

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Építőmérnöki Kar

Földmérő- és Térinformatikai mérnök mesterszak

GNSS elmélete és alkalmazása

BMEEOAFMLT1

Oktatási segédlet

Tantárgyfelelős: Dr. Ádám József egyetemi tanár

Összeállította: Dr. Ádám József egyetemi tanár (EA 1, 2, 10)

Dr. Rózsa Szabolcs egyetemi docens (EA 3-9, 11-14)

Dr. Takács Bence egyetemi docens (GY 1-7)

Budapest

2012

Tartalomjegyzék

1. előadás: A navigációs műholdrendszerek fontosabb jellemzői. A műholdas helymeghatározás fejlődéstörténete	1
2. előadás: Vonatkoztatási rendszerek	10
3. előadás: A GPST időrendszer. A műholdak által sugárzott jelek és adatok. A műholdak koordinátáinak meghatározása a mérés pillanatában	17
4. előadás: A kód és fázismérés elve. A helymeghatározás hibaforrásai: a műholdhoz kapcsolódó hibák (órahibák, pályahibák), különleges hibák (műholdgeometria hatása, relativisztikus hatások), a mérőjel terjedéséhez kapcsolódó hibák (az ionoszféra hatása)	31
5. előadás: A mérőjel terjedéséhez kapcsolódó hibák (troposzféra). A jelek vételéhez kapcsolódó hibák (ciklusugrás, fáziscentrum-külpontosság, többutas terjedés)	47
6. előadás: A GPS mérésekről. A statikus és kinematikus mérések fontosabb jellemzői. Valós idejű differenciális (DGPS) és kinematikus (RTK) mérési módszerek.	58
7. előadás: Zárthelyi dolgozat az 1-6. előadások anyagából. A helymeghatározás matematikai modelljei: a kód mérés abszolút és a differenciális helymeghatározás.....	70
8. előadás: A helymeghatározás matematikai modelljei: fázismérésen alapuló relatív helymeghatározás különbségképzéssel. Fázismérések lineáris kombinációi. A ciklustöbblettelműség feloldása	76
9. előadás: A helymeghatározás matematikai megoldhatósága. Térbeli koordináták átszámítása elkülönült vízszintes és magassági rendszerekbe	88
10. előadás: Egységes európai és magyarországi geodéziai alapok	103
11. előadás: 2. zárthelyi dolgozat. A Nemzetközi GNSS szolgálat tevékenysége és szolgáltatásai	110
12. előadás: A magyarországi GNSS infrastruktúra harmadik generációja. A globális helymeghatározás várható fejlődése. Az állapot-tér modellezés	112
13. előadás: A GNSS alkalmazási területei: geodézia, geodinamika alkalmazások	119
14. előadás: A GNSS alkalmazási területei: mérnöki, geofizikai, aeronómiai és meteorológiai alkalmazások	127

1. előadás:

A navigációs műholdrendszerek fontosabb jellemzői. A műholdas helymeghatározás fejlődéstörténete.

1.1 Bevezetés

Napjainkban egyre inkább felértékelődik a helyhez kapcsolt információk szerepe. Ilyen információk a leggyorsabban és a legszélesebb körben a műholdas helymeghatározás és navigáció mérési eljárásaival nyerhetők. A műholdas helymeghatározásra és navigációra (azaz helyzet-, sebesség- és időinformációk szolgáltatására) napjainkban világszerte az amerikai globális helymeghatározó rendszert (Global Positioning System, GPS) alkalmazzák legelterjedtebben. A rendszer első kísérleti műholdját 1978-ban, az első operatív (működő) műholdat pedig 1989-ben lőtték fel. A rendszer a kezdeti működési képességét 1993-ban érte el, a teljeset 1995-ben.

A GPS rendszer elődje az amerikai tengerészeti navigációs műholdrendszer (US Navy Navigation Satellite System, NNSS) volt, amely az 1960-as évek közepétől több évtizeden át (az 1990-es évek elejéig) működött. Az ún. Doppler-adóval ellátott mesterséges holdakat eredetileg katonai navigációs célra lőtték fel, de 1967 óta polgári navigációs célokra is rendelkezésre bocsátották. Az NNSS holdakat másképpen ún. *Transit* vagy Doppler-holdak (illetve doppleres műholdak) néven is használták. A navigációs rendszernek hat üzemelő műholdja volt, amelyek egy-egy kör alakú poláris pályán, a földfelszín felett kb. 1000 km magasságban keringtek (*1a. ábra*). Az 1970-es évek második felében az akkori pontossági szintnek megfelelő, geodéziai célú, terepi mérésekre alkalmas, hordozható Doppler-vevőberendezéseket fejlesztettek ki, melyekből hazánk is beszerzett négy vevőberendezést (1 db CMA és 3 db JMR). Ezeket geodéziai alaphálózatunk továbbfejlesztése (és a GPS-technika hazai bevezetése) céljából felhasználtuk.

Megjegyezzük, hogy az amerikai *Transit* műholdrendszer (NNSS) első működő holdját, a *Transit-1B* műholdat 1960. április 13-án lőtték fel. Ezt az időpontot tekintjük a *műholdas helymeghatározás* megszületésének, amely óta több, mint 50 év telt el. Az NNSS navigációs műholdrendszert az 1990-es évek elejéig használták.

1.2 A GNSS/RNSS rendszerek kifejlesztése

Az elmúlt másfél évtizedben tanúi voltunk a GPS-technika egyre szélesebb körű alkalmazásának (Magyarországon is), nemcsak a geodézia, a térképészet, a navigáció és a térinformatika, hanem a föld- és műszaki tudományok más területein is. Az előrejelzések szerint a felhasználók köre a jövőben is egyre bővülni fog. Ezt az is lehetővé teszi, hogy a jelenlegi GPS-rendszer nagy arányú továbbfejlesztésével foglalkoznak, amelynek célja az, hogy a rendszert a tengerhajózás, a repülés (különösen a polgári repülés) és az űrkutatás igen sok területén megbízhatóan és hatékonyan lehessen alkalmazni. Így a műholdas navigációs rendszerek új, a jelenleginél is összetettebb változatait hozzák létre. E rendszerek összefoglaló megnevezésére alkalmazzák a *globális navigációs műholdrendszer* (Global Navigation Satellite System, GNSS) elnevezést.

A GPS rendszer bővítését és hatékonyságának növelését szolgálják az ún. *regionális navigációs műholdrendszerek* (Regional Navigation Satellite Systems, RNSS) kifejlesztése.

A már működő (de még fejlesztés alatt álló) és tervezett GNSS és RNSS rendszerek elnevezéseit az *I. táblázat* tartalmazza. A GNSS és RNSS fejlesztési programok valójában nemzeti infrastruktúra projektekként valósulnak meg. Nagyobb gazdasági és űrkutatási potenciállal rendelkező nemzetek részéről jól látható tendencia mutatkozik arra, hogy saját műholdas navigációs (globális és/vagy regionális) rendszert hozzanak létre. (E nemzetek többnyire saját űriparral és nukleáris technikával is rendelkeznek).

1.3 A GNSS rendszerek főbb jellemzői

Az elmúlt évtized elején az USA globális helymeghatározó rendszere (GPS) volt az egyetlen működő globális navigációs műholdrendszer (GNSS). Ma azonban a GPS már nem az egyetlen műholdas navigációs rendszer, mert Oroszország jelentős fejlesztéseknek köszönhetően működteti saját rendszerét GLONASS néven. Oroszország hosszú utat járt be a GLONASS újrakezítésében és modernizálásában. Az utóbbi években a rendszer műholdjainak száma megkétszereződött. Végre jóváhagyták Európa GALILEO elnevezésű műholdas navigációs rendszerét, amelynek kifejlesztésén az Európai Unió (EU) az Európai Űrügynökséggel (ESA) együtt dolgozik. Az elmúlt években kísérleti céllal fellőtték a GALILEO első holdjait. Továbbá a GPS-hez különböző kiegészítő rendszereket hoznak létre. E rendszerek összefoglaló megnevezésére használják a globális navigációs műholdrendszer (Global Navigation Satellite System, GNSS) elnevezést. Az említett műholdas navigációs rendszereken felül újabb rendszereket is terveznek. Kína bejelentette terveit a saját fejlesztésű és tulajdonú COMPASS elnevezésű GNSS létrehozására. Néhány holdat már fel is lőttek. India is létre kívánja hozni saját globális (GINSS) és regionális navigációs műholdrendszerét (IRNSS). Ez az oka annak, hogy a szakirodalomban a korábban általánosan ismert GPS elnevezés mellett napjainkban a GNSS kifejezés alkalmazása terjed el (Magyarországon is).

A GNSS betűszót 1991-ben alkották meg és alkalmazták először a 10. légi navigációs konferencián, amikor a Nemzetközi Polgári Repülésügyi Szervezet (International Civil Aviation Organization, ICAO) felismerte, hogy az elsődleges navigációs rendszert a 21. században a globális navigációs műholdrendszer (GNSS) fogja biztosítani. Ez alatt azt is értjük, hogy a GNSS kifejezésének többet kell magában foglalnia mint pusztán műholdas helymeghatározás. A pontosság mellett további olyan fontos jellemzők is kell hogy meghatározzák a rendszert, mint az integritás, a hozzáférhetőség és a folyamatos szolgáltatás. A GPS és a GLONASS, amelyek elsősorban katonai rendszerek, valójában nem biztosítják ezeket a képességeket. A GNSS teljes körű kiépítését ezért több lépcsőben biztosítják.

A GNSS betűszó használata nem egységes a nemzetközi szakirodalomban. A szakemberek többsége a globális navigációs műholdrendszerek (global navigation satellite systems) kifejezés rövidítésére alkalmazza, melyben a hangsúly a többes számként szereplő rendszerek (systems) szón van. A szakemberek egy másik (kisebbik része, pl. *Hein és társai, 2007*) és az *Inside GNSS* folyóirat, a szóban forgó rendszerek miatt a betűszóban is többes számot használ a következő módon: GNSSes (vagy pl. GNSSs). A rendszer (system) szó többes számú alakja, a rendszerek (systems) kifejezés jól megindokolható azzal, hogy ma már ténylegesen is több rendszer működik (pl. GPS és a GLONASS) és továbbiak kifejlesztése is napjainkban folyik (az európai GALILEO, a kínai COMPASS és az indiai GINSS), amelyek mindegyike valójában egy-egy globális navigációs műholdrendszer (global navigation satellite system, GNSS.)

Ezt a kérdéskört érintik *Hofmann-Wellenhof és társai (2008)* a legújabb szakkönyvük előszavában, amelyben idézik az ENSZ CoUPOS (Committee on the Peaceful Uses of Outer Space) szervezete egyik konferenciája 1998-ban megjelent kiadványában közzétett fogalmi meghatározást. E szerint a globális navigációs műholdrendszer (Global Navigation Satellite System, GNSS) űralapú (space-based) rádiós helymeghatározó rendszer, amely magában foglal egy vagy több műholdrendszert, és ha szükséges, kiegészítő rendszereket annak érdekében, hogy a megkívánt működést szolgálják, azaz biztosítsák a folyamatos (24-hour) háromdimenziójú helyzet-, sebesség- és időinformációt a megfelelő vevőberendezéssel rendelkező felhasználó számára, legyen az a földfelszín bármely pontján, vagy a földfelszín közelében (gyakran a Föld körüli térségben). Ilyen értelmezésben alkalmazza a GNSS kifejezést *Hofmann-Wellenhof és társai (2008)*, továbbá a hazai szakirodalomban *Fejes (2003)*, *Borza (2004)* és *Ádám, (2007)*, valamint *Ádám és társai (2004)*.

A GPS rendszer mérési technikájából és a vele történő helymeghatározás sajátos módszeréből adódóan nagy számú műhold üzemel a földfelszín felett ún. közepes magasságú pályákon (Mean Earth Orbit, MEO). Ez a GNSS többi rendszerére (GLONASS, GALILEO és COMPASS) is jellemző. A GNSS rendszerek műholdjai héjszerűen helyezkednek el a térben, a Föld felszíne felett 19000 km és 23000 km magasságban (*II. táblázat*). A GPS rendszer műholdjai mintegy 20000 km földfelszín feletti magasságban (*1b. ábra*), 6, közel körpályán helyezkednek el (*2. ábra*). A GPS rendszer modernizálása folyamatban van, tervbe vett továbbfejlesztése 2015-ig tart.

A GLONASS rendszert is egyaránt katonai és polgári alkalmazások céljából fejlesztik. A rendszer teljes kiépítettségben 24 műholdból áll, amelyek a földfelszín felett 19100 km magasságban, 3 körpályán egyenletesen elosztva keringenek. A három MEO-műholdpálya síkja egymással 120°-os szöget zárnak be. Oroszország a GLONASS működőképességét ugyanolyan szintre kívánja fejleszteni, mint a GPS és a GALILEO.

A GALILEO rendszert az Európai Unió (EU) és az Európai Űrügynökség (ESA) közös fejlesztésében hozza létre kizárólag polgári (civil) felhasználásra. Teljes kiépítettségében 30 (27+3 tartalék) műholdból fog állni, melyeket 3 kör alakú pályán helyeznek el egyenletesen elosztva, a földfelszín felett mintegy 23000 km magasságban. Kísérleti céllal már több mesterséges holdat fellöttek, a navigációs műholdrendszer előreláthatólag 2015-re épül ki.

A COMPASS rendszert Kína hozza létre katonai és polgári alkalmazásokra. Már több kísérleti műholdat fellöttek. A tervzet szerint a teljes rendszer 2012-ben kezdi meg működését.

1.4 Az RNSS rendszerek főbb jellemzői

Az RNSS rendszerek lényegében a GPS bővítését szolgálják egy-egy régió térségében. Jelenlegi ismereteink szerint három RNSS rendszer létrehozásáról van szó: India, Japán és Kína határozta el, hogy térségükben a GPS rendszer hatékonyságának növelésére és bővítésére hozza létre saját RNSS rendszerét. Ebből a célból navigációs műholdakat bocsátanak fel ún. geoszinkron (GSO) pályákra. Ezek a pályák kitüntetett szerepet játszanak a műholdpályák között, mert ezeken a keringés ideje és iránya pontosan megegyezik a Föld sziderikus (állócsillagokhoz képest mért) tengelyforgási idejével és irányával. (A geoszinkron pályán keringő mesterséges égitestet geoszinkron műholdnak nevezzük..) A geoszinkron műhold keringésének jellegzetessége, hogy adott helyi időben egy ideig minden nap pontosan

ugyanazon földrajzi hely fölött tartózkodik. A geoszinkron pálya speciális esete a geoszinkron körpálya, ennek földfelszín feletti magassága 35790 km ($a = 42164$ km). A pálya bármely pontjából a Föld felszínének 42 %-a figyelhető meg róla egyszerre. A Földről nézve a geoszinkron műholdak É-D-i irányú, a pályahajlás (i) szögétől függő, nyolcas alakú útvonalat írnak le (*3a. ábra*).

További speciális eset, ha a pályahajlás szöge 0° , azaz a műhold az Egyenlítő síkjában kering. Ebben az esetben a műhold keringése során mindvégig a Föld felszínének ugyanazon pontja fölött tartózkodik. Az ilyen pályán keringő, a Föld felszínéhez képest álló műholdat geostacionárius műholdnak, a műholdpályát pedig geostacionárius (GEO) pályának nevezzük (*3b. és c. ábra*).

A tervezett RNSS rendszerek közül a japán QZSS már a megvalósítás fázisában van. A 3 geoszinkron műhold közül már egyet ez év nyarán felbocsátottak. Mivel pályája eltér a körpályától, ezért a pálya szubszatellita vonala a *4b. ábrán* látható sajátos nyolcas alakot alakítja ki.

1.5 Kiegészítő rendszerek

A GPS azonban még mindig nem alkalmazható kellő biztonsággal bizonyos navigációs feladatokhoz, amelynek egyik legfontosabb oka az, hogy a rendszer önellenőrző képessége (integritása) egyelőre elmarad a szigorú közlekedésbiztonsági előírásokhoz képest. A nagyobb helymeghatározási pontosság elérése céljából hozták létre az ún. kiegészítő rendszereket (Augmentation System). A kiegészítő rendszerek két típusát különböztetjük meg aszerint, hogy a szolgáltatások elérése műholdakon keresztül (Satellite Based Augmentation System, SBAS) vagy valamely földi kommunikációs csatornán (Ground Based Augmentation System, GBAS) valósul meg. A kiegészítő rendszerek lényegében két szolgáltatást nyújtanak: egyrészt fokozzák a GPS-szel elérhető abszolút helymeghatározás pontosságát, másrészt információt szolgáltatnak a rendszer megbízhatóságáról és biztonságáról. Több ilyen rendszer kezdte meg működését az elmúlt években (*III. táblázat*). A WAAS Észak-Amerika, az MSAS Japán, a GAGAN India, az EGNOS rendszer pedig Európa területére biztosítja az említett szolgáltatásokat. Lényegében a polgári légi irányítást és navigációt kell segíteniük. A kiegészítő rendszerek valamennyi műholdja ún. geostacionárius (GEO) pályán kering.

1.6 A GNSS Nemzetközi Bizottságának szerepe és tevékenysége

A 2000-es évek elején az ENSZ keretei között létrehozták a GNSS Nemzetközi Bizottságot (International Committee on Global Navigation Satellite Systems, ICG, <http://www.oosa.unvienna.org/oosa/SAP/gnss/icg.html>) a GNSS infrastruktúra globális méretű használatának és a kapcsolódó ismeretek cseréjének elősegítése céljából.

Az ICG keretei között a jelenlegi és a tervezett GNSS rendszert szolgáltatók megegyeztek három fontos alapelvben, amelyek segítenek azt biztosítani, hogy tisztességes verseny alakuljon ki. Ez a három rendező elv a következő:

- a) összeegyeztetés (compatibility),
- b) kölcsönös működőképesség (interoperability), és az
- c) átlátszóság (transparency).

Az ICG ezeket a következőképpen értelmezi.

A GNSS rendszerek összeegyeztethetősége azt kívánja meg, hogy az egyes GNSS rendszerek jelei között ne lépjen fel interferencia, továbbá az egyes rendszerek által nyújtott, biztonsági célokat szolgáló, korlátozott hozzáférésű jelek átfedését elkerüljék (a rendszerszolgáltatók az ilyen jelek átfedésének elkerülésére törekszenek).

A kölcsönös működőképesség azt jelenti, hogy az egyes GNSS rendszerek jelei használhatók együttesen olyan módon, hogy az általános szolgáltatás javuljon. Minél könnyebb lesz több GNSS rendszer adásait venni képes vevőberendezést kifejleszteni és legyártani (ún. multi-GNSS vevőberendezések), akkor annál inkább fenn fog állni két és több GNSS rendszer között a kölcsönös működőképesség. Másképpen fogalmazva a kölcsönös működőképesség (interoperability) alatt azt értjük, hogy az L1 és L5 frekvenciákat és ezeken a frekvenciákon modulált CDMA típusú jeleket valamennyi GNSS és RNSS biztosítani fogja. Végeredményben a mutatkozó verseny haszna alacsony költségű, kétfrekvenciás ún. multi-GNSS vevőberendezések kifejlesztésében nyilvánul meg, amelyek kivitelezésében is lényegesen magasabb minőségűek lesznek a jelenlegi GPS-vevőberendezéseknél. Ez a felhasználók javát szolgálja.

Végül az átlátszóság a GNSS rendszerek jeleinek szolgáltatásában azt kívánja meg, hogy a szolgáltatók tegyék közzé mindazon dokumentumokat, amelyek leírják a jel- és rendszerinformációt, a szolgáltatás elveit és minimális kritériumait. Más szavakkal ez azt jelenti, hogy mindazt az információt tegyék nyilvánossá (elérhetővé), melyekre a műszergyártóknak szükségük van ilyen vevőberendezések készítéséhez, továbbá a szolgáltatók elegendő ismereteket nyújtsanak a felhasználóknak arról, hogy milyen minőségű szolgáltatást várhatnak el.

Az ICG évente ülésezik abból a célból, hogy támogassa az űralapú navigációs és helymeghatározó rendszerekhez történő általános hozzáférést és közöttük az összeegyeztethetőséget, kölcsönös működőképességet. Az ICG első konferenciáját 2006. november 1-2. között szervezték meg Bécsben, az ötödiket pedig ez elmúlt évben rendezték meg (Turin, Olaszország, 2010. október 17-22; <http://www.icg2010.org>).

Az ICG végső célja a GNSS rendszerek átfogó hálózatának (GNSS system of systems, a GNSS rendszerek rendszerének) kiépítése, melyet az ICG a különböző GNSS rendszereket működtetők közötti együttműködés révén a navigációs rendszerek harmonizálása alapján és a felhasználói közösség igényeinek figyelembe vételével érhet el.

1.7 Összefoglalás

A GNSS/RNSS rendszerek fejlesztésében napjainkban kétségtelenül verseny folyik, amely jótékony hatással van az innovációra. Ez a verseny minden bizonnyal nemzetközi szabályozást igényel. A műholdas navigációs rendszereket kifejlesztő országokban kiemelt figyelmet kap és nagy fontosságú a földrajzi helyhez kötött információk (geospatial information) szolgáltatása, mely nemzetközi szinten is stratégiai fontosságú. Ebben a kiemelt fejlesztési irányzatban az űralapú PNT (Positioning, Navigation and Time) - adatok megbízható és folyamatos szolgáltatása (Space-Based PNT service) a GNSS/RNSS rendszereket a szóban forgó szolgáltatás szükséges elemeivé teszik. Ezért az elkövetkezendő évtizedben fontos K+F+I-tevékenység területe lesz a GNSS/RNSS rendszerek átfogó

hálózatának létrehozása és annak vizsgálata, hogy mit jelent majd ez a felhasználók, a vevőberendezéseket előállítók és a navigációs adatokat szolgáltatók számára.

A GNSS/RNSS rendszerek átfogó hálózata, mely fokozatosan megvalósul, kétségtelenül a Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG) globális geodéziai megfigyelőrendszerének (GGOS) egy rendkívül fontos elemét fogja képezni.

(Az előadás keretében bemutatásra kerülő időszerű ábrákat az előadási tanórán osztjuk ki.)

Sz.	Betűszó	A navigációs műholdrendszer elnevezése és honlapja
1.	GPS	NAVSTAR Global Positioning System, Globális helymeghatározó rendszer (amerikai) http://tycho.usno.navy.mil/gps.html
2.	GLONASS	GLObal NAVigation Satellite System (Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema) Globális navigációs műholdrendszer (szovjet-orosz) http://www.glonass-ianc.rsa.ru/pls/htmldb
3.	GALILEO	European Satellite Positioning and Navigation System, európai műholdas helymeghatározó és navigációs rendszer http://www.esa.int/esaNa/galileo.html
4.	BeiDou-2/ COMPASS	Kína globális navigációs műholdrendszere
5.	GINSS	Global Indian Navigation Satellite System India globális navigációs műholdrendszere
6.	BeiDou-1/ CAPS	Chinese Area Positioning System Kína regionális helymeghatározó rendszere
7.	QZSS	Quasi-Zenith Satellite System Japán kvázi-zenitális műholdrendszere
8.	IRNSS	Indian Regional Navigation Satellite System India rádió navigációs műholdrendszere
9.	EGNOS	European Geostationary Navigation Overlay Service, európai műholdas navigációs kiegészítő szolgáltatás http://www.egnos-pro.esa.int/index.html
10.	WAAS	Wide Area Augmentation System of the USA amerikai műholdas navigációs kiegészítő szolgáltatás http://gps.faa.gov/Programs/WAAS.htm
11.	MSAS	Multifunctional Transport Satellite (MTSAT) Satellite-based Augmentation System of Japan, japán műholdas navigációs kiegészítő szolgáltatás: http://www.mlit.go.jp/koku/ats/e/mtsats/role
12.	GAGAN	GPS and Geo Augmented Navigation System of India, Indiai műholdas navigációs kiegészítő szolgáltatás
13.	SDCM	System for Differential Correction and Monitoring Oroszország műholdas navigációs kiegészítő szolgáltatása (http://sdcem.rniikp.ru)
14.	SNAS	Satellite Navigation Augmentation System Kína műholdas navigációs kiegészítő szolgáltatása
15.	NIGCOMSAT	Nigerian Communications Satellite Nigériai kommunikációs műhold
16.	CWAAS	Canadian WAAS Kanadai műholdas navigációs kiegészítő szolgáltatás
17.	CSTB	Dél-Amerika műholdas navigációs kiegészítő szolgáltatása

1.1 táblázat: Navigációs műholdrendszerek

Jellemző adatok	GPS	GLONASS	GALILEO	COMPASS	QZSS	IRNSS	CAPS
Első műhold	1978.02 .22.	1982.10.12.	2005.12.28.	2007.04.14.	2010		
Teljes működés	1995.07 .17.	1996.01.18.	2012/2013 (?)	2020 (?)	2012	2013	
Műholdak száma	24 MEO +3 tartalék	24 MEO	27 MEO +3 tartalék	27 MEO, 5 GEO és 3 IGSO	3 GSO	3 GEO 4 GSO	2 GEO 4 SIGSO
Pályasíkok száma	6	3	3	3	1	3	?
Fél nagytengely hossza (km)	26559.7	25440	29601.297	27840	42164	42164	42164
Excentricitás, e	0	0	0	0	0.099	0	0
MEO-műholdak pályahajlása, i	55°	64.8°	56°	55°	-	-	-
GEO-műholdak földrajzi hosszúsága	-	-	-	58,75°, 80°, 110,5°, 140°, 160°	-	34°, 83°, 132°	59°, 163°
GSO-műholdak egyenlítői átmeneti hosszúsága	-	-	-	118°	135°	55°(2db), 112°(2db)	87.5°, 110.5°, 125°, 142°
GSO-műholdak pályahajlása	-	-	-	55°	45°	29°	7°
Geodéziai vonatkoztatási rendszer	WGS84	PE90	GTRF		JGS/ ITRF	?	?
Időrendszer	GPS-idő	GLONASS- idő	Galileo-időr.				?

1.2 táblázat: A GNSS/RNSS rendszerek főbb jellemzői

Paraméter	EGNOS	WAAS	MSAS	GAGAN	SDCM	SNAS
Műholdak típusa és száma	GEO (3)	GEO (4)	GEO (2)	GEO (3)	GEO (2)	GEO (2)
GEO műholdak földrajzi hosszúságai	15.5°W 64.0°E 21.5°E	53°W 98°W 120°W 178°W	140°E 145°E	34°E 83°E 132°E	16°W 95°E	
Félnagy tengely hossza, a (km)	42164 km	42164 km	42164 km	42164 km	42164 km	42164 km

1.3 táblázat: GNSS kiegészítő rendszerek pályajellemzői

2. előadás:

Vonatkoztatási rendszerek

2.1. A nemzetközi földi vonatkoztatási rendszer (ITRS)

A geodézia az 1900-as évek elejétől a földi pontok helyzetének meghatározásához a földtesthez (minél jobban) kötött és a Földdel együtt forgó vonatkoztatási (koordináta)rendszert használ. Ennek megvalósítására határozták meg az 1900,0–1906,0 közötti pólushelyzetek középértékeként az egyezményes (konvencionális) nemzetközi kezdőpontot (Conventional International Origin, CIO), valamint a greenwichi közepes szintfelületi meridiánt (Greenwich Mean Astronomic Meridian), amit BIH (Bureau International de l'Heure, Nemzetközi Időszolgálat) kezdőmeridiánnak is neveztek. Rájuk építve vezette be az IUGG/IAG 1967-ben az egyezményes (közepes) földi rendszert (Conventional Terrestrial System, CTS), amit CIO-BIH rendszernek is neveztek. Ennek több, későbbi változata volt az 1900-as évek utolsó 1-2 évtizedéig (Ádám, 1986 a,b). A fejlődés következő állomásaként az 1988. január 1. óta működő IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service, nemzetközi földforgási és vonatkoztatási rendszerek szolgálat, <http://www.iers.org>) tevékenységére támaszkodva az IUGG és annak egyik alkotó szövetsége, az IAG 1991-ben vezette be a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszert (International Terrestrial Reference System, ITRS, <http://www.iers.org/iers/pc/itrs>).

Az ITRS az IERS által kozmikus geodéziai mérések és elméleti modellek alapján meghatározott, a Földdel együtt forgó, geocentrikus földi vonatkoztatási rendszer. Kezdőpontja tehát egybeesik (\pm néhány milliméterre) az óceánok, a tengerek és az atmoszféra tömegét is magában foglaló teljes Föld tömegközéppontjával. A vonatkoztatási rendszer hosszegysége a méter (SI mértékegység). Tengelyeinek tájékozása összhangban van a BIH által 1984,0 epochában meghatározott vonatkoztatási rendszer (BIH Terrestrial System, BTS) tengelyeivel. Ennek megfelelően a +Z tengely az IERS által meghatározott pólus (IERS Reference Pole, IRP) irányába mutat. Az X tengely pedig az IERS által meghatározott kezdő szintfelületi meridiánsík (IERS Reference Meridian, IRM) és a Z tengelyre a geocentrumban (a kezdőpontban) merőleges sík metszéspontjában van. A +Y tengely a +X és a +Z tengellyel jobbsodrású rendszert alkot (*l. ábra*). Az ITRS alapirányai (IRP és IRM) a BTS (korábban a CIO-BIH) rendszer alapirányáival mintegy $\pm 0,005''$ -en belül összhangban vannak. ($0,001''$ iránykülönbség a Föld felszínén 3 cm-nek felel meg.)

A nemzetközi földi vonatkoztatási rendszert (ITRS) az IERS keretében működő kozmikus geodéziai állomások koordinátái és mozgássebessége valósítják meg a természetben (2. ábra).

Ezek alkotják a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Keretpontok* hálózatát (International Terrestrial Reference Frame = ITRF, <http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/>). Ezt 1988 (az IERS tevékenységének kezdete) óta rendszeresen bővítik és javítják, amelynek eredményeként különböző ITRF-megvalósításokat (realizációkat) nyertek. Ezeket a szakirodalomban ITRFyy jelöléssel látják el, ahol yy kiterjesztés a meghatározás évszámának utolsó két számjegye (2.1 táblázat). Az elmúlt 16 év folyamán az ITRF-koordináták tehát többször is megváltoztak. Jelenleg az ITRF00 (ITRF2000) jel. nemzetközi földi vonatkoztatási keret áll a rendelkezésünkre (3. ábra), melyet a Földünk felszínén mintegy 500 helyen működő állomás több mint 800 pontjának koordinátái ($\pm 0,5\text{--}2,0$ cm) és mozgássebessége ($\pm 1\text{--}3$ mm/év) valósít meg a természetben.

Az ITRS és az ETRS89 vonatkoztatási rendszerek kerethálózatai

S	az ITRS kerethálózatai	az ETRS89 kerethálózatai
1.	ITRF88	
2.	ITRF89	ETRF89 (\equiv ITRF89)
3.	ITRF90	ETRF90
4.	ITRF91	ETRF91
5.	ITRF92	ETRF92
6.	ITRF93	ETRF93
7.	ITRF94 (\approx WGS84)	ETRF94
8.	ITRF96	ETRF96
9.	ITRF97	ETRF97
10.	ITRF00 (ITRF2000)	ETRF00 (ETRF2000)
11.	ITRF2005	ETRF2000
12.	ITRF2008	ETRF2000

2.1 táblázat. Az ITRS és az ETRS89 vonatkoztatási rendszerek kerethálózatai

A GPS-műholdak pontos pályadatait ezekben a geocentrikus koordináta-rendszerekben határozták, illetve határozzák meg, és a Nemzetközi GNSS Szolgálat (International GNSS Service, IGS; <http://igsb.jpl.nasa.gov>) tevékenysége keretében teszik közzé. Ezért az egységes európai geodéziai-geodinamikai alapok létrehozásakor a GPS-technika alapul vételével végzett valamennyi helymeghatározás eredményét először ezekben a koordináta-rendszerekben (ITRFyy) kapták illetve kapják meg (napjainkban ITRF2000-ben).

2.2. Az európai földi vonatkoztatási rendszer (ETRS89)

Az IERS eredményei azt mutatják, hogy az európai kontinentális tábla az ITRS-hez viszonyítva mintegy 2–3 cm/év sebességgel ÉK irányba mozog (4. ábra). Az európai országok annak érdekében, hogy az európai tábla mozgása kisebb mértékben befolyásolja a

rajta fekvő állomások (alappontok) földi koordinátáit, 1989-ben elhatározták, hogy az Európában GPS-mérések alapján fokozatosan kiépülő EUREF (European Reference Frame) alapponthálózat vonatkoztatási rendszerül az európai táblához kötött, vele együtt mozgó vonatkoztatási rendszert vezetnek be. Ezt a rendszert Európai Földi Vonatkoztatási Rendszernek (European Terrestrial Reference System 1989, ETRS89) nevezzük (az évszám a vonatkoztatási rendszer bevezetésének évére utal) (<http://lareg.ensg.ign.fr/EUREF>).

Az ETRS89 vonatkoztatási rendszer gyakorlati megvalósulását az európai állomásoknak az IERS tevékenysége keretében és az EUREF folyamatos (permanens) GPS-hálózat (EPN) mérése alapján számított koordinátái és mozgássebessége adja. Ezek alkotják az *Európai Földi Vonatkoztatási Keretpontok* hálózatát (European Terrestrial Reference Frame, ETRF). Az állomáskoordinátákat a bevezetésükkor úgy határozták meg, hogy az ETRS89-es koordinátáik (ETRF89) azonosak legyenek az ITRF89-es koordinátáikkal, azaz $ETRF89 = ITRF89$. Az ETRS89 vonatkoztatási rendszer kerethálózatát (ETRF) is folyamatosan bővítik és javítják (illetve pontosítják). Ennek megfelelően a különböző ITRF-megvalósulásokkal párhuzamosan Európában az ETRF-realizációkat határozták, illetve határozzák meg (3. táblázat) és alkalmazzák azokat az EUREF hálózat fokozatos bővítése és pontosítása során.

1989 óta az európai állomások ETRS89 koordinátái (ETRF_y) szabályosan eltolódnak az ITRS koordinátáikhoz (ITRF_y) viszonyítva. A szóban forgó rendszerek közötti eltérés az IERS tevékenysége és az EPN folyamatos mérései alapján nyomon követhető. Az európai és a nemzetközi földi rendszer kapcsolata mintegy ± 1 cm-re megbízható. Az ITRS és az ETRS89 vonatkoztatási rendszerek különböző megvalósulásai (ITRF_y és ETRF_y) közötti átszámítások összefüggései és a vonatkozó paraméterek számszerű értékei a szakirodalomban ismertek, illetve az internetről letölthetők [<http://lareg.ensg.ign.fr/EUREF/memo.pdf>].

Megjegyezzük, hogy Európa egységes geodéziai-geodinamikai alapjainak kontinentális kiterjedésű fokozatos létrehozása keretében a korszer. műholdas GPS-technika alkalmazásával szélső pontosságú háromdimenziós (3D) hálózatot (European Reference Frame, EUREF) hoznak létre, melynek vonatkoztatási rendszere az ETRS89. Ezt a rendszert a tudományos közösség a legalkalmasabb európai geodéziai vonatkoztatási rendszernek tekinti, melyet az Európai Bizottság (European Commission) minden bizonnyal hivatalos geodéziai dátummá fog nyilvánítani adatainak vonatkoztatására. A témakörben szervezett munkaülések és szimpóziumok is azt ajánlják, hogy a jövőben az ETRS89-et használják az EU tagországain belül a különböző projektek és szerződések keretében a földmérési és térinformatikai termékek és adatbázisok térbeli vonatkoztatására és támogatják az ETRS89 széles körű alkalmazását valamennyi tagállamon belül. Néhány európai szervezet (a polgári repülés, az ipar egyes területei stb.) már egységesen alkalmazza és néhány EU-tagállamban már nemzeti geodéziai vonatkoztatási rendszerként fogadták el.

2.3. A WGS84 geodéziai vonatkoztatási rendszer

A GPS-műholdak által sugárzott fedélzeti pályaadatok vonatkoztatási rendszere WGS84 (World Geodetic System 1984, <http://www.wgs84.com>) néven ismeretes. A WGS84 vonatkoztatási rendszert az USA Védelmi Minisztériumának (Department of Defense =DoD) katonai térképészeti szolgálata (Defense Mapping Agency = DMA, illetve újabb nevén National Imagery and Mapping Agency, NIMA) határozta meg és tette közzé, elsősorban

globális méretű katonai térképészeti és navigációs feladatok megoldása céljából. A WGS84 rendszer a DMA korábbi vonatkoztatási rendszerei (WGS60, WGS66 és WGS72) fokozatos továbbfejlesztésének eredményeként született.

A WGS84 vonatkoztatási rendszer a felsőgeodézia idevágó ismeretanyaga (Biró, 2004) alapján teljes körűen (geometriai és fizikai értelemben) meghatározott geodéziai vonatkoztatási rendszer koordináta-rendszerének kezdőpontja a Föld tömegközéppontjában van, tehát a rendszer geocentrikus. A Z és az X tengelye azonos a BIH által 1984,0 időpontra meghatározott egyezményes földi rendszer (Conventional Terrestrial System = CTS) megfelelő tengelyével (5. ábra). Ennek megfelelően +Z tengelye (Z_{WGS84}) párhuzamos a BIH által 1984,0 időpontra meghatározott egyezményes földi pólus (Conventional Terrestrial Pole, CTP) irányával. A +X tengely a Z tengelyre a tömegközépponton átmenő merőleges sík és a WGS84 vonatkoztatási meridiánsíkjának metszsvonalában van. A WGS84 vonatkoztatási meridiánsíkja párhuzamos a BIH által 1984,0 időpontra meghatározott kezdő-meridiánsíkkal. A $+Y_{WGS84}$ tengely a $+X_{WGS84}$ és a $+Z_{WGS84}$ tengellyel jobbsodrású rendszert képez. A WGS84 vonatkoztatási (koordináta-) rendszer gyakorlati megvalósítását az amerikai tengerészeti navigációs műholdrendszer (Navy Navigation Satellite System, NNSS) Doppler-méréseinek feldolgozásánál alkalmazott NSWC9Z-2 jelű koordináta-rendszer megfelelő módosításával érték el.

A rendszer geometriai alapfelülete a WGS84 jelű vonatkoztatási ellipszoid, amelyet a WGS84 vonatkoztatási rendszer kezdőpontjára (a Föld tömegközéppontjára) és koordinátatengelyeire illesztve (5. ábra) használunk a gyakorlatban. (A forgási ellipszoid fél nagytengelyének hossza $a = 6\,378\,137$ m és geometriai lapultsága $f = 1/298,257\,223\,563$). A Föld valóságos nehézségi erőterének vizsgálata céljából a vonatkoztatási rendszerhez normál nehézségi erőteret rendeltek, amelynek egyetlen ellipszoid alakú szintfelülete éppen a WGS84 forgási ellipszoid (szintellipszoid). A normál nehézségi erőteret meghatározó négy kiinduló adat számértékét közzétették. Az erőter potenciálfüggvénye gömbfüggvénysorának együtthatóit $n, m = 180$ fokig és rendig határozták meg (összesen 32755 db számérték), amelyek közül csak az első 355 együttható számértékét tették közzé ($n, m = 18$ -ig bezárólag nyilvános, a többi $n, m = 19$ és 180 között tikos).

A WGS84 vonatkoztatási rendszer és a világon alkalmazott legtöbb helyi és regionális geodéziai dátum közötti ún. dátumeltolódási paramétereket a DMA meghatározta, amelyek a (<http://www.colorado.edu/geography/gcraft/notes/datum/edlist.html>) internetes címen elérhetők. A WGS84 vonatkoztatási rendszerhez síkvetületi koordináta-rendszert is alkalmaznak. Vetülete az UTM (Universal Transverse Mercator).

Megjegyezzük, hogy a WGS84 rendszer az 1990-es évek elején csak 1–2 m-re volt összhangban az ITRS és az ETRS89 vonatkoztatási rendszerrel (illetve ezek különböző megvalósulásaival). 1994-ben a WGS84 pontosságát olyan szintre emelték, hogy az összhang már néhány cm-re tehető. Így a geodéziai alkalmazások többségében a WGS84 rendszer használata is elegendő, az ITRS (ITRF_y) rendszerhez, illetve még az ETRS89 (ETRF_y) koordinátákhoz viszonyított eltérések is elhanyagolhatók (különösen a térinformatikai alkalmazások területén).

