusz Slepian simítás PSD'
title(strjoin({tstr, 'NW=' ,int2str(NW)},' '));
```

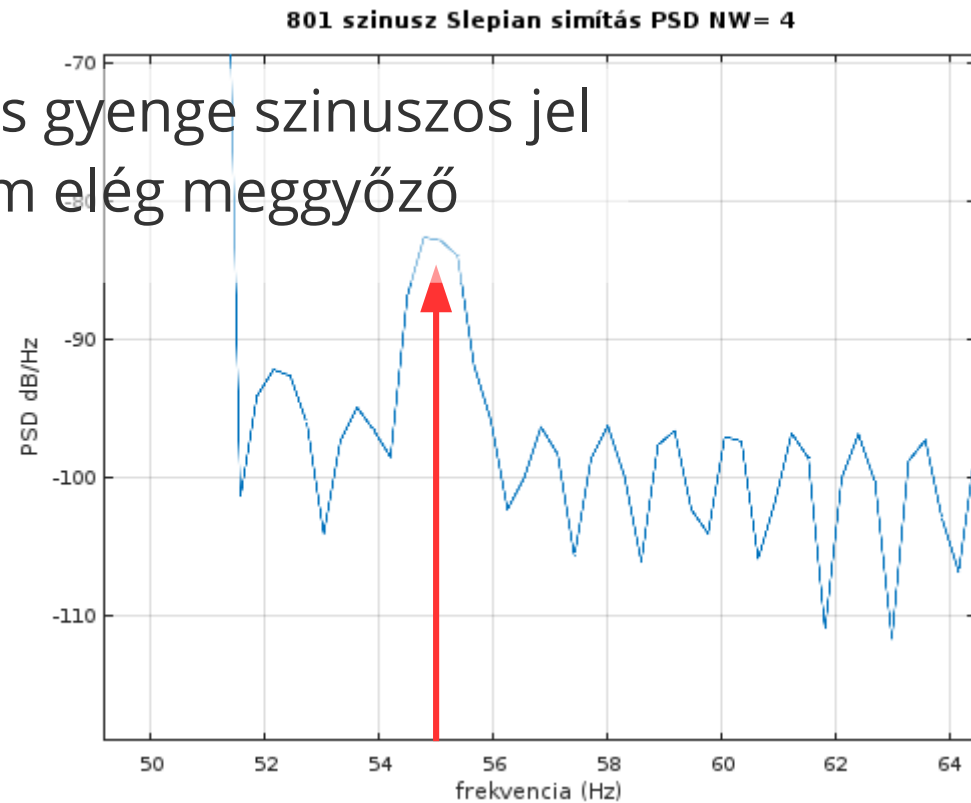
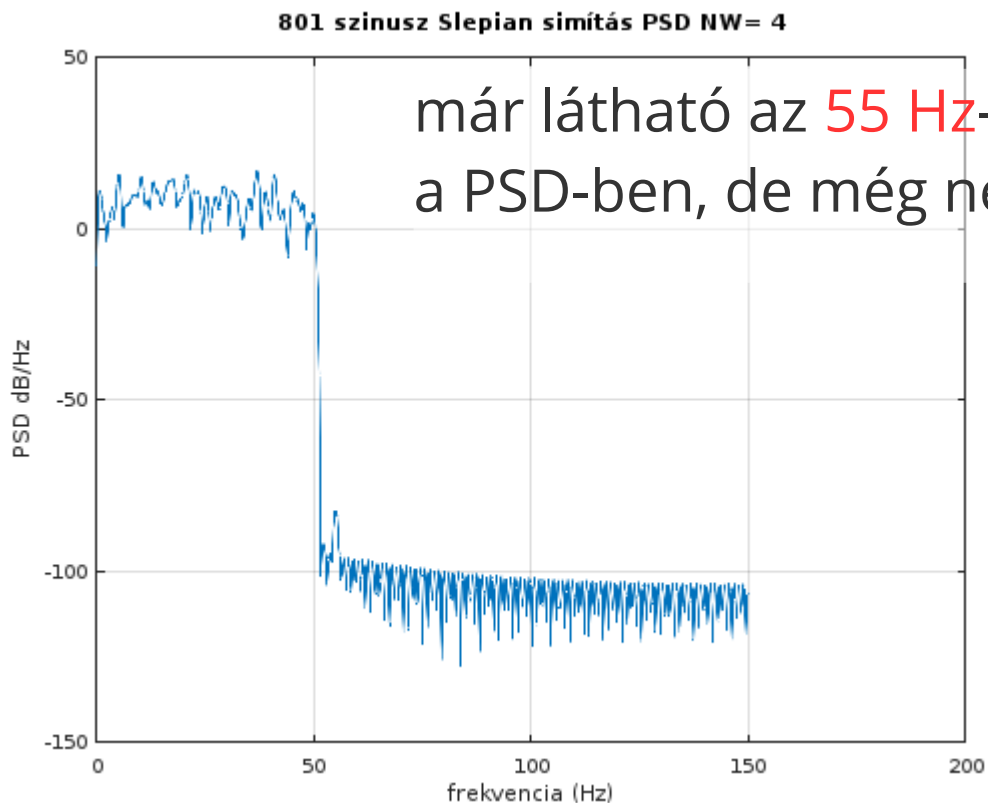
Mintafeladat megoldása

- Periodogram becslést számítunk Slepian simítással – a legnagyobb sajátértékhez tartozó Slepian függvényt alkalmazzuk a feladatban

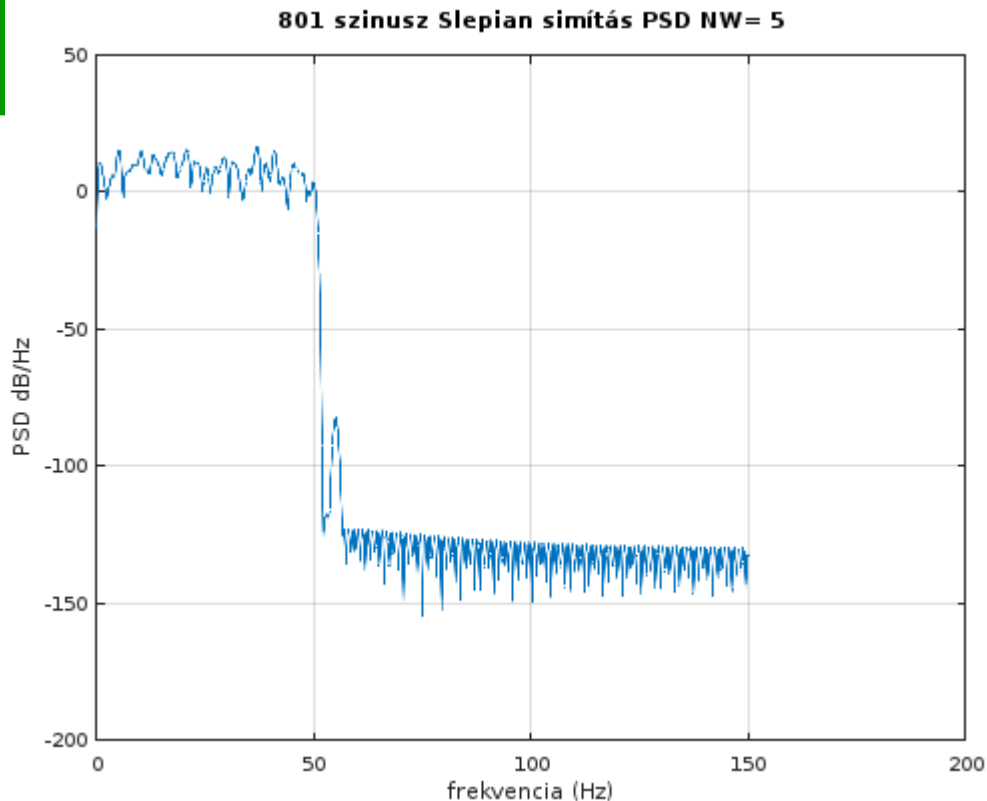
```
% Periodogram PSD, Slepian simítással
figure(3);
% nagyobb NW: kevesebb szivárgás, de a PSD felbontása csökken