A WGS84 geodéziai vonatkoztatási rendszer a katonai (pl. NATO) és a polgári élet (pl. EUROCONTROL) számos területén Európában is kiterjedten alkalmazzák.

2.4. A GRS80 geodéziai vonatkoztatási rendszer

Az IUGG/IAG által 1980-ban elfogadott és gyakorlati alkalmazásra ajánlott nemzetközi

Geodéziai Vonatkoztatási Rendszert GRS80 (Geodetic Reference System 1980) jelöléssel használjuk a szakirodalomban. A GRS80 a Föld geometriájának és nehézségi erőterének meghatározására alkalmas viszonyítási alrendszer, amely jól meghatározott fizikai és geometriai állandók együttese. Geometriai alapfelülete a GRS80 jelű forgási ellipszoid (fél nagytengelyének hossza $a = 6\,378\,137$ m és geometriai lapultsága $f = 1/298,257\,222\,101$), amelyet a fizikai geodéziai feladatok megoldásához szintellipszoidként használunk. Ekkor a GRS80 forgási ellipszoid geocentrikus elhelyezésű és a CIO-BIH vonatkoztatási rendszer tengelyeire illeszkedik képzeletben. A GRS80 geodéziai vonatkoztatási rendszert napjainkban a geoidmeghatározás területén használják általánosan. A geoid európai felületdarabjának meghatározását is a GRS80 geodéziai vonatkoztatási rendszerben végezték.

Megjegyezzük, hogy az IAG által ajánlott GRS80 és a WGS84 geodéziai vonatkoztatási rendszer alapirányai nem az ITRS alapirányaival, hanem a korábbi CTS, vagy más néven CIO-BIH rendszerével azonosak. A CIO és az IERS vonatkoztatási pólus, valamint a BIH és az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík csekély iránykülönbsége miatt szigorú értelemben a WGS84 koordináták nem ITRS koordináták. Az alapirányok csekély különbségét ($\pm 0,005''$) és a rendszerek megvalósításának véges megbízhatóságát ($\pm 0,05$ m) tekintve azonban megállapíthatjuk, hogy ezen a megbízhatósági szinten az ITRS, a WGS84 és a GRS80 vonatkoztatási rendszerekben meghatározott megfelelő geodéziai adatok egymással összhangban levőknek tekinthetők. ($0,001''$ iránykülönbség a Föld felszínén 3 cm-nek felel meg.)

2.5. Az európai magassági vonatkoztatási rendszer (EVRS2000)

A földi pontok koordinátáit a GPS-technika alkalmazásával a tárgyalt vonatkoztatási rendszerekben (ITRS, ETRS89, WGS84) háromdimenziójú (3D) térbeli derékszögű koordináták (X, Y, Z) formájában kapjuk meg. Az ITRS és az ETRS89 rendszerek realizációit is az X, Y, Z koordináták halmaza adja. A legtöbb geodéziai alkalmazás azonban az ellipszoidi földrajzi koordináták (φ , λ , h) használatát, a Föld felszínéhez kötöttségünk miatt felületi, ún. ellipszoidi földrajzi koordináta-rendszer alkalmazását igényli (6. ábra).

Az IAG EUREF albizottságának határozata alapján az ETRS89 vonatkoztatási rendszerben meghatározott X, Y, Z térbeli derékszögű koordinátákból a GRS80 forgási ellipszoid geometriai adatainak felhasználásával számítunk ellipszoidi földrajzi szélesség (φ), hosszúság (λ), valamint ellipszoid feletti magasság (h) értéket az

$$X = (N_h + h) \times \cos \varphi \times \cos \lambda$$

$$Y = (N_h + h) \times \cos \varphi \times \sin \lambda \tag{2.1}$$

$$Z = [N_h \times (1 - e^2) + h] \times \sin \varphi$$

összefüggések alapján, ahol N_h az ellipszoid harántgörbületi sugara és az e az ellipszoid első excentricitása. Az első két koordinátát (φ, λ) vízszintes meghatározónak, a harmadikat (h) magasságnak nevezzük, amely az ellipszoid és az adott pont távolsága.

A gyakorlati életnek a valódi tengerszinthez kapcsolódó igen sokféle kötődése miatt a harmadik koordinátaként gyakorlatilag a pontnak a tengerszint feletti magasságát (H) használjuk. Valamely földfelszíni pontban az ellipszoid és a tengerszint feletti magasság (h és H) közötti összefüggést a

$$h=H+N \quad (2.2)$$

kifejezés adja meg, ahol N a pontban a tengerszintnek (a geoidnak) a távolsága a vonatkozási ellipszoidtól.

Az IAG EUREF albizottságának határozata alapján az európai magassági vonatkoztatási rendszer (European Vertical Reference System 2000, EVRS2000; <http://crs.bkg.bund.de/evrs>) alapszintfelülete az amszterdami mareográf-állomás (Normaal Amsterdams Peils, NAP) nullapontján átmenő szintfelület (az Északi-tenger középszintje). Az európai magassági alapszintfelület (amszterdami alapszint) W_0 potenciálértéke a GRS80 geodéziai vonatkoztatási rendszer szintellipszoidjának U_0 potenciálértékével azonos

($W_0 = U_0 = 62\,636\,860,85 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$). Az EVRS2000 magassági vonatkoztatási rendszert az egységes európai szintezési hálózat (UELN) magassági főalappontjainak az amszterdami alapszintre vonatkozó geopotenciális mérőszáma és ebből számított normálmagassága valósítja meg a természetben. Ezek alkotják az európai magassági vonatkoztatási keretpontok hálózatát (European Vertical Reference Frame 2000, EVRF2000).

A 3D helymeghatározás teljessé tételéhez is a (2) képlet értelmében még meg kell határozni a geoid és az ellipszoid egymáshoz képest elfoglalt térbeli felületi különbségeit, az N geoid-ellipszoid merőleges távolságot, az ún. geoidundulációt. Ezért jelenleg is kiemelt tevékenységet folytatnak a geoid európai felületdarabjának meghatározására, melyhez a GRS80 geodéziai vonatkoztatási rendszert veszik alapul.

(Az előadás keretében bemutatásra kerülő időszerű ábrákat az előadási tanórán osztjuk ki. Ezek feliratai a következők:

1. ábra. A nemzetközi földi vonatkoztatási rendszer (ITRS)

2. ábra. Az ITRF94 állomásainak eloszlása. Az egyes kozmikus geodéziai mérési technikák a következők: VLBI (nagyon hosszú alapvonalú radiointerferometria), LLR (Holdra vonatkozó lézeres távolságmérés), GPS (globális helymeghatározó rendszer), SLR (mesterséges holdakra vonatkozó lézeres távolságmérés) és DORIS (Doppler-frekvenciaeltolódás mérésén alapuló egyutas eljárás).

3. ábra. Az ITRF 2000 állomásainak eloszlása.

(Különböző számú kozmikus geodéziai mérési technikát egyidejűleg működtet. földfelszíni állomások számát is feltüntettük.)

4. ábra. Az EUREF permanens GPS-állomásainak földfelszíni sebességvektora az ITRF96-rendszerben

5. ábra. A WGS84 geodéziai vonatkoztatási rendszer

6. ábra. Ellipszoidi földrajzi koordináták az európai földi vonatkoztatási rendszerben (ETRS89))

3. előadás:

A GPST időrendszer. A műholdak által sugárzott jelek és adatok. A műholdak koordinátáinak meghatározása a mérés pillanatában

A globális navigációs műholdrendszerekkel a térbeli ívmetszés segítségével határozhatjuk meg a GNSS vevő helyzetét. Mivel azonban az ívmetszéshez felhasználandó távolságokat közvetlenül mérni nem tudjuk, így célszerűen a mikrohullámú távmérés eszköztárát használjuk fel a távolságok meghatározásához. Ennek megfelelően a távolságokat egy elektromágneses jel terjedési idejéből és annak terjedési sebességéből határozzuk meg. Ebből is látható, hogy a megfelelő pontosságú navigációs célú helymeghatározáshoz a futási idő meghatározása elengedhetetlen, ezért röviden tekintsük át a felsőgeodéziában használatos különféle időfogalmakat.

Az idő mint fogalom definiálásakor meg kell különböztetnünk az időpont és az időtartam fogalmát. Időpontnak nevezzük egy időbeli kiterjedés nélküli esemény bekövetkezésének pillanatát (pl. a sugárzott jel észlelésének pillanatát), míg időtartam alatt két időpont között eltelt időt értjük (pl. a terjedési idő a jel észlelésének pillanata, illetve a jel kibocsátásának pillanata között eltelt idő), valamilyen általunk választott egységben mérve.

Egységként általában valamilyen periodikusan ismétlődő jelenség két előfordulása közötti időtartamot használjuk fel. Ilyen jelenség lehet a Föld forgása, a Föld Nap körüli keringése vagy éppen a cézium 133 atom két hiperfinom szint közötti átmenete során fellépő sugárzás periódusideje.

Mivel a felsőgeodéziában mindhárom említett időegységet használjuk, ezért röviden tekintsük át a Föld forgásához (GAST, GMST, és a világidő – UT1), a Föld keringéséhez (a dinamikai idő), illetve az atomi energiaszint-átmenet során fellépő elektromágneses sugárzáshoz kapcsolódó időrendszereket (atomidő – TAI, koordinált világidő – UTC, GPS idő - GPST).

3.1. A Föld forgásán alapuló időrendszerek

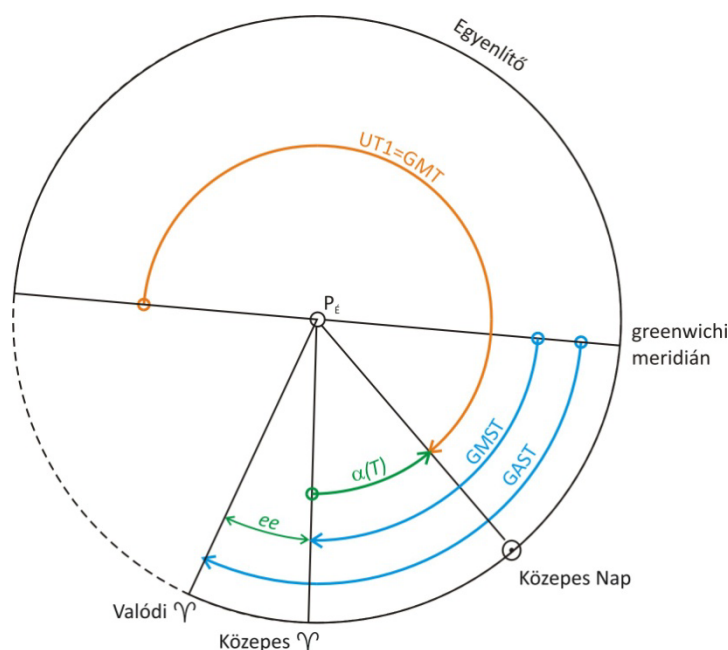
A Föld forgásán alapuló időrendszereket a 3.1 ábrán láthatjuk. Valódi csillagidő (Apparent Sidereal Time – AST) alatt a helyi meridiánsík és a Tavaszpont által bezárt óraszöget értjük, amelyet a Tavaszpont felső kulminációjától mérünk az óramutató járásával ellentétes irányban (0-24h). Mivel a valódi csillagidő definiálásakor felhasználtuk a helyi meridiánsíkot, ezért ez alapvetően helyi idő. Abban az esetben, ha a valódi csillagidőt a greenwich-i meridiánsíkra vonatkoztatjuk, akkor azt GAST jelöléssel látjuk el és greenwich-i valódi csillagidőnek nevezzük.

Közepes csillagidő alatt a helyi meridiánsík és az ún. közepes Tavaszpont által bezárt óraszöget értjük. Mivel a Föld forgása nem egyenletes, ezért a rövid periódusú egyenletlenségeket kisimítva, azaz a közepes Tavaszpont helyzetét definiálva egy egyenletesebb időrendszerhez juthatunk. Ennek érdekében a közepes Tavaszpont definiálásakor csak a normálperecesszió (luniszoláris és planetáris perecesszió)hatását vesszük figyelembe, a perecessziózavar hatását, azaz a:

- a Nap deklinációjának változásából eredő féléves;
- a Föld ellipszis pályájából eredő éves;
- a Hold deklinációjának változásából eredő 14 napos;
- a Hold ellipszis pályájából eredő 28 napos periódusú változásokat nem.

A fentiek miatt a Tavaszpont tényleges és közepes helyzete közötti eltérést a Tavaszpont időegyenlítése (ee – Equation of equinoxes) írja le, amely csillagászati évkönyvekben megtalálható.

A csillagidők azonban nem felelnek a polgári célú felhasználáshoz, hiszen a csillagnap mintegy 4 perccel rövidebb az ún. szoláris naphoz (ami a Nap lokális meridián feletti felső kulminációi között eltelt időnek felel meg). Ezáltal az év folyamán a csillagidő és a szoláris idő egyre nagyobb mértékben térnek el egymástól. Annak érdekében, hogy a polgári célú felhasználást támogató időrendszer is kialakítható legyen, bevezették a világidő (UT1) fogalmát. Az UT1 valójában a greenwich-i meridián átellenes oldala és a közepes Nap által bezárt óraszög. Az UT1 kiszámítható a greenwich-i közepes csillagidőből is, ehhez az $\alpha(T)$ óraszög megegyezései képletét kell felhasználnunk.



3.1 ábra: A Föld forgásán alapuló időrendszerek

3.2. A Föld Nap körüli keringéséhez kapcsolódó időrendszerek

A Föld forgásához kötött időrendszerek nagy hátránya, hogy a Föld forgásának egyenetlensége miatt maguk az időrendszerek sem egyenletesek. Márpedig műholdak pályaszámításához és a newtoni mechanika időfüggő mozgásegyenleteinek megoldásához ún. inerciaidőt kell alkalmaznunk (mivel az említett egyenletek csak inerciarendszerekben érvényesek). A szoláris és csillagidők ezen hátrányának kiküszöbölése érdekében bevezették a Földi Dinamikai Időt (Terrestrial Dynamic Time – TDT). Ebben az időrendszerben az időegységet a Föld Nap körüli keringéséből vezették le, nevezetesen a TDT kezdőidőpontja az 1900 tropikus év kezdete, időskáálája pedig az 1900. tropikus év hossza. Ez a rendszer már kvázi inerciaidő, így alkalmas lehet a Föld körül keringő műholdak pályaszámítására. A Földi Dinamikai Időt 1991-ben leváltotta a Földi Idő (Terrestrial Time – TT).

Egy másik dinamikai időrendszer a Baricentrikus Dinamikai Idő (Barycentric Dynamic Time – TDB), amely a Naprendszer tömegközéppontjával együtt mozgó inerciaidő. Ezt az időrendszert a Naprendszer bolygóinak pályaszámításához használhatjuk fel.

Valójában ma már a Nemzetközi Csillagászati Unió (IAU) ajánlásai alapján áttértek a Geocentrikus Koordinátaidő (Geocentric Coordinate Time – TCG) és a Baricentrikus Koordinátaidő (Barycentric Coordinate Time – TCB) használatára. Ezek az időrendszerek már relativisztikus szemléletű időrendszerek és jelenleg ezek tekinthető a legtökéletesebb inerciaidőknek a Föld környezetében (TCG) és a Naprendszerben (TCB). Megjegyezzük, hogy a GNSS műholdak tudományos igényű pályaszámítása során felhasznált bolygó efemeridák (Development Ephemerides 405 - DE405) levezetésénél a TCB-vel egyenrangú időrendszert használt a NASA Jet Propulsion Laboratory.

3.3. Az atomidő

Az inerciaidőrendszerek fenntartásához és realizálásához szükséges volt egy nagy pontosságú időrendszer kialakítása. Ennek érdekében a Nemzetközi Súly és Mértékügyi Hivatal (BIPM) tartja fent az ún. nemzetközi atomidőt (International Atomic Time – TAI). A TAI időegysége az atomi másodperc, amely a cézium 133 atommag két hiperfinom átmenetéhez tartozó sugárzás periódusidejének 9 192 731 770-szerese, ami gyakorlatilag megegyezik a földi idő másodperc egységével. Így a TT és a TAI között az alábbi konstant eltérés írható fel:

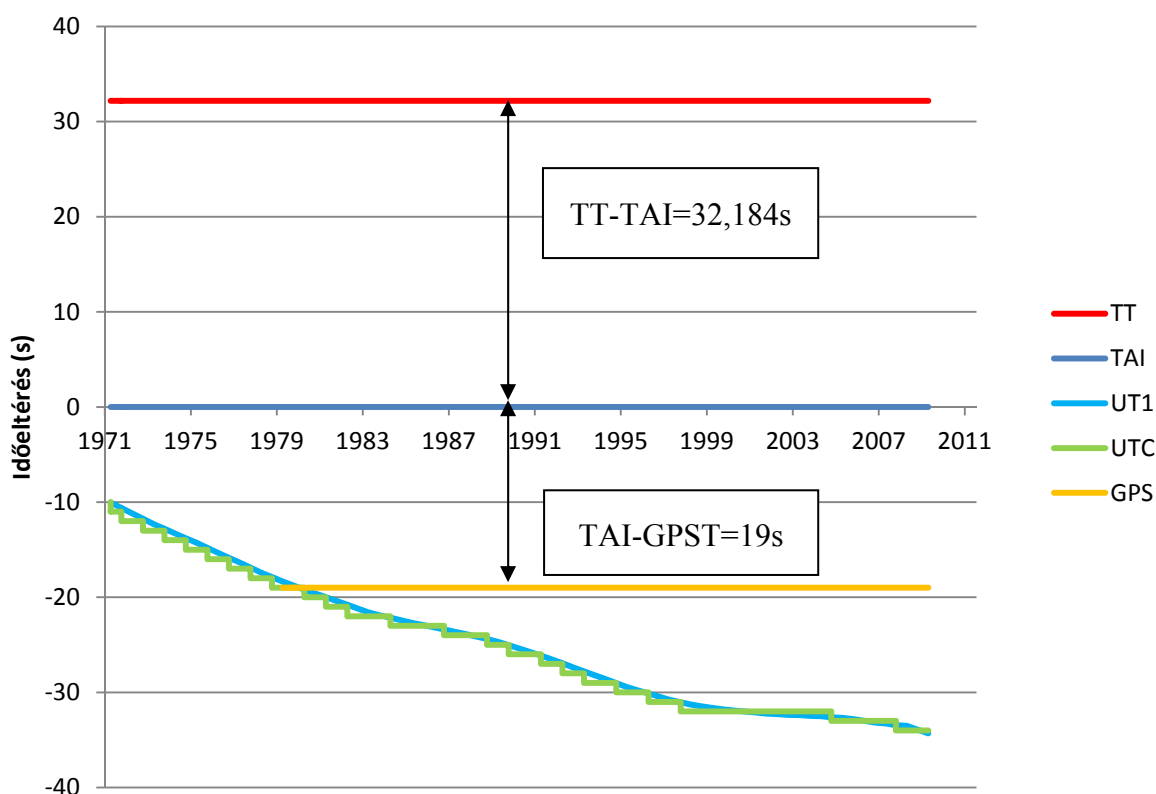
$$TT = TAI + 32,184s.$$

A TAI fenntartásában jelenleg a világon mintegy 70 obszervatóriumban elhelyezett 200 atomóra vesz részt.

A nemzetközi atomidő előnye, hogy egyenletes időskálájú, könnyeb realizálható időrendszer. Ugyanakkor nagy hátránya, hogy a Föld forgásához köthető világidőtől eltér az egysége, így az UT1 és a TAI között egyre nagyobb eltérések tapasztalhatóak. A két időrendszer előnyeinek ötvözésére vezették be az ún. koordinált világidőt (Universal Time Coordinated – UTC). Az UTC tulajdonképpen egy atomidő, egysége az atomi másodperc. Ugyanakkor a definiálásában időnként egy-egy szökőmásodpercet (leap seconds) iktatnak be annak érdekében, hogy jól közelítse a világidőt. Abban az esetben, ha az UT1 és az UTC értéke 0.9 másodpercnél jobban eltér egymástól, akkor 1 másodperccel eltolják az UTC kezdőpontját, hogy a jó illeszkedés továbbra is fennálljon.

3.4. A GPST időrendszer

A GPST időrendszer alapja szintén az atomi másodperc. Az időrendszer kezdőepochája 1980. január 6. 0h. Meg kell jegyeznünk, hogy a kezdőepocha vasárnapra esik, ezért minden GPS hét vasárnapkal kezdődik és szombattal fejeződik be.



3.2 ábra: A TT, TAI, UT1, UTC és a GPST időrendszerek kapcsolata

A GPST időrendszer és a TAI között a bevezetés időpontjának megfelelően 19 másodperces konstans időeltérés állt fenn. Ez megfelelt a bevezetés időpontjában az UTC szökőmásodperceknek számával. 2010-ben emiatt a szökőmásodpercek értéke 15 másodperc volt, azaz ennyivel tért el a GPS idő az UTC-től.

A GPS idő előállítható a műholdak által sugárzott navigációs üzenetekből. A navigációs üzenetekben általában a GPS hét sorszáma (Week No – WN), illetve a héten belüli időpont (Time of Week – TOW) értékét sugározzák. Ezekből a GPST időpont az alábbi képlettel számítható:

$$GPST = 604800 \cdot WN + TOW.$$

A TT, UT1, UTC, TAI és GPST időrendszerek kapcsolatát a 3.2 ábrán mutatjuk be.

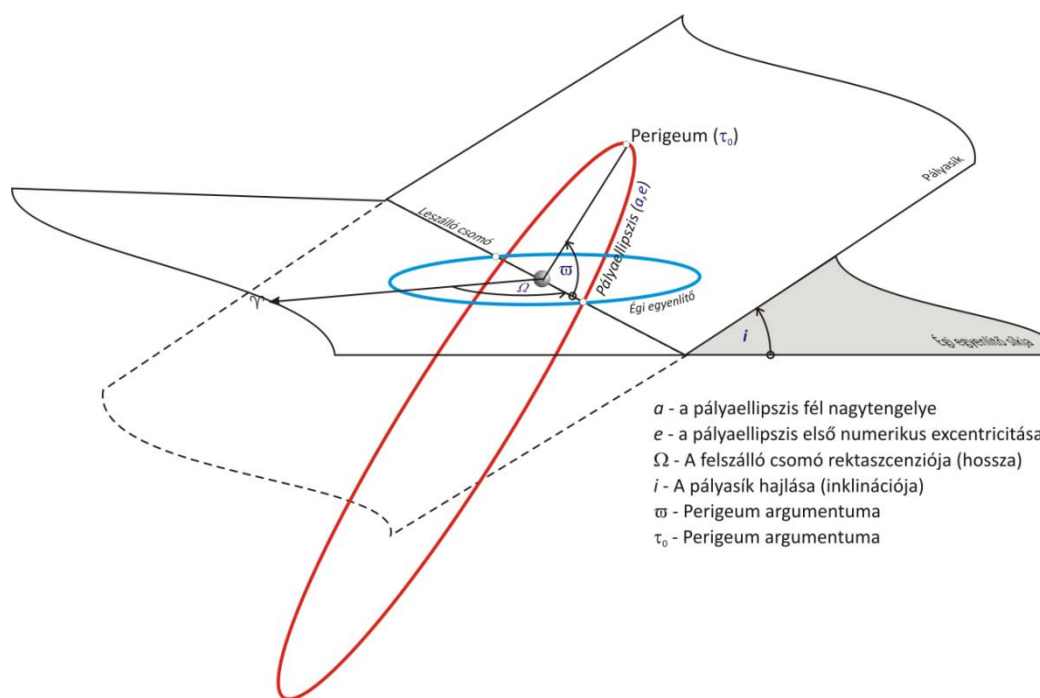
3.5. A műholdak pályameghatározása

Az időrendszerek alapjainak áttekintése után térjünk át a műholdak helyzetének meghatározására. Mint azt a műholdas helymeghatározás alapelvénél már láthattuk, a globális helymeghatározó rendszerek a térbeli ívmetszés eljárását alkalmazzák a helymeghatározás megvalósításához. A térbeli ívmetszés felhasználásakor a műholdak helyzetét ismernünk kell, így a mérés pillanatában meg kell tudnunk határozni, hogy a műholdnak mik a koordinátái. A következőkben ezt fogjuk áttekinteni.

Első közelítésben írjuk fel az ún. kéttest problémát a műholdak mozgására (Newton II. törvénye):

$$\mathbf{r} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{r^3} \mathbf{r}, \quad (3.1)$$

ahol \mathbf{r} a két tömegpont (a Föld és a műhold) helyzetének különbségvektora, G az univerzális gravitációs állandó, m_1 és m_2 pedig a tömegpontok tömege. Mivel a fenti egyenlet egy másodrendű homogén vektor-differenciálegyenlet, ezért összesen 6 integrálási állandót kell rögzíteni ahhoz, hogy a műhold pályája egyértelműen meghatározható legyen. Ezt a hat integrálási állandót hívjuk Kepler-féle pályaelemeknek. A Kepler-féle pályaelemek definíciója a 3.3 ábrán látható.



3.3 ábra: A Kepler féle pályaelemek

A műholdak pályaszámítása a következő lépésekben történik:

1. Pályasíkbeli koordináták számítása (a műhold helyzete az ellipszispályán az ellipszis tengelyeihez illeszkedő derékszögű koordinátarendszerben meghatározva)
2. A pályasíkbeli koordináták transzformálása térbeli derékszögű koordinátarendszerekbe (pl. égi egyenlítői vagy horizonti koordinátarendszerekbe).

A számítási lépések egyszerűsítése érdekében a koordinátarendszerek kezdőpontját oly módon vesszük fel, hogy azok egybeessenek a Föld tömegközéppontjával, ily módon a transzformáció csak forgatásokat fog tartalmazni.

3.5.2. Pályasíkbeli koordináták számítása

A műholdak pályasíkbeli helyzetét akár egyetlen szögmennyiséggel is jellemezhetjük. Ezt a szöget háromféleképpen értelmezhetjük:

- felhasználhatjuk a valódi anomáliát (ν), ami a perigeumpont-geocentrum-műhold szög;
- az excentrikus anomáliát (E), ami a perigeumpont a pályaellipszis középpontja és a műhold által bezárt szög; valamint
- az ún. középanomáliát (M), amelynek nincs geometriai értelmezése, ez tulajdonképpen az időben egyenletesen változó szögmennyiség.

Kepler III. törvénye alapján a műhold átlagos szögsebessége kiszámítható:

$$n = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{a^3 4\pi^2}{\mu}}} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (3.2)$$

ahol μ a geocentrikus gravitációs állandó ($\mu = GM_F$), ahol M_F a Föld tömege.

Az átlagos szögsebesség ismeretében a középanomália értéke számítható, amennyiben ismerjük egy tetszőleges epochában a középanomália értékét:

$$M(t) = M(t_0) + n(t - t_0). \quad (3.3)$$

A középanomália, illetve a referencia epocha (t_0) értékét a műholdak navigációs üzenetei tartalmazzák. Ezáltal a mérés időpontjának megfelelő időpontra a középanomália értéke előállítható. Mint ahogyan azonban azt már említettük, a középanomáliának nincsen geometriai tartalma. Ezért át kell térnünk az excentrikus anomáliára, amelyet az alábbi ún. Kepler-egyenletből határozhatunk meg:

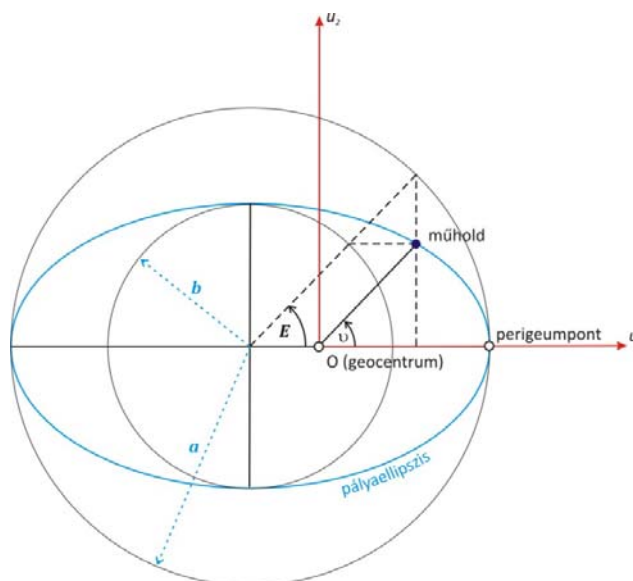
$$M(t) = E(t) - e \cdot \sin E(t). \quad (3.4)$$

Mivel a pályaszámításhoz az excentrikus anomáliára van szükségünk, így a Kepler-egyenletet az alábbi alakra hozhatjuk:

$$E(t) = M(t) + e \cdot \sin E(t). \quad (3.5)$$

A fenti egyenlet megoldása iteratív úton történik. Az első lépésben $E(t) = M(t)$ feltételezéssel élünk, majd kiszámítjuk az $E(t)$ következő értékét. Ezt követően megismételjük a számításokat addig, amíg az $E(t)$ értékek már kellően kis változást szenvednek az egymást követő iteratív lépésekben.

Miután meghatároztuk az excentrikus anomália értékét, ki fogjuk számítani a valódi anomália értékét a t időpontban. Erre azért van szükségünk, mivel a koordináta-rendszerünket úgy vettük fel, hogy az origója a Föld tömegközéppontjában helyezkedjen el. Az excentrikus anomália és a valódi anomália között geometriai úton levezethetőek az összefüggések a következők szerint. Az egyes mennyiségek értelmezését a 3.4 ábrán láthatjuk.



3.4 ábra: A pályasíkbeli koordináták (u_1, u_2) számítása az excentrikus anomáliákból

Első lépésként határozzuk meg a műholdra mutató helyzetvektor hosszát (r). Ehhez írjuk fel az $r \cdot \sin v$ és az $r \cdot \cos v$ szorzatokat az excentrikus anomália függvényeként. Ehhez húzzunk egy a és egy b sugarú kört az ellipszis középpontja köré.

$$r \sin v = b \sin E = a\sqrt{1-e^2} \sin E \quad (3.6)$$

$$r \cos v = a \cos E - ae = a(\cos E - e). \quad (3.7)$$

A fenti két egyenlet négyzetösszegét képezve:

$$r^2 = a^2 \left[\begin{array}{l} \sin^2 E - e^2 \sin^2 E + \\ \cos^2 E + e^2 - 2e \cos E \end{array} \right]. \quad (3.8)$$

A fenti egyenletben elvégezve az egyszerűsítéseket azt kapjuk, hogy:

$$r = a[1 - e \cos E]. \quad (3.9)$$

Ezáltal meghatároztuk a helyvektor hosszát. Ha ismernénk a valódi anomália értékét, akkor az ellipszishoz kötött koordinátarendszerben már könnyen kiszámítható lennének a műholdak derékszögű koordinátái.

A valódi anomália számításához a (3.7) és a (3.9) egyenletek felhasználásával írjuk fel az $r(1 + \cos v)$ és az $r(1 - \cos v)$ szorzatokat:

$$r(1 - \cos v) = a(1 + e)(1 - \cos E), \text{ és} \quad (3.10)$$

$$r(1 + \cos v) = a(1 - e)(1 + \cos E). \quad (3.11)$$

Osszuk el a két egyenletet egymással:

$$\frac{1 - \cos v}{1 + \cos v} = \frac{1 + e}{1 - e} \frac{1 - \cos E}{1 + \cos E} \quad (3.12)$$

A trigonometrikus azonosságokat felhasználva a valódi anomália kiszámításához az alábbi képletet vezethetjük le:

$$\tan\left(\frac{v}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan\left(\frac{E}{2}\right) \Rightarrow v = 2 \arctan \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan\left(\frac{E}{2}\right) \quad (3.13)$$

Mivel most már ismerjük mind a helyzetvektor hosszát (r), mind pedig a valódi anomália értékét (v), így a pályaellipszis nagytengelyeihez tájolt derékszögű koordinátarendszerben a koordináták már számíthatóak a valódi, vagy akár az excentrikus anomáliák segítségével is.

$$\begin{aligned} u_1 &= r \cos v = a(\cos E - e), \\ u_2 &= r \sin v = b \sin E = a\sqrt{1-e^2} \sin E \end{aligned} \quad (3.14)$$

3.5.3. A pályasíkbeli koordináták számítása Földhöz kötött térbeli derékszögű koordinátarendszerbe

A következő lépésben a 3.3 ábrán látható pályaellipszishoz kötött derékszögű koordinátarendszert kell beforgatnunk az égi egyenlítői koordinátarendszerbe. Ehhez három pályaelemet, a perigeum argumentumát (ω), az inklinációt (i) és felszálló csomó rektaszcenzióját (Ω) kell felhasználnunk.

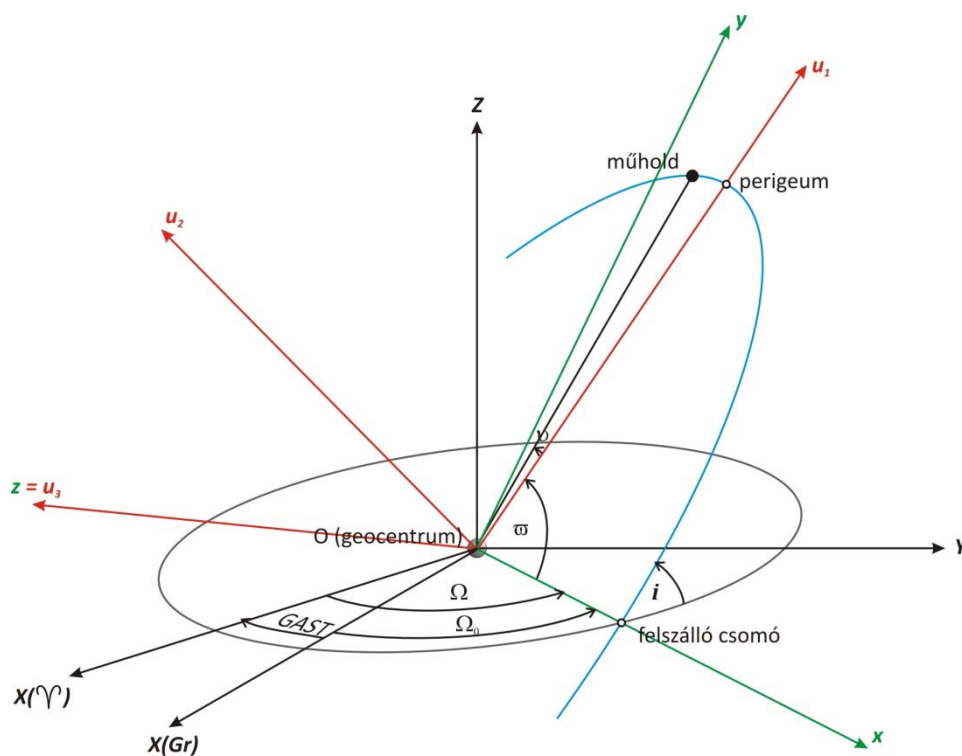
Az egyes forgatások lépései az alábbiak (3.5 ábra):

1. az u_1, u_2, u_3 rendszerből az x, y, z rendszerbe forgatunk a pályasíkban $(-\omega)$, euz követően
2. beforgatjuk az x, y, z rendszert az égi egyenlítő síkjába $(-i)$, majd
3. elforgatjuk a koordináta-rendszert $(-\Omega)$ mértékben a z tengely körül.

A forgatási mátrix tehát:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_3(-\Omega)\mathbf{R}_1(-i)\mathbf{R}_3(-\omega) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Meg kell jegyeznünk, hogy a helymeghatározáshoz a Földdel együtt forgó koordináta-rendszerbe célszerű a műhold pozíciójának a meghatározása. Ennek megfelelően vagy egy 4. forgatásra is szükségünk van (a z tengely körül GAST mértékben), vagy a felszálló csomó rektaszcenziója helyett annak hosszúságával forgatunk (Ω_0) a (3.15) képletben.



3.5 ábra: Pályasíkbeli koordináták átszámítása égi egyenlítői rendszerbe

Az eddigiekben részletezett pályaszámítás során azzal a feltételezéssel éltünk, hogy a műholdak mozgását leírhatjuk a kéttest problémával. A valóságban ez a feltételezés nem állja meg a helyét, mert egyrészt a Föld nehézségi erőtere nem homogén, így a Föld nem helyettesíthető egy tömegponttal, másrészt egyéb erőhatások is érik a műholdakat. Ezen perturbáló erők hatására a Kepler-féle pályaelemek folyamatosan változnak. A műholdak a felhasználók felé sugárzott pályaadatokban a Kepler-féle pályaelemek változásáról is szolgáltatnak információkat, így az aktuális navigációs üzenetek segítségével rövid ideig érvényes Kepler pályákat határozhatunk meg. Ezen pályák sorozatát simuló pályáknak nevezzük (osculating orbit).

3.5.4. GPS műholdak pályaszámítása fedélzeti pályaadatokból

A következőkben tekintsük át a fedélzeti pályaadatokból történő pályaszámítás lépéseit. Ehhez első lépésként tekintsük át, hogy milyen pályaadatokat szolgáltat a GPS a navigációs üzenetekben. A 3.5 ábrán a 29-es PRN számú műhold 2010. augusztus 12-én GPS idő szerint 16 órakor sugárzott pályadatait láthatjuk RINEX fájlformátumban. Az egyes mezők értelmezése az ábra alsó felében található. A navigációs üzenet első sorában található a műhold azonosítója, az időbélyeg, valamint a műhold órahiba leírására szolgáló másodfokú polinom együtthatói.

A második sorban található az efemerisz azonosító, a radiális korrekció szinuszos együtthatója (Crs), a középmozgás korrekciója (Δn) valamint a középmozgás értéke a kezdőepochára vonatkoztatva.

A harmadik sor tartalmazza a pályamenti korrekció koszinuszos együtthatóját (Cuc), a pályaeccentricitását, a pályamenti korrekció szinuszos együtthatóját (Cus) valamint a pályaeccentricitás fél nagytengelyének négyzetgyökét.

A negyedik sorban található a referenciaepocha értékét (ToE), a pályasíkra merőleges korrekció koszinuszos és szinuszos együtthatóját (Cic, Cis) valamint a felszálló csomó hosszát (OMEGA).

```
11 11 3 31 7 59 44.0 -.138827599585D-03 -.306954461848D-11 .000000000000D+00
.260000000000D+02 .123437500000D+02 .607989610922D-08 .143327691152D+01
.741332769394D-06 .116681606742D-01 .116173177958D-04 .515351079750D+04
.374384000000D+06 -.244006514549D-06 -.116671796900D+00 .856816768646D-07
.888487466669D+00 .119156250000D+03 .917861836195D+00 -.885108296885D-08
.953611150304D-10 .100000000000D+01 .162900000000D+04 .000000000000D+00
.200000000000D+01 .000000000000D+00 -.116415321827D-07 .260000000000D+02
.374399000000D+06
```

PRN YY MM DD HH mm ss.s	órahiba, a0(s)	drift a1(s/s)	drift ráta a2(s/s ²)
Efem. adatok azonosítója	Crs (méter)	Δn (rad/s)	M0 (rad)
Cuc (rad)	e (excentr.)	Cus (rad)	sqrt(a) (sqrt(m))
ToE (sec, a GPS héten)	Cic (rad)	OMEGA (rad)	Cis (rad)
i0 (rad)	Crc (méter)	omega (rad)	OMEGA DOT (rad/sec)
IDOT (rad/sec)	L2 kódok száma	GPS hét	L2 P adat
SV megbízhatóság (m)	SV health	TGD (sec)	IODC
Transm. Time of Msg.			

Megjegyzések:

OMEGA: A GPS hét kezdetére vonatkozik

TGD: Group Delay Differential

3.6. ábra: Navigációs üzenetek RINEX 2.11 formátumban

Az ötödik sor tartalmazza az inklináció értékét a referenciaepochában (i0), a radiális korrekció koszinuszos együtthatóját (Crc), a perigeum argumentumát (omega), illetve a felszálló csomó hosszának driftjét (OMEGA DOT).

A hatodik sorban szerepel az inklináció időbeli változása (IDOT) valamint egyéb olyan információk, amelyek a navigációs üzenet helyességére, a műhold állapotára utalnak.

A pályaszámítás a 3.6 ábrán található adatokból a következő lépésekben történik:

1. Határozzuk meg a középmozgás értékét a pályaeccentricitás fél nagytengelyének hosszából:

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (3.16)$$

ahol $\mu=GM$ a geocentrikus gravitációs állandó, értéke a WGS-84 vonatkoztatási rendszerben: $398600,5 \text{ km}^3\text{s}^{-2}$.

2. A korrekciók érvényességi időtartama:

$$t_k = t - t_{oe} \quad (3.17)$$

3. A javított középmozgás meghatározásához vegyük figyelembe a navigációs üzenetben szereplő Δn értéket:

$$n = n_0 + \Delta n \quad (3.18)$$

4. A számítási időpontban így a középánomália értéke már meghatározható:

$$M_k = M_0 + n \cdot t_k \quad (3.19)$$

5. A középánomália függvényében az excentrikus anomália meghatározható a Kepler-egyenletből fokozatos közelítéssel:

$$E_k = M_k + e \cdot \sin E_k \quad E_{k0} = M_k \quad (3.20)$$

6. Az excentrikus anomália segítségével kiszámíthatjuk a valódi anomália értékét:

$$\nu_k = 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan \frac{E_k}{2} \right) \quad (3.21)$$

7. A valódi anomália és a perigeum argumentuma ismeretében kiszámítható a műhold helyzete a pályasíkban (a felszálló csomóvonalhoz képest).

$$\varphi_k = \nu_k + \varpi \quad (3.22)$$

8. Ezt követően ki kell számítanunk a pályaelemek változása miatti korrekciókat, azaz a pályamenti, a radiális és a pályasíkra merőleges korrekciókat:

A pályamenti korrekció értéke:

$$\delta u_k = C_{uc} \cos 2\varphi_k + C_{us} \sin 2\varphi_k \quad (3.23)$$

A radiális korrekció értéke:

$$\delta r_k = C_{rc} \cos 2\varphi_k + C_{rs} \sin 2\varphi_k \quad (3.24)$$

A pályasíkra merőleges korrekció értéke pedig:

$$\delta i_k = C_{ic} \cos 2\varphi_k + C_{is} \sin 2\varphi_k \quad (3.25)$$

9. Ezt követően számítható a javított szöghelyzet a pályasíkban:

$$u_k = \varphi_k + \delta u_k \quad (3.26)$$

10. A javított geocentrikus távolság (r) pedig:

$$r_k = a(1 - e \cos E_k) + \delta r_k \quad (3.27)$$

11. A javított inklináció:

$$i_k = i_0 + \frac{di}{dt} t_k + \delta i_k \quad (3.28)$$

12. Miután ismerjük a szöghelyzetet, illetve a geocentrikus távolság javított értékeit (3.26) és (3.27), így számíthatóak a pályasíkban értelmezett geocentrikus koordináták:

$$\begin{aligned}x_k &= r_k \cos u_k \\y_k &= r_k \sin u_k \\z_k &= 0\end{aligned}\tag{3.29}$$

13. A WGS-84 rendszerben értelmezett térbeli derékszögű koordináták számításához meg kell még határoznunk a felszálló csomópont javított hosszát:

$$\begin{aligned}\Omega_k &= \Omega_0 + (\Omega - \omega_E) t_k - \omega_E t_{oe} \\ \omega_E &= 7292115.1467 \cdot 10^{-11} [\text{rad} / \text{s}]\end{aligned}\tag{3.30}$$

14. Végezetül a javított inklináció és a javított felszálló csomó hosszával történő forgatások eredményeképpen megkaphatjuk a műhold WGS-84 rendszerben értelmezett térbeli derékszögű koordinátáit:

$$\begin{aligned}X^S &= x_k \cos \Omega_k - y_k \cos i_k \sin \Omega_k \\Y^S &= x_k \sin \Omega_k + y_k \cos i_k \cos \Omega_k \\Z^S &= y_k \sin i_k\end{aligned}\tag{3.31}$$

15. A műhold órahiba értékének meghatározása az órahiba polinomos leírása segítségével határozható meg, ahol a polinomegyütthatókat a navigációs üzenet első sorában találhatjuk meg:

$$\delta^S = a_0 + a_1(t - t_C) + a_2(t - t_C)^2\tag{3.32}$$

meg kell jegyeznünk, hogy a fedélzeti pályaelemekben található a_0, a_1, a_2 órahiba értékét leíró polinomegyütthatók a két frekvencián végzett méréseket végző felhasználó által tapasztalt órahibát, valamint a műholdak differenciális csoport késését tartalmazzák (az L1 és L2 fázison végzett kódérések hardverkésései). Emiatt az L1 fázison végzett mérésekre figyelembe kell vennünk a differenciális csoportkésés (T_{GD}) órahibára kifejezett értékét is:

$$\delta_{L1}^S = a_0 + a_1(t - t_C) + a_2(t - t_C)^2 - T_{GD},\tag{3.33}$$

ugyanaz az L2 vivőfázisra:

$$\delta_{L1}^S = a_0 + a_1(t - t_C) + a_2(t - t_C)^2 - \gamma T_{GD},\tag{3.34}$$

ahol:

$$\gamma = \frac{f_{L1}^2}{f_{L2}^2} = \left(\frac{77}{60}\right)^2,\tag{3.35}$$

3.5.5. GPS műholdak koordinátáinak számítása az almanachból

A GPS műholdak a saját fedélzeti pályadataikon túl, egy ún. almanachot is sugároznak a felhasználók felé. Az almanachban a teljes konstelláció közelítő pályadatai megtalálhatóak annak érdekében, hogy a navigációs vevők saját pozíciójuknak közelítő ismeretében meg tudják határozni a horizont felett található műholdakat, ezáltal felgyorsítható a műholdak észlelése.

Másrésről az almanachban található adatok lehetővé a műholdpályák alacsonyabb pontosságú, de hosszabb távú előrejelzését is. Az előrejelzett pályaadatok segítségével megvizsgálhatjuk egy jövőbeli időpontra a műholdgeometria hatását, így megtervezhetjük GPS méréseink optimális időpontját, amikor kellően nagy számú műhold egyidejű észlelése lehetséges és a műholdak geometriai elrendezése is optimális a helymeghatározáshoz. A GPS rendszer teljes kiépítéséig a statikus mérések tervezése elengedhetetlen volt, manapság már

inkább csak városi környezetben, nagyarányú kitakarások esetén végezzük el ezeket a tervezéseket annak érdekében, hogy megfelelő minőségű méréseket tudjunk végrehajtani.

Az almanachban szereplő adatok az alábbiak:

- az excentricitás (e),
- a referencia epocha (t_{0a}) másodperc egységben,
- az inklináció javítása (δi) félkör egységben,
- felszálló csomó hosszának változása (OMEGADOT) félkör/másodperc egységben,
- a pályae ellipszis fél nagytengelyének négyzetgyöke ($a^{0.5}$) $m^{0.5}$ egységben,
- a felszálló csomó hosszúsága a GPS hét kezdetén (Ω_0) félkör egységben
- a perigeum argumentuma (ω) félkör egységben,
- a közép anomália értéke a referencia epochában (M_0) félkör egységben,
- az órahiba értéke (af_0) másodperc egységben,
- a műholdóra driftje (af_1) másodperc/másodperc egységben.

Megjegyezzük, hogy az almanachban az Ω_0 paraméter számítása során a hét elején érvényes greenwichi csillagidő értékét használják fel, azaz:

$$\Omega_0 = \Omega(t_a) - GAST(t_0) \quad (3.36)$$

Az almanachból történő pályaszámítás az alábbi lépésekben történik:

1. A középmozgás meghatározása:

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (3.37)$$

2. A közép anomália értéke a t időpontban:

$$M = M_0 + n(t - t_a) \quad (3.38)$$

3. Az inklináció értéke:

$$i = 54^\circ + \delta i \quad (3.39)$$

4. A felszálló csomó hossza:

$$l = \Omega_0 + \Omega(t - t_a) - \omega_E(t - t_0) \quad (3.40)$$

5. A műhold órahiba kiszámítása az almanachból:

$$\delta^S = a_0 + a_1(t - t_a) \quad (3.41)$$

A fenti lépésekkel kiszámíthatjuk azokat a kiinduló adatokat, amelyekkel a pályaszámítás már végrehajtható a korábban már leírt módszerrel. Megjegyezzük, hogy a többi pályaparaméter (a , e és ω) értéke az almanachból történő pályaszámítás esetén nem változik az idő függvényében.

3.5.6. A műholdak helyzetének számítása a horizonti koordinátarendszerben

Az előző fejezetekben láthattuk, hogy miként határozható meg a geocentrikus térbeli derékszögű koordinátarendszerben a műholdak helyzete a fedélzeti pályaelemek segítségével. Számos esetben azonban nem csak erre van szükségünk, hanem arra is, hogy a vevő földrajzi helyzetének függvényében milyen irányban található meg az adott műhold egy bizonyos időpillanatban. Ehhez a geocentrikus koordinátarendszerekből át kell térnünk a vevő földrajzi helyzetének megfelelő horizonti koordinátarendszerbe. A horizonti koordináták (A – azimut és h – magassági szög) alapján meghatározható a műhold iránya az észlelőhöz képest, de például a magassági szöget a légkör okozta szabályos hibák meghatározása során is felhasználjuk.

A transzformációhoz első lépésben a geocentrikus koordinátarendszertől át kell térnünk a topocentrikus koordinátarendszerbe. Ez nem jelent mást, mint azt, hogy a térbeli derékszögű koordinátarendszerünk origóját áthelyezzük a vevő földrajzi helyzetének megfelelő pontba, illetve elforgatjuk azt oly módon, hogy a Z koordinátatengely az ellipszoidi normálissal essen egybe, az X meridiánirányú legyen és az északi irányba mutasson, míg az Y az XZ síkra merőleges legyen és balsodrású rendszert alkosson.

Első lépésben helyezzük át a térbeli derékszögű koordinátarendszerünk origóját a vevő földrajzi helyzetének megfelelő pontba:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_X \\ s_Y \\ s_Z \end{bmatrix} = \mathbf{r}^S - \mathbf{r}^P = \begin{bmatrix} X^S - X_P \\ Y^S - Y_P \\ Z^S - Z_P \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

ahol \mathbf{r}^S a műhold geocentrikus helyvektora, míg \mathbf{r}^P a vevő helyzetének geocentrikus helyvektora.

A következő lépésben az \mathbf{s} vektor felhasználásával számítsuk ki a topocentrikus koordinátákat. Ehhez szükségünk lesz a vevő ellipszoidi földrajzi koordinátáira, amelyet iterációs úton állíthatunk elő:

$$\lambda_P = \arctan \frac{Y_P}{X_P} \quad (3.43)$$

$$\varphi_P = \arctan \frac{Z_P + e^2 N_P \sin \varphi_P}{\sqrt{X_P^2 + Y_P^2}} \quad (3.44)$$

ahol N_P az ellipszoid harántgörbületi sugara:

$$N_P = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi_P + b^2 \sin^2 \varphi_P}} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_P}}. \quad (3.45)$$

Vegyük észre, hogy a (3.40) egyenletben a földrajzi szélesség mindkét oldalon szerepel, ezért az egyenletet csak iteratív úton tudjuk megoldani. Bár a vevő ellipszoid feletti magasságára a számításokhoz nincsen szükségünk, a teljesség igénye miatt azt az alábbi képlettel határozhatjuk meg a földrajzi szélesség ismeretében:

$$h_P = \frac{\sqrt{X_P^2 + Y_P^2}}{\cos \varphi_P} - N_P. \quad (3.46)$$

A vevő helyzetének ellipszoidi földrajzi koordinátái alapján felírható az a forgatási mátrix, amely segítségével az \mathbf{s} vektorból a műhold topocentrikus koordinátái kiszámíthatóak:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_P \cos \lambda_P & -\sin \varphi_P \sin \lambda_P & \cos \varphi_P \\ -\sin \lambda_P & \cos \lambda_P & 0 \\ \cos \varphi_P \cos \lambda_P & \cos \varphi_P \sin \lambda_P & \sin \varphi_P \end{bmatrix}, \quad (3.47)$$

így a műhold helyzete a topocentrikus koordináta-rendszerben:

$$\mathbf{x}_{topo}^S = \begin{bmatrix} X_{topo}^S \\ Y_{topo}^S \\ Z_{topo}^S \end{bmatrix} = \mathbf{R} \times \mathbf{s}. \quad (3.48)$$

A topocentrikus koordináták ismeretében a műholdak horizonti koordinátái már könnyen meghatározhatóak:

$$\delta^S = \arctan \frac{Z_{topo}^S}{\sqrt{(X_{topo}^S)^2 + (Y_{topo}^S)^2}}, \quad (3.49)$$

és

$$\alpha^S = \arctan \frac{Y_{topo}^S}{X_{topo}^S}, \quad (3.50)$$

ahol δ^S a műhold magassági szöge, míg α^S a műhold geodéziai azimutja (az északi iránytól mért azimutja). Vegyük észre, hogy a (3.50) képletben az irányszögszámításhoz hasonlóan el kell döntenünk, hogy a műhold melyik térszögben található. Az állásponttól délre található műholdak esetén az X koordináta értékek negatívak, így a (3.50) képlettel számított azimuthoz 180° -ot hozzá kell adni. Az észak-nyugati térszögben található műholdak esetén a (3.47) képlettel számított azimutot pedig 360° -kal kell megnövelni a helyes érték meghatározásához.

1. feladat

GPS műhold térbeli derékszögű koordinátáinak számítása almanachból

Az SV11-es műhold 2011. március 31-én érvényes almanach szerinti pályaelemei az alábbiak:

Azonosító:	11
Állapot (health):	0
excentricitás (e):	0,011 672 973 630
referencia epocha (t_a):	405 504,0 [s]
inklináció (i):	0,888 477 3254 [rad]
a felszálló csomó driftje ($\dot{\Omega}$):	-8,414 644 981 [rad/s]
a fél nagytengely hosszának négyzetgyöke (\sqrt{a}):	5153,441 895 [$m^{1/2}$]
a felszálló csomó hossza	
a GPS hét kezdetén ($\dot{\omega}$):	-0,116 940 618 [rad]
a perigeum argumentuma (ω):	0,917 901 397 [rad]
Középanómália (M_0):	-0,310 368 896 [rad]

órahiba (a_0):	-1,392 364 502 [s]
a műholdóra driftje (a_1):	-3,637 978 807 [s/s]
GPS hét:	605 (+1024)

Számítsuk ki a fenti almanach adatokból a műhold pozícióját 2011. március 31-én 8:14:59 GPS időrendszerben kifejezett epochában.

1. Határozzuk meg a kívánt időponthoz tartozó GPS héten belüli időpontot másodperc egységben. Mivel a szóbanforgó GPS hét 2011. március 27-én kezdődött (1629-es hét), így:

$$t = 4 \cdot 86400 + 8 \cdot 3600 + 14 \cdot 60 + 59 = 375\,299\text{s}$$

2. Határozzuk meg a pályellipszis fél nagytengelyének hosszát:

$$a = 5153,441895^2 = 26\,557\,963,37 [m]$$

3. Az átlagos szögsebesség:

$$n_0 = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} = 1,458\,736 \cdot 10^{-4} \left[\frac{1}{s}\right]$$

4. A műhold keringésének periódusideje:

$$T = \frac{2\pi}{n_0} = 43072,800 [s]$$

5. A korrekciók érvényességi időtartama:

$$t_k = t - t_a = -30\,205\text{ s}$$

6. A középánómia értéke a kérdéses időpontban:

$$M = M_0 + nt_k = -4,716\,481\,666\,69 (+2\pi) = 1,566\,703\,640\,49 [rad]$$

7. Számítsuk ki a Kepler-egyenlet segítségével az excentrikus anomáliát (E) a pályaeellipszis első numerikus excentricitásának felhasználásával (e)

$$\text{Iteráció \#1: } E_1 = M + e \sin M = 1,578\,376\,516\,36 [rad]$$

$$\text{Iteráció \#2: } E_2 = M + e \sin E_1 = 1,578\,376\,278\,76 [rad]$$

$$\text{Iteráció \#3: } E_3 = M + e \sin E_2 = 1,578\,376\,278\,78 [rad]$$

$$\text{Iteráció \#4: } E_4 = M + e \sin E_3 = 1,578\,376\,278\,78 [rad]$$

8. A (3.21) egyenlet segítségével számítsuk ki a valódi anomália értékét:

$$\nu = 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{1+e}}{\sqrt{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right] = 1,590\,048\,665\,79 [rad]$$

9. A vezérsugár hossza (r)

$$r = a(1 - e \cos E) = 26\,560\,313,21 [m]$$

10. A műhold pályasíkbeli koordinátái az u_1, u_2, u_3 rendszerben (3.5 ábra):

$$u_1 = r \cos \nu = -511\,316,56 \text{ [m]}$$

$$u_2 = r \sin \nu = 26\,555\,391,03 \text{ [m]}$$

11. Az inklináció értéke (i): vegyük észre, hogy a megadott almanach fájlban már az inklináció teljes értéke szerepel, így az adatokban szereplő inklináció értékét közvetlenül felhasználhatjuk. Ezzel szemben a nyers navigációs üzenetekben sugárzott almanach csak az 54° -os nominális inklináció érték javításait tartalmazza, ekkor a (3.39) egyenlet segítségével számíthatjuk ki az inklináció értékét.

12. A felszálló csomó hosszának meghatározása (3.40):

$$\Omega_0(t) = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_a) - \omega_E(t - t_0) = -27,483\,921\,677 \text{ [rad]}$$

13. Határozzuk meg az egyes forgatási mátrixokat a pályasíkbeli és a térbeli derékszögű koordinátarendszerek között:

$$\mathbf{R}_z(-\omega) = \begin{bmatrix} \cos(\omega) & -\sin(\omega) & 0 \\ \sin(\omega) & \cos(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,607\,488\,473 & -0,794\,328\,493 & 0 \\ 0,794\,328\,493 & 0,607\,488\,473 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_x(-i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & -\sin(i) \\ 0 & \sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,630\,594\,524 & -0,776\,112\,457 \\ 0 & 0,776\,112\,457 & 0,630\,594\,524 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_z(-\Omega_0(t)) = \begin{bmatrix} \cos(\Omega_0(t)) & -\sin(\Omega_0(t)) & 0 \\ \sin(\Omega_0(t)) & \cos(\Omega_0(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,703\,552\,445 & 0,710\,643\,340 & 0 \\ -0,710\,643\,340 & -0,703\,552\,445 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

14. Végezetül határozzuk meg a műhold térbeli derékszögű koordinátáit a Földhöz kötött rendszerben:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ECEF} = \mathbf{R}_z(-\Omega_0(t)) \mathbf{R}_x(-i) \mathbf{R}_z(-\omega) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22\,106\,294,71 \\ 8\,233\,926,42 \\ 12\,205\,098,44 \end{bmatrix} \text{ [m]}$$

2. feladat

GPS műhold pozíciójának számítása fedélzeti pályaelemekből

Számítsuk ki a 3.6 ábrán található fedélzeti pályaelemekből a műhold pozícióját 2011. március 31-én 8:14:59 GPS időrendszerben kifejezett epochában. A térbeli derékszögű koordináták mellett határozzuk meg a BUTE permanens állomás helyzetében a műhold

horizonti koordinátáit is. A BUTE állomás helyzete a WGS-84 koordinátarendszerben: $\varphi = 47^\circ 28' 51,39741''$, $\lambda = 19^\circ 03' 23,50703''$ és $h = 180,798\text{m}$.

A feladathoz felhasznált egyéb adatok:

- geocentrikus gravitációs állandó: $GM = 3,986\,005\,000 \cdot 10^{14}$

- A Föld forgási szögsebessége: $\omega_E = 7,292\,115\,1467 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{s} \right]$

- A WGS-84 ellipszoid adatai:

a fél nagytengely hossza: $a = 6\,378\,137,000\text{ m}$

a fél kistengely hossza: $b = 6\,356\,752,314\text{ m}$

1. Számítsuk ki a kívánt időponthoz tartozó GPS héten belüli időpontot másodperc egységben. Mivel a szóbanforgó GPS hét 2011. március 27-én kezdődött (1629-es hét), így:

$$t = 4 \cdot 86400 + 8 \cdot 3600 + 14 \cdot 60 + 59 = 375\,299\text{s}$$

2. A műhold pálya fél nagytengelyének hossza:

$$a = \left(0,515\,351\,079\,750 \cdot 10^4 \right)^2 = 26\,558\,673,540 [m]$$

3. Az átlagos szögsebesség (n_0):

$$n_0 = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} = 1,458\,678 \cdot 10^{-4} \left[\frac{1}{s} \right]$$

4. A fedélzeti pálya Δn szögsebesség javításának felhasználásával kapjuk a javított szögsebességet (n):

$$n = n_0 + \Delta n = 1,458\,739 \cdot 10^{-4} \left[\frac{1}{s} \right]$$

5. A korrekciók érvényességi időtartama, azaz a fedélzeti pálya érvényességétől eltelt idő:

$$t_k = t - t_{oE} = 915\text{ s}$$

6. A középanómália (M):

$$M = M_0 + n \cdot t_k = 1,566\,751\,485\,73 [rad]$$

7. Számítsuk ki a Kepler-egyenlet segítségével az excentrikus anomáliát (E) a pályaellipszis első numerikus excentricitásának felhasználásával (e)

$$\text{Iteráció \#1: } E_1 = M + e \sin M = 1,578\,419\,550\,96 [rad]$$

$$\text{Iteráció \#2: } E_2 = M + e \sin E_1 = 1,578\,419\,307\,37 [rad]$$

$$\text{Iteráció \#3: } E_3 = M + e \sin E_2 = 1,578\,419\,307\,39 [rad]$$

$$\text{Iteráció \#4: } E_4 = M + e \sin E_3 = 1,578\,419\,307\,39 [rad]$$

8. A (3.21) egyenlet segítségével számítsuk ki a valódi anomália értékét:

$$\nu = 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{1+e}}{\sqrt{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right] = 1,590\,086\,874\,93 \text{ [rad]}$$

9. A (3.22) egyenlet segítségével számítsuk ki a műhold szöghelyzetét a pályasíkban:

$$\varphi_k = \nu + \varpi = 2,507\,948\,711\,13 \text{ [rad]}$$

10. Számítsuk ki a pályamenti korrekció értékét (3.23):

$$\delta u_k = C_{uc} \cos 2\varphi_k + C_{us} \sin 2\varphi_k = -1,086\,48 \cdot 10^{-5} \text{ [rad]}$$

11. Számítsuk ki a radiális korrekció értékét (3.24):

$$\delta r_k = C_{rc} \cos 2\varphi_k + C_{rs} \sin 2\varphi_k = 23,83 \text{ [m]}$$

12. Számítsuk ki a pályasíkra merőleges korrekció mértékét (3.25):

$$\delta i_k = C_{ic} \cos 2\varphi_k + C_{is} \sin 2\varphi_k = -1,546\,92 \cdot 10^{-7} \text{ [rad]}$$

13. A javított szöghelyzet:

$$u_k = \varphi_k + \delta u_k = 2,507\,937\,846\,36 \text{ [rad]}.$$

14. A javított vezérsugár hossza (r)

$$r_k = a(1 - e \cos E_k) + \delta r_k = 26\,561\,059,64 \text{ [m]}$$

15. A javított inklináció (az inklináció és driftje a fedélzeti pályaelemek között megtalálható – i_0 és $IDOT$):

$$i_k = i_0 + \frac{di}{dt} t_k + \delta i_k = 0,888\,487\,399\,23 \text{ [rad]}$$

16. A műhold pályasíkbeli koordinátái az x,y,z rendszerben (3.5 ábra):

$$x_k = r_k \cos u_k = -21404732,07 \text{ [m]}$$

$$y_k = r_k \sin u_k = 15726644,08 \text{ [m]}$$

$$z_k = 0 \text{ [m]}$$

17. Számítsuk ki a felszálló csomó hosszának helyzetét a GPS hét elejére megadott Ω_0 és a felszálló csomó driftje alapján:

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\Omega - \omega_E) t_k - \omega_E t_{oe} = -27,483\,915\,120\,05 \text{ [rad]}$$

18. Ezt követően a pályasíkbeli koordinátarendszert az x tengely körül $-i$ -vel, míg a z tengely körül $-\Omega_k$ -val kell elforgatni, hogy a műhold helyzetét megkapjuk a Földhöz kötött, azzal együtt forgó koordinátarendszerben:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ECEF} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega_k) & -\sin(\Omega_k) & 0 \\ \sin(\Omega_k) & \cos(\Omega_k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & -\sin(i) \\ 0 & \sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix}$$

mivel $z_k=0$, így:

$$X = x_k \cdot \cos(\Omega_k) - y_k \sin(\Omega_k) \cos(i) = 22\,106\,756,61 \text{ m}$$

$$Y = x_k \cdot \sin(\Omega_k) + y_k \cos(\Omega_k) \cos(i) = 8\,234\,136,75 \text{ m}$$

$$Z = y_k \sin(i) = 12\,205\,744,29 \text{ m}$$

Ezzel tehát megkaptuk a műhold geocentrikus koordinátáit. A következő lépésekben kiszámítjuk annak horizonti koordinátáit is a BUTE permanens állomás földrajzi koordinátái ismeretében. Ehhez ki kell számolnunk az állomás geocentrikus koordinátáit, amelyhez fel kell használnunk a WGS-84 ellipszoid adatait.

19. Számítsuk ki a fél nagytengelyek hosszának ismeretében a WGS-84 ellipszoid különféle paramétereit:

$$\text{- a lapultság reciproka: } 1/f = \frac{a}{a-b} = 298,25722$$

$$\text{- az első numerikus excentricitás: } e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = 0,081\,819\,19$$

$$\text{- a második numerikus excentricitás: } e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} = 0,082\,094\,44$$

20. Határozzuk meg az ellipszoid harántgörbületi sugarát a földrajzi koordinátákból:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = 6\,389\,766,411 \text{ m}$$

21. A BUTE állomás térbeli derékszögű koordinátái a WGS-84 rendszerben:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{BUTE} = \begin{bmatrix} (N+h)\cos\varphi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\varphi\sin\lambda \\ [(1-e^2)N+h]\sin\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\,081\,882,371 \\ 1\,410\,011,138 \\ 4\,678\,199,381 \end{bmatrix} [m]$$

22. A topocentrikus koordináták számításához térjünk át a segéd-koordinátarendszerbe (3.39):

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_X \\ s_Y \\ s_Z \end{bmatrix} = \mathbf{r}^S - \mathbf{r}_P = \begin{bmatrix} X^S - X_{BUTE} \\ Y^S - Y_{BUTE} \\ Z^S - Z_{BUTE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18\,024\,874,235 \\ 6\,824\,125,613 \\ 7\,527\,544,908 \end{bmatrix} [m]$$

23. Számítsuk ki a (3.47) szerinti forgatási mátrixot:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -0,696\,659\,83 & -0,240\,648\,32 & 0,675\,835\,38 \\ -0,326\,500\,87 & 0,945\,196\,90 & 0,000\,000\,00 \\ 0,638\,797\,51 & 0,220\,660\,84 & 0,737\,052\,60 \end{bmatrix}$$

24. Majd a műhold topocentrikus koordinátáit:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{topo}^S = \mathbf{R} \times \mathbf{s} = \begin{bmatrix} -9\,112\,038,973 \\ 565\,005,207 \\ 18\,568\,258,636 \end{bmatrix} [m]$$

25. Végül a topocentrikus koordináták alapján kiszámíthatjuk a műhold horizonti koordinátáit:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \delta \end{bmatrix}_{hor}^S = \begin{bmatrix} \arctan \frac{Y_{topo}^S}{X_{topo}^S} (+180^\circ) \\ \arctan \frac{Z_{topo}^S}{\sqrt{(X_{topo}^S)^2 + (Y_{topo}^S)^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 176,5^\circ \\ 63,8^\circ \end{bmatrix}$$

Ezzel a feladatot meg is oldottuk, az SV11-es műhold a kérdésben szereplő időpontban a BUTE állomáson 176,5°-os azimut és 63,8°-os magassági szög mellett látszik.

3.6. A műholdak által sugárzott jelek és adatok

A GNSS technikával történő helymeghatározás a mikrohullámú távmérőjelek vételén alapul. A továbbiak megértéséhez elevenítsünk fel néhány alapfogalmat az elektromágneses hullámok terjedésével kapcsolatban.

Az elektromágneses hullámok különféle fizikai jellemzői között a (3.51) egyenlet teremti meg az összefüggést.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{\lambda} \quad (3.51)$$

Az egyes fizikai mennyiségek jele illetve mértékegysége a 3.1 táblázatban található meg.

fizikai mennyiség	jele	mértékegysége
frekvencia	f	1/s (Hz)
körfrekvencia	ω	rad/s
fázis	φ	rad
hullámhossz	λ	m
periódusidő	T	s

3.1 táblázat: Az elektromágneses hullámok fizikai jellemzői és mértékegységeik

A későbbiekben sokszor fogjuk használni a ciklus fogalmát is, ami nem más mint a 2π radiánnak megfelelő fázistartomány (azaz egy teljes hullámhossz).

A körfrekvencia és a fázis összefüggése:

$$\omega = 2\pi f = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\varphi - \varphi_0 = \int_{t_0}^t \omega dt \quad (3.52)$$

Abban az esetben, ha egy a földi ponthoz képest álló helyzetű, ρ távolságban lévő műholdról elektromágneses hullámot bocsátunk ki a földi pont felé, akkor konstant frekvenciát és 0 kezdőfázist feltételezve felírható a földi pontban észlelhető fázis:

$$\varphi(t) = \omega \left(t - \frac{\rho}{c} \right) \quad (3.53)$$

A (3.53) egyenletben látható, hogy összefüggés teremthető a vevő által észlelt fázis és a geometriai távolság között. Ezt a tényt a későbbiekben ki fogjuk használni a műhold-vevő távolság megmérésénél.

Meg kell említenünk, hogy a valóságban a műhold és a vevő egymáshoz képest mozog. Emiatt fellép a Doppler-hatás, aminek következtében az észlelt frekvencia eltér a kibocsátott jel frekvenciájától:

$$\Delta f = f_r - f_e = -\frac{1}{c} v_p f_e, \quad (3.54)$$

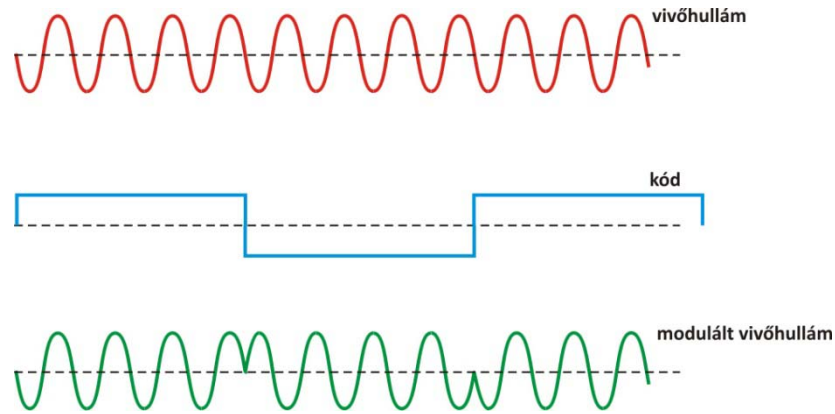
ahol f_r a vételi frekvencia, f_e a kisugárzott frekvencia, míg v_p a műhold-vevő relatív sebessége.

3.6.1. A műholdak által sugárzott mérőjelek

A műholdak fedélzetén lévő atomórák $f_0 = 10,23$ MHz frekvenciájú alapjelet, továbbá ennek felharmonikusaként két vivőjelet állítanak elő: az L1 jel frekvenciája $f_1 = 154 f_0$, hullámhossza $\lambda_1 = 19,03$ cm; az L2 jel frekvenciája $f_2 = 120 f_0$, hullámhossza $\lambda_2 = 24,42$ cm. A GPS rendszer modernizációjával 2010. május 28-án üzembe helyezték az első Block-IIF műholdat, amely már egy harmadik, az ún. L5 frekvencián is sugároz jeleket. Az L5 jel frekvenciája $f_5 = 115 f_0$.

Mivel a vivőhullám egy egyszerű szinuszhullám, így erre a kibocsátás időpontját – és egyéb információkat tartalmazó üzeneteket – ültetnek. A kibocsátás időpontját úgynevezett ál-véletlen kódok segítségével ültetik rá a vivőhullámra. Az ál-véletlen kódok +1 és -1 értékek véletlenszerűnek látszó, valójában az idő függvényében egy bonyolult matematikai képlettel leírható kódsorozatot jelentenek.

A modulálás során az ún. fázisbillentyűzés eljárását alkalmazzák. A moduláló jelek hossza oly módon lett megállapítva, hogy bennük a vivőjel egész számú ciklusa férjen el. Ennek megfelelően a modulált jel a kódjelek előjelének változásakor π fáziseltolódást szenvednek (3.6 ábra).



3.6 ábra: A vivőhullám modulálása a kódjelekkel

Jelenleg a GPS vivőhullámokat az alábbi kódjelekkel modulálják:

- a nyílt hozzáférésű C/A-kóddal: ebben az esetben a kód frekvenciája $f_0/10=1.023$ MHz (azaz 1540 teljes vivőhullám tartozik egy kódértékhez az L1 vivőfrekvencián) az 1023 bit hosszú teljes kódsorozat minden ezredmásodpercben ismétlődik, azaz egy kódérték hossza $1\mu\text{s}$ -nak felel meg. A C/A kóddal csak az L1 vivőjelet modulálják (kivéve a legújabb műholdakat);
- a nagyobb pontosságot biztosító P-kódot csak a katonai felhasználók ismerik (1994-től a P-kódot a gyakorlatilag megfejthetetlen Y-kódra módosították). Ebben az esetben a kód frekvenciája $f_0=10.24$ MHz, a kódsorozat hossza 266 naponta ismétlődik. A 266 naponta ismétlődő kódsorozat egyhetes sorozatait rendelik hozzá egy-egy műholdhoz, ez határozza meg a műhold azonosító számát, a PRN számot. A P kód hosszából következik, hogy a GPS konstelláció a jelenlegi kódok felhasználásával maximum 38 műholdból állhat. A P kóddal mind az L1, mind az L2 vivőfázist modulálják.

3.6.2. A műholdak által sugárzott navigációs üzenetek

Valamennyi műhold mindkét frekvencián sugároz navigációs üzeneteket 30 mp hosszú ún. keretekbe (frame) foglalva. Az egyes egységek 5 alrészre (subframe) tagozódnak, amelyek 10 gépi szót (word) tartalmaznak. 1 gépi szó 30 bitből áll. Mivel a 4. és 5. alrész 25-25 oldalból áll, így a teljes navigációs üzenet észlelése mintegy 12,5 percig tart.

Az egyes alrészek tartalmát a 3.2 táblázat mutatja.

alrész	szó #1	szó #2	szó #3-#10	bitek száma
1	TLM	HOW	óraparaméterek	300
2	TLM	HOW	pályaadatok és korrekciók (1)	300
3	TLM	HOW	pályaadatok és korrekciók (2)	300
4	TLM	HOW	egyéb üzenetek, UTC, ionoszféra, almanach adatok	300
5	TLM	HOW	almanach adatok	300

3.2 táblázat: A navigációs üzenetek alrészei

Ismét megjegyezzük, hogy az 1., 2. és 3. alrészben a navigációs üzenet sugárzását végző műhold saját fedélzeti pályaadatai és óraparaméterei szerepelnek, míg a 4. és 5. alrészekben a teljes műholdkonfiguráció almanach adatait találhatjuk meg.

4. előadás:

A kód és fázismérés elve. A helymeghatározás hibaforrásai: a műholdhoz kapcsolódó hibák (órahibák, pályahibák), különleges hibák (műholdgeometria hatása, relativisztikus hatások), a mérőjel terjedéséhez kapcsolódó hibák (az ionoszféra hatása)

Az előző előadáson megismerkedtünk a GPST időrendszer, valamint a GPS műholdak pályaszámításának alapjaival. A következőkben át fogjuk tekinteni az alapvető mérési eljárásokat, ideértve a kódmérés illetve a fázismérés elvét. Ezt követően rátérünk a helymeghatározást terhelő különféle hibaforrások tárgyalására.

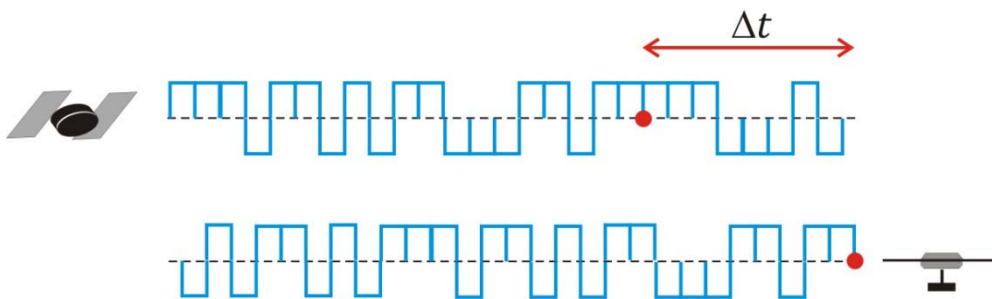
4.1. A kódmérés elve

Mint azt az előző előadáson láthattuk, a műholdak által sugárzott vivőjeleket különféle ál-véletlen zaj jellegű kódokkal modulálják. A kódok értéke függvénye a GPS időnek, így tulajdonképpen egy időbélyeggel látják el a kódsorozatot. A kódmérés végrehajtásának feltétele, hogy a vevőberendezés ismerje a kódok előállításának metódusát (képletét), így a saját vevőórájának időjelét felhasználva elő tudjon állítani egy referencia kódsorozatot. A kód-korrelációs technikával történő műhold-vevő távolság meghatározásakor első lépésben a vevő előállítja a vivőfrekvenciának megfelelő referenciajelet, majd az modulálja az adott műhold PRN kódjával. Az ily módon kódolt referenciajelet összehasonlítja az észlelt műholdjellel (4.1 ábra). Mivel a kódok ál-véletlen jellegűek, így a két jelet keresztkorrelációjából a futási idő (Δt) meghatározható. A futási időt megszorozva a terjedési sebességgel (c) kiszámíthatjuk az ún. pszeudo-távolságot. Meg kell jegyeznünk, hogy ez több okból sem egyezik meg az észlelés időpontjában a műhold és a vevő geometriai távolságával. Egyrészt a számításokat terhelik a műholdra és a vevőóra hibák és egyéb hardver okozta késleltetések, másrészt a jel kibocsátása és észlelése között mind a műhold, mind pedig a földi pont elmozdult.

Ennek megfelelően a kódméréssel meghatározott Δt érték nem más, mint az észlelés időpontja (t_R - a vevőórával mérve) és a kisugárzás időpontjának (t^S - a műholdórával mérve) különbsége. Mivel mindkét óra hibával terhelt, így felírhatjuk az alábbi egyenletet az észlelt terjedési időre:

$$\Delta t = t_R - t^S = (t_R(GPS) - \delta_R) - (t^S(GPS) - \delta^S) = \Delta t(GPS) + \Delta\delta, \quad (4.1)$$

ahol $t_R(GPS)$ és $t^S(GPS)$ a GPS időrendszerben értelmezett észlelési és kisugárzási időpont, míg δ_R és δ^S a műholdóra és a vevőóra hibája. Mivel a műholdóra hiba értéke a navigációs üzenetből a kódméréssel történő helymeghatározáshoz kellő pontossággal ismert, így a (4.1) képletben szereplő relatív órahiba ($\Delta\delta$) értéke tulajdonképpen a vevőóra hiba függvénye.