NW = 4;
W = NW/length(xsi);
slepian = dpssw(length(xsi),W);
periodogram(xsi, slepian(:,1)),[],ss);
xlabel('frekvencia (Hz)');
ylabel('PSD dB/Hz');
tstr = '801 szinusz Slepian simítás PSD'
title(strjoin({tstr, 'NW=' ,int2str(NW)},' '));
```

Mintafeladat megoldása

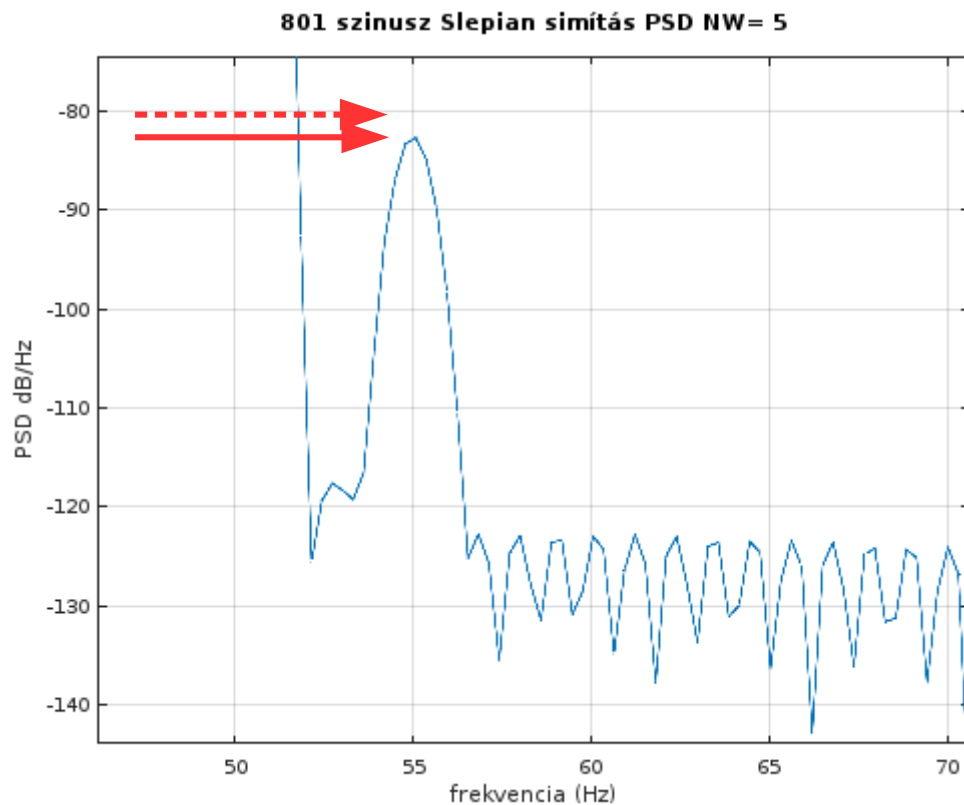
- Slepian simítás PSD eredmények (NW=4)



- Növeljük az **NW** szorzatot **5**-re, hogy kisebb legyen a spektrális szivárgás



az 55 Hz-es gyenge szinuszos jel
nagyságát javítsuk +2-3 dB korrekcióval



a gyenge szinuszos jel *nagysága*
tehát **-80 dB**

Beadandók

- *Kiinduló idősor adatok* (grafikusan)
- *Eredmények* (grafikusan)
 - Becsült PSD Blackman simítással
 - Becsült PSD Slepian simítással
- *Eredmények* (számszerűen)
 - a jelben megtalált gyenge szinuszos összetevő
frekvenciája (Hz)
 - közelítő nagysága (dB)
- *Műszaki leírás*, mely tartalmazza a felhasznált számítási eszközt, programot is