4.1 ábra: A kódmérés elve

A pszeudotávolság az észlelt terjedési idő és a fénysebesség szorzataként számítható:

$$R = c\Delta t = c\Delta t(GPS) + c\Delta\delta = \rho + c\Delta\delta. \quad (4.2)$$

ahol ρ a valódi (GPS időben mért) terjedési időből számított távolság. Meg kell jegyeznünk, hogy azonban ez sem egyezik meg a geometriai távolsággal, mivel a jelterjedés során a Föld elfordult a műholdhoz képest:

$$\rho = \rho(t^S, t_R) = \rho(t^S, t^S + \Delta t) = \rho(t^S) + \rho(t^S)\Delta t. \quad (4.3)$$

A kódérés pontosságának leírására a gyakorlatban elterjedt hüvelykszabály azt mondja ki, hogy a távolságmérés pontossága a chip-frekvencia (egyetlen kódérték) kb. 1%-a. Azaz C/A kód esetén mivel a kód frekvenciája 1,023 MHz, így egyetlen kódértékhez mintegy 300 méteres terjedési út tartozik. Abban az esetben, ha el tudjuk érni a kódértéken belül az 1%-os pontosságot, akkor ez mintegy 3 métere távolságmeghatározási pontosságnak felel meg.

A pontosabb P kód esetén a kód frekvenciája 10,23 MHz, így egyetlen kódértékhez 30 méteres terjedési út tartozik, ami 0,3 méteres távolságmeghatározási pontosságot eredményez.

Megjegyezzük, hogy a vevőben előállított referencijel és az észlelt jel korrelláltatása után az észlelt jelről eltávolítható a kódmoduláció. Ezt követően az észlelésekről le tudjuk választani a navigációs üzeneteket is, amelyek alapján a vevők el tudják végezni a műholdak pozícióinak számítását. A navigációs üzenetek dekódolása és eltávolítása után az észlelt jelből gyakorlatilag a nyers vivőhullámot állítjuk vissza. Ezt a következő fejezetben ismertett fázismérés végrehajtásához tudjuk használni.

4.2. A fázismérés elve

A következőkben vizsgáljuk meg a vivőjel segítségével történő távolságmérés lehetőségét. Mint a korábbiakban láthattuk, a kódérés pontossága még a nagyobb pontosságú P kód esetén is mintegy 0,3 méterre tehető. Mivel a vivőjelek hullámhossza nagyságrendileg 20 cm-es, ezért a vivőjel hullámainak felhasználásával nagyobb távolságmeghatározási pontosság is elérhető.

Írjuk fel egy a műholdról kibocsátott rádiójel fázisát a műholdtól ρ távolságra:

$$\varphi^S(t) = \omega^S t - \omega^S \frac{\rho}{c} - \varphi_0^S \quad (4.4)$$

ahol φ_0^S a műhold órahiba és egyéb hardverkésések okozta kezdőfázis, illetve ω^S a műhold oszcillátorának körfrekvenciája.

A vevőben generált jel fázisa:

$$\varphi_R(t) = \omega_R t - \varphi_{0R} \quad (4.5)$$

ahol φ_{0R} a vevő órahiba és egyéb vevőben található hardverkésések okozta kezdőfázis, illetve ω_R a vevő oszcillátorának körfrekvenciája.

Ha eltekintünk a hardverkésésektől és feltételezzük, hogy a kezdőfázisokat csak az órahibák okozzák, akkor azok értékét felírhatjuk az órahibák és a körfrekvenciák függvényeként:

$$\varphi_0^S = \omega^S \delta^S, \quad \text{és} \quad \varphi_{0R} = \omega_R \delta_R. \quad (4.6)$$

A két jel fázisának összevetéséből előállíthatjuk a lekevert fázist:

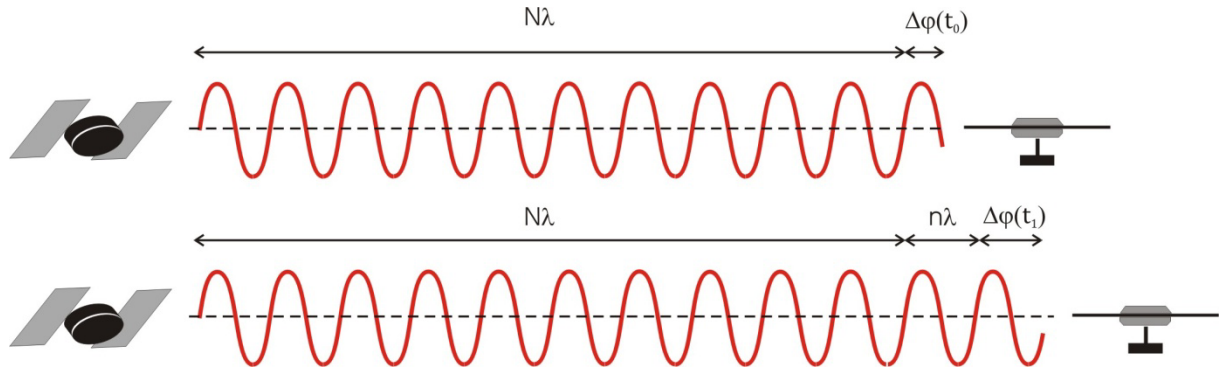
$$\varphi_R^S(t) = \varphi^S(t) - \varphi_R(t) = \omega^S t - \omega^S \frac{\rho}{c} - \omega^S \delta^S - \omega_R t + \omega_R \delta_R. \quad (4.7)$$

A (4.7) egyenletből látható, hogy a körfrekvenciák és a vevőórahibák ismeretében a lekevert fázisból meghatározható a valódi távolság.

Sajnos azonban a fázisnak csak a törtrészét tudjuk mérni, mivel nem ismerjük a műhold és a vevő közötti egész ciklusok számát. Ez utóbbit nevezzük ciklustöbbleteltetésnek (jele: N). Abban az esetben, ha a vevő a bekapcsolása után folyamatosan követi a műholdat és folyamatosan végzi a fázismérést, akkor a ciklustöbbleteltetés értékét elegendő csak a műholdészlelés kezdőidőpontjára meghatározni, ezt követően a fázis értéke a ciklustöbbleteltetés ismeretében, a mért törtrész és az észlelés kezdete óta beérkezett teljes ciklusok száma (n) függvényeként már számítható (4.2 ábra):

$$\varphi_R^S(t) = \Delta\varphi_R^S \Big|_{t_0}^t + 2\pi N = 2\pi N + 2\pi n + \Delta\varphi(t) \quad (4.8)$$

ahol $\Delta\varphi_R^S(t)$ a teljes lekevert fázis értéke, míg $\Delta\varphi(t)$ a két jel fáziskülönbségének értéke a t időpontban.



4.2 ábra: A fázismérés végrehajtása t_0 és t_1 időpontban

A következőkben térjünk át a ciklusszámra a fázis helyett (azaz osszuk el a teljes lekevert fázist 2π -vel):

$$\Psi_R^S(t) = \frac{1}{2\pi} \varphi_R^S(t) \quad (4.9)$$

A (4.7), (4.8) és (4.9) egyenletek összevetéséből levezethető a mérhető ciklusszám és a műhold-vevő távolságok összefüggése:

$$\Psi = -\Delta\Psi_R^S = f \frac{\rho}{c} + f\Delta\delta + N \quad (4.10)$$

vagy:

$$\Psi = \frac{1}{\lambda} \rho + \frac{c}{\lambda} \Delta\delta + N \quad (4.11)$$

a (4.11) képletből vegyük észre, hogy a ciklusszámot beszorozva a hullámhosszal ismét pszeudotávolsághoz jutunk. A nagy különbség a kódéréshez képest azonban az, hogy a fázismérés során a vevőjel hullámhossza századának megfelelő pontosság érhető el, azaz ebben az esetben a pszeudotávolság meghatározásának pontossága néhány mm-re tehető.

Meg kell azonban említenünk, hogy ez nem feltétlenül jelenti azt, hogy fázisméréssel mm-es pontosság érhető el. A következőkben a helymeghatározást terhelő szabályos hibákkal

fogunk foglalkozni, amelyek megfelelő figyelembevételre vagy kezelésre nélkül a fázismérések kellően pontos feldolgozása nem lehetséges.

4.3. A helymeghatározást terhelő hibaforrások

A helymeghatározást terhelő hibaforrások tárgyalásánál a műholdtól a vevő felé fogunk haladni. Ennek megfelelően az alábbi hibaforrásokkal és azok kezelésével fogunk foglalkozni:

- műholdóra és pályahibák,
- különleges hibák:
 - a műholdgeometria hatása,
 - relativisztikus hatások,
- a mérőjel terjedéséhez kapcsolódó hibák:
 - az ionoszféra hatása,
 - a troposzféra hatása,
- a jelek vételéhez kapcsolódó hibák:
 - ciklusgrások,
 - fáziscentrum külpontosság,
 - többutas terjedés.

Megjegyezzük, hogy a fenti hibák közül a troposzféra hatásával, illetve a jelek vételéhez kapcsolódó hibákkal az 5. előadás keretében fogunk foglalkozni.

4.3.1. A műhold órahibák

A korábbiakban láthattuk, hogy a helymeghatározáshoz felhasznált távolságméréseket kód-méréssel vagy fázis-méréssel állítjuk elő. Mivel a globális helymeghatározó rendszereknél a nagyszámú konkurrens felhasználó miatt jellemzően egyutas rendszerekről van szó, ezért nagyon fontos a műholdak és a vevőberendezések időszinkronjának előállítása. Első lépésben foglalkozunk csak a műholdak időszinkronjának a biztosításával, azaz azzal, hogy a műholdakon elhelyezett órák szinkronizálva legyenek a GPST rendszeridővel.

Mielőtt rátérnénk az órahibák részleteinek tárgyalására, végezzünk egy becslést arra, hogy milyen pontos frekvencia-etalonokat kell használnunk a műholdakon. Ha feltételezzük, hogy az órahiba miatt nem engedünk meg nagyobb távolsághibát 1,5 méternél, akkor az órahiba értéke nem haladhatja meg az 5 ns értéket. Abban az esetben, ha 6 órás modellfrissítéseket tételezünk fel minden műholdon, akkor az 5ns-os maximális órahiba érték:

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{5ns}{6 \cdot 3600s} = 2 \cdot 10^{-13} \quad (4.12)$$

minimális relatív frekvenciastabilitással érhető el, ami megköveteli a stabil frekvencia-etalonok, azaz atomórák használatát a műholdakon.

A műhold órahibák leírásához vizsgáljuk meg röviden egy frekvencia-etalon által előállított időjelek hibáit. Egy ideális f_1 frekvencia-etalon által előállított rezgés T_1 periódusideje az ismert képlettel számítható:

$$T_1 = \frac{1}{f_1} \quad (4.13)$$

A frekvencia-etalonnal mért időintervallom felírható a periódusidő vagy a frekvencia függvényeként:

$$(t - t_0) = N \cdot T_1 = \frac{N}{f_1} \quad N - \text{ciklusok száma} \quad (4.14)$$

A (4.14) egyenletben a ciklusszám meghatározható a frekvencia időszerinti integráljával:

$$N(t) = \int_{t_0}^t f_1 dt = f_1(t - t_0) \quad (4.15)$$

Sajnos a valós frekvenciaetalonok nem jellemezhetőek tökéletesen konstans frekvenciával. Egy valós frekvenciaetalon frekvenciája időben változó mennyiség, amelynek időbeli változását az alábbi polinommal írhatjuk le:

$$f_i(t) = f_1 + \Delta f_i + \dot{f}(t - t_0) + \tilde{f}(t) \quad (4.16)$$

ahol f_1 a nominális frekvencia, Δf_i a konstans frekvenciaeltérés (bias) \dot{f} a frekvenciaeltérés időbeli változása (az óra driftje), míg $\tilde{f}(t)$ a frekvencia véletlenszerű változása.

A valós ciklusszámlálás eredményét tehát a (4.16) és (4.15) képletek összevetésével kaphatjuk:

$$N_i(t) = \int_{t_0}^t f_i(t) dt = f_1(t - t_0) + \Delta f_i(t - t_0) + \frac{\dot{f}_i(t - t_0)^2}{2} + \int_{t_0}^t \tilde{f}_i(t) dt \quad (4.17)$$

ezáltal a mért időtartam a (4.14) képlet alapján:

$$t_i - t_0 = t - t_0 + \frac{\Delta f_i(t - t_0)}{f_1} + \frac{\dot{f}_i(t - t_0)^2}{2f_1} + \int_{t_0}^t \frac{\tilde{f}_i(t)}{f_1} dt. \quad (4.18)$$

Jelöljük az órahibát a kezdeti t_0 időpontban $\Delta t_i(t_0)$ -al, ekkor az órahiba felírható egy tetszőleges t időpontban az alábbiak szerint:

$$\Delta t_i(t) = t_i - t = \Delta t_i(t_0) + \frac{\Delta f_i(t - t_0)}{f_1} + \frac{\dot{f}_i(t - t_0)^2}{2f_1} + \int_{t_0}^t \frac{\tilde{f}_i(t)}{f_1} dt \quad (4.19)$$

A (4.19) képletet az együtthatók új jelölésével az alábbi alakra hozhatjuk:

$$\Delta t_i(t) = t_i - t = T_i(t_0) + R_i(t - t_0) + \frac{D_i}{2}(t - t_0)^2 + \int_{t_0}^t y(t) dt \quad (4.20)$$

ahol T_i az óraállás hiba (bias) másodperc egységben, az R_i az órajárás hiba (drift) ami a frekvencia nominális értékétől való konstans eltérés következménye, míg D_i a frekvenciaetalon öregedését mutatja és drift rátának nevezzük. A képlet utolsó tagjában pedig a véletlen jellegű frekvenciaingadozás hatását láthatjuk.

A műholdak által sugárzott jelek és adatok során már bemutattuk, hogy a T_i , R_i és D_i együtthatókat a műholdüzenetek tartalmazzák, ezáltal a vevők a műhold órahibáját a navigációs üzenetkből meg tudják határozni.

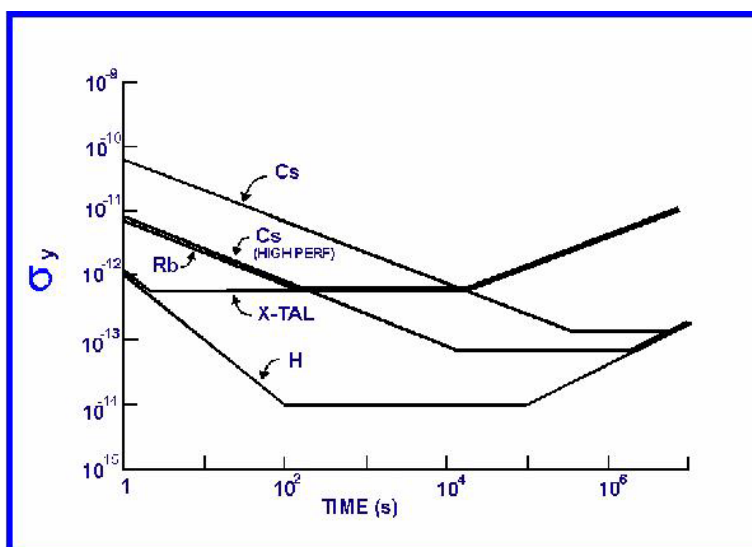
Az atomórák frekvenciastabilitását a (4.20) képletben található véletlenjellegű órahibák vizsgálatával végezhetjük el. A (4.20) képletben szereplő $y(t)$ mennyiség tulajdonképpen a véletlenszerű órahiba időszerinti deriváltjának értéke:

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}, \quad dx(t) - \text{a véletlen jellegű órahiba} \quad (4.21)$$

A frekvenciastabilitás számszerűsítésére az ún. Allan-varianciát használjuk:

$$\sigma_y^2(t) \approx \frac{1}{2m} \sum_{k=1}^m \left[\frac{(x_{k+2} - x_{k+1}) - (x_{k+1} - x_k)}{\tau^2} \right]^2; \quad m \rightarrow \infty \quad (4.22)$$

vegyük észre, hogy az Allan-variancia kiküszöböli az órák driftjének hatását (azzal, hogy két egymást követő órahiba különbség eltéréséből számol varianciát), így valóban a frekvenciastabilitás mérőszáma. A (4.22) képletben τ a vizsgálat időtartama, ami alapján beszélhetünk rövid és hosszútávú frekvenciastabilitásról. A 4.6 ábrán különböző frekvenciaetalonok (cézium, cézium-rubídium, hidrogén-mézer, X-TAL kvarc oszcillátor) Allan-varianciáit láthatjuk τ függvényében. Az ábrából jól látható, hogy a hidrogén-mézer jobb frekvenciastabilitással jellemezhető, mint a Cs, Cs-Rb oszcillátorok, illetve az is, hogy a kvarc oszcillátorok különösen hosszabb távon nagyságrendekkel nagyobb Allan-varianciával jellemezhetők az atomórákhoz képest.



4.3 ábra: Különböző oszcillátorok Allan-varianciái

Az előbbiekből látható, hogy a műhold órahibák kulcsfontosságúak a helymeghatározás szempontjából, hatásuk elérheti akár az 1,5-2 méteres hibát a távolságra vetítve. Pontosán ezt a tényt használták fel korábban a GPS rendszer pontosságának mesterséges lerontására. A Selective Availability (S/A) technika felhasználásakor a műhold órahibákat mesterségesen lerontották, annak érdekében, hogy a civil felhasználók csak alacsonyabb pontosságú helymeghatározást tudjanak végezni. A pontosságrontás hatására a sztenderd helymeghatározási szolgáltatás (SPS) jelenlegi 15 méteres pontosságát (3D), mintegy 100m-re rontották le vízszintes értelemben.

2000. május 1-től az S/A-t kikapcsolták, mivel a differenciális feldolgozási technikák miatt nem volt értelme a fenntartásának.

4.3.2. A műhold pályahibák

A helymeghatározáshoz elengedhetetlen a műholdak pályájának pontos ismerete. Ezeket a pályákat a földi követőállomások (4.4 ábra) által végzett mérések alapján határozzák meg. A valósidejű navigációs alkalmazások elősegítésére a műholdak a navigációs üzenetekben sugározzák az ún. fedélzeti pályaelemeket. Jelenleg ezek a pályák megközelítőleg 1 méteres pályameghatározási pontosságot tesznek lehetővé. A pályahibák és a GPS mérésekkel meghatározott két földi pont közötti vektorok hibáinak összefüggésére a Bauersima-képletet használhatjuk:

$$\Delta x(m) \approx \frac{l}{d} \cdot \Delta X(m) \approx \frac{l(km)}{25000(km)} \cdot \Delta X(m) \quad (4.23)$$

ahol Δx a földi vektor hibája, l a vektor hossza míg ΔX a pályahiba értéke. A (4.23) képletből látható, hogy egy 100 km hosszú földi vektort a fedélzeti pályaadatok jellemző 1 méteres pályahiba esetén 4 mm-es hibával tudjuk meghatározni. Bár ez a pontosság a legtöbb geodéziai alkalmazás pontossági igényeit kielégíti, nagyobb kiterjedésű alaphálózati mérések vagy nagy pontosságú mozgásvizsgálatok esetén a fedélzeti pályák már nem adnak megfelelő pontosságot. Emiatt a Nemzetközi GNSS szolgálat a követőállomásoknál jóval nagyobb számú állomásból álló hálózatának méréseit felhasználva egyéb pályamegoldásokat is publikál. A különféle GPS pályamegoldásokat a 4.1 táblázat tartalmazza.

Pályatípus	Pályahiba	Látencia	Frissítés	Időbeli felbontás
Fedélzeti pályák (broadcast)	kb. 100 cm	valós időben	kb. 2 óra	(4 óra érvényesség)
Ultra-rapid (előrejelzett rész)	kb. 5 cm	valós időben	UTC 3 ^h , 9 ^h , 15 ^h , 21 ^h	15 perc
Ultra-rapid (észlelt rész)	kb. 3 cm	3-9 óra	UTC 3 ^h , 9 ^h , 15 ^h , 21 ^h	15 perc
Rapid	kb. 2,5 cm	17-41 óra	UTC 17 ^h	15 perc
Final	kb. 2,5 cm	12-18 nap	minden csütörtökön	15 perc

4.1 táblázat: Különféle GPS pályamegoldások jellemzői

4.3.3. A műholdgeometria hatása

A helymeghatározás pontossága nem csak a műholdak óra és pályahibáitól, hanem azok geometriai elrendezésétől is függ. A geometriai elrendezést egyrészt befolyásolja a mérés időpontjában a műholdak elhelyezkedése az égbolton, másrészt a mérés környezetében elhelyezkedő, az égbolt egy részét kitakaró objektumok elhelyezkedése és mérete. A 4.4 ábrán két különböző műholdgeometriát láthatunk. A bal oldali ábrán a műholdak az égbolton egyenletesebben helyezkednek el mint a jobb oldali ábrán. Ennek következtében a vízszintes helymeghatározás az első esetben pontosabb, mint a másodikban. Ez könnyen belátható, hiszen a második esetben a térbeli ívmetszés megoldásánál az ívek nagyon lapos szögben metszik egymást, ezért a metszéspontok meghatározása bizonytalanává válik.

A műholdgeometria hatását a pontosságigulás (dilution of precision – DOP) mennyiségével jellemezhetjük. A DOP értékek fejezik ki a helyzethiba és a műhold-vevő távolsághibájának arányát:

$$\text{helyzethiba} = DOP \cdot URE \quad (4.24)$$

A DOP értékek matematikai úton, mérések nélkül is meghatározhatók a műholdak előzetes pályadataiból, az almanachból. Az eljárás nagy előnye, hogy a mérés helyszínének és a tervezett mérési időpontnak függvényében előre meghatározható a műholdgeometria hatása, így a mérés pontos időpontja és tartama az optimális eredménye elérése érdekében megtervezhető.

A DOP értékek matematikai értelmezéséhez induljunk ki az abszolút helymeghatározás linearizált közvetítőegyenletéből:

$$P_r^S = \rho_{r0}^S - \frac{X^S - X_{r0}}{\rho_{r0}^S} x_r - \frac{Y^S - Y_{r0}}{\rho_{r0}^S} y_r - \frac{Z^S - Z_{r0}}{\rho_{r0}^S} z_r + c\Delta\delta \quad (4.25)$$

ahol P_r^S a mért pszeudotávolság a műhold és a vevő között, ρ_{r0}^S a valódi távolság, X^S, Y^S, Z^S a műhold koordinátái a mérés pillanatában, X_{r0}, Y_{r0}, Z_{r0} a vevő előzetes koordinátái, x_r, y_r, z_r a vevő koordinátaváltozásai, míg $c\Delta\delta$ az órahibák hatása a pszeudotávolságra. Írjuk fel a pontmeghatározás alakmátrixát n db műhold esetére:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{X^1 - X_{r0}}{\rho_{r0}^1} & -\frac{Y^1 - Y_{r0}}{\rho_{r0}^1} & -\frac{Z^1 - Z_{r0}}{\rho_{r0}^1} & +1 \\ -\frac{X^2 - X_{r0}}{\rho_{r0}^2} & -\frac{Y^2 - Y_{r0}}{\rho_{r0}^2} & -\frac{Z^2 - Z_{r0}}{\rho_{r0}^2} & +1 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ -\frac{X^n - X_{r0}}{\rho_{r0}^n} & -\frac{Y^n - Y_{r0}}{\rho_{r0}^n} & -\frac{Z^n - Z_{r0}}{\rho_{r0}^n} & +1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

A kiegyenlített paraméterek (koordináták és az órahiba) súlykoefficiens mátrixa az alábbi módon számítható:

$$\mathbf{Q}_x = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} q_{XX} & q_{XY} & q_{XZ} & q_{Xt} \\ q_{YX} & q_{YY} & q_{YZ} & q_{Yt} \\ q_{ZX} & q_{ZY} & q_{ZZ} & q_{Zt} \\ q_{tX} & q_{tY} & q_{tZ} & q_{tt} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

A különböző DOP értékeket a súlykoefficiens mátrix elemeiből számíthatjuk.

A teljes geometriát (térbeli + idő) a GDOP (Geometric Dilution of Precision) érték fejezi ki:

$$GDOP = \sqrt{q_{XX} + q_{YY} + q_{ZZ} + q_{tt}} \quad (4.28)$$

A térbeli helyzetre vonatkozó DOP érték a PDOP (Position Dilution of Precision):

$$PDOP = \sqrt{q_{XX} + q_{YY} + q_{ZZ}} \quad (4.29)$$

Az időmeghatározásra vonatkozó DOP érték pedig a TDOP (Time Dilution of Precision):

$$TDOP = \sqrt{q_{tt}} \quad (4.30)$$

A geodéziai gyakorlatban fontosabb, hogy a PDOP érték helyett azt szét tudjuk választani vízszintes és magassági pontosságígulásra. Ennek érdekében a súlykoefficiens mátrixot át kell forgatnunk topocentrikus koordinátarendszerbe. A forgatási mátrix elemei felírhatóak a vevő földrajzi szélességének és hosszúságának ismeretében:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

A súlykoefficiens mátrix a helyi rendszerben tehát:

$$\mathbf{Q}_{helyi} = \mathbf{RQ}_X \mathbf{R}^T = \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} & q_{xt} \\ q_{yx} & q_{yy} & q_{yz} & q_{yt} \\ q_{zx} & q_{zy} & q_{zz} & q_{zt} \\ q_{tx} & q_{ty} & q_{tz} & q_{tt} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Így a horizonti koordinátarendszerben a vízszintes és a magassági helymeghatározást jellemző DOP értékek már számíthatóak az alábbiak szerint:

Vízszintes értelemben:

$$HDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy}}, \quad (4.33)$$

Magassági értelemben:

$$VDOP = \sqrt{q_{zz}}. \quad (4.34)$$

Bizonyítható az is, hogy az alábbi összefüggés áll fenn a *HDOP*, *VDOP* és *PDOP* értékek között:

$$PDOP = \sqrt{HDOP^2 + VDOP^2} \quad (4.35)$$

Az előbbieket alapján láthattuk, hogy a műholdak előzetes pályadatainak valamint a vevő közelítő pozíciója ismeretében a műholdgeometria hatását előzetesen is meg lehet vizsgálni, ami nagy segítséget nyújt a mérésre alkalmas időpontok optimális kiválasztásában.

4.3.4. Relativisztikus hatások

A helymeghatározás során mind a vevő, mind pedig a műhold eltérő gravitációs mezőben halad, illetve folyamatos gyorsulást szenved, ezáltal mind a speciális, mind pedig az általános relativitáselmélet következményeit figyelembe kell vennünk a helymeghatározásban.

Az általános relativitáselmélet következtében az alábbi hatásokat kell figyelembe vennünk:

1. A nehézségi erőter relativisztikus perturbációkat okoz a műholdak pályájában, ami megközelítőleg $3 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$ nagyságrendű:

$$d\mathbf{p} = -\frac{3\mu^2 a(1-e^2)}{c^2} \frac{\mathbf{p}}{\rho^5} \quad (4.36)$$

2. A műhold jelének terjedési alakja nem egyezik meg az euklideszi távolsággal. Ennek hatása a legnagyobb műhold-vevő távolság esetén 18,7mm a távolságmérésben. Megjegyzendő, hogy relatív helymeghatározás esetén a hatás csak 0,001 ppm (1000 km-en 1 mm):

$$\delta^{rel} = \frac{2\mu}{c^2} \ln \frac{\rho^S + \rho_r + \rho_r^S}{\rho^S + \rho_r - \rho_r^S} \quad (4.37)$$

3. A műholdóra járása a nehézségi térerősség változása miatt is változik:

$$\delta^{rel} = \frac{f'_0 - f_0}{f_0} = \frac{\Delta U}{c^2} \approx \frac{\mu}{c^2} \left[\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R} \right] = -5,2932 \cdot 10^{-10} \quad (4.38)$$

A speciális relativitáselmélet következtében pedig az alábbi hatást kell figyelembe vennünk:

1. A műholdóra járása a műhold sebessége miatt eltér a földi órák járásától:

$$\delta^{rel} = \frac{f'_0 - f_0}{f_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 = 8,308 \cdot 10^{-11} \quad (4.39)$$

Az órajárások figyelembevételének érdekében a műholdak oszcillátorának alapfrekvenciáját csökkentik a nominális 10,23 MHz-es értékhez képest. Ezzel a csökkentések mind az általános-, mind a speciális relativitáselmélet órajárásra kifejtett hatását ki lehet küszöbölni:

$$\begin{aligned} \delta^{rel} &= \delta_{\text{ált}}^{rel} + \delta_{\text{spec.}}^{rel} = -5,2933 \cdot 10^{-10} + 8,308 \cdot 10^{-11} = 4,46 \cdot 10^{-10} \\ &\Downarrow \\ df &= \delta^{rel} \cdot f_0 = 4,57 \cdot 10^{-3} \text{ Hz} \\ &\Downarrow \\ f_0^S &= 10,22999999543 \text{ MHz} \end{aligned} \quad (4.40)$$

A speciális relativitáselmélet (4.39) egyenlettel számított hatásánál körpályát feltételeztünk. Mivel azonban a GNSS holdak pályája enyhén lapult ellipszis, így az ebből eredő relativisztikus hatást is figyelembe kell vennünk. GPS mérések esetén ezt a relativisztikus hatást a vevők határozzák meg, és a fedélzeti pályaelemek alapján számított műhold óra hiba meghatározásakor veszik figyelembe. GLONASS mérések esetén az elliptikus pályából eredő relativisztikus hatást a fedélzeti pályaelemek órakorrekciói már tartalmazzák, így ebben az esetben a vevőnek nem kell meghatározni a relativisztikus korrekció értékét.

Az ellipszis pályából eredő relativisztikus hatás értékét az alábbi képlettel határozhatjuk meg:

$$\Delta t_{\text{ell}}^{rel} = F \cdot e \sqrt{a} \sin E_k, \quad (4.41)$$

ahol (a,e) a pályae ellipszis paraméterei, E_k az excentrikus anomália értéke, míg F az alábbi egyenlettel meghatározható konstans:

$$F = \frac{-2\sqrt{GM}}{c^2} = -4.442\,807\,633 \cdot 10^{-10} \left[\frac{s}{\sqrt{m}} \right]. \quad (4.42)$$

A speciális relativitáselmélet következményei a vevőóra járására is hatással vannak. Ezt a hatás Sagnac-hatásnak nevezzük, amelyet a vevők szoftverei figyelembe vesznek a mérések feldolgozása során.

Mivel a vevő forog a Földforgástengelye körül, ezért az érintőirányú sebesség az Egyenlítőn:

$$v \approx \frac{2 \cdot R \pi}{86400} \approx 0,5 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \quad (4.43)$$

Ezek alapján a relativisztikus hatás:

$$\delta^{rel} = \frac{f'_0 - f_0}{f_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 = 1,3 \cdot 10^{-12} \quad (4.44)$$

Ez a relativisztikus hatás 1 óra alatt mintegy 5ns hibát okoz, ami megközelítőleg 1,5 méteres távolsághibának felel meg. A Sagnac hatást általában a navigációs célú helymeghatározás során nem vesszük külön figyelembe, értékét az egyes epochákban meghatározott vevőóra hiba tartalmazza.

A Sagnac-hatást a vevő és a műhold helyvektora valamint a Föld forgásának szögsebességvektora felhasználásával az alábbi módon határozhatjuk meg:

$$\delta^{rel} = \frac{1}{c} (\mathbf{p}_r - \mathbf{p}^s) \cdot (\boldsymbol{\omega}_E \times \mathbf{p}_r) \quad (4.45)$$

Összegezve tehát a relativisztikus hatásokat azt mondhatjuk, hogy az általános-, és a speciális relativitáselméletből eredő hatásokat alapvetően a műholdak alaphérfrekvenciájának a változtatásával küszöbölik ki. Az elliptikus pályából eredő hatásokat azonban vagy a műholdra hiba értékét leíró polinomok együtthatói tartalmazzák (pl. GLONASS) vagy pedig a vevőknek kell kiszámítani és figyelembe venni (pl. GPS). Az előbbi több számítási feladatot ró a műholdakra, így nagyobb kapacitású hardverelemeket igényel, míg az utóbbi megoldás e számításokat a vevők hardverére bízta.

Az előbbieket alapján a GPS műholdak műholdóra hibájának meghatározását a (3.33) és (3.34) egyenletek módosított alakjával kell elvégeznünk:

$$\delta_{L1}^S = a_0 + a_1(t - t_C) + a_2(t - t_C)^2 - T_{GD} + \Delta t_{ell}^{rel}, \quad (4.46)$$

ugyanaz az L_2 vivőfázisra:

$$\delta_{L1}^S = a_0 + a_1(t - t_C) + a_2(t - t_C)^2 - \gamma T_{GD} + \Delta t_{ell}^{rel}. \quad (4.47)$$

4.3.5. Az ionoszféra hatása

Az időmérésre visszavezetett távolságmeghatározás során azzal a feltételezéssel élünk, hogy a mérőjelek konstans c sebességgel terjednek, ahol c a fény sebessége vákuumban. Ez a feltételezés a légkörben nem állja meg a helyét, így a légkör sebességmódosító hatása miatt további korrekciókra van szükségünk.

A légkör sebességmódosító hatását a törésmutató fejezi ki:

$$n = \frac{c}{v} \quad (4.48)$$

A légkör a mikrohullámú jelek terjedésének szempontjából két fő részre osztható. A légkör 50-1000km közötti magasságban fekvő része az ionoszféra, amelyben a Nap ionizáló sugárzásának hatására szabad elektronok találhatóak. A légkör alsó kb. 12 km-es része a troposzféra, ahol a légkör tömegének jelentős része található, ideértve a légkörben található vízpára gyakorlatilag teljes mennyiségét is.

Az ionoszféra a rádióhullámok terjedése szempontjából diszperzív közeg, azaz a törésmutató értéke függ a jel frekvenciájától is. Ezen felül természetesen az ionoszféra hatása függ a Nap ionizáló sugárzásának mértékétől is, azaz a mérés napszakától, az évszaktól, a földrajzi szélességtől és a napfolttevékenységtől is.

Az elektromágneses jelek terjedése szempontjából diszperzív közegben meg kell különböztetnünk a fázissebességet és a csoportsebességet. A fázissebesség egy egyszerű elektromágneses jel terjedési sebessége (pl. vivőjel):

$$v_f = \lambda \cdot f \quad (4.49)$$

A csoportsebesség ezzel szemben több egymástól kismértékben eltérő frekvenciájú jelek terjedési sebessége (pl. kódjelek):

$$v_{cs} = -\frac{df}{d\lambda} \lambda^2 \quad (4.50)$$

Mivel a két sebesség eltér egymástól, ezért az ionoszféra hatása nem egyezik meg a fázismérések illetve a kódérések esetére. A következőkben a hatás eltérését fogjuk megvizsgálni egy kicsit részletesebben.

Először is fejtjük ki a fázismérés teljes differenciálját:

$$dv_f = f d\lambda + \lambda df, \quad (4.51)$$

A (4.51) egyenletet átrendezve:

$$\frac{df}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda} \frac{dv_f}{d\lambda} - \frac{f}{\lambda}. \quad (4.52)$$

Helyettesítsük be a (4.52) egyenletet a csoportsebesség egyenletébe (4.50):

$$v_{cs} = -\frac{dv_f}{d\lambda} \lambda + f\lambda \quad (4.53)$$

vegyük észre, hogy a (4.53) egyenletbe $f\lambda$ szorzat megegyezik a fázissebesség értékével. Ezáltal eljutottunk a Raleigh-egyenlethez, ami megteremti az összefüggést a fázis és a csoportsebesség között:

$$v_{cs} = v_f - \frac{dv_f}{d\lambda} \lambda \quad (4.54)$$

Az ionoszféra távolságmérésekre kifejtett hatásának leírása érdekében vezessük be a fázis és a csoport törésmutató fogalmát:

$$v_f = \frac{c}{n_f} \quad \text{és} \quad v_{cs} = \frac{c}{n_{cs}} \quad (4.55)$$

Mivel a (4.51) képletben a fázissebesség deriváltja:

$$\frac{dv_f}{d\lambda} = -\frac{c}{n_f^2} \frac{dn_f}{d\lambda}, \quad (4.56)$$

így a Raleigh-egyenlet a törésmutatókkal is felírható:

$$\frac{c}{n_{cs}} = \frac{c}{n_f} + \lambda \frac{c}{n_f^2} \frac{dn_f}{d\lambda}. \quad (4.57)$$

A (4.57) egyenletet c -vel egyszerűsítve majd invertálva (felhasználva az $(1+\varepsilon)^{-1}=1-\varepsilon$ közelítést) a módosított Raleigh-egyenlethez jutunk:

$$n_{cs} = n_f \left(1 - \lambda \frac{1}{n_f} \frac{dn_f}{d\lambda} \right) = n_f - \lambda \frac{dn_f}{d\lambda} \quad (4.58)$$

vagy a frekvenciákra áttérve:

$$n_{cs} = n_f + f \frac{dn_f}{df} \quad (4.59)$$

A fázis-törésmutató értékét a jel frekvenciája szerint sorbafejtjük:

$$n_f = 1 + \frac{c_2}{f^2} + \frac{c_3}{f^3} + \frac{c_4}{f^4} + \dots \quad (4.60)$$

ahol a c_i együtthatók az elektronsűrűségtől függő polinomegyütthatók.

A sorfejtést c_2 tagnál abbahagyva, majd azt deriválva f szerint azokat beírhatjuk a módosított Raleigh-egyenletbe (4.59):

$$n_{cs} = 1 + \frac{c_2}{f^2} - f \frac{2c_2}{f^3} = 1 - \frac{c_2}{f^2}. \quad (4.61)$$

Jól látható, hogy míg a fázis-törésmutató értéke az egységtől $+\frac{c_2}{f^2}$ értékkel tér el, addig a csoport-törésmutató ugyanennyivel kisebb az egységnél. Ezek alapján az ionoszférában a kód késik, míg a fázis siet. Ennek következtében a fázismérésből számított távolság az ionoszféra miatt rövidebb, míg a kódtávolság hosszabb a valódi értéknél. Megjegyezzük, hogy c_2 értéke jó közelítéssel $-40,3N_e$, ahol N_e a szabad elektronok száma.

Az ionoszféra távolságokra kifejtett hatása az alábbiak szerint számítható:

$$\Delta^{Iono} = \int n ds - \int ds_0 \quad (4.62)$$

Az előzőek szerint a fázis- és kódtávolságokra kifejtett hatás a következők szerint számítható:

$$\Delta_f^{Iono} = \int \left(1 + \frac{c_2}{f^2} \right) ds - \int ds_0 \quad (4.63)$$

és

$$\Delta_{cs}^{Iono} = \int \left(1 - \frac{c_2}{f^2} \right) ds - \int ds_0 \quad (4.64)$$

Az integrálásokat az egyszerűség kedvéért a geometriai távolság szerint elvégezve:

$$\Delta_f^{Iono} = \int \frac{c_2}{f^2} ds_0 \quad \text{és} \quad \Delta_{cs}^{Iono} = -\int \frac{c_2}{f^2} ds_0 \quad (4.65)$$

azaz:

$$\Delta_f^{Iono} = -\frac{40,3}{f^2} \int N_e ds_0 \quad \text{és} \quad \Delta_{cs}^{Iono} = \frac{40,3}{f^2} \int N_e ds_0 \quad (4.66)$$

Bevezetve a teljes elektrontartalom fogalmát (Total Electron Content – TEC) az ionoszféra hatása az alábbiak szerint határozható meg:

$$TEC = \int N_e ds_0 \quad (4.67)$$

$$\Delta_f^{Iono} = -\frac{40,3}{f^2} TEC \quad \text{és} \quad \Delta_{cs}^{Iono} = \frac{40,3}{f^2} TEC \quad (4.68)$$

A TEC értékek mértékegysége a TEC egység (TEC Unit – TECU). 1 TECU 10^{16} elektronnak felel meg négyzetméterenként.

A szabad elektronok száma napi maximum értékét általában helyi idő szerint 14^h-kor éri el. A TEC értékek a havi TEC átlagértékek körüli 20-25%-os tartományban szórnak.

Általánosan kijelenthető, hogy a közepes szélességeken az TEC értékek gradiense sokkal kisebb, mint az egyenlítőhöz közeli területeken, vagy éppen a pólusoknál.

4.3.5.1. Az ionoszféra hatásának figyelembevétele

A globális helymeghatározó rendszerek esetén az ionoszféra hatását többféleképpen is figyelembe vehetjük. A legegyszerűbb ionoszféra modell az ún. egyszerű ionoszféra-réteg modell. Ebben a modellben az elektronokat a Föld felszíne felett 350 km-rel elhelyezkedő gömbhéjra integrálva képzeljük el. Az így megadott elektronsűrűség a TVEC (Total Vertical Electron Content). Mivel a TVEC érték csak a zenitirányú műholdakra biztosítja a helyes ionoszféra okozta késleltetés meghatározását, ezért a vertikális késleltetéseket egy leképezési függvénnyel kell átszámítani a műhold irányára. Ehhez a 4.4 ábrán látható modellt használhatjuk fel.

Az ionoszférikus pontban látható E' szög értéke az ábrán látható fekete háromszögből szinusz tétellel számítható:

$$\frac{\sin(90 - E')}{R} = \frac{\sin(90 + E)}{R + H}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\cos E'}{R} = \frac{\cos E}{R + H} \Rightarrow \cos E' = \frac{R}{R + H} \cos E \quad (4.69)$$

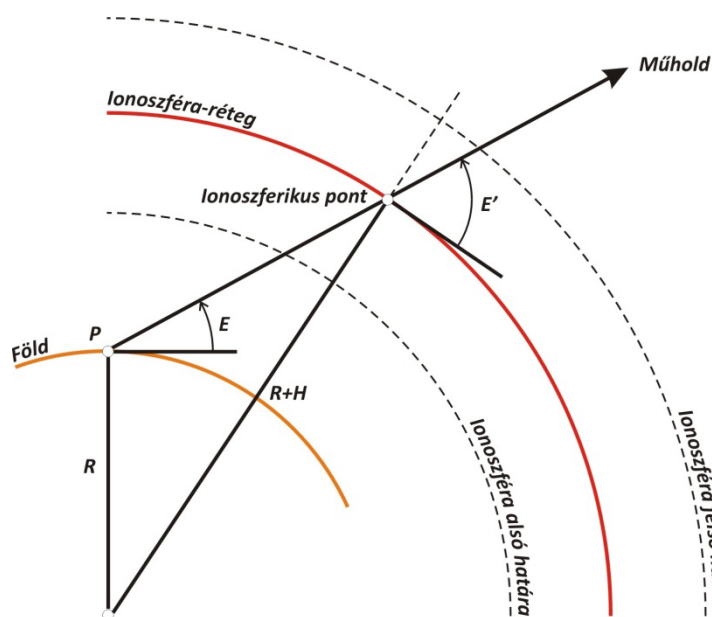
Így a ferdeségi szorzó értéke az alábbi leképezési függvénnyel számítható:

$$F = \frac{1}{\sin E'}. \quad (4.70)$$

Így a műholdirányú ionoszférikus késleltetés az alábbi képletekkel számíthatók:

$$\Delta_f^{Iono} = -\frac{40,3}{f^2} \frac{TVEC}{\sin E'} \quad \text{és} \quad \Delta_{cs}^{Iono} = \frac{40,3}{f^2} \frac{TVEC}{\sin E'} \quad (4.71)$$

Megjegyezzük, hogy az ionoszféra hatása mérsékelt égövben átlagos körülmények között nyáron éjszaka 10-15 TECU esetén az L1 vivőjelen 1,6-2,4 m, míg a déli órákban 50-75 TECU esetén az L1 vivőjelen 8-12 méter.



4.4 ábra: Az egyszerű ionoszféra-réteg modell leképezési függvényének származtatása

Az ionoszféra hatásának figyelembevétele a mérések feldolgozása során az alábbi módokon történhet:

- **Mérés útján:** Japánban például az ionoszférát vizsgáló obszervatóriumok óránként határozzák meg a TEC értékeket, ami alapján az ionoszféra hatása számszerűsíthető.
- **Beclés útján:** a mérések feldolgozása során ismeretlenként vihetjük be a feldolgozásba az ionoszféra elektrontartalmát. A feldolgozások során ekkor sok fölös mérésre, illetve nagy kiterjedésű hálózatokra van szükségünk.
- **Számítás útján:** globális, regionális és esetleg lokális ionoszféra modellekkel írjuk le az ionoszféra elektrontartalmát, így a késleltető hatás számítható. Ilyen modell például a globális Klobuchar vagy a NeQuick modell.
- **Kiküszöbölés:** Felhasználva az ionoszféra azon tulajdonságát, hogy a késleltető hatás frekvenciafüggő, a két frekvencián végzett észlelések lineáris kombinációjával a hatás kiejthető.

4.3.5.2. A Klobuchar modell

Klobuchar (1987) egy egyszerű ionoszféra modellt fejlesztett ki, amellyel az egyfrekvenciás észleléseket végző navigációs vevők az ionoszféra okozta késleltetéseket kellő pontossággal figyelembe tudják venni. A modell alkotásánál az elsődleges cél az volt, hogy matematikailag minél egyszerűbb legyen a modell, hiszen kis számítási kapacitású vevőkben is alkalmazni kell az algoritmust.

A modell az ionoszféra okozta vertikális irányú késleltetést egy koszinusz függvény segítségével adja meg a nappali időszakban, míg az éjszakai órákban konstans értéket feltételez (4.5 ábra).

Az ionoszféra okozta időkéésés zenitirányban az alábbi képlettel adható meg:

$$\Delta T_v^{Iono} = A_1 + A_2 \cos\left(\frac{2\pi(t - A_3)}{A_4}\right),$$

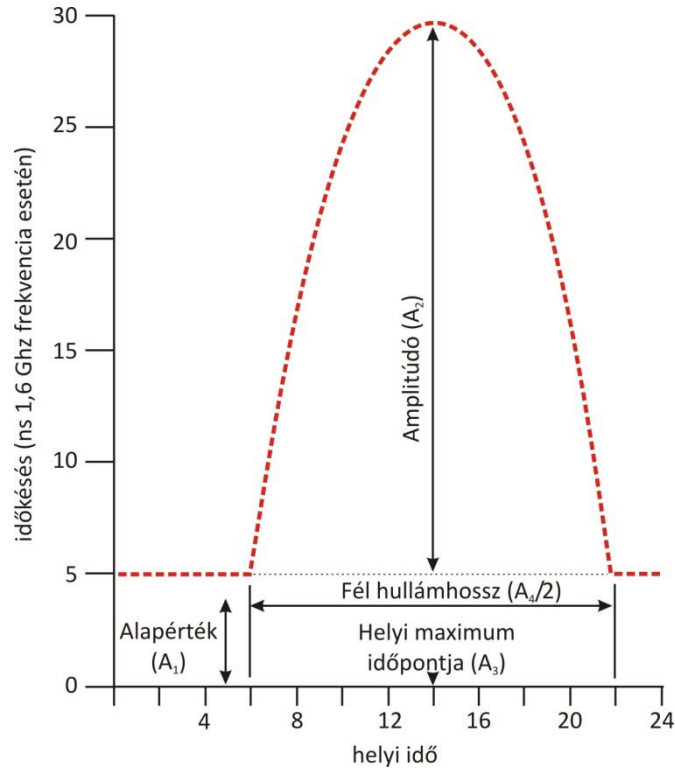
ahol:

$$A_1 = 5 \cdot 10^{-9} s = 5 ns, \quad (4.72)$$

$$A_2 = \alpha_1 + \alpha_2 \varphi_{IP}^m + \alpha_3 (\varphi_{IP}^m)^2 + \alpha_4 (\varphi_{IP}^m)^3,$$

$$A_3 = 50400 s \text{ helyi idő},$$

$$A_4 = \beta_1 + \beta_2 \varphi_{IP}^m + \beta_3 (\varphi_{IP}^m)^2 + \beta_4 (\varphi_{IP}^m)^3$$



4.5 ábra: A Klobuchar-féle ionoszféramodell paraméterei

Megjegyezzük, hogy az A_1 paraméter az ionoszféra éjszakai minimumértékének a hatását adja meg. Az A_2 és A_4 együtthatók meghatározásában szereplő α és β paraméterek a műholdak navigációs üzenetének részét képezik. Fontos továbbá kiemelni, hogy a modell második tagja nem vehet fel negatív értéket.

A (4.72) egyenletben található koszinusz függvény paraméterét a késleltetés fázisának is nevezzük. A fázist felhasználva az ionoszférikus késleltetés az alábbi alakban is felírható:

$$\Delta T_v^{Iono} = A_1 + A_2 \cos(x), \quad (4.73)$$

ahol x a fázis:

$$x = \frac{2\pi(t - A_3)}{A_4}. \quad (4.74)$$

A t változó a helyi idő értéke az ionoszférikus pontban:

$$t = \frac{\lambda_{IP}}{15} + t_{UT}, \quad (4.75)$$

ahol λ_{IP} az ionoszférikus pont földrajzi hosszúsága fok egységben, míg t és t_{UT} óra egységben értendő. Gyakorlati számításokban általában a (4.73) képlet másodpercben kifejezett változatát használjuk.

A φ_{IP}^m az ionoszférikus pont geomágneses szélessége. Kiszámításához ismernünk kell a geomágneses pólus földrajzi koordinátáit: $\varphi_P=78^\circ$ és $\lambda_P=291^\circ$:

$$\varphi_{IP}^m = \arcsin(\sin \varphi_{IP} \sin \varphi_P + \cos \varphi_{IP} \cos \varphi_P \cos(\lambda_{IP} - \lambda_P)) \quad (4.74)$$

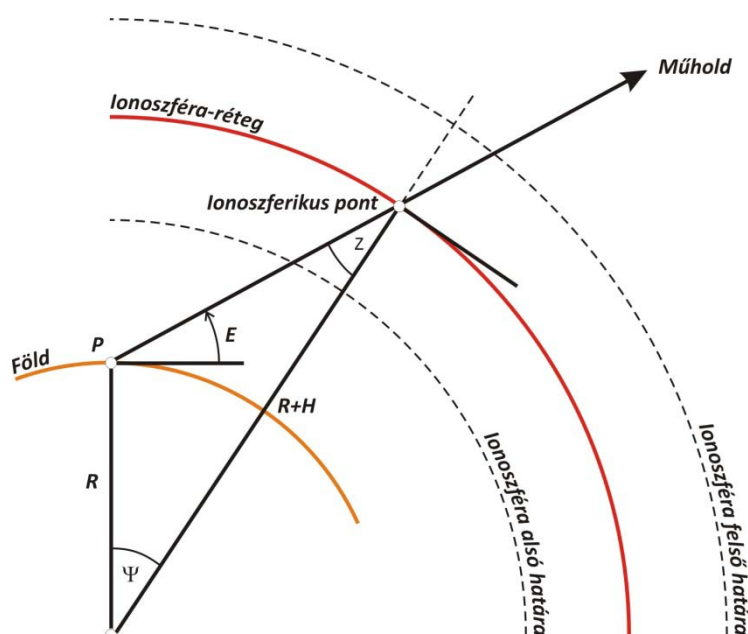
Összegezve tehát az ionoszférikus pont földrajzi koordinátái alapján meghatározható annak geomágneses szélessége. A helyi idő, valamint a geomágneses szélesség alapján az α és β együtthatók ismeretében a vertikális irányú késleltetés a modellel meghatározható. Ezt követően a leképezési függvényből meghatározott ferdeségi szorzóval ki tudjuk számítani a műhold irányú késleltetés értékét is.

Vegyük észre, hogy amennyiben az $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ akkor a (4.73) képlet segítségével határozzuk meg a késleltetés értékét. Amennyiben az x fázis nem esik ebbe az intervallumba, akkor csak az éjszakai alapértéket (A_I) kell figyelembe venni.

A fentiek alapján a számítás menete a következő:

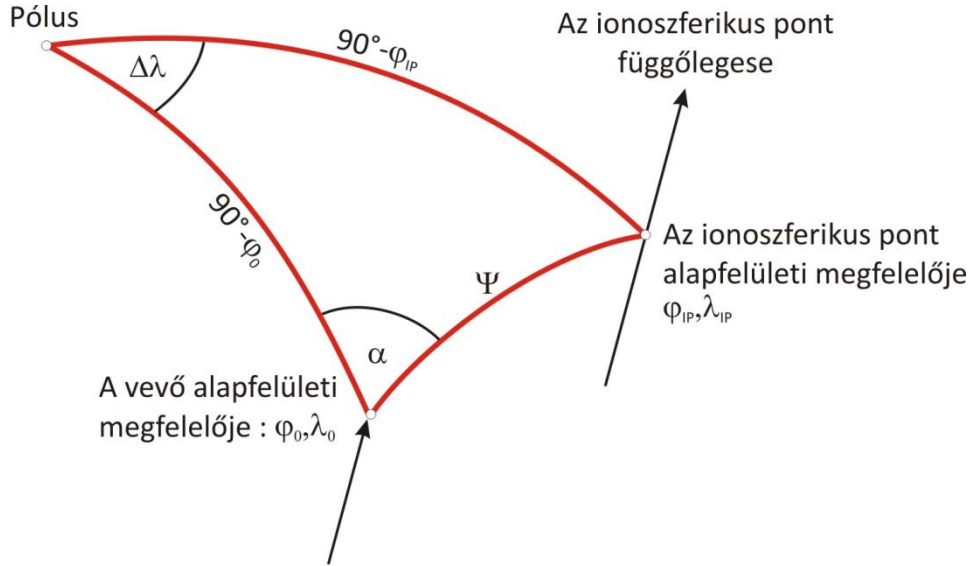
1. A vevő-műhold irány azimutjának és magassági szögének meghatározása t_{UTC} időpontban.
2. Az ionoszférikus pont és a vevő gömbi távolságának meghatározása a P-ionoszférikus pont-geocentrum háromszögből. Ehhez első lépésben a geocentrumban található Ψ szöget kell meghatároznunk (4.6 ábra):

$$\Psi = 90^\circ - E - \arcsin\left[\frac{R}{R+H} \cos E\right] \quad (4.77)$$



4.6 ábra: A gömbi távolság (Ψ) számítása a Klobuchar modellben

3. A vevő ismert (vagy közelítő) koordinátái, továbbá az azimut és a magassági szög ismeretében kiszámíthatóak az ionoszférikus pont földrajzi koordinátái (φ_{IP} , λ_{IP}) (4.7. ábra).



4.7 ábra: Az ionoszférikus pont földrajzi koordinátáinak számítása

$$\varphi_{IP} = \arcsin(\sin \varphi_0 \cos \Psi + \cos \varphi_0 \sin \Psi \cos \alpha) \quad (4.78)$$

$$\lambda_{IP} = \lambda_0 + \arcsin\left(\frac{\sin \psi \sin \alpha}{\cos \varphi_{IP}}\right) \quad (4.79)$$

4. Az ionoszférikus pont geomágneses szélességének számítása a (4.76) képlet segítségével.
5. A navigációs üzenetekben szereplő paraméterek alapján az A_2 és A_4 együttható számítása (4.68)
6. Végezetül a Klobuchar modell segítségével az ionoszféra okozta késleltetés kiszámítható a zenit irányban (4.68).
7. Ezt követően mivel a késleltetést időbeli késleltetésként kapjuk meg, ezért ezt át kell számítani távolság egységre, valamint a leképezési függvényt (ferdeségi szorzót) is figyelembe kell vennünk:

$$\Delta L_1^{Iono} = \Delta T_v^{Iono} \cdot c \cdot \cos E', \quad (4.80)$$

8. Mivel a Klobuchar-modell az L1 frekvenciára adja meg a késleltetés értékét, ezért (4.80)-ból ki kell számítanunk az L2 frekvenciára vonatkozó értéket is:

$$\Delta L_2^{Iono} = \Delta T_v^{Iono} \cdot c \cdot \cos E' \cdot \frac{f_1^2}{f_2^2}. \quad (4.81)$$

A Klobuchar-modell munkaképletei

Jól látható, hogy a fentiekben számos olyan lépést találhatunk, amelyek trigonometriai összefüggések kiértékelését igénylik. Annak érdekében, hogy a számítások a vevőkben is elvégezhetőek legyenek, további egyszerűsítéseket alkalmazunk.

Egyrészt az ionoszférikus pont gömbi távolságának meghatározásakor a (4.77) képlet helyett az alábbi közelítő alakot használhatjuk:

$$\Psi \approx \frac{445}{E[^\circ] + 20} - 4[^\circ] = \frac{0,0137}{E[\text{félkör}] + 0,11} - 0,022[\text{félkör}] \quad (4.82)$$

Ez a közelítés a gömbi távolságban kevesebb mint 0,2°-os hibát ad a 10°-nál nagyobb magassági szögek esetén.

Az ionoszférikus pont koordinátáinak számításakor a gömbi háromszög megoldása helyett síkközeliést alkalmazunk. Így az ionoszférikus pont koordinátái az alábbi alakban határozható meg:

$$\varphi_{IP} \approx \varphi_0 + \psi \cos \alpha \quad (4.83)$$

$$\lambda_{IP} \approx \lambda_0 + \frac{\psi \sin \alpha}{\cos \varphi_{IP}} \quad (4.84)$$

A síkközeliéses eljárás jó közelítést ad az egyenlítőhöz közeli és a közepes földrajzi szélességű területeken. A pólusokhoz közel (ha a számított szélesség érték meghaladja a 75°-ot, akkor az ionoszférikus pont földrajzi szélességét 75°-nak vesszük fel, mivel ezeken a területeken a síkközeliéses eljárás már rosszul közelíti a gömbi megoldást. Ez az eljárás nem okoz nagy problémát, mivel egyrészt a TEC értékek általában alacsonyok a pólusokhoz közeli területeken, másrészt a modell alkotásakor azzal a feltételezéssel éltek, hogy a navigációs felhasználói igények elenyészőek lesznek ezeken a területeken.

Az ionoszférikus pont geomágneses szélességének meghatározásánál szintén egy közelítő munkaképletet alkalmazunk. Ekkor a (4.70) képlet helyett a geomágneses szélességet az alábbi összefüggéssel határozhatjuk meg:

$$\begin{aligned} \varphi_{IP}^m &= \varphi_{IP}[^\circ] + 11,6^\circ \cos(\lambda_{IP}[^\circ] - 291^\circ) = \\ &= \varphi_{IP}[\text{félkör}] + 0,064 \cos(\lambda_{IP}[\text{félkör}] - 1,617)[\text{félkör}] \end{aligned} \quad (4.85)$$

Ez a közelítés maximum 2°-os hibát okoz, ha a geomágneses szélesség értékek nem haladják meg a 65°-ot.

Egy további közelítésként a ferdeségi szorzótényező értékét a (4.70) képlet helyett az alábbi munkaképlettel számíthatjuk:

$$F = 1,0 + 16,0(0,53 - E[\text{félkör}])^3, \quad (4.86)$$

ahol E a műhold magassági szöge félkör egységben.

3. feladat

Ionoszférikus késleltetés számítása a Klobuchar modellel

A BUTE állomáson számítsuk ki a SV 11 műholdra L1 és L2 frekvenciákon végzett kód mérésre az ionoszférikus korrekció értékét 2011. március 11-én 8:14:59 GPS időrendszerben kifejezett epochában. A számítás kiinduló adatai az alábbiak:

A BUTE állomás koordinátái:

$$\varphi_0 = 47^\circ 28' 51,39741''$$

$$\lambda_0 = 19^\circ 03' 23,50703''$$

A Földsugár közelítő értéke:

$$R = 6\,378\,000 \text{ m}$$

Az ionoszféra rétegmodell magassága:

$$H = 350\,000 \text{ m}$$

A műhold azimutja és magassági szöge a megadott időpontban (a számításokért lásd a 3. fejezet mintapéldáit):

$$\alpha = 176,4518^\circ$$

$$E = 63,8178^\circ$$

Az ionoszféra modell számításához szükséges α_i és β_i paraméterek megtalálhatóak az érvényes fedélzeti pályákban (ezek letölthetőek például a Német Geodéziai és Kartográfiai Hivatal GNSS adatközpontjából a <http://igs.bkg.bund.de> címről). A RINEX navigációs üzenetek fejlécében az ION ALPHA és ION BETA sorokban találhatjuk meg az együtthatókat:

```
-----
      2.10          N: GPS NAV DATA          RINEX VERSION /
TYPE
teqc 2009Jul14          20110401 00:25:03UTC / RUN BY /
DATE
      15          LEAP SECONDS
MSXP|IAx86-PII|bcc32 5.0|MSWin95->XP|486/DX+          COMMENT
teqc 2009Jul14          20110331 01:00:11UTC COMMENT
      2.1420D-08  7.4506D-09  -1.1921D-07  0.0000D+00          ION ALPHA
      1.2288D+05  0.0000D+00  -2.6214D+05  1.9661D+05          ION BETA
      9.313225746155D-10-2.664535259100D-15  589824          1629 DELTA-UTC:
AO,A1,T,W
          END OF HEADER
-----
```

1. Számítsuk ki az azimut és a magassági szög értékét félkör egységben:

$$\alpha = 0,980\,2878 \text{ [félkör]}$$

$$E = 0,354\,5433 \text{ [félkör]}$$

2. A vevő és az ionoszférikus pont alapfelületi távolsága (4.82):

$$\Psi = \frac{0,0137}{E + 0,11} - 0,022 = 0,007\,491\,33 \text{ [félkör]}$$

3. Az ionoszférikus pont földrajzi szélessége (4.83):

$$\varphi_P = \varphi + \Psi \cos \alpha = 0,256\,306\,05 \text{ [félkör]} = 46,14^\circ$$

Mivel a földrajzi szélesség kisebb mint 75° ($=0,4167$ félkör), ezért további módosításra nincsen szükség. Amennyiben a földrajzi szélesség abszolút értéke meghaladja a $0,4167$ félkör értéket, akkor az ionoszférikus pont földrajzi szélessége $+0,4167$ az északi féltekén és $-0,4167$ a déli féltekén.

4. Az ionoszférikus pont földrajzi hosszúsága (4.84):

$$\lambda_{IP} = \lambda_0 + \frac{\psi \sin \alpha}{\cos \varphi_{IP}} = 0,106\,538\,66 \text{ [félkör]} = 19,18^\circ$$

5. Az ionoszférikus pont geomágneses szélessége (4.85):

$$\varphi_{IP}^m = \varphi_{IP} + 0,064 \cos(\lambda_{IP} - 1,617) = 0,258\,409\,05 \text{ [félkör]}$$

6. Az ionoszférikus pontban a helyi idő meghatározásához a (4.75) képletet át kell alakítanunk másodperc és félkör egységre:

$$t[s] = 43200\lambda_{IP}[\text{félkör}] + t_{UT}[s] = 34\,301,5 \text{ s}$$

7. A Klobuchar modell amplitúdójának (A_2) meghatározása:

$$A_2 = \sum_{i=0}^3 \alpha_i (\varphi_{IP}^m)^i = 1,538\,580 \cdot 10^{-8} [s]$$

Mivel az $A_2 \geq 0$, így nem kell változtatnunk az amplitúdó értékén. Amennyiben $A_2 < 0$, akkor $A_2 = 0$ értékkel számolunk.

8. A periódus (A_4) meghatározása:

$$A_4 = \sum_{i=0}^3 \beta_i (\varphi_{IP}^m)^i = 108\,790,6 [s]$$

GPS műholdak esetén a periódus nem lehet kisebb 72 000 másodpercnél (GPS ICD-200), ezért amennyiben kisebb lenne az A_4 paraméter 72 000-nél, akkor $A_4 = 72\,000$.

9. Az éjszakai alapérték 5ns, míg a maximális késleltetés helyi ideje $A_3 = 50\,400$ s.

10. Számítsuk ki a késleltetés számításához szükséges fázis értékét (4.74):

$$x = \frac{2\pi(t - A_3)}{A_4} = -0,929\,768 [rad].$$

11. A következő lépésben pedig határozzuk meg a zenit irányú ionoszférikus késleltetés értékét. Vegyük figyelembe, hogy ha az x periódus abszolút értéke kisebb mint $\pi/2$, akkor nappali időszakra vesszük figyelembe a modellt, míg ettől eltérő esetben csupán az éjszakai alapértéket kell figyelembe vennünk. Esetünkben nappali időszakról beszélünk, így a (4.73) képlet alapján:

$$\Delta T_v^{Iono} = A_1 + A_2 \cos(x) = 14,2 \text{ ns.}$$

A fenti érték hosszegységben kifejezve:

$$I = c \cdot \Delta T_v^{Iono} = 4,25 \text{ m}$$

12. A ferdeségi szorzótényező értékét a (4.86) képlet segítségével határozhatjuk meg:

$$F = 1,0 + 16,0(0,53 - 0,354)^3 = 1,086\,423.$$

13. A műhold irányú késleltetés tehát az L1 frekvencián végzett kódmérésekre:

$$\Delta T^{Iono} = \Delta T_v^{Iono} \cdot F = 15,4 \text{ ns.}$$

Ugyanez hosszegységben kifejezve:

$$I = c \cdot \Delta T^{Iono} = 4,63 \text{ m}$$

14. Ugyanez a késleltetés L2 frekvencián végzett kódmérésekre:

$$\left[\Delta T^{Iono}\right]_{L2} = \gamma \cdot \Delta T^{Iono} = \frac{f_{L1}^2}{f_{L2}^2} \cdot \Delta T^{Iono} = 25,4 \text{ ns.}$$

Ugyanez hosszegységben kifejezve:

$$\left[I\right]_{L2} = c \cdot \left[\Delta T^{Iono}\right]_{L2} = 7,62 \text{ m}$$

4.3.5.3. A NeQuick modell

A NeQuick modell az ARPL (Aeronomy and Radio Propagation Lab, Trieszt) és a Grazi Műszaki Egyetem által közösen fejlesztett globális, háromdimenziós, időfüggő ionoszféra modell. A modell háromdimenziós jellegéből fakadóan nincsen szükség leképezési függvényre, az ionoszférában bárhol bármilyen műhold-vevő irányra a késleltetés számítható.

A modellt elfogadta a Nemzetközi Telekommunikációs Únió Rádiókommunikációs szekciója, mint a TEC modellezés eszköztét, illetve az európai Galileo műholdrendszer is ezt a modellt fogja használni az egyfrekvenciás helymeghatározáshoz.

A számítások kiindulópontja az ionoszféra különböző rétegeinek havi mediántérképei. Annak érdekében, hogy a mérés időpontját jellemző napfolttevékenységet is figyelembe tudják venni. Ehhez vagy a napfoltok számát, vagy pedig a 10,7 cm hullámhosszú Nap által kibocsátott rádiósugárzást fluxusát lehet megadni. Ezen kívül megadhatuk még az ún. ionizációs paramétert is:

$$Az = a_0 + a_1\mu + a_2\mu^2 \quad (4.87)$$

ahol μ a módosított mágneses lehajlás:

$$\tan \mu = \frac{I}{\sqrt{\cos \varphi}} \quad (4.88)$$

A módosított mágneses lehajlás képletében I a valódi mágneses lehajlás, míg φ a földrajzi szélesség értéke.

A Galileo rendszer ionoszféra modellezése egyfrekvenciás mérések esetén az alábbiak szerint történik:

1. A navigációs üzenetekben a vevő megkapja:
 - az a_0 , a_1 és a_2 együtthatókat az effektív ionizációs paraméter meghatározásához;
 - az ionoszféra zavart jelző figyelmeztetést;
 - a mérés időpontját (UTC);
 - a műhold pozícióját (számítható a Kepler-féle pályaelemekből);
2. A vevő belső szoftveréből:
 - a mágneses pólus helyzete (5 évenként frissíteni kell);
 - a havi medián ionoszféra modellek (12 ITU-R térkép);
3. A számítási algoritmus az alábbi:

- A vevő előzetes helyzetének számítása kódtávolságokból (ionosferikus javítások nélkül);
- j, l alapján a mágneses lehajlás számítása;
- a módosított mágneses lehajlás számítása (m);
- az effektív ionizációs paraméter meghatározása (Az);
- az effektív ionizációs paraméter ismeretében az ionoszféra okozta késleltetés számítható az NeQuick modell segítségével (algorithmus letölthető a <http://www.itu.int/oth/R0A04000018/en> oldalról)

5. előadás:

A mérőjel terjedéséhez kapcsolódó hibák (troposzféra). A jelek vételéhez kapcsolódó hibák (ciklusugrás, fáziscentrum-külpontosság, többutas terjedés)

A légkör felső rétegének az ionoszféra hatásának a tárgyalása után térjünk át a troposzféra hatásának ismertetésére. Ezt követően – ahogy a műholdak által sugárzott jelek egyre közelebb kerülnek a vevő antennájához – át fogunk térni a jelek vételéhez kapcsolódó hibák tárgyalására.

5.1. A troposzféra hatása

Mivel a troposzférában található a légkör tömegének nagy része ideértve a vízpárát is, ezért a troposzférában a törésmutató értéke mindig nagyobb mint 1. A troposzféra nem diszperzív közeg, azaz ugyanakkor és ugyanolyan irányú hatást fejt ki mind a kód és a fázismérésekre, mind pedig a különböző frekvencián végzett észlelésekre. Emiatt nem kell megkülönböztetnünk csoport-, és fázissebességeket a troposzférán belül.

A troposzféra törésmutatójának értéke függ a légnyomástól, hőmérséklettől és parciális párányomástól. Annak érdekében, hogy számszerűsíteni tudjuk a troposzféra okozta késleltetés mértékét vezessük be a refraktivitás fogalmát:

$$N = (n - 1) \cdot 10^{-6} \quad (5.1)$$

Megjegyezzük, hogy a refraktivitás 10^{-6} szorosa értelmezhető úgy is, mint a troposzféra okozta hatás pontbeli értéke.

A teljes troposzféra okozta hatás az ún. Thayer-integrállal határozható meg:

$$T = 10^{-6} \int N ds \quad (5.2)$$

Smith és Wientraub kimutatta, hogy a 30GHz-nél kisebb frekvenciájú rádióhullámokra a troposzféra okozta hatás kettéválasztható a „száraz” levegő hatására és a „vízpára” hatására:

$$T = T_d + T_w = 10^{-6} \int N_d ds + 10^{-6} \int N_w ds \quad (5.3)$$

A troposzféra okozta hatás meghatározásához az alábbi kérdéseket kell megválaszolnunk:

1. Mekkora a törésmutató (v. a refraktivitás) pontbeli értéke?
2. Hogyan számítható ki a refraktivitás ismeretében a troposzféra késleltető hatása?
3. Hogyan változik ez a pontbeli érték a magasság változásával a helyi zenit irányban?
4. Hogyan számítható ki a zenitirányú változából (vagy javításból) a tetszőleges műholdirányú változás (v. javítás)?

A refraktivitás pontbeli értékének meghatározására az Essen-Froome képlet használható:

$$N = k_1 \frac{p_d}{T \cdot Z_d} + k_2 \frac{e}{T \cdot Z_w} + k_3 \frac{e}{T^2 \cdot Z_w} \quad (5.4)$$

ahol p_d a száraz levegő légnyomása hektopaszskában, e a parciális párányomás, T a hőmérséklet Kelvinben, k_1, k_2, k_3 tapasztalati konstansok, értékei rendre 0,7760 K/Pa, 0,704 K/Pa valamint $0,03739 \times 10^5$ K²/Pa, míg Z_d és Z_w a száraz levegő és a vízgőz kompresszibilitási tényezője.

A fenti paraméterek közül az e parciális párányomás és a T hőmérséklet mérhető, a száraz levegő nyomása azonban nem. A parciális párányomás meghatározható például száraz-nedve hőmérőpárral:

$$e = e'_{\max} - A \cdot p(t - t') \quad (5.5)$$

ahol e'_{\max} a vízgőzzel telített levegő maximális párányomása a t' hőmérsékleten, p a légnomás, míg t és t' a száraz és a nedves hőmérőn leolvasott hőmérséklet értékek.

Annak érdekében, hogy a száraz levegő légnomása helyett a mérhető teljes légnomás segítségével tudjuk leírni a refraktivitás értékét, röviden tekintsük át az ideális és a valós gázok állapotegyenleteit.

Ideális gázok esetében az állapotegyenlet a jól ismert alakban írható fel:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (5.6)$$

ahol p a gáz nyomása, V a térfogata, n a gázban található molekulák száma, T a hőmérséklet, míg R az egyetemes gázállandó.

Valós gázok esetén az ideális gázok állapotegyenlete korrekciókra szorul a molekulák okozta kohéziós erők, illetve a molekulák mérete miatt. Az valódi gázok állapotegyenletének egyik alakja a van der Waals egyenlet:

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T \quad (5.7)$$

ahol a és b együtthatók kísérleti úton meghatározott együttható, a a molekulák közötti kohéziós erők hatását veszi figyelembe, míg b a molekulákban lévő részecskék saját térfogatától függ.

Átrendezve a van der Waals egyenletet, értelmezhető az a és b paraméterek jelentése is:

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - n \cdot b} - a \frac{n^2}{V^2} \quad (5.8)$$

Vezessük be a kompresszibilitási tényező fogalmát az alábbiak szerint:

$$Z = \frac{p \cdot V_m}{R \cdot T} = \frac{p \cdot V}{n \cdot R \cdot T} = \frac{V}{V - n \cdot b} - \frac{a \cdot n}{R \cdot T \cdot V} = \frac{1}{1 - \left(\frac{n \cdot b}{V}\right)} - \frac{a \cdot n}{R \cdot T \cdot V} \quad (5.9)$$

ahol V_m a mólterfogot. Megjegyezzük, hogy ideális gázokra mivel a pV és az nRT szorzatok egyenlőek, így $Z=1$.

A fentiek alapján a valódi gázok állapotegyenlet az alábbi alakban is felírható:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot Z \cdot T \quad (5.10)$$

A következőkben helyettesítsük be a gáz sűrűségét az egyenletbe:

$$\begin{aligned}
 p \cdot V &= n \cdot R \cdot Z \cdot T \quad \text{és} \quad n = \frac{m}{M} \\
 &\Downarrow \\
 p \cdot V &= \frac{m}{M} \cdot R \cdot Z \cdot T \quad \text{mivel} \quad \rho_i = \frac{m}{V}, \text{ és } R_i = \frac{R}{M} \\
 &\Downarrow \\
 p_i &= \rho_i R_i Z_i T_i
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

ahol R_i az adott gáz specifikus gázállandója, például vízpára esetén $R_w=461,5$ J/kg/K, míg a száraz levegőre $R_d=286,9$ J/kg/K.

A következő lépésben helyettesítsük be az (5.11) egyenletből kifejezett parciális nyomásokat az Essen-Froome egyenletbe (5.4):

$$\begin{aligned}
 p_d &= \rho_d R_d Z_d T_d \\
 p_w &= e = \rho_w R_w Z_w T_w \\
 T_d &= T_w = T \\
 &\Downarrow \\
 N &= k_1 R_d \rho_d + k_2 R_w \rho_w + k_3 \frac{R_w \rho_w}{T}
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Mivel sem a száraz levegő parciális nyomása, sem pedig a sűrűsége nem mérhető közvetlenül, ezért számítsuk ki értékét a teljes légnyomás és a parciális párnymomás különbségeként:

$$p_d = p - e \quad \text{és} \quad \rho_d = \rho - \rho_w \tag{5.13}$$

így:

$$N = k_1 R_d \rho + \left(k_2 - k_1 \frac{R_d}{R_w} \right) R_w \rho_w + k_3 \frac{R_w \rho_w}{T} \tag{5.14}$$

a sűrűségek helyett a hőmérséklet és a parciális nyomások alapján is felírható a refraktivitás értéke:

$$N = k_1 R_d \rho + \left(k_2 - k_1 \frac{R_d}{R_w} \right) \frac{e}{Z_w T} + k_3 \frac{e}{Z_w T^2} \tag{5.15}$$

Fel kell hívnunk a figyelmet arra, hogy az (5.14) és (5.15) képlet első tagja már nem csak a „száraz” levegő hatását tartalmazza, hanem az ún hidrosztatikus egyensúlyban lévő levegő hatását. Emiatt mindkét képlet első tagját hidrosztatikus résznek, míg a fennmaradó tagokat „nedves” résznek hívjuk.

Mint azt már láttuk, Smith és Weintraub szerint a zenitirányú teljes késleltetés kettéválasztható egy hidrosztatikus és egy nedves részre:

$$ZTD = ZHD + ZWD = 10^{-6} \int N_d ds + 10^{-6} \int N_w ds \tag{5.16}$$

Az (5.14) egyenletet beírva (5.16)-ba, megkaphatjuk a troposzféra okozta késleltetés értékét:

$$ZTD = ZHD + ZWD = 10^{-6} \cdot k_1 \cdot R_d \int_{z_{ant}}^{tfh} \rho \, ds + 10^{-6} \cdot \left(k_2 - k_1 \frac{R_d}{R_w} \right) R_w \int_{z_{ant}}^{tfh} \rho_w \, ds + 10^{-6} \cdot k_3 \cdot R_w \int_{z_{ant}}^{tfh} \frac{\rho_w}{T} \, ds \quad (5.17)$$

Az egyenlet első tagja fejezi ki a hidrosztatikus késleltetés értékét, míg a 2. és 3. tagok a vízpára hatását tartalmazzák.

A troposzféra okozta késleltetés egyrésztől meghatározható az (5.17) képlet segítségével a rádiószondás mérésekkel előállított légnyomás, hőmérséklet és parciális párányomás profilokból. Mivel azonban ilyen rádiószondás méréseket mind időben, mind térben ritkán hajtanak végre, ezért a GNSS mérések feldolgozása során a troposzféra okozta késleltetést különféle modellekkel vesszük figyelembe.

A modellek közös jellemzője, hogy a vevő szintjében mért vagy modellezett meteorológiai paraméterektől függenek (légnyomás, hőmérséklet, relatív páratartalom).

5.1.1. A meteorológiai paraméterek meghatározása

A troposzféra okozta késleltetés értékének meghatározásához szükségünk lehet alapvetően három féle meteorológiai paraméterre (légnyomás, parciális párányomás és hőmérséklet). Ezeket a meteorológiai paramétereket meteorológiai állomások méréseiből határozhatjuk meg.

A legtöbb esetben azonban eltekinthetünk a meteorológiai paraméterek meghatározásától, és azokat a standard atmoszféramodellek segítségével is loszámíthatjuk. Több ilyen standard atmoszféramodell (US, ISO, ICAO, stb.) is létezik, de a 32 km-es tengerszint feletti magasságig, ami nagyon jól lefedi a felhasználási területet, ugyanazokkal a paraméterekkel írhatóak le:

$$\begin{aligned} T &= T_0 - 0,0065h, \\ p &= p_0 \left(1 - 2,26 \cdot 10^{-5} h \right)^{5,225}, \\ RH &= RH_0 e^{-6,396 \cdot 10^{-4} h}. \end{aligned} \quad (5.18)$$

ahol T a hőmérséklet, p a légnyomás és RH a relatív páratartalom, e pedig az Euler-szám. A tengerszintre ($h=0$) megadott referenciaértékek:

$$\begin{aligned} T_0 &= 291,16K \quad (T = +18^\circ C), \\ p_0 &= 1013,25hPa \\ RH_0 &= 50\%. \end{aligned} \quad (5.19)$$

A meteorológiai paraméterek közül szükségünk lehet a parciális párányomás meghatározására (e). Erre több munkaképlet is rendelkezésünkre áll. A Meteorológiai Világszervezet (WMO) ajánlása szerint a telített vízgőz parciális párányomása az alábbi képlettel számítható ki:

$$e_w = 6.112 \cdot e^{\frac{17.62T}{243.12+T}}, \quad (5.20)$$

ahol T a hőmérséklet °C fokban, e az Euler-szám míg a telített vízgőz parciális párányomását hPa egységben kapjuk meg.

A vízgőz parciális párányomását a telített vízgőz parciális párányomása és a relatív páratartalom szorzataként kapjuk:

$$e = \frac{RH}{100} \cdot e_w, \quad (5.21)$$

ahol RH a relatív páratartalom %-ban kifejezett értéke.

5.1.2. A Hopfield modell

Hopfield modelljében a refraktivitás hidrosztatikus összetevőjére a következő képletet állította fel az álláspont feletti h magasság függvényében:

$$N_d(h) = N_{d,0} \left(\frac{h_d - h}{h_d} \right)^4, \quad \text{ahol } h_d = 40136 + 148,72(T - 273,16) \quad (5.22)$$

ahol $N_{d,0}$ a refraktivitás értéke az állásponton mért meteorológiai adatokból, h_d a troposzféra vastagsága az álláspont felett, míg T a hőmérséklet az állásponton.

Az (5.22) képlet h szerinti integrálásával megkaphatjuk a zenit irányú hidrosztatikus késletetés értékét:

$$\begin{aligned} ZHD &= 10^{-6} N_{d,0} \int_{h=0}^{h=h_d} \left(\frac{h_d - h}{h_d} \right)^4 dh = 10^{-6} N_{d,0} \frac{1}{h_d^4} \left[-\frac{1}{5} (h_d - h)^5 \right]_{h=0}^{h=h_d} \\ &\quad \Downarrow \\ ZHD &= \frac{10^{-6}}{5} N_{d,0} h_d \end{aligned} \quad (5.23)$$

A „nedves” összetevő pedig:

$$ZWD = \frac{10^{-6}}{5} N_{w,0} h_w \quad \text{ahol } h_w = 11000m \quad (5.24)$$

4. feladat

Határozzuk meg a BUTE állomáson egy 64°-os magassági szög alatt látható műholdra ható troposzférikus késletetés értékét!

Az állomás tengerszint feletti magassága: 134,17 m

A meteorológiai paramétereket határozzuk meg standard atmoszféra modellek segítségével!

1. A meteorológiai paraméterek a BUTE állomáson:

$$T = 291,16 - 0,0065 \cdot 134,17 = 290,29K,$$

$$p = 1013,25 \left(1 - 2,26 \cdot 10^{-5} \cdot 134,17 \right)^{5,225} = 997,30hPa,$$

$$RH = 0,50 \cdot e^{-6,396 \cdot 10^{-4} \cdot 134,17} = 45,9\%.$$

2. A troposféra vastagsága az álláspont felett:

$$h_d = 40136 + 148,72(290,29 - 273,16) = 42683,26m$$

3. A „száraz” refraktivitás a tengerszinten (h=0):

$$N_{d,0} = k_1 \left[\frac{P}{T} \right]_{h=0} = 77,6 \left[\frac{K}{hPa} \right] \frac{997,30[hPa]}{290,29[K]} = 266,6$$

4. Számítsuk ki a hidrosztatikus késleltetés értékét a vevő magasságában:

$$ZHD = \frac{10^{-6}}{5} N_{d,0} h_d = \frac{10^{-6}}{5} 266,6 \cdot h_d = 2,28m$$

5. Számítsuk ki a telített vízgőz parciális nyomását, majd a vízgőz parciális nyomását az állásponton:

$$e_w = 6.112 \cdot e^{\frac{17,62T}{243,12+T}} = 19,48 hPa,$$

$$e = \frac{RH}{100} \cdot e_w = 0,459 \cdot 19,48 hPa = 8,94 hPa$$

7. Határozzuk meg a nedves refraktivitás értékét az álláspontban:

$$N = k_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} = 70,4 \left[\frac{K}{Pa} \right] \frac{8,94[hPa]}{290,29[K]} + 3,739 \cdot 10^5 \left[\frac{K^2}{Pa} \right] \frac{8,94[hPa]}{290,29^2[K]} = 41,85$$

8. A nedves késleltetés értékét kiszámíthatjuk az (5.22) képlettel:

$$ZWD = \frac{10^{-6}}{5} N_{w,0} h_w = \frac{10^{-6}}{5} \cdot 41,85 \cdot 11000 = 0,09m$$

9. A teljes zenitirányú késleltetés tehát:

$$ZTD = ZHD + ZWD = 2,37m$$

5.1.3. A Black-modell

Black modelljében a hidrosztatikus összetevőt a következő képlettel határozta meg:

$$N_d(h) = N_{d,0} \left(\frac{h_d - h}{h_d} \right), \quad \text{ahol } h_d = 148,98(T - 4,12), \quad (5.25)$$

A nedves összetevőt pedig:

$$ZWD = k_w, \quad (5.26)$$

ahol $k_w=0,28m$ a trópikusokon és nyáron a mérsékelt égöv alatt, $0,20m$ tavasszal és ősszel a mérsékelt égöv alatt, $0,12m$ télen az óceáni éghajlat területén, $0,06$ télen a kontinentális éghajlat területén, míg $0,05$ a sarkvidéki területeken.

Megjegyezzük, hogy a Black modell hidrosztatikus összetevője nagyon jól egyezik a Hopfield modell hasonló összetevőjével, az eltérés általában nem haladja meg az 1%-ot.

5. feladat

Határozzuk meg a BUTE állomáson egy 64°-os magassági szög alatt látható műholdra ható troposferikus késleltetés értékét a Black-féle modell segítségével!

Az állomás tengerszint feletti magassága: 134,17 m

A meteorológiai paramétereket határozzuk meg standard atmoszféra modellek segítségével!

1. A meteorológiai paraméterek a BUTE állomáson:

$$T = 291,16 - 0,0065 \cdot 134,17 = 290,29K,$$

$$p = 1013,25 \left(1 - 2,26 \cdot 10^{-5} \cdot 134,17\right)^{5,225} = 997,30hPa,$$

$$RH = 0,50 \cdot e^{-6,396 \cdot 10^{-4} \cdot 134,17} = 45,9\%.$$

2. A troposféra vastagsága az álláspont felett:

$$h_d = 148,98(T - 4,12) = 42633,29m$$

3. A „száraz” refraktivitás a tengerszinten (h=0):

$$N_{d,0} = k_1 \left[\frac{p}{T} \right]_{h=0} = 77,6 \left[\frac{K}{hPa} \right] \frac{997,30[hPa]}{290,29[K]} = 266,6$$

4. Számítsuk ki a hidrosztatikus késleltetés értékét a vevő magasságában:

$$ZHD = \frac{10^{-6}}{5} N_{d,0} h_d = \frac{10^{-6}}{5} 266,6 \cdot h_d = 2,27m$$

5. A nedves késleltetés értéke tavasszal mérsékelt égöv alatt:

$$ZWD = 0,20m$$

9. A teljes zenitirányú késleltetés tehát:

$$ZTD = ZHD + ZWD = 2,47m$$

5.1.4. A Saastamoinen modell

Az előbbi modellekkel mindig zenitirányú késleltetést határozunk meg, amit aztán a leképezési függvénnyel kell a műhold irányára átszámítani. A Saastamoinen-modell ezzel szemben a teljes műholdirányú késleltetést adja meg:

$$TD = \frac{0,002277}{\cos z} \left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0,05 \right) e^{-\tan^2 z} \right] \quad (5.27)$$

ahol z a műhold irányának zenitszöge.

6. feladat

Határozzuk meg a BUTE állomáson egy 64° -os magassági szög alatt látható műholdra ható troposferikus késleltetés értékét a Saastamoinen-modell segítségével!

Az állomás tengerszint feletti magassága: 134,17 m

A meteorológiai paramétereket határozzuk meg standard atmoszféra modellek segítségével!

1. A meteorológiai paraméterek a BUTE állomáson:

$$T = 291,16 - 0,0065 \cdot 134,17 = 290,29K,$$

$$p = 1013,25 \left(1 - 2,26 \cdot 10^{-5} \cdot 134,17\right)^{5,225} = 997,30hPa,$$

$$RH = 0,50 \cdot e^{-6,396 \cdot 10^{-4} \cdot 134,17} = 45,9\%.$$

2. Számítsuk ki a telített vízgőz parciális nyomását, majd a vízgőz parciális nyomását az állásponton:

$$e_w = 6,112 \cdot e^{\frac{17,62T}{243,12+T}} = 19,48 hPa,$$

$$e = \frac{RH}{100} \cdot e_w = 0,459 \cdot 19,48 hPa = 8,94 hPa$$

3. A teljes műhold irányú késleltetés pedig:

$$TD = \frac{0,002277}{\cos 26^\circ} \left[997,30 + \left(\frac{1255}{290,29} + 0,05 \right) 8,94 - \tan^2 26^\circ \right] = 2,62m$$

5.1.5. A finomított Saastamoinen modell (modified Saastamoinen model)

Saastamoinen a későbbiekben tovább finomítottam modelljét két további korrekciós tényező bevezetésével. Így a teljes késleltetés:

$$TD = \frac{0,002277}{\cos z} \left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0,05 \right) e - B \tan^2 z \right] + \delta R \quad (5.28)$$

ahol B a vevő tengerszint feletti magasságától függő korrekciós tényező, míg δR a vevő tengerszint feletti magasságától és a műhold zenitszögétől függő tényező.

A korrekciós tényezők e célra szolgáló táblázatokból interpolálhatóak, vagy az alábbi képletekkel határozhatóak meg:

$$B = 1,1549 - 0,1551h + 0,0074h^2$$

$$\delta R = -0,0164 + 0,0027h - 0,00025h^2 + \frac{0,3773 - 0,0675h + 0,0043h^2}{82,7119 - z} \quad (5.29)$$

ahol h az antenna magassága km egységben.

5.1.6. A műhold irányú késleltetés meghatározása

Az egyes modellek által meghatározott zenitirányú késleltetéseket át kell számítanunk műhold irányú értékké. E célra a leképezési függvények szolgálnak. A **Hopfield-modellben** a leképezési függvények értéke a hidrosztatikus és a nedves késleltetésre az alábbiak szerint számítható:

$$F_d(E) = \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 6,25}}, \quad \text{és} \quad F_w(E) = \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 2,25}} \quad (5.30)$$

ahol E a műhold magassági szöge.

Black modelljében a leképezési függvények kissé bonyolultabb alakúak:

$$F_d(E) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{\cos E}{1 + (1-l_c) \frac{h_d}{r_s}} \right]^2}}, \quad \text{és} \quad F_w(E) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{\cos E}{1 + (1-l_c) \frac{h_w}{r_s}} \right]^2}} \quad (5.31)$$

ahol $l_c=0,85$ ($E>5^\circ$), $h_w=13000\text{m}$, r_s az álláspontba mutató geocentrikus helyvektor hossza.

A Niell-féle leképezési függvényt a Saastamoinen-modellel együtt használják. Miután kiszámítjuk a Saastamoinen-modellel a hidrosztatikus és a nedves késleltetés értékét zenit irányban ($z=0$), ezt követően a Niell-féle leképezési függvénnyel számíthatjuk ki a műhold irányú késleltetés értékét. Napjainkban ez az egyik leggyakrabban használt módszer, mivel pontosabb eredményt ad, mint a Hopfield és a Black modellek.

A Niell-féle leképezési függvény:

$$F_d(E) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1+c}}}{\sin E + \frac{a}{\sin E + \frac{b}{\sin E + c}}} + \delta F_d(H, E) \quad (5.32)$$

ahol az egyes együtthatók a földrajzi szélességtől és az év január elsejétől eltelt napjainak számától függenek:

$$a(\varphi, t) = a_{\text{átlag}}(\varphi_i) + a_{\text{amplitúdó}}(\varphi_i) \cos\left(2\pi \frac{t-t_0}{365,25}\right) \quad (5.33)$$

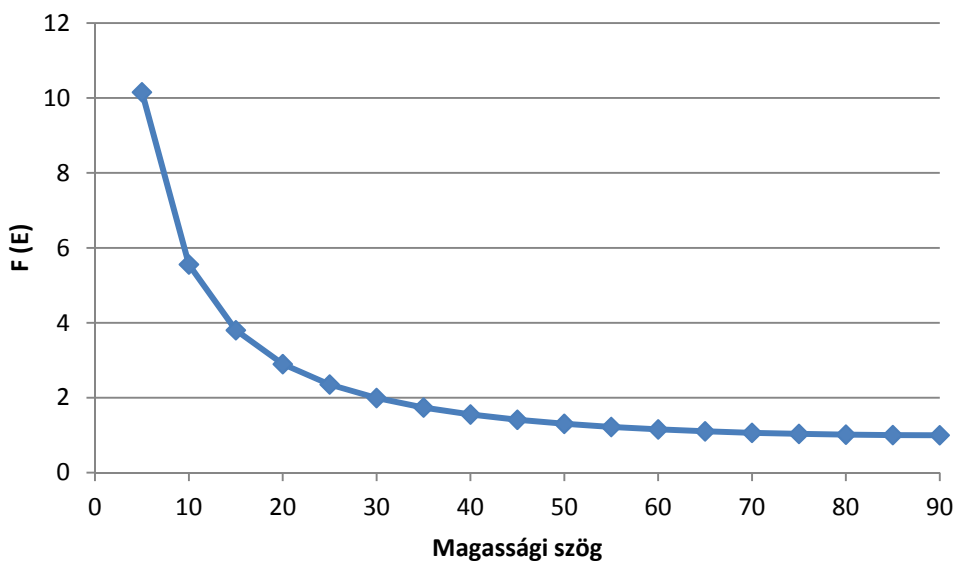
az $a_{\text{átlag}}$ és $a_{\text{amplitúdó}}$ értékek függvényeit táblázatos formában adják meg, t_0 pedig az év 28. napja. a tengerszint feletti magasságtól függő korrekció értéke pedig:

$$\delta F_d(H, E) = \left[\frac{1}{\sin E} - f(E, a_{\text{mag}}, b_{\text{mag}}, c_{\text{mag}}) \right] \cdot H, \quad (5.34)$$

ahol f az (5.32) képlettel számítható lánc tört értéke.

A troposzféra okozta késleltetés átlagos értéke zenitirányban 2,3 méter, amelyből mintegy 90%-ot tesz ki a hidrosztatikus késleltetés, a maradék 10% pedig a nedves késleltetés. A hidrosztatikus késleltetés a légnyomás függvényében meglehetősen jól modellezhető. Az 5.1 ábrán a ferdeségi szorzó értéke látható az év 200. napjára, $H=100\text{m}$

magasságban. Az ábrából jól látható, hogy az átlagos 2,3 méteres késleltetés 30°-os magassági szög mellett már eléri az 5 métert, míg 5 fokos magassági szög esetén a hatás már jóval meghaladja a 20 métert.



5.1. ábra A ferdeségi szorzó értéke a magassági szög függvényében

7. feladat

Határozzuk meg a műholdirányú troposferikus késleltetés értékét a 4. feladat eredményei alapján a Hopfield modell segítségével!

1. A leképezési függvények alapján meg kell határoznunk a „száraz” és a „nedves” ferdeségi szorzótényezőt:

$$F_d = \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 6,25}} = 1,112, \text{ és}$$

$$F_w = \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 2,25}} = 1,112.$$

2. A műhold irányú teljes késleltetés:

$$TD = F_d \cdot ZHD + F_w \cdot ZWD = 2,63 \text{ m}$$

8. feladat

Határozzuk meg az 5. feladat eredményei alapján a műhold irányú késleltetés értékét a Black-modell segítségével!

1. A leképezési függvények alapján meg kell határoznunk a „száraz” és a „nedves” ferdeségi szorzótényezőt:

$$F_d = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{\cos E}{1 + (1 - l_c) \frac{h_d}{r_s}} \right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{\cos 64^\circ}{1 + (1 - 0.85) \frac{h_d}{6380137}} \right]^2}} = 1,112, \text{ és}$$

$$F_d = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{\cos E}{1 + (1 - l_c) \frac{h_w}{r_s}} \right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{\cos 64^\circ}{1 + (1 - 0.85) \frac{13000}{6380137}} \right]^2}} = 1,112$$

2. Így a műhold irányú teljes késleltetés:

$$TD = F_d \cdot ZHD + F_w \cdot ZWD = 2,75 \text{ m}$$

5.2. A többutas terjedés

A GNSS vevő antennája környezetében elhelyezkedő objektumok a mérőjeleket visszaverik, így az antennákba tulajdonképpen direkt és indirekt jelek interferenciájával előállt jelkombináció érkezik meg. A ködmérések esetén a többutas terjedés hatása akár több tíz méter is lehet, ugyanakkor a fázismérésnél a szinuszos jelek interferenciájából periodikus jel jön létre, ezáltal a ciklikus ismétlődések hatására a többutas terjedés hatása csupán néhány centiméter és hosszabb mérési periódusok esetén ki is átlagolható. Ugyanakkor a valós idejű kinematikus technikák előretörésével a többutas terjedés is egy fontos hibahatássá vált, hiszen RTK méréseknél a pontokon csupán néhány másodpercet töltünk, amikor a rövid mérési periódus nem teszi lehetővé a többutas terjedés hatásának automatikus kiküszöbölését a mérési sorozatból.

A következőkben tekintsük át a többutas terjedés hatását a fázismérésekre. Legyen a direkt terjedésű jel amplitúdója:

$$A_D = a \cos \varphi, \quad (5.35)$$

ezen kívül legyen egyetlen visszaverődött jel, amelynek amplitúdója:

$$A_R = a_R \cos \varphi_R, \quad (5.36)$$

ahol

$$a_R = k \cdot a \quad \text{és} \quad \varphi_R = \varphi + \Delta \varphi. \quad (5.37)$$

Az (5.37) képletben k az ún. reflexió tényező, értéke 0 és 1 közötti, és a jelerősség csökkenését fejezi ki. $\Delta \varphi$ pedig a visszavert jel fáziseltérését mutatja, ami a hosszabb megtett útnak köszönhető.

Az antennába a két jel eredője érkezik meg:

$$A = A_D + A_R = a \cos \varphi + ka \cos(\varphi + \Delta \varphi) = a \cos \varphi + ka \cos \varphi \cos \Delta \varphi + \\ - ka \sin \varphi \sin \Delta \varphi = (1 + ka \cos \Delta \varphi) \cos \varphi - (ka \sin \Delta \varphi) \sin \varphi \quad (5.38)$$

Az eredő jel önmaga is periodikus, és felírható az alábbi alakban:

$$A = k_M a \cos (\varphi + \Delta \varphi_M) \quad (5.39)$$

A fenti képletet átalakítva a jól ismert trigonometriai azonosságok segítségével:

$$A = (k_M \cos \Delta \varphi_M) a \cos \varphi - (k_M \sin \Delta \varphi_M) a \sin \varphi \quad (5.40)$$

Az (5.38) és (5.40) képletek összevetéséből az alábbi egyenleteket kapjuk:

$$k_M \cos \Delta \varphi_M = 1 + k \cos \Delta \varphi \\ k_M \sin \Delta \varphi_M = k \sin \Delta \varphi \quad (5.41)$$

Az (5.41) egyenleteket négyzetre emelve és összeadva megkapjuk k_M értékét, míg elosztva őket egymással φ_M értéke számítható:

$$k_M^2 = 1 + k^2 \cos^2 \Delta \varphi + 2k \cos \Delta \varphi + k^2 \sin^2 \Delta \varphi = 1 + k^2 + 2k \cos \Delta \varphi \\ \Downarrow \\ k_M = \sqrt{1 + k^2 + 2k \cos \Delta \varphi} \quad (5.42)$$

$$\tan \Delta \varphi_M = \frac{k \sin \Delta \varphi}{1 + k \cos \Delta \varphi} \quad (5.43)$$

Nézzünk meg egy egyszerű példát a többutas terjedés fázistávolságokra kifejtett hatásáról. Legyen a visszaverődés tökéletes, azaz a visszavert jel ugyanolyan amplitúdójú, mint a direkt jel ($k=1$). Ekkor:

$$k_M = \sqrt{1 + k^2 + 2k \cos \Delta \varphi} = \sqrt{2(1 + \cos \Delta \varphi)} = 2 \cos \frac{\Delta \varphi}{2} \quad (5.44)$$

és

$$\tan \Delta \varphi_M = \frac{k \sin \Delta \varphi}{1 + k \cos \Delta \varphi} = \frac{\sin \Delta \varphi}{1 + \cos \Delta \varphi} = \tan \frac{\Delta \varphi}{2} \Rightarrow \Delta \varphi_M = \frac{\Delta \varphi}{2} \quad (5.45)$$

azaz az interferencia eredményeképpen az antennába érkező jel amplitúdója $2 \cos \frac{\Delta \varphi}{2}$ szerese lesz az eredeti jelnek, míg a fáziseltérés értéke $\frac{\Delta \varphi}{2}$. Mivel a két jel között a maximális fáziseltérés $\pm 180^\circ$ lehet, így meghatározhatjuk a többutas terjedés fázistávolságokra kifejtett hatását különböző fáziseltérések ($\Delta \varphi$) esetére. A fázistávolságokra kifejtett hatás kiszámítható az alábbi képlettel:

$$\Delta = \frac{\Delta \varphi_M}{2\pi} \lambda \quad (5.46)$$

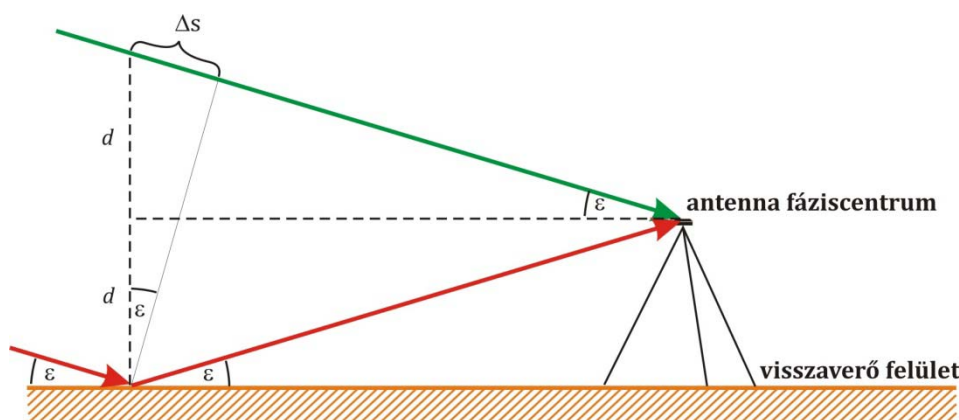
A visszavert jel $\Delta \varphi$ fáziseltérése a visszaverő felület elhelyezkedéséből is meghatározható az 5.2 ábra segítségével:

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta s}{\lambda} 2\pi = \frac{2d}{\lambda} 2\pi \sin \varepsilon \quad (5.47)$$

Az (5.47) képletből látható, hogy $\Delta\varphi$ és ennek következtében $\Delta\varphi_M$ is periodikus jel. A jel periódusa általában nagyobb mint 10 perc, ezáltal csak az ennél rövidebb idejű méréseknél okoz problémát. A modern GNSS antennák különféle eljárásokkal csökkentik a visszaverődések okozta multipath hatást. A legegyszerűbb eset az árnyékolólemezek használata, egyes antennák dobozát pedig rádióhullám elnyelő festékekkel vonják be. Egy másik eljárás az choke-ring elemek használata, amikor az antennát koncentrikusan elhelyezett hengerekkel veszik körbe, ezáltal csökkentve a visszavert jelek antennába jutásának lehetőségét.

$\Delta\varphi$ [°]	$\Delta\varphi_M$ [°]	k_M	Δ [cm]
0	0	2	0
30	15	1,93	0,79
60	30	1,73	1,58
90	45	1,41	2,38
120	60	1,00	3,17
150	75	0,52	3,96
180	90	0	4,75

5.1 táblázat: A többutas terjedés hatása a fázistávolságokra



5.2 ábra: A többutas terjedés hatásának becslése a fázistávolságokra

5.3. A ciklusugrás

Ciklusugrásról akkor beszélünk, ha az észlelt műhold kitakaró objektum mögé kerül, majd a pályáján tovább haladva ismét előbukkan és észlelhetővé válik. Mivel ekkor nem biztosítható a folyamatos fázismérés, ezért a mérés kezdetétől végzett ciklusszámlálás megszakad, majd az újra észleléstől tovább folytatódik.

Mivel a fázisméréshez a műholdak folyamatos követésére és a (4.8) képletben szereplő n tag számlálására van szükség, ezért vagy meghatározzuk a kieső egész ciklusok számát vagy a feldolgozás során az újraészlelés pillanatában egy új ismeretlen ciklustöbbletműségeket vezetünk be. Ha ezt elmulasztjuk, akkor hibás fázistávolságokhoz fogunk jutni.

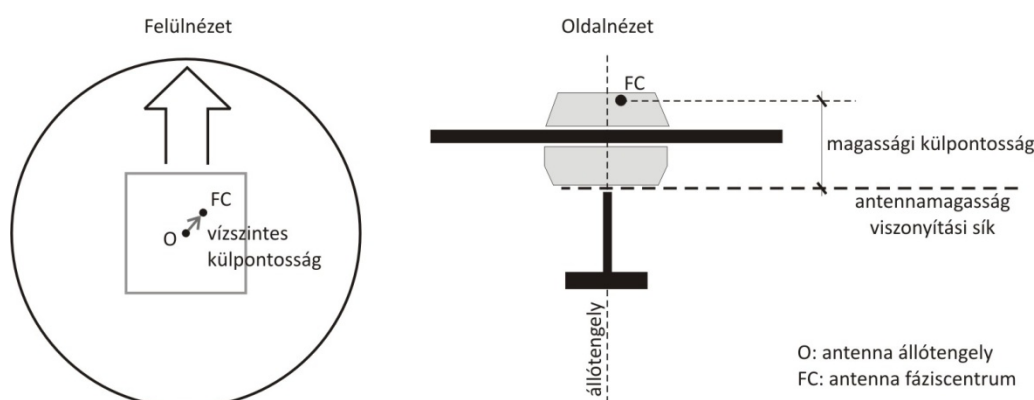
A ciklusugrás ennek következtében egy veszélyes hibaforrás. Hatásának elkerülése érdekében általában körültekintően választjuk meg az álláspontot, arra törekedve, hogy a

környezetben ne legyenek kitakaró objektumok. A gyakorlatban azonban sok esetben ezt az elvet nem tudjuk követni (pl. városi méréseknél), ezért a feldolgozószoftverek relatív helymeghatározás esetén képesek a ciklusugrások megkeresésére és további kezelésére. Erre a célra a relatív helymeghatározásban a hármas differenciák képzése szolgál, amelyről majd a későbbiekben lesz részletesen szó.

5.4. Az antennák fáziscentrumának külpontossága

Az antenna nem a geometriai középpontban észleli a műholdak jeleit, hanem az elektronikai középpontban (fáziscentrumban). Ez a két pont általában nem egyezik meg egymással. Vízsintes fáziscentrum külpontosság alatt a fáziscentrum és az antenna geometriai középpontjának függőlegese közötti eltérést értjük. A vízszintes fáziscentrum külpontosság nagyságrendileg néhány mm-es. Magassági fáziscentrum külpontosság alatt a fáziscentrum és a antennamagasság viszonyítási pont közötti magasságkülönbséget értjük.

A feldolgozószoftverek a fáziscentrumok koordinátáit határozzák meg. Ha ismerjük a fáziscentrum-külpontosságok értékeit, akkor a meghatározott koordináták átszámíthatók a meghatározandó pontokra (alappontok, részletpontok). A feldolgozószoftverek általában ismerik ezeket az értékeket, így elegendő beállítani az antenna-típusokat a feldolgozás során. Meg kell azonban említenünk, hogy az antennamodellek alkalmazásakor nagyon körültekintően kell eljárunk. Egy-egy hibás antennamodell a magassági koordináták meghatározásában akár deciméteres hibákat is okozhat!



5.3 ábra: Az antenna fáziscentrumának külpontossága

A fáziscentrum helyzete a térben azonban nem állandó. A külpontosság értéke függ a beérkező jel frekvenciájától, a jel magassági szögétől és azimutjától is. A fáziscentrum-külpontosság mértékét és annak változását különféle kalibrációs eljárások során határozzák meg egy-egy antennatípusra vagy nagyobb pontossági igények esetén minden egyes antennára egyedileg is.

Az antennakalibrációs eljárások között megkülönböztethetünk relatív és abszolút kalibrációs eljárásokat. Relatív eljárások esetén a kalibrálandó antennát valamilyen referenciaként kiválasztott antennához képest kalibrálják, míg abszolút antennakalibráció esetén nincs ilyen referencia antenna. Az utóbbi esetben a fáziscentrum külpontosság abszolút értékét határozzák meg vagy műholdjelek és egy antennaforgató robot segítségével (pl. Hannoveri Egyetem), vagy pedig süetkamrában elhelyezett jelgenerátor segítségével (pl. Bonni Egyetem).

5.4.1. A fáziscentrum külpontosságának figyelembevétele

A fáziscentrum külpontosság figyelembevétele a mérések feldolgozása során többféleképpen is történhet:

- Ha ugyanolyan antennatípusokat használunk a hálózatban, akkor a hatás kiküszöbölhető, hiszen az antennák észak felé tájolása esetén a fáziscentrumok mindegyik ponton ugyanolyan irányban és ugyanolyan mértékben külpontosak (feltéve, hogy nincs egyedi eltérés az antennák között). Ezáltal a meghatározott vektorok hossza és iránya nem tartalmazza a fáziscentrum külpontosság hatását.
- Ismételt méréseknél (pl. mozgásvizsgálatok) ügyelnünk kell arra is, hogy az egyes pontokon mindig ugyanaz az antenna kerüljön elhelyezésre. Ezáltal a különböző epochák között az antennák fáziscentrum külpontosságának eltérései nem okoznak koordinátaváltozást.
- Különböző antennák esetén szükséges a fáziscentrum-modellek figyelembevétele (magasságilag több cm-es hibát is okozhatunk, míg vízszintesen a hiba mm-es nagyságrendű)
- Ismételt méréseknél, illetve nagy pontossági igények esetén (ideértve a GNSS infrastruktúra kialakítását is) fontos az antennák egyedi kalibrációja.

6. előadás:

A GPS mérésekről. A statikus és kinematikus mérések fontosabb jellemzői. Valós idejű differenciális (DGPS) és kinematikus (RTK) mérési módszerek.

A GPS mérések egyik nagy előnye, hogy a mérések végrehajtásához látszólag nincsen szükség nagy szakértelemre, hiszen az esetek jelentős részében csupán az eszközök őrzéséről és az áramellátás biztosításáról kell gondoskodnunk. Ugyanakkor a mérések szakszerű elvégzése és a megfelelő minőségű koordinátameghatározás érdekében a méréseket körültekintően meg kell terveznünk. Jó eredményeket csak a megfelelő mérőeszközökkel a megfelelő mérési eljárást felhasználva érhetünk el. Az Amerikai Geodéziai és Térképészeti Kongresszus a GPS méréseket az 6.1 táblázatban található pontossági kategóriákba osztotta. A pontossági kategóriák nem csak a felhasználók pontossági igényeit jelölik ki, hanem egyben azt is meghatározzák, hogy milyen mérőfelszerelést kell alkalmaznunk az egyes pontossági kategóriákon belül.

A többméteres és tízméteres kategória ideális mérőeszközei a navigációs vevők. Jellemzően kódmerést hajtanak végre, differenciális korrekciók nélkül vagy differenciális korrekciókkal. Előnyük, hogy a méretük kicsi és az adatok rögtön rendelkezésre állnak. Irodai feldolgozást nem igényelnek.

Méteres-szubméteres-deciméteres pontossági igényekre az ún. térinformatikai vevők alkalmazhatóak. Ezek a vevők általában már fázismérésre is alkalmasak, a fázisméréseket is bevonják a helymeghatározásba. Még mindig kézben tartható kompakt eszközökről beszélhetünk.

Centiméteres pontossági igényeket a geodéziai célú GNSS vevőkkel elégíthetünk ki. Ezek a vevők már kivétel nélkül fázismérést dolgoznak fel, lehetnek egy vagy többfrekvenciásak. Egyes vevők csak egyetlen műholdrendszert képesek észlelni, míg mások több műholdrendszerrel együttesen is tudnak működni. A geodéziai vevők másik fontos jellemzője a geodéziai antenna, ami már többutas terjedés csökkentő elemekkel van ellátva, és a fáziscentrum külpontossága is csekély.

A geodinamikai célú mérésekhez geodinamikai GNSS vevők használhatóak. Fő különbség a geodéziai vevőkhöz képest a stabilabb fáziscentrummal rendelkező antenna, illetve a nagyobb memóriával rendelkező GNSS vevő a hosszú mérési időtartamok miatt. Sok esetben a geodinamikai célú vevőkhöz napelemes külső áramforrás és valamilyen vezetékes vagy vezeték nélküli kommunikációs lehetőség is tartozik, hogy a vevők távoli elérése és kezelése is megoldható legyen.

pontossági kategória	ponthiba
tízméteres	> 10,0 m
többméteres	1,50-10,0 m
méteres	0,50-1,50 m
szubméteres	0,20-0,50m
deciméteres	0,05-0,20m
centiméteres	5mm – 50mm
milliméteres	< 5mm

6.1 táblázat: A GPS mérések pontossági kategóriái

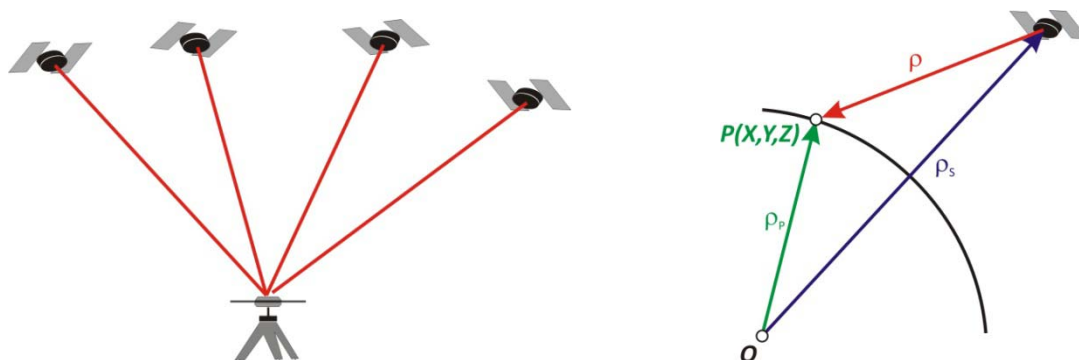
Általánosságban kijelenthetjük, hogy geodéziai pontosságot csak fázismérésre képes vevővel tudunk elérni. Az eszközök természetesen lefelé kompatibilisek egymással, azaz egy

nagy pontossági igényt kielégítő geodinamikai vevő is képes kódméréssel történő koordinátameghatározásra. Ugyanakkor általában a vevők szoftvereit célirányosan az adott feladatra tervezik, így a geodinamikai vevők általában nincsenek ellátva navigációs funkciókkal (pl. térképezés).

6.1. Abszolút és relatív helymeghatározás

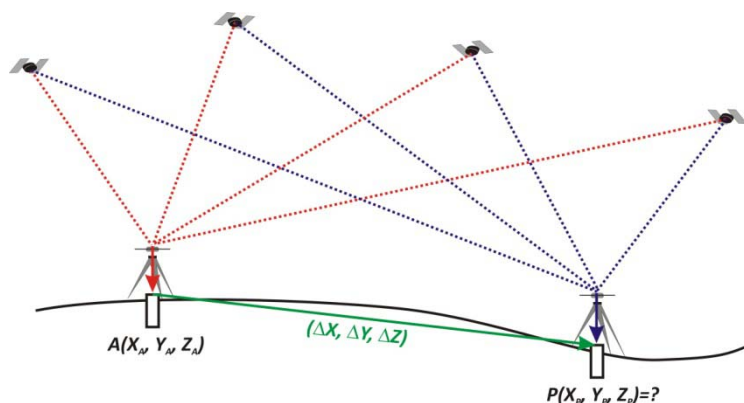
Abszolút helymeghatározásról (single point positioning) akkor beszélünk, amikor egyetlen pont koordinátáinak meghatározását végezzük el csak ezen a ponton végzett kód és/vagy fázismérések felhasználásával (6.1 ábra). Egyidejűleg minimálisan 4 műholdat kell észlelnünk, ekkor háromdimenziós koordinátákat tudunk meghatározni. Három műhold egyidejű észlelése esetén ellipszoid felületi koordinátákat határozhatunk meg.

Az abszolút helymeghatározást a legtöbb esetben kódméréssel hajtjuk végre (pl. a navigációs célú vevők esetén), de bizonyos korlátok mellett ugyanez fázisméréssel is megvalósítható (nagy pontosságú abszolút helymeghatározás – precis point positionin, PPP).



6.1 ábra: Az abszolút helymeghatározás elve

Relatív helymeghatározás esetén egy ismert koordinátájú ponthoz képest határozzuk meg további pont(ok) ΔX , ΔY és ΔZ koordinátakülönbségeit. Fontos, hogy a vektor (bázisvonal) mindkét végén ugyanazokat a műholdakat ugyanabban az időpillanatban észlelje mindkét vevő (6.2 ábra). Ha kódméréssel végzünk relatív helymeghatározást akkor azt differenciális GPS mérésnek nevezzük, míg fázismérés esetén általában egyszerűen a relatív helymeghatározás elnevezést használjuk.



6.2 ábra: A relatív helymeghatározás elve

6.2. A GPS mérések csoportosítása a vevők elhelyezése szerint

A vevők elhelyezése szerint beszélhetünk statikus mérésekről és kinematikus mérésekről. Statikus mérések esetén a vevők a mérés során nem mozdulnak, műszerállványon, pilléren vagy rögzített antennatartó boton kerülnek elhelyezésre. Ezzel szemben kinematikus mérések esetén a műszerek közül egy, vagy akár több is, a mérés folyamán mozog. A kinematikus mérések általában érzékenyebben a jelvesztésre (ciklusugrás), viszont sokkal tágabb területen alkalmazhatóak, hiszen nem követelmény a mérés közben a vevő mozdulatlansága. Ilyen alkalmazási területek lehetnek a navigációs alkalmazása, a valós idejű mozgásvizsgálatok, stb.

6.3. A GPS helymeghatározási módszerek

6.3.1. A statikus-abszolút módszer

A mérés célja egyetlen, a mérés során mozdulatlan antenna térbeli helyzetének meghatározása. Általában kód-méréssel hajtják végre (SPP), de akár fázisméréssel is végrehajtható bizonyos korlátok mellett (PPP). Kód-mérés esetén a WGS-84 koordináták általában a kijelzőn leolvashatóak, valamint hosszabb mérés esetén a koordináta-megoldások átlagolhatóak is.

A statikus abszolút módszer akkor alkalmazható, ha nincsen geodéziai alappont a munkaterület környezetében, viszont meg kell jegyeznünk, hogy kizárólag fázismérés esetén éri el a geodéziai pontosságot. Fázisméréssel végrehajtott abszolút helymeghatározáshoz kulcsfontosságú a nagy pontosságú műholdóra és pályamodellek használata.

A statikus abszolút módszer segítségével elvégezhetjük a vevőóra szinkronizálását is. Kód-méréssel végrehajtott mérés esetén a vízszintes értelmű pontosság kikapcsolt SA mellett 8-15 méteres nagyságrendű.

6.3.2. Kinematikus-abszolút módszer

Célja általában egy mozgó járművön (autó, repülő, hajó, stb.) elhelyezett antenna helyzetének folyamatos meghatározása a jármű mozgása közben. Általában kód-méréssel hajtják végre, jellemző pontossága 8-15m.

6.3.3. Statikus-relatív módszer

Statikus relatív módszer esetén két vagy több antenna közötti koordinátakülönbségek meghatározása a mérés célja. Ez volt az első igazán elterjedt geodéziai helymeghatározási eljárás, és még ma is ez a technika biztosítja a legnagyobb elérhető pontosságot.

Fázisméréssel a mérési idő és az alkalmazott mérőeszközök függvényében kielégíthető a geodéziai és a geodinamikai pontossági igény is (milliméter-centiméter).

6.4. A mérések feldolgozása szerinti csoportosítás

A mérések feldolgozása szerint megkülönböztethetünk utófeldolgozott és valós idejű eljárásokat. Utófeldolgozás alatt azt értjük, hogy a terepi mérést követően az adatokat egy irodai szoftver segítségével dolgozzuk fel és az irodában utólag határozzuk meg a pontok koordinátáit. A hosszabb időtartamú mérések együttes kiegyenlítésével általában nagyon pontossági igények is kielégíthetőek, illetve az utófeldolgozás során a szabályos hibák kiküszöbölésére/csökkentésére is pontosabb modelleket tudunk figyelembe venni (IGS pálya és órákorrekciók, ionoszféra modellek)

Ezzel szemben a valósidejű mérések esetén az eredményt (a mért koordinátát) a mérést követő maximum néhány másodpercen belül megismerhetjük. Ez alapvető követelmény a navigációs eljárásoknál, illetve a geodéziai kitűzéseknél is. Általánosságban elmondható, hogy a valós idejű mérések kevésbé pontosabb eredményt szolgáltatnak, mint az utófeldolgozott eljárások.

6.5. A különféle geodéziai célú GNSS mérések áttekintése

6.5.1. Statikus mérések

A statikus mérések utófeldolgozott relatív helymeghatározási technikával végrehajtott mérések. Minimális követelmény, hogy ugyanazokat a műholdakat ugyanabban az időpontban minimálisan két vevő észlelje, azaz a vevőknek szimultán észleléseket kell végeznie.

A statikus mérésekkel kapcsolatban át kell tekintenünk néhány alapfogalmat. **Mérési periódus** alatt azt az időtartamot értjük, amíg a vevőkészülékek egyidejűleg folyamatosan szimultán észleléseket végeznek a látható műholdakra. A holdak száma és maguk a holdak is változhatnak, de mindenképpen mindkét vevőnek észlelnie kell őket („közös” műholdak).

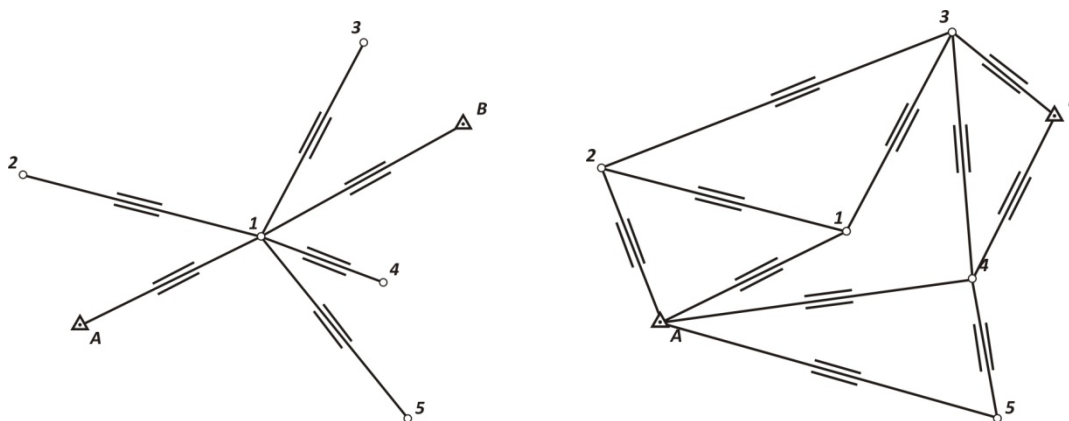
A mérési periódusokat általában az adott napon belül 0-tól növekvő számokkal azonosítjuk, ha 10 mérési periódusnál több periódust mérünk, akkor a 9-es azonosítót követően az ABC betűt használjuk a mérések azonosítására. Például a BUTE2342.110 elnevezésű fájlról tudjuk, hogy azt a BUTE állomás észlelte, 2011. év 234. napján, és azon belül a harmadik mérési periódushoz tartozott az állomány.

Mérési intervallum alatt azt az időtartamot értjük, ami eltelik két egymást követő mérési epocha között. Statikus méréseknél ez az intervallum általában 5-15 másodperc közötti. Mivel alapvető követelmény, hogy a műholdakat a vevő azonos időpontban észleljék, ezért fontos, hogy mindegyik vevőn azonos mérési intervallum legyen beállítva.

Kitakarási szög alatt azt a magassági szöget értjük, amely alatt látható műholdakat a vevő nem észleli. Mivel az alacsony magassági szög alatt látható műholdak általában zajosabb észlelést tesznek csak lehetővé, ezért geodéziai méréseknél általában 10-15°-os kitakarási szöget használunk. Meg kell azonban említeni, hogy a horizont körüli műholdak elősegítik a troposzféra okozta késleltetés becslését és ezáltal pontosabb magasságmeghatározást tesznek lehetővé. Ennek következtében az optimális helyeken (kitakarásmentes környezetben) elhelyezett permanens GNSS állomások általában 0°-os kitakarási szöggel rögzítik a mérési eredményeket.

A statikus mérések végrehajtása során kétféle mérési elrendezést alkalmazhatunk. Radiális elrendezés esetén egy a mérendő hálózat középpontjában elhelyezkedő vevőhöz képest határozzuk meg a pontokra mutató vektorokat (6.3 ábra), míg hálózatszerű elrendezés esetén a hálózatban mérhető – lehetőség szerint – összes vektort megmérjük. Gazdaságossági szempontból a radiális elrendezés javasolt, ugyanakkor radiális elrendezés esetén az esetleges pontraállási hibákat, vagy antennamagasság mérési hibákat nem tudjuk a feldolgozás során felismerni, így ezen hibák hatása a koordinátamegoldásokban is jelentkezik.

Hálózatszerű elrendezés esetén a hálózatban létrejött vektorháromszögek mérési hibák nélkül zárt vektorháromszögeket alkotnának. Amennyiben pontraállási vagy antennamagasságmérési hiba terheli a méréseinket, az kideríthető a vektorháromszögek zárásának ellenőrzése során (GPS Loop Closure). Ráadásul a hálózatszerű elrendezés esetén nagyszámú fölös mérést használhatunk fel a mérések kiegyenlítése során, így megbízhatóbb eredményeket kaphatunk. A mérések pontosságának szempontjából tehát a hálózatszerű elrendezés javasolható.



6.3 ábra: Statikus mérések radiális és hálózatszerű elrendezése

6.5.1.1. A statikus mérések fajtái

Statikus mérések csoportjába tartoznak a hagyományos statikus, a gyors statikus és a visszatéréses eljárások.

Hagyományos statikus méréseket geodinamikai célokra, illetve nagy kiterjedésű alaphálózatok kiépítésére használhatunk. A jellemző ponthiba 5mm alatti, a bázishosszak viszont elérhetik a több ezer kilométert is. A mérések általában hosszú ideig tartanak. Egy órától a több napig akár több hétig tartó kampányokkal is találkozhatunk.

A **gyors statikus** méréseket a ciklustöbbszörözések feloldásának hatékonyabb technikai tettei lehetővé. A mérési periódus időtartama néhány perc és általában rövid bázisvonalak esetén alkalmazzuk. A rövid mérési időtartamok miatt a hálózatszerű elrendezés alkalmazása nagyon nagy körültekintést igényel és nehezen tervezhető, emiatt a radiális elrendezést szokták alkalmazni. A műszerek elhelyezése általában műszerállványon, vagy kitámasztóval ellátott antennatartó bittal történik.

A **visszatéréses** eljárás során az egyes pontokon megismételjük a gyors-statikus méréseket eltérő műholdgeometria mellett (legalább 1 óra elteltével). Így az egyes pontokon akár 5 perces mérés is elegendő a centiméteres pontosság eléréséhez. Előnye, hogy egy-egy ponton rövidebb mérési idő is elegendő, ugyanakkor a logisztikai költségek magasabban a gyors statikus méréshez képest.

A **GPS sokszögelés** során (6.4 ábra) az egyes sokszögoldalakat mérjük végig gyors statikus méréssel, majd a sokszögoldalak koordinátakülönbségeinek ismeretében a sokszögpontok koordinátái kiszámíthatóak.

elnevezés	jellemző alkalmazás	jellemző ponthiba	jellemző bázishossz	a mérési periódus időtartama
hagyományos statikus	geodinamika, mérnökgeodézia	< 5 mm	> 10 km	> 1 óra (több nap)
gyors statikus	alappontsűrítés	1-2 cm	< 15 km	10-30 perc
visszatéréses	alappontsűrítés	1-2 cm	< 15 km	2×(5-10) perc
GPS	alappontsűrítés	1-2 cm	< 15 km	10-30 perc

6.2 táblázat: A statikus mérések fajtái



6.4 ábra: A GPS sokszögelés elve

6.5.1.2. A statikus mérések folyamata

A statikus mérések folyamata hat fő lépésből áll. Az irodai előkészítést követi a terepi előkészítés, majd az állandósítás illetve a mérések előkészítése következik. Végül a mérés végrehajtásával és a mérések feldolgozásával zárul a folyamat. Az egyes lépések az alábbi munkafolyamatokat tartalmazzák:

Irodai előkészítés:

- vízszintes, magassági és OGPSH pontok pontleírásának, pontvázlatának beszerzése;
- új pontok előzetes helyének kiválasztása (jó kilátás az égboltra; megközelíthetőség; fennmaradás; elhelyezkedés lehetőleg közterületen; tájékozó irányok mérhetősége)

Terepi előkészítés:

- helyszínelés, döntés a pontok végleges helyéről;
- a kiválasztott pontjelek ideiglenes megjelölése (kitűzési vázlat, pontszám, tájékozó irányok pontszáma)
- kitakaró objektumok azonosítása, esetleg felmérése – antennatartó szerkezet méreteinek meghatározása v. kitakarási ábra szerkesztése;
- hullámterjedésre kedvezőtlen hatások felsorolása (pl. rádióforrások, magassz. Vezetékek, nagy fémtárgyak)
- pontleírás készítése;
- megközelítési utasítás készítése;

Állandósítás

- az állandósítás az alappont rendeltetésének megfelelően történik (pl. magasságmeghatározásra használjuk-e vagy sem, mozgásvizsgálati pont-e vagy sem, stb.)

Mérés előkészítése:

- mérési ütemterv készítése (műholdgeometria előrejelzése, mérési ablakok kiválasztása)
- a műszerek mérési beállításainak elvégzése (kitakarási szög, mérési intervallum)
- mérési jegyzőkönyvek elkészítése (Psz; műszer típus, gysz; antenna típus, gysz; antennamagasság; intervallum; észlelt műholdak sz.; akkumulátor állapota, stb.)

- mérőfelszerelés ellenőrzése (libellák, optikai vetítők igazítottsága)

Mérés

- pontraállítás (alaphálózati méréseknél a felső kő eltávolításával);
- műszerfelszerelés összeállítása;
- antennamagasság mérése;
- mérés végrehajtása (műholdak, PDOP, akkumulátor);
- antennamagasság mérése ellenőrzésként, illetve a pontraállítás ellenőrzése;

Feldolgozás:

- fájlok beolvasása (mérési jellemzők beállítása – antenntípus, antennamagasság, pontszám);
- bázisvonalak feldolgozása (az adatok szűrésével);
- hálózatkiegyenlítés (ha lehetséges);
- koordinátatranszformáció;

6.5.2. A kinematikus mérések

A kinematikus mérések is a fázisméréssel történő relatív helymeghatározási technikán alapulnak. Ebben az esetben is egy ismert koordinátájú ponthoz képest határozzuk meg az ismeretlen pontok koordinátáit általában centiméteres pontossági igényvel.

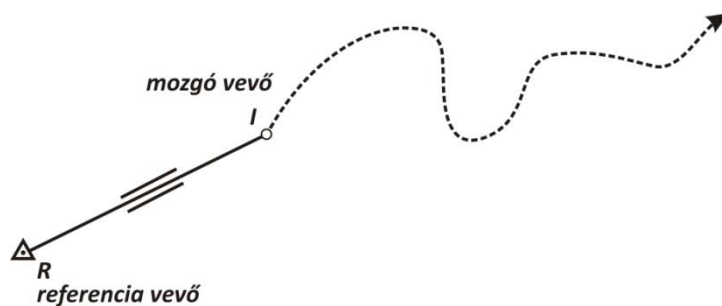
Mivel itt is fázismérésről van szó, ezért a geodéziai pontosság eléréséhez elengedhetetlen a ciklustöbbségek feloldása. A mérés kezdeti időpontjára vonatkozó N_i egész értékek meghatározásának folyamatát hívjuk inicializálásnak.

6.5.2.1. Inicializálási eljárások

A ciklustöbbségek megoldására többféle inicializálási eljárást alkalmazhatunk. A következőkben áttekintjük ezeket az eljárásokat.

1. Gyors-statikus méréssel (6.5 ábra) meghatározzuk a mozgó vevő kezdőpontjának helyzetét:

- az I inicializáló pont a vevőtől akár távolabb is lehet (max. 15 km);
- hátránya a gyors statikus mérés okozta idővesztés (5-30 perc);

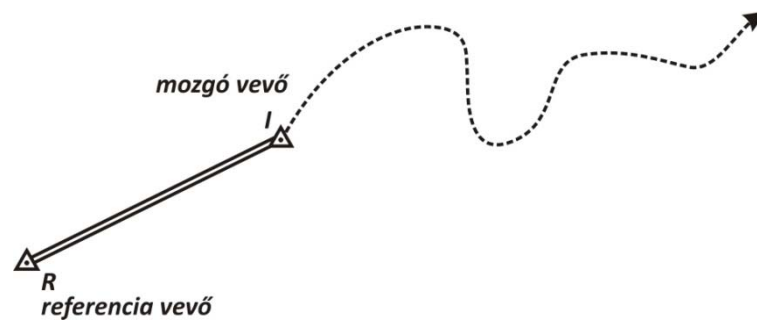


6.5 ábra: Gyors-statikus méréssel történő inicializálás

2. Inicializálás ismert ponton (6.6 ábra)

- az I inicializáló pont egy ismert pont;

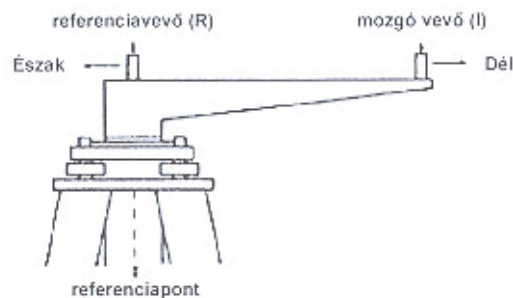
- előnye, hogy csak 1-2 perces mérést kell végezni;
- hátránya, hogy szükségünk van egy további ismert pontra;
- szükséges, hogy a két pont relatív helyzethibája max. 1-2 cm legyen;



6.6 ábra: Inicializálás ismert ponton

3. Báziskaros megoldás (6.7 ábra)

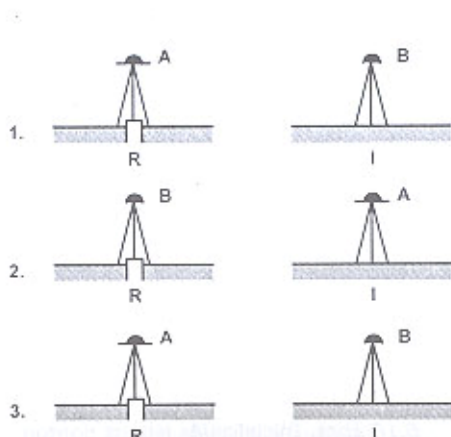
- A referenciaponton egy tájolóval és báziskarral ellátott műszertalpat használunk;
- előnye, hogy csak 1-2 perces mérést kell végezni;
- gyakorlatilag ez is egy ismert ponton történő inicializálás;



6.6 ábra: Inicializálás báziskarral

4. Antennacserés megoldás (6.7 ábra)

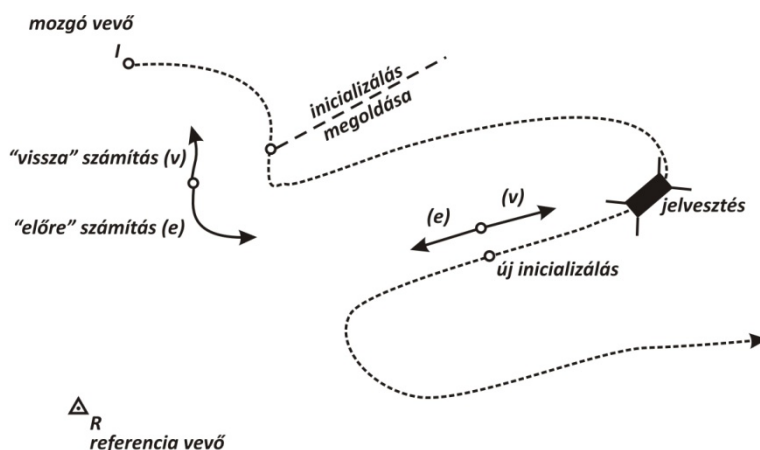
- R-A távolság max. 10m;
- 2-8 epocha után helycsere, majd ismét helycsere folyamatos műholdvétele mellett;
- 5-6 perc alatt elvégezhető, de a referencia vevőt a munkaterület közelében kell elhelyezni



6.7 ábra: Inicializálás antennacserével

5. Inicializálás menet közben (OTF – On-the-fly) (6.8 ábra)

- nem kell a mozgó vevőnek ismert pontból indulnia;
- eleinte kb. 200 mp-ig tartott, ma már valós időben is működik (néhány mp);
- az inicializálás alatt nem lehet jelvesztés;
- jelvesztés után újra kell inicializálni;
- visszafelé történő feldolgozás (backward processing)



6.8 ábra: Inicializálás menet közben

6.5.2.2. A kinematikus mérések csoportosítása

A kinematikus méréseket a 6.3 táblázat szerint csoportosíthatjuk. A geodéziai célú kinematikus méréseket a részletes felmérés, kitűzések, mérnökgeodéziai célú mozgásvizsgálatokra használhatjuk fel, illetve bármilyen mozgó platform (járművek, fűrótornyok, hidak) cm pontosságú helymeghatározását végezhetjük el ezekkel az eljárásokkal.

elnevezés	jellemző alkalmazás	jellemző ponthiba	jellemző bázishossz	feldolgozás
félkinematikus (stop & go)	felmérés	1-2 cm	< 15 km	utólagos
valódi kinematikus	felmérés	1-3 cm	< 15 km	utólagos
RTK	felmérés kitűzés	vagy 1-3 cm	< 5-10 km* < 40km **	valós idejű

6.3 táblázat: A kinematikus mérések fajtái (* saját bázissal, ** hálózati RTK megoldással)

A kinematikus mérések folyamat az alábbi lépésekből áll:

1. Előkészítés

- Referenciapontok helyének kiválasztása, helyszínelése
- Transzformációs pontok (közös pontok) beszerzése, felkeresése (ha kell)
- Mérések tervezése (különös tekintettel a városi kanyonok hatására)

2. Mérés

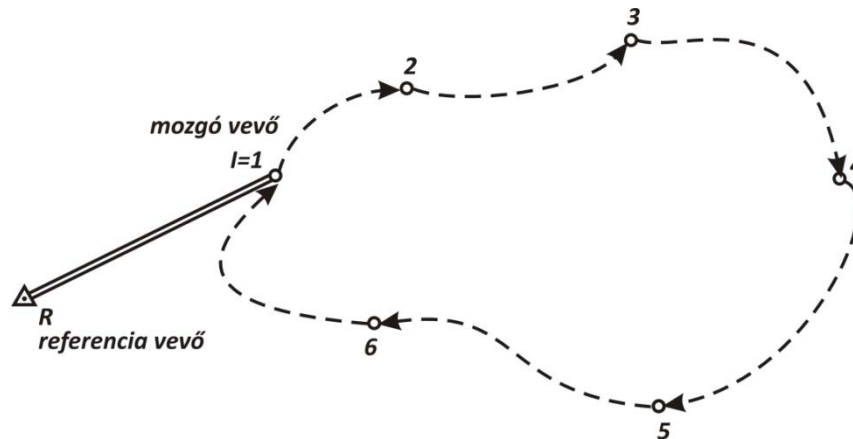
- Félkinematikus módszer;
- Valódi kinematikus módszer;
- RTK módszer;

3. Feldolgozás

- Mért vektorok feldolgozása;
- Koordinátaszámítás;
- Transzformáció a helyi rendszerbe;
- Esetleg szűrés, felesleges mérések eltávolítása, stb.

A mérési módszerek közül korábban az egyik leggyakrabban használt eljárás a félkinematikus (Stop & Go) módszer (6.9 ábra). Az inicializálást követően folyamatos műholdészlelés mellett, de adatrögzítés nélkül haladunk az egyes felméréndő pontok között. A felméréndő pontokon maximum néhány epochát mérünk, majd továbbhaladunk a következő pont felé. A méréseket minden esetben az inicializáláshoz felhasznált ismert ponton fejezzük be, mert így az adatokat akár visszafelé is fel lehet dolgozni egy esetleges jelvesztés esetén.

Amennyiben jelvesztést észlelünk a mérés során, akkor célszerű újra inicializálni. Ezt egyrésztől megtehetjük egy ismeretlen ponton is gyors statikus méréssel, másrésztől az utolsó mért pontra is felállhatunk, s ekkor már ismert koordinátájú ponton végezhetjük el az inicializálást. A félkinematikus mérési eljárás 1-2cm + 1mm/km pontossággal jellemezhető.



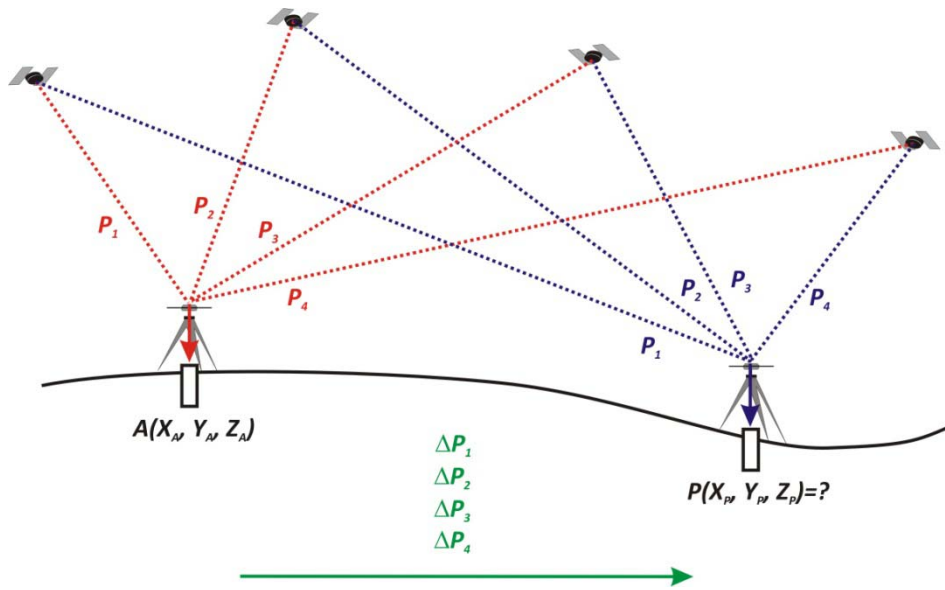
6.9 ábra: Félkinematikus mérési módszer

A **valódi kinematikus** mérési módszerrel folyamatos időközönként végzünk észleléseket és rögzítjük az adatokat az inicializálást követően. A mért pontok sűrűsége természetesen függ a mozgó vevő sebességétől is. Általában domborzati felmérésre, vasutvonalak felmérésére, légifényképező repülőgépek helymeghatározására vagy éppen mederfelmérő hajók helymeghatározására használhatjuk. A módszer pontossága $1-5 \text{ cm} + 1 \text{ mm/km}$ -re tehető.

Az előbb bemutatott módszerek közös tulajdonsága, hogy utófeldolgozást igényelnek. Emiatt például geodéziai kitűzésekre egyik módszer sem alkalmas. A kinematikus mérések másik fő csoportjába a valós idejű mérések tartoznak. Valós idejű alkalmazások esetén a mérések és a koordináta kijelzése között maximálisan néhány másodperc telik el, így már a terepen megismerjük a mért koordináták értékeit.

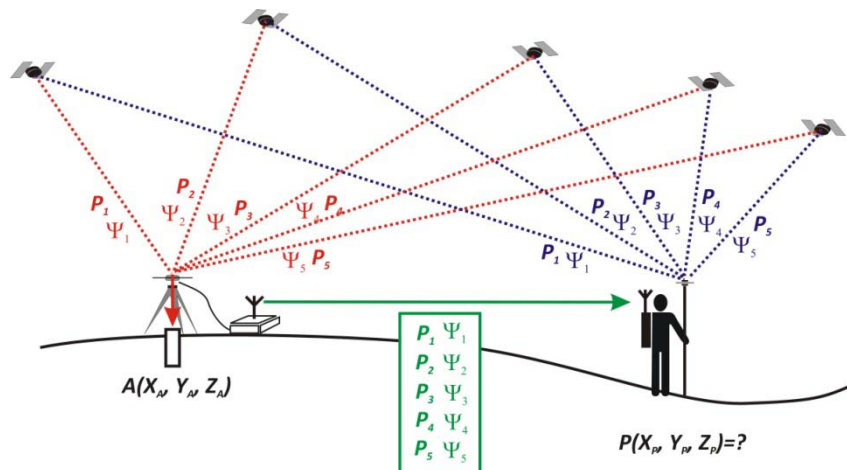
A valós idejű technikák között a mért mérési mennyiségek alapján megkülönböztetjük a differenciális (DGPS) helymeghatározást (kódmérés) és a valós idejű kinematikus (RTK) helymeghatározást (fázismérés).

A **differenciális helymeghatározás** (6.10 ábra) segítségével a szabályos hibák (pályahiba, órahiba, ionoszféra hatása) hatásait csökkenthetjük a kódméréssel végrehajtott helymeghatározás során. A differenciális helymeghatározás esetén egy ismert ponton állítunk fel egy referenciaállomást, amely a mozgó vevővel egyidejűleg ugyanazokra a műholdakra végez kódmérést. Az ismert bázisállomás és műhold koordináták valamint a mért pszeudotávolságok alapján a bázisállomás kiszámítja a pszeudotávolságok korrekcióit, amit rádióon keresztül sugároz a környezetében tartózkodó mozgó vevők fel. A mozgó vevők a saját maguk által észlelt pszeudotávolságokat megjavítják a bázisállomástól kapott korrekciókkal, ezáltal a kódméréssel végzett helymeghatározást tovább tudják pontosítani. A technika általában a bázisállomás 2-300km-es környezetében használható és szubméteres pontosság elérésére alkalmas.



6.10 ábra: A DGPS alapelve

A **valós idejű kinematikus** (6.11 ábra) helymeghatározási eljárás során nem csak pszeudótávolságokat, hanem fázistávolságokat is mér (minimálisan 5 közös műholdra) az ismert ponton felállított referenciaállomás. A mérési eredményeket valamint a bázisállomás koordinátáit valós idejű kommunikációs csatornán juttatjuk el a mozgó vevőkhöz (rádió, GSM telefon, mobil internet). A gyakorlatban általában mindkét frekvencia észlelését végzi mindkét vevő, ennek hatására az inicializálási idő jelentősen lerövidíthető. A mozgó vevő a saját észlelései és a bázisállomás mérései alapján jellemzően egy percen belül elvégzi a ciklustöbbszörös feloldását, amit követően a mozgó vevő folyamatosan akár 10-20 Hz-es frekvenciával meghatározza saját helyzetét (10-20 koordináta másodpercenként).



6.11 ábra: A valós idejű kinematikus mérés alapelve

7. előadás:

Zárthelyi dolgozat az 1-6. előadások anyagából. A helymeghatározás matematikai modelljei: a kódmérési abszolút és a differenciális helymeghatározás.

A GNSS mérések matematikai feldolgozása során egyrészt a kódmérésekre másrészt a fázismérésekre is támaszkodhatunk. A mérési eredményektől függetlenül a mérési eredmények és a meghatározandó paraméterek (koordináták, vevő órahiba és esetlegesen egyéb ismeretlenek) között az alábbi közvetítőegyenletrendszert tudjuk felállítani:

$$\mathbf{L} = f(\mathbf{X}) \quad (7.1)$$

ahol \mathbf{L} a mérési eredmények vektora, míg \mathbf{X} a meghatározandó paraméterek vektora.

A meghatározandó paraméterek általában három fő csoportba oszthatóak:

1. Globális geodinamikai jelenségeket leíró paraméterek:
 - műholdak pályaszámításához szükséges kezdőértékek a pályaszámítás koordinátarendszerében;
 - a perturbációs gyorsulások;
 - az inerciális és a földi koordinátarendszerek közötti kapcsolatot megteremtő földforgás paraméterek;
 - globális megfigyelőállomások koordinátái, és azok változásai.
2. A jelterjedéshez kapcsolódó paraméterek:
 - ionoszféra;
 - troposzféra;
 - többutas terjedés;
3. A műholdak és a vevők hardveréhez kapcsolódó paraméterek:
 - az adó és a vevő fáziscentrum külpontossága, és annak ingadozása;
 - a vevők és a műholdak óráinak állása és járása (órahiba, drift);

Általában az adott felhasználási cél határozza meg, hogy a fenti említett paraméterek közül melyeket tekintjük ismeretlennek és melyek azok, amelyeket a feladat megoldásához kellő pontossággal modellezni tudunk. Helymeghatározás esetén a koordináták és a vevőórahibák mindenképpen meghatározandó paramétereknek számítanak, míg az egyéb szabályos hibákat akár modellekkel is figyelembe tudjuk venni. Ezen modellekkel korrekciós tényezőket határozhatunk meg, amelyekkel a nyers mérési eredményeket megjavítva a szabályos hibák hatása eltávolítható.

Nézzünk néhány példát a különféle alkalmazásokra. Fedélzeti pályaadatok és műhold órahibák meghatározása esetén ismert paraméterként vehetjük fel a földi követőállomások koordinátáit és a vevő órahibákat (mivel a követőállomásokon atomi frekvenciaetalonok szolgáltatják az időjeleket). Az ionoszféra és a troposzféra okozta hibák hatását korrekciókkal vehetjük figyelembe és a P-kódú méréseket Kálmán-szűrővel dolgozzák fel. Ebben az esetben a meghatározandó ismeretlen paraméterek a műhold koordináták illetve a műhold órahibák értéke.

Precíz pályamegoldások, műholdóra adatok és Földforgás paraméterek levezetéséhez ismét ismert állomáskoordinátákat használunk fel, amelyeket más technológiával műholdas lézermérésekkel (SLR) vagy hosszú bázisvonalú interferometriával (VLBI) határoznak meg.

Az említett paramétereket az IGS globális állomáshálózatának felhasználásával regionális analízisközpontok számítják, amelyek eredményeit kombinálva előáll az IGS hivatalos pályamegoldása. A precíz pályamegoldások kiszámításához általában az ionoszféra hatását a mérési eredmények megfelelő kombinációjával kiküszöbölhetjük, míg a troposzféra okozta hatást általában a meghatározandó paraméterekkel együtt becsüljük.

7.1. A geodéziai és geodinamikai célú helymeghatározás matematikai modelljei

A következőkben részletesebben foglalkozunk a geodéziai és geodinamikai célú helymeghatározás matematikai modelljeinek ismertetésével. Ebben az esetben ismert paraméterként kezeljük a műholdak koordinátáit és az órahibákat. Az említett paraméterek származhatnak akár a fedélzeti pályaadatokból, akár az IGS pályamegoldások integrálásából is. Másrészt azt is feltételezzük, hogy a hálózatban olyan állomások is szerepelnek, amelyek koordinátáit ismerjük.

Az ismert paraméterek értékeivel korrigálva a méréseket, a közvetítő egyenleteket linearizálhatjuk (Taylor-sorba fejthetjük):

$$L - f(\mathbf{X}_c) = f(\mathbf{X}_0 + \delta\mathbf{x}) = f(\mathbf{X})_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_0} + \sum \left(\frac{\partial f(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right)_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_0} \cdot \delta\mathbf{x} + \dots, \quad (7.2)$$

ahol \mathbf{X}_c a korrekciók vektora, \mathbf{X}_0 a meghatározandó paraméterek előzetes értékének vektora, míg $\delta\mathbf{x}$ a paraméterek megváltozásának vektora.

Az előzetes értékek alapján számított függvényértékeket átvisszük a (7.2) egyenlet bal oldalára, így:

$$L - f(\mathbf{X}_c) - f(\mathbf{X}_0) = \sum \left(\frac{\partial f(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right)_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_0} \cdot \delta\mathbf{x} + \dots, \quad (7.3)$$

Ha a Taylor-sor magasabb rendű tagjait elhanyagoljuk, akkor a közvetítőegyenletek az alábbi alakban is írhatóak:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{v}, \quad (7.4)$$

$n \times 1 \quad n \times m \quad m \times 1 \quad n \times 1$

amely egyenletrendszer a legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítés módszerével oldhatjuk meg.

7.1.1. A GNSS mérések közvetítőegyenletei

A (7.1) egyenlet formájában az alábbiakban összegyűjtjük az alapvető GNSS mérési eredmények közvetítőegyenleteit.

Az L_1 és L_2 frekvencián mért fázistávolságokat az alábbi közvetítőegyenletekkel írhatjuk fel:

$$\Phi_{k,L_1}^j(t_i) = \rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i) - c\delta t_k(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_k^j) + \lambda_{L_1} N_{k,L_1}^j + T_k^j(t_i) - I_k^j(t_i) + v_{\Phi_{k,L_1}^j}(t_i) \quad (7.5)$$

$$\Phi_{k,L_2}^j(t_i) = \rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i) - c\delta t_k(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_k^j) + \lambda_{L_2} N_{k,L_2}^j + T_k^j(t_i) - \gamma I_k^j(t_i) + v_{\Phi_{k,L_2}^j}(t_i) \quad (7.6)$$

ahol $\Phi_{k,L_1}^j(t_i)$ a k ponton elhelyezett vevő j műholdra végzett fázistávolság mérésének eredménye L_1 frekvencián t_i időpontban, $\rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i)$ a valódi távolság a műhold jel kibocsátásakor érvényes koordinátái és a földi pont jel észlelési közötti koordinátái között. A képletekben τ_k^j a jel terjedési ideje a j műholdtól a k ponton elhelyezett vevőig. δt_k és δt^j a vevő és a műhold órahibája, N_{k,L_1}^j az L_1 frekvencián értelmezett ciklustöbblettélműség értéke a k pont és a j műhold között. T_k^j a troposzféra okozta késleltető hatás, míg I_k^j az ionoszféra hatása az L_1 frekvencián. Végezetül v_{Φ_{k,L_1}^j} a fázistávolságokat terhelő véletlen jellegű hiba értéke. Megjegyezzük, hogy a (7.6) képlet jelölései megegyeznek a (7.5) képlet jelöléseivel. Az ionoszféra diszperzív jellege miatt, az L_2 frekvencián az ionoszféra okozta késleltetést az L_2 frekvencia késleltetésének γ szorosával vehetjük figyelembe, ahol:

$$\gamma = \frac{f_1^2}{f_2^2} \quad (7.7)$$

A kódtávolságokra felírható közvetítőegyenletek az alábbiak szerint alakulnak:

$$P_{k,L_1}^j(t_i) = \rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i) - c\delta t_k(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_k^j) + T_k(t_i) + I_k^j(t_i) + v_{P_{k,L_1}^j}(t_i) \quad (7.8)$$

és

$$P_{k,L_2}^j(t_i) = \rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i) - c\delta t_k(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_k^j) + T_k(t_i) + \mathcal{I}_k^j(t_i) + v_{P_{k,L_2}^j}(t_i) \quad (7.9)$$

A (7.8) és (7.9) képletekben P_{k,L_i}^j a k pont és a j műhold között az L_i frekvencián mért pszeidotávolság. A többi jelölés megegyezik a fázistávolságokra felírt egyenletek jelöléseivel.

A (7.6-7.9) egyenletekben a bal oldalon találhatóak a mérési eredmények, a jobb oldalon pedig a különféle paraméterek értékei. Vegyük észre, hogy az ismeretlen vevő koordináták a ρ távolságok tagjában szerepelnek. Írjuk fel a ρ távolságot a műhold és a vevő koordinátáinak függvényeként:

$$\rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i) = \rho_k^j(t_0, t_i) = \sqrt{[X^j(t_0) - X_k(t_i)]^2 + [Y^j(t_0) - Y_k(t_i)]^2 + [Z^j(t_0) - Z_k(t_i)]^2} \quad (7.10)$$

ahol X^j, Y^j, Z^j a műhold koordinátái a jel kibocsátásának pillanatában, míg X_k, Y_k, Z_k a vevő koordinátái a jel beérkezésének pillanatában. Az egyenlet linearizálásához számítsuk ki az egyes parciális deriváltakat:

$$\frac{\partial \rho_k^j(t_0, t_i)}{\partial X_k(t_0, t_i)} = -\frac{X^j(t_0) - X_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)}, \quad (7.11)$$

$$\frac{\partial \rho_k^j(t_0, t_i)}{\partial Y_k(t_0, t_i)} = -\frac{Y^j(t_0) - Y_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)}, \quad (7.12)$$

$$\frac{\partial \rho_k^j(t_0, t_i)}{\partial Z_k(t_0, t_i)} = -\frac{Z^j(t_0) - Z_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)}. \quad (7.13)$$

Vegyük észre, hogy a (7.10) egyenletben a műhold pozícióját a jel kibocsátásának időpontjában kell meghatároznunk. Ehhez ismernünk kell a jel futási idejét, amit azonban csak a jel terjedési sebessége és a megtett távolság ismeretében tudunk meghatározni. Emiatt

a terjedési idő iteratív úton határozható meg. A futási idő kezdőértékét az alábbi képlettel határozhatjuk meg:

$$\left(\tau_k^j\right)_0 = \frac{\rho_k^j(t_i, t_i)}{c}, \quad (7.14)$$

majd az n-edik iterációs lépésben a meghatározott terjedési idő:

$$\left(\tau_k^j\right)_n = \frac{\rho_k^j\left(t_i - \left(\tau_k^j\right)_{n-1}, t_i\right)}{c}. \quad (7.15)$$

Mivel azonban a jel terjedése alatt a Föld elfordult, ezért még egy további elforgatásra is szükségünk van:

$$\begin{bmatrix} X^j(t_0) \\ Y^j(t_0) \\ Z^j(t_0) \end{bmatrix}_{ECEF} = \begin{bmatrix} +\cos(\tau_k^j \omega_E) & +\sin(\tau_k^j \omega_E) & 0 \\ -\sin(\tau_k^j \omega_E) & \cos(\tau_k^j \omega_E) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^j(t_i - \tau_k^j) \\ Y^j(t_i - \tau_k^j) \\ Z^j(t_i - \tau_k^j) \end{bmatrix}_{ECI} \quad (7.16)$$

Így kiszámítottuk a műhold koordinátáit a Földdel együtt forgó koordinátarendszerben (Earth Centered Earth Fixed – ECEF).

A koordinátaparamétereket követően röviden vizsgáljuk meg a műholdak óraparamétereit is. Az órahibákkal kapcsolatban általában azok távolságra kifejtett hatását tekintjük ismeretlen paraméternek ($c\delta t$).

A fedélzeti pályaadatokból vagy a precíz pályaadatokból interpolációval meghatározható műhold órahibákat az elliptikus pályából eredő relativisztikus korrekcióval is el kell látni:

$$\Delta t^j(t_i - \tau_k^j) = \Delta t^j(t_i - \tau_k^j)_E - 2 \frac{\mathbf{R}^j(t_i - \tau_k^j) \mathbf{R}(t_i - \tau_k^j)}{c^2} \quad (7.17)$$

ahol \mathbf{R}^j a műhold helyvektora, míg $\dot{\mathbf{R}}^j$ a műhold sebességvektora.

Ezen felül kódmérések esetén figyelembe kell vennünk a műholdak hardverkésését is, ami a navigációs üzenetben található T_{GD} (differenciális csoport késés) értékkel jellemezhető. Az L_1 vivőjelen ennek hatása $-T_{GD}$, míg L_2 vivőjelen a hardverkésés $-\gamma T_{GD}$ hibát okoz.

7.1.2. A kód mérésen alapuló abszolút helymeghatározás

A (7.2) egyenletet felhasználva írjuk fel az abszolút helymeghatározás matematikai modelljét. A modell felírásához feltesszük, hogy a műhold órahibáját, a troposzféra és az ionoszféra hatását korrekcióként figyelembe tudjuk venni. Ennek eredményeképpen a közvetítő egyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$\begin{aligned} & P_{k,L_1}^j - c\Delta t^j(t_i - \tau_k^j)_0 - \rho_k^j(t_0, t_i) - T_k(t_i) - I_k^j(t_i) = \\ & = \frac{X^j(t_0) - X_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \cdot \delta x - \frac{Y^j(t_0) - Y_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \cdot \delta y - \frac{Z^j(t_0) - Z_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \cdot \delta z - c\delta t_k(t_i) + v_{P_{k,L_1}^j} \end{aligned} \quad (7.18)$$

amely röviden:

$$b_{k,L_1}^j = a_{k,1} \cdot \delta x + a_{k,2} \cdot \delta y + a_{k,3} \cdot \delta z - a_{k,4} \delta t_k + v_{k,L_1} \quad (7.19)$$

Az egyenletből láthatjuk, hogy meghatározandó ismeretlen paraméterként csak a három vevőkoordináta változása, illetve a vevőórahiba értéke maradt meg.

A kód mérésen alapuló abszolút helymeghatározás alkalmazási területe egyrészt a geodéziai és navigációs vevők C/A kód mérésének feldolgozása fedélzeti pályaadatok felhasználásával (troposzféra modellből, ionoszféra a navigációs üzenetekből), valamint a C/A mérések utólagos feldolgozása (állomáskoordináták és vevő-órahibák becslése) – pontosabb modellekkel figyelembe vehetőek a légkör sebességmódosító hatásai, illetve akár ionoszféra-mentes lineáris kombináció is feldolgozható.

9. feladat

Abszolút helymeghatározás kód méréssel

Határozzuk meg a BUTE permanens állomás 2011. március 31-én 8.15-kor végzett kód méréséből a vevő koordinátáit. Ehhez felhasználhatjuk a megadott dátumhoz tartozó fedélzeti pályaelemeket, illetve a BUTE állomás mérési fájlját. A kérdéses időponthoz tartozó észlelések RINEX formátumban:

```

2.11 OBSERVATION DATA M (MIXED) RINEX VERSION / TYPE
teqc 2011Oct11 20121013 11:01:38UTC PGM / RUN BY / DATE
BUTE MARKER NAME
11209M001 MARKER NUMBER
BUTE DGS OBSERVER / AGENCY
4722K06130 TRIMBLE NETR5 REC # / TYPE / VERS
30436720 TRM55971.00 TZGD ANT # / TYPE
4081882.3704 1410011.1376 4678199.3815 APPROX POSITION XYZ
0.0000 0.0000 0.0000 ANTENNA: DELTA H/E/N
1 1 WAVELENGTH FACT L1/2
6 L1 L2 C1 P2 S1 S2 # / TYPES OF OBSERV
30.0000 INTERVAL
2011 3 31 8 15 0.0000000 GPS TIME OF FIRST OBS
15 LEAP SECONDS
END OF HEADER

11 3 31 8 15 0.0000000 0 9G24G32G11G20G23G17G31G14G19
106396223.617 9 82906203.095 9 20246536.047 20246549.313 50.300
41.000
107722841.464 9 83939903.728 9 20498979.203 20498991.148 50.900
40.400
108953737.336 9 84899073.230 9 20733217.539 20733227.953 50.300
40.600
109564476.700 9 85375008.196 9 20849437.633 20849448.352 50.800
39.900
120267163.893 9 93714742.599 9 22886082.445 22886092.234 47.100
32.500
120515208.904 9 93907989.961 9 22933285.211 22933299.406 47.100
34.900
121411817.449 9 94606703.383 9 23103898.227 23103913.508 47.500
32.700
125625722.884 9 97890223.394 8 23905792.133 23905808.094 39.900
25.300
132233071.431 9 103038797.101 8 25163147.570 25163165.914 39.900
21.500
    
```

A RINEX állományból látható, hogy ebben az időpontban összesen 9 GPS műholdra végzett kód mérést a vevő, ezek a PRN 24, 32, 11, 20, 23, 17, 31, 14 és 19-es holdak voltak. Az egyes holdakhoz tartozó L1 frekvencián végzett pszeudótávolság mérések az egyes sorok negyedik oszlopában találhatóak (lásd a RINEX állomány fejlécében a # / TYPES OF OBSERV sort).

Így a számításokhoz az alábbi méterben kifejezett kódtávolságokat fogjuk felhasználni:

PRN11	20733217.54	PRN 23	22886082.45
PRN14	23905792.13	PRN 24	20246536.05
PRN17	22933285.21	PRN 31	23103898.23
PRN19	25163147.57	PRN 32	20498979.20
PRN20	20849437.63		

A számítások elvégzése során meg kell határozni az egyes kódmérések javításait (órahiba, ionoszférikus javítás, troposzférikus hatások, Föld forgásának hatása), majd felírjuk a javítási egyenletek alapján a helymeghatározás normálegyenlet rendszerét. Ezt követően elvégezhetjük a legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítést és meghatározhatjuk a vevő koordinátáit.

Határozzuk meg a kódmérések javításait, valamint a normál egyenletrendszer alakmátrixának együtthatóit a PRN 11-es számú műholdra:

1. A megadott mérési epocha időpontja a GPS hét elejétől kezdve másodpercben kifejezve:

$$t = 4 \cdot 86400 + 8 \cdot 3600 + 15 \cdot 60 = 375\,300\text{s}$$

2. A PRN 11 műholdra végzett kódtávolság felhasználásával határozzuk meg a jel kibocsátásának időpontját:

$$t - \tau = 375\,300 - \frac{20\,733\,217.54}{299\,792\,458} = 375\,299,930\,841\text{s}$$

3. Határozzuk meg a jel kibocsátásának időpontjára a PRN 11-es számú műhold WGS-84 koordinátáit (lásd 3. előadás 2. feladat):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ECEF} = \begin{bmatrix} 22\,107\,591,99 \\ 8\,235\,343,78 \\ 12\,203\,508,31 \end{bmatrix} [m]$$

4. Határozzuk meg a műhold órahiba értékét (4.46) és annak hatását a kódtávolságokra:

Az órahiba polinom alapján számított érték:

$$\delta_0^{PRN11} = a_0 + a_1(t - \tau - t_0) + a_2[(t - \tau) - t_0]^2 = -1.388304 \cdot 10^{-4} [s]$$

melynek hatása a kódtávolságokra:

$$\Delta P_0^{PRN11} = c \cdot \delta_0^{PRN11} = 41\,620,31 [m]$$

Az elliptikus pályából eredő relativisztikus korrekció (4.41):

$$\Delta t_{ell}^{rel} = -4.442\,807\,633 \cdot 10^{-10} \left[\frac{s}{\sqrt{m}} \right] \cdot e \cdot \sqrt{a} \sin E = -2.67 \cdot 10^{-8} [s]$$

melynek hatása a kódtávolságokra:

$$\Delta P_{ell}^{rel} = c \cdot \Delta t_{ell}^{rel} = -8,01 [m]$$

A differenciális csoportkésés hatása az L1 frekvencián végzett kódmérésekre a fedélzeti pályaadatok alapján:

$$\Delta t_{GD} = -T_{GD} = 1,164153 \cdot 10^{-8} [s]$$

melynek hatása a kódtávolságokra:

$$\Delta P_{GD} = -c \cdot T_{GD} = 3,49 [m].$$

A teljes órahiba hatásával javított kódtávolság tehát:

$$(P^{PRN11})' = P^{PRN11} + \Delta P_0^{PRN11} + (\Delta P_{ell}^{rel})_{PRN11} + (\Delta P_{GD})_{PRN11} = 20691592,71 [m]$$

5. Határozzuk meg az ionoszféra és a troposzféra okozta késleltetést a PRN 11 műholdra végzett kódérésekre. A Klobuchar-modellt használjuk az ionoszféra (lásd 4. fejezet 3. feladat), míg a Saastamoinen-modellt a troposzféra modellezésére (5. fejezet 6. feladat)! Az így kapott műhold irányú késleltetések metrikus értékei:

$$I = 4,63 [m]$$

$$T = 2,62 [m]$$

6. A teljes korrigált kódtávolság:

$$(P^{PRN11})' = P^{PRN11} + \Delta P_0^{PRN11} + (\Delta P_{ell}^{rel})_{PRN11} + (\Delta P_{GD})_{PRN11} - I - T = 20691585,47 [m]$$

7. A BUTE permanens állomás előzetes koordinátái, valamint a PRN 11 műhold jel kibocsátásának időpillanatában ismert WGS-84 koordinátái alapján meghatározhatjuk a geometriai távolság (ρ_0) előzetes értékét:

$$(\rho_{BUTE}^{PRN11})_0 = \sqrt{[X^{PRN11}(t-\tau) - (X_{BUTE})_0]^2 + [Y^{PRN11}(t-\tau) - (Y_{BUTE})_0]^2 + [Z^{PRN11}(t-\tau) - (Z_{BUTE})_0]^2} = 20691583,98 [m]$$

Vegyük észre, hogy mivel a műhold koordinátáit a Földdel együtt forgó koordinátarendszerben (ECEF) határoztuk meg, így a Föld elfordulásának a hatását nem kell külön a (7.16) egyenlettel figyelembe vennünk.

8. A (7.18) egyenlet segítségével írjuk fel a kódtávolságok közvetítő egyenletét. Ehhez ki kell számítanunk az alakmátrix együtthatóit:

$$-\frac{X^{PRN11}(t-\tau) - X_{BUTE}(t)}{(\rho_{BUTE}^{PRN11})_0} = -0,87116$$

$$-\frac{Y^{PRN11}(t-\tau) - Y_{BUTE}(t)}{(\rho_{BUTE}^{PRN11})_0} = -0,32986$$

$$-\frac{Z^{PRN11}(t-\tau) - Z_{BUTE}(t)}{(\rho_{BUTE}^{PRN11})_0} = -0,36369$$

A vevő órahiba értéke helyett általában annak kódtávolságokra kifejtett metrikus hatását határozzuk meg paraméterként, így e paraméter együtthatója minden esetben 1.

A tisztatag vektor PRN 11 műholdhoz tartozó eleme pedig:

$$l_{BUTE}^{PRN11} = (P^{PRN11}) - (\rho_{BUTE}^{PRN11})_0 = 1,49 [m]$$

A javítási egyenletrendszer alakmátrixának és tisztatag vektorának összeállítása

Az (1)-(8) lépéseket minden egyes mért kódtávolságra végre kell hajtani. Így meghatározhatjuk az alakmátrix, illetve a tisztatag vektor elemeit. Ezt követően már csupán a legkisebb négyzetek módszere szerinti kiegyenlítést kell végrehajtanunk. A méréseinket az egyszerűség kedvéért egység súlyú méréseknek feltételezzük. Természetesen elképzelhető más súlyozási stratégia is. Ilyen például a zenitszög koszinuszával történő súlyozás, ami

jobban kifejezi a különböző magassági szögek alatt látszó műholdakra végzett kódtávolság mérések súlyviszonyait.

Az (1)-(8) lépések végrehajtása során a számítás egyes részeredményeit az alábbi táblázatokban közöljük.

PRN	X [m]	Y [m]	Z [m]
11	22107591.99	8235343.78	12203508.31
14	-7573750.83	13923474.06	21443290.62
17	8145158.90	-14396194.80	20868469.00
19	23329367.53	8667217.10	-9749416.51
20	18218663.97	-5621010.87	18317308.69
23	26725451.60	709691.40	817733.01
24	18313405.93	7541795.05	17883696.59
31	5430973.62	23727757.39	10570728.98
32	15209546.80	4716891.74	21491195.30

A műholdak helyzete a jelek kibocsátásának időpontjában a Földdel együtt forgó koordinátarendszerben

prn	relativisztikus javítás [m]	T_{GD} [m]	műhold órahiba [m]	trop. jav.	iono. jav.	összes korrekció
11	-8.01	-3.49	-41620.31	2.59	4.62	-41632.04
14	2.73	-2.65	42261.58	7.27	9.60	42250.09
17	3.91	-3.07	55219.36	4.86	6.38	55215.10
19	2.24	-4.47	-37659.87	16.57	14.19	-37683.92
20	0.78	-2.37	14632.39	2.78	4.58	14628.18
23	0.23	-6.00	94892.06	4.64	7.57	94886.08
24	-2.56	-0.42	113241.15	2.35	4.22	113232.44
31	-5.32	-3.91	18048.40	5.30	9.07	18032.62
32	-6.83	-0.98	-67685.14	2.36	4.15	-67697.50

A kódtávolságok javításai

prn	korrigált pszeudótávolságok [m]	előzetes távolságok [m]	mért és előzetes távolság különbsége [m]
11	20691585.50	20691583.98	1.52
14	23948042.22	23948044.26	-2.04
17	22988500.31	22988501.31	-1.00
19	25125463.65	25125461.66	1.99
20	20864065.81	20864064.01	1.80
23	22980968.53	22980967.69	0.84
24	20359768.49	20359768.99	-0.50
31	23121930.85	23121932.23	-1.38
32	20431281.70	20431280.11	1.59

Az előzetes távolságok és a tisztatag vektor elemei

PRN/paraméterek	x	y	z	cδ	l
11	-0.87116	-0.32986	-0.36369	-1.0	1,51
14	0.48671	-0.52253	-0.70006	-1.0	-2,03
17	-0.17675	0.68757	-0.70428	-1.0	-1,00
19	-0.76605	-0.28884	0.57422	-1.0	1,99
20	-0.67757	0.33699	-0.65371	-1.0	1,80
23	-0.98532	0.03047	0.16799	-1.0	0,85
24	-0.69900	-0.30117	-0.64861	-1.0	-0,50
31	-0.05835	-0.96522	-0.25485	-1.0	-1,39
32	-0.54464	-0.16185	-0.82290	-1.0	1,60

Az alakmátrix elemei és a tisztatag vektor

Az alakmátrix és a tisztatag vektor felhasználásával a paraméterek előzetes értékeinek változása a legkisebb négyzetek módszerével meghatározható:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ c\delta \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T l) = \begin{bmatrix} -2,57 \\ 0,23 \\ 0,13 \\ 0,82 \end{bmatrix} [m].$$

A vevő kiegyenlített koordinátái:

$$\mathbf{X}_{BUTE} = (\mathbf{X}_{BUTE})_0 + \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4\,081\,882,371 \\ 1\,410\,011,138 \\ 4\,678\,199,381 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2,57 \\ 0,23 \\ 0,13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\,081\,879,80 \\ 1\,410\,011,37 \\ 4\,678\,199,51 \end{bmatrix} [m].$$

7.1.3. A kód mérésen alapuló differenciális helymeghatározás

A kód mérésen alapuló abszolút helymeghatározás esetén a korrekcióként figyelembe vett műholdórahibák, ionoszféra okozta késleltetések valamint a fedélzeti pálya hibái a vevő koordinátameghatározását hátrányosan befolyásolják. A differenciális helymeghatározás technikájával ezen hibahatások kódtávolságokra kifejtett hatását meg tudjuk határozni és azokat a mozgó vevő koordinátameghatározásánál figyelembe tudjuk venni. A módszer megvalósításában meg kell különböztetnünk a koordinátajavítások módszerét a kódtávolság javításának módszerétől.

A **koordinátajavítások módszere** esetén a bázisvevő mért koordinátáit összevetjük az ismert koordinátákkal, majd meghatározzuk a kód mérésen alapuló helymeghatározás koordinátajavításait. Ezeket a javításokat valós időben átsugározzuk a mozgó vevő felé, amely a saját kód méréseiből, abszolút helymeghatározással kiszámított koordinátáit megjavítja a bázisállomáson meghatározott koordinátajavításokkal.

A **kódtávolságok javításának módszere** azt jelenti, hogy a bázisvevő a saját pozícióinak ismeretében meghatározza az egyes műholdakra végzett kód mérések korrekcióit, majd ezeket a korrekciókat juttatjuk el a mozgó vevőbe, ahol az már a javított kódtávolságok alapján végzi el a helymeghatározást. A következőkben ez utóbbi módszer matematikai modelljét nézzük meg részletesebben.

Az ismert koordinátájú bázisállomáson észlelt kódtávolság („van”) közvetítőegyenlete:

$$P_{b,L_1}^j(t_i) = \rho_b^j(t_i - \tau_b^j, t_i) - c\delta t_b(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_b^j) + T_b(t_i) + I_b^j(t_i) \quad (7.20)$$

A bázisállomás és a műholdak ismert koordinátái alapján meghatározhatjuk a $\rho_b^j(t_0, t_i)$ „kell” távolságot. A kódtávolságok javítása így a jól ismert módon számítható:

$$\Delta P_b^j(t_i) = \rho_b^j(t_0, t_i) - P_b^j(t_i) = c\delta t_b(t_i) - c\delta t^j(t_i - \tau_b^j) - T_b(t_i) - I_b^j(t_i) \quad (7.21)$$

A kódtávolságok a mozgó vevőben:

$$P_{m,L_1}^j(t_i) = \rho_m^j(t_i - \tau_m^j, t_i) - c\delta t_m(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_m^j) + T_m(t_i) + I_m^j(t_i) \quad (7.22)$$

Mivel a $\tau_m^j \cong \tau_b^j$ ezért a műholdórahibák azonosnak tekinthetők mind a mozgó, mind pedig a bázisvevő észleléseiben. Így a mozgó vevő javított kódtávolságai:

$$P_m^j(t_i) + \Delta P_b^j(t_i) = \rho_m^j(t_i - \tau_m^j, t_i) - c\delta t_{mb}(t_i) - \Delta T_{mb}(t_i) - \Delta I_{mb}^j(t_i) \quad (7.23)$$

ahol $\delta t_{mb}(t_i) = \delta t_b - \delta t_m$, ami nem más, mint a két vevő relatív órahibája.

Ha feltételezzük, hogy a légkör sebességmódosító hatása is azonos mindkét vevőre, akkor a (7.23) egyenlet az alábbi alakra hozható:

$$P_m^j(t_i) + \Delta P_b^j(t_i) - \rho_m^j(t_0, t_i) = - \frac{X^j(t_0) - X_m(t_0)}{\rho_m^j(t_0, t_i)} \delta x_m - \frac{Y^j(t_0) - Y_m(t_0)}{\rho_m^j(t_0, t_i)} \delta y_m - \frac{Z^j(t_0) - Z_m(t_0)}{\rho_m^j(t_0, t_i)} \delta z_m - c \delta t_{mb}(t_i) + v_{P_{m,L}^j} \quad (7.24)$$

amit röviden így is írhatunk:

$$b_m^j = a_{m,1} \delta x + a_{m,2} \delta y + a_{m,3} \delta z + a_{m,4} \delta t_{mb} + v_m. \quad (7.25)$$

Vegyük észre, hogy a fenti egyenlet teljes egészében megfelel a kód mérésen alapuló abszolút helymeghatározás közvetítő egyenletének. Az egyetlen apró különbség, hogy ebben az esetben nem a vevő órahiba abszolút értékét, hanem a két vevő órahiba különbségét határozhatjuk meg.

8. előadás:

A helymeghatározás matematikai modelljei: fázismérésen alapuló relatív helymeghatározás különbségképzéssel. Fázismérések lineáris kombinációi. A ciklustöbbértelműség feloldása.

8.1. A fázismérések feldolgozása

A fázismérések feldolgozásakor a fázistávolságok (7.5) és (7.6) közvetítőegyenleteiből indulhatunk ki. A koordinátameghatározások elvégzéséhez általában két lehetőség közül kell választanunk. Az első lehetőség a **nagy pontosságú abszolút helymeghatározás** (precise point positioning – PPP), amikor a szabályos hibákat modellezzük (pálya, műholdóra, ionoszféra, troposzféra), majd ezeket a pontos modelleket felhasználjuk a feldolgozások során (ismertnek tekintjük a közvetítőegyenletekben – esetleg becsüljük a koordinátákkal együtt).

A másik lehetőség a **relatív helymeghatározás**, amikor egy ismert ponton elhelyezett vevőhöz képest határozzuk meg a koordinátakülönbségeket. Ebben az esetben a szabályos hibákat különbségképzéssel kiejtjük. Bár a két eljárás hosszú mérési időtartam (kb. 1 nap) alatt ugyanazt a pontosságot hozza, a hétköznapi gyakorlatban a legtöbbször a relatív helymeghatározást használjuk, mivel egyelőre pontosabb eredményt érhetünk el a szabályos hibák kiejtésével, mint az azokra felállított modellekkel.

Meg kell jegyeznünk, hogy a GNSS kutatások egyik aktuális területe az ún. állapot-tér modellezés, ami pontosan azt a célt tűzte ki maga elé, hogy a különféle szabályos hibák hatásának modellezésével és azok korrekcióként történő figyelembevételével valósítsuk meg a fázismérések feldolgozását, azaz tulajdonképpen nagy pontosságú abszolút helymeghatározást végezzünk.

8.1.1. Relatív helymeghatározás rövid távolságokon

Rövid távolságok esetén a relatív helymeghatározás végrehajtásával számos szabályos hibát kiejthetünk. Az egymástól kis távolságra (kb. 10-15 km-re) elhelyezett vevők észleléseit az ionoszféra hasonló mértékben késlelteti. Ennek megfelelően a két vevő fázistávolságai különbségéből többek között az ionoszféra hatása kiejthető. Hasonlóan járhatunk el a műhold órahibával és a vevő órahibával amennyiben a mért fázistávolságok megfelelő különbségeit képezzük.

A (7.3) egyenletnek megfelelően írjuk fel a fázistávolságok közvetítőegyenleteinek linerizált alakját:

$$\begin{aligned} & \Phi_{k,L_1}^j(t_i) - c\Delta t^j(t_i - \tau_k^j)_0 - c\Delta t_k(t_i)_0 - \rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i) - F_k^j(t_i) - T_k(t_i) + I_k^j(t_i) = \\ & = -\frac{X^j(t_0) - X_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \delta x - \frac{Y^j(t_0) - Y_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \delta y - \frac{Z^j(t_0) - Z_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \delta z - \\ & - c\delta t_k(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_k^j) + \lambda_{L_1} N_{k,L_1}^j + v_{\Phi_{k,L_1}^j}(t_i) \end{aligned} \quad (8.1)$$

ahol F_k^j a k vevőantenna fáziscentrumának külpontossága a j műhold irányában az L_1 frekvencián, $N_{k,L_1}^j = \bar{N}_{k,L_1}^j + \varphi^j - \varphi_k$ a ciklustöbbértelműség. Elméletben a ciklustöbbértelműség egész szám, de a gyakorlatban kismértékben eltér az egésztől (\bar{N}_{k,L_1}^j) a vevő (φ_k) és a műhold (φ^j) hardverkésései miatt. a többi jelölés megegyezik a korábban alkalmazott jelölésekkel.

A (8.1) egyenletet rövidebb alakban is felírhatjuk:

$$\begin{aligned} & \Phi_{k,L_1}^j(t_i) - c\Delta t^j(t_i - \tau_k^j)_0 - c\Delta t_k(t_i)_0 - \rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i) - F_k^j(t_i) - T_k(t_i) + I_k^j(t_i) = \\ & = a_{k,1}\delta x + a_{k,2}\delta y + a_{k,3}\delta z + a_{k,4}\delta t_k + a_{k,5}\delta t^j + a_{k,6}N_{k,L_1}^j + v_{\Phi_{k,L_1}^j}(t_i) \end{aligned} \quad (8.2)$$

Vegyük észre, hogy a fázistávolságok közvetítőegyenletének a bal oldalán szerepel a műhold órahiba hatása mint javítás. Mint ahogyan azt már említettük, a műholdórák fedélzeti pályaadatokból nyert hibái az 5ns-ot is elérhetik, ami mintegy 1,5 méteres távolsághibának felel meg. Ezek alapján belátható, hogy nem elegendő a fedélzeti pályák használata a geodéziai pontossági igényű koordinátameghatározáshoz.

8.1.1.1. Az egyszeres különbség

Mivel a relatív helymeghatározás esetén egy vektor két végpontján azonos időpontokban azonos műholdakra végeznek észleléseket a vevők, így kivonhatjuk egymásból a két vevőben ugyanabban az időpillanatban ugyanarra a műholdra végzett észleléseket. Az így kapott fiktív mérési eredményeket **egyszeres különbségnek** nevezzük.

Legyen az A ponton a fázistávolság közvetítőegyenlete:

$$\begin{aligned} & \Phi_{A,L_1}^j(t_i) - c\Delta t^j(t_i - \tau_A^j)_0 - c\Delta t_A(t_i)_0 - \rho_A^j(t_i - \tau_A^j, t_i)_0 - F_k^j(t_i) - T_A(t_i) + I_A^j(t_i) = \\ & = -\frac{X^j(t_0) - X_A(t_i)}{\rho_A^j(t_0, t_i)}\delta x_A - \frac{Y^j(t_0) - Y_A(t_i)}{\rho_A^j(t_0, t_i)}\delta y_A - \frac{Z^j(t_0) - Z_A(t_i)}{\rho_A^j(t_0, t_i)}\delta z_A - \\ & - c\delta t_A(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_A^j) + \lambda_{L_1}N_{A,L_1}^j + v_{\Phi_{A,L_1}^j}(t_i) \end{aligned} \quad (8.3)$$

míg a B ponton ugyanez:

$$\begin{aligned} & \Phi_{B,L_1}^j(t_i) - c\Delta t^j(t_i - \tau_B^j)_0 - c\Delta t_B(t_i)_0 - \rho_B^j(t_i - \tau_B^j, t_i) - F_k^j(t_i) - T_B(t_i) + I_B^j(t_i) = \\ & = -c\delta t_B(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_B^j) + \lambda_{L_1}N_{B,L_1}^j + v_{\Phi_{B,L_1}^j}(t_i) \end{aligned} \quad (8.4)$$

vegyük észre, hogy mind a (8.3) mind a (8.4) egyenlet bal és jobb oldalán szerepel a műhold órahiba (Δt^j) és az órahiba korrekció (δt^j) értéke, valamint a (8.4) egyenlet jobb oldalán nem szerepelnek a B bázisállomás koordinátajavításainak paraméterei, mivel a bázisállomás koordinátái ismertek.

Az egyszeres különbség tehát:

$$\begin{aligned} & \Phi_{A,L_1}^j(t_i) - \Phi_{B,L_1}^j(t_i) - c\Delta t_A(t_i)_0 + c\Delta t_B(t_i)_0 - \rho_A^j(t_i - \tau_A^j, t_i) + \rho_B^j(t_i - \tau_B^j, t_i) \\ & - F_A^j(t_i) + F_B^j(t_i) - T_A(t_i) + T_B(t_i) = \\ & = -\frac{X^j(t_0) - X_A(t_i)}{\rho_A^j(t_0, t_i)}\delta x - \frac{Y^j(t_0) - Y_A(t_i)}{\rho_A^j(t_0, t_i)}\delta y - \frac{Z^j(t_0) - Z_A(t_i)}{\rho_A^j(t_0, t_i)}\delta z - \\ & - c\delta t_A(t_i) + c\delta t_B(t_i) + \lambda_{L_1}N_{A,L_1}^j - \lambda_{L_1}N_{B,L_1}^j + v_{\Phi_{AB,L_1}^j}(t_i) \end{aligned} \quad (8.5)$$

vagy rövidebb alakban:

$$b_{AB,L_1}^j = a_{k,1}\delta x_A + a_{k,2}\delta y_A + a_{k,3}\delta z_A + a_{k,4}\delta t_{AB} + a_{k,5}N_{AB,L_1}^j + v_{\Phi_{k,L_1}^j}(t_i) \quad (8.6)$$

ahol $\delta t_{AB}(t_i) = \delta t_B(t_i) - \delta t_A(t_i)$ a két vevő órahiba különbsége, míg $N_{AB,L_1}^j = N_{A,L_1}^j - N_{B,L_1}^j = \bar{N}_{A,L_1}^j - \bar{N}_{B,L_1}^j + \varphi_B - \varphi_A$ a relatív ciklustöbbsértelműség. Vegyük észre, hogy a relatív ciklustöbbsértelműség értékekben már csak a vevők hardverkésései szerepelnek, a műholdak harverkésései az órahibákhoz hasonlóan kiestek. A rövid távolságok miatt ezen felül az ionoszféra sebességmódosító hatása is kiküszöbölhető. Még mindig szerepelnek az egyenletekben azonban a vevő órahibák értékei, illetve a vevők hardverkésései is. Ennek kiküszöbölésére a kettős különbségeket használhatjuk.

8.1.1.2. A kettős különbség

A kettős különbség előállítására úgy történik, hogy két ugyanabban az időpontban, de különböző műholdra meghatározott egyszeres különbség eltérését határozzuk meg. Ezzel kiejthető a vevő órahibák és a hardverkésések hatása is. A kettős különbségeket A és B pontokra, illetve j és l műholdakra tehát az alábbi módon határozhatjuk meg:

$$\begin{aligned} & \Phi_{A,L_1}^j(t_i) - \Phi_{B,L_1}^j(t_i) - \Phi_{A,L_1}^l(t_i) - \Phi_{B,L_1}^l(t_i) \\ & + \rho_B^j(t_0, t_i) - \rho_A^j(t_0, t_i) - \rho_B^l(t_0, t_i) + \rho_A^l(t_0, t_i) \\ & + F_B^j(t_i) - F_A^j(t_i) - F_B^l(t_i) + F_A^l(t_i) \\ & - T_A^j(t_i) + T_B^j(t_i) + T_A^l(t_i) - T_B^l(t_i) = \\ & = a_{k,1} \delta x_A + a_{k,2} \delta y_A + a_{k,3} \delta z_A + \\ & + \lambda_{L_1} N_{A,L_1}^j - \lambda_{L_1} N_{B,L_1}^j - \lambda_{L_1} N_{A,L_1}^l + \lambda_{L_1} N_{B,L_1}^l + v_{\Phi_{AB,L_1}^{j,l}}(t_i) \end{aligned} \quad (8.7)$$

vagy röviden:

$$\begin{aligned} b_{AB}^{j,l}(t_i) &= a_{k,1} \delta x_A + a_{k,2} \delta y_A + a_{k,3} \delta z_A + \\ & + \lambda_{L_1} N_{A,L_1}^j - \lambda_{L_1} N_{B,L_1}^j - \lambda_{L_1} N_{A,L_1}^l + \lambda_{L_1} N_{B,L_1}^l + v_{\Phi_{AB,L_1}^{j,l}}(t_i) \end{aligned} \quad (8.8)$$

ahol az egyes a együtthatók az alábbiak szerint határozhatóak meg:

$$\begin{aligned} a_{k,1} &= - \left(\frac{X^j(t_0) - X_A(t_i)}{\rho_A^j(t_0, t_i)} - \frac{X^l(t_0) - X_A(t_i)}{\rho_A^l(t_0, t_i)} \right) \\ a_{k,2} &= - \left(\frac{Y^j(t_0) - Y_A(t_i)}{\rho_A^j(t_0, t_i)} - \frac{Y^l(t_0) - Y_A(t_i)}{\rho_A^l(t_0, t_i)} \right) \\ a_{k,3} &= - \left(\frac{Z^j(t_0) - Z_A(t_i)}{\rho_A^j(t_0, t_i)} - \frac{Z^l(t_0) - Z_A(t_i)}{\rho_A^l(t_0, t_i)} \right) \\ N_{AB}^{jk} &= N_A^j - N_B^j - N_A^l + N_B^l = \bar{N}_A^j - \bar{N}_B^j - \bar{N}_A^l + \bar{N}_B^l \end{aligned} \quad (8.9)$$

vegyük észre, hogy a kettős különbségekre értelmezett ciklustöbbsértelműségek már egész számok, azok nem tartalmazzák a vevők hardverkéséseinek hatását sem.

A fentiek alapján n műholdra végzett észlelések esetén összesen $(n-1)$ kettős különbséget tudunk képezni, emiatt $(n-1)$ ciklustöbbsértelműséget kell ismeretlen paraméterként meghatároznunk. Mivel az A pont koordinátái is ismeretlenek, ezért $(n-1)+3$, azaz $(n+2)$ ismeretlenünk van, amelyek meghatározására $(n-1)$ közvetítő egyenletet tudunk felírni (ennyi kettős különbséget tudunk meghatározni). Könnyen belátható, hogy egyetlen epochában végzett fázismérést emiatt nem tudunk feldolgozni, hiszen a probléma határozatlan.

A problémát úgy tudjuk megoldani, hogy több epochában mérünk. Amennyiben biztosított a műholdak folyamatos követése, akkor a ciklustöbbsértelműségek ugyanazok maradnak minden műholdra, ezáltal statikus mérések esetén az ismeretleneink száma nem változik $(n+2)$. A két epochában viszont már $2(n-1)$ kettős különbséget tudunk képezni, ezáltal a feladat már megoldhatóvá válik. Természetesen a gyakorlatban ennél jóval több epochát szoktunk használni a feladat megoldásához.

Joggal merülhet fel a kérdés, hogy biztosak lehetünk-e abban, hogy nem terheli ciklusugrás a méréseinket. Ennek ellenőrzésére az ún. hármas különbségek szolgálnak.

8.1.1.3. A hármas különbségek

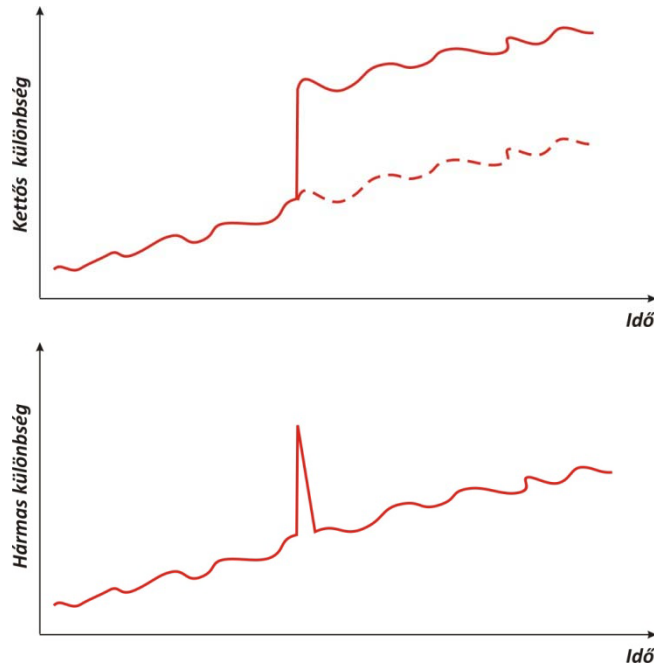
A hármas különbség két eltérő időpontban meghatározott kettős különbség eltéréseként definiálható. Vegyük az A és B pontokra és j és l műholdakra felírt kettős különbségeket két egymást követő epochában:

$$b_{AB}^{j,l}(t_i) = a_{k,1}(t_i)\delta x_A + a_{k,2}(t_i)\delta y_A + a_{k,3}(t_i)\delta z_A + \lambda_{L_1} N_{A,L_1}^j - \lambda_{L_1} N_{B,L_1}^j - \lambda_{L_1} N_{A,L_1}^l + \lambda_{L_1} N_{B,L_1}^l + v_{\Phi_{AB,L_1}^{j,l}}(t_i) \quad (8.10)$$

$$b_{AB}^{j,l}(t_{i+1}) = a_{k,1}(t_{i+1})\delta x_A + a_{k,2}(t_{i+1})\delta y_A + a_{k,3}(t_{i+1})\delta z_A + \lambda_{L_1} N_{A,L_1}^j - \lambda_{L_1} N_{B,L_1}^j - \lambda_{L_1} N_{A,L_1}^l + \lambda_{L_1} N_{B,L_1}^l + v_{\Phi_{AB,L_1}^{j,l}}(t_{i+1}) \quad (8.11)$$

A hármas különbségek tehát:

$$b_{AB}^{j,l}(t_i, t_{i+1}) = b_{AB}^{j,l}(t_i) - b_{AB}^{j,l}(t_{i+1}) = a_{k,1}\delta x_A + a_{k,2}\delta y_A + a_{k,3}\delta z_A + v_{\Phi_{AB,L_1}^{j,l}}(t_i, t_{i+1}) \quad (8.12)$$



8.1 ábra: Ciklusugrások hatása a kettős és hármas különbségekre

vegyük észre, hogy a hármas különbségekből kiejtettük a ciklustöbbsértelműségek értékét. Így az egymást követő kettős különbségekből hármas különbségeket képezve, ciklusugrás mentes méréseknél a hármas különbségek lassan változó mennyiségek. Amennyiben ciklusugrás következik be, akkor a kettős differenciákban szereplő ciklustöbbsértelműségek már nem azonosak az egyik vagy a másik műholdra, ezáltal a hármas különbség kugró értéket vesz fel.

A ciklusugrás után a hármas különbség ismét visszaáll az eredeti érték közelébe (8.1 ábra). Ezáltal a hármas különbségeket képezve, azok időbeli változását vizsgálva megállapíthatjuk, hogy melyik mérési epochák terheltek ciklusugrásokkal.

8.1.2. Relatív helymeghatározás hosszabb távolságokon

Nagyobb távolságokon az ionoszféra hatása már nem ejthető ki különbségképzéssel, emiatt a ciklustöbbségek már nem oldhatók fel egész számként. A problémát kétféleképpen oldhatjuk meg. Egyrészt az ionoszféra okozta sebességmódosító hatást modellezhetjük egy erre alkalmas polinommal. Ekkor az ionoszféra hatása felírható:

$$I(t_i) = I_{00} + I_{10}(\varphi - \varphi_0) + I_{01}(\vartheta - \vartheta_0) + I_{11}(\varphi - \varphi_0)(\vartheta - \vartheta_0) + \dots \quad (8.13)$$

ahol φ az ionoszférikus pont szélessége, ϑ pedig a Nap óraszöge, míg az I_{ij} az ionoszféra hatását leíró polinom együtthatói. A polinomos modellel meghatározott ionoszférikus hatást a műhold irányára is át kell számítanunk, így az ionoszféra hatása a kettős különbségekre az alábbi módon határozható meg:

$$\begin{aligned} I(t_i)_{AB}^{jl} &= I(t_i)_A^j - I(t_i)_B^j - I(t_i)_A^l + I(t_i)_B^l = \\ &= \frac{I^j(t_i)}{\cos(z_A^j)} - \frac{I^j(t_i)}{\cos(z_B^j)} - \frac{I^l(t_i)}{\cos(z_A^l)} + \frac{I^l(t_i)}{\cos(z_B^l)} \end{aligned} \quad (8.14)$$

Az ionoszféra hatása ki is küszöbölhető a két frekvencián végzett észlelések megfelelő kombinációjával, mivel a hatás mértéke függ a mérőjel frekvenciájától.

8.1.2.1. A helymeghatározás megoldása a wide-lane és az ionoszféra-mentes lineáris kombinációval

Induljunk ki a fázistávolságokra felírt közvetítő egyenletekből:

$$\begin{aligned} \Phi_{k,L_1}^j(t_i) - c\Delta t^j(t_i - \tau_k^j)_0 - c\Delta t_k(t_i)_0 - \rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i) - F_k^j(t_i) - T_k(t_i) = \\ = -\frac{X^j(t_0) - X_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \delta x - \frac{Y^j(t_0) - Y_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \delta y - \frac{Z^j(t_0) - Z_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \delta z - \\ - c\delta t_k(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_k^j) + \lambda_{L_1} N_{k,L_1}^j - I_k^j(t_i) + v_{\Phi_{k,L_1}^j}(t_i) \end{aligned} \quad (8.15)$$

amelynek rövidített alakja:

$$b_{k,L_1}^j = a_{k,1} \delta x + a_{k,2} \delta y + a_{k,3} \delta z + a_{k,4} \delta t_k + a_{k,5} \delta t^j + a_{k,6} N_{k,L_1}^j - I_k^j(t_i) + v_{\Phi_{k,L_1}^j}(t_i) \quad (8.16)$$

összük el a két fázistávolság közvetítőegyenletét λ_1 -el illetve λ_2 -vel:

$$\frac{b_{k,L_1}^j}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_1} [a_{k,1} \delta x + a_{k,2} \delta y + a_{k,3} \delta z] + N_{k,L_1}^j + \frac{1}{\lambda_1} I_k^j(t_i) \quad (8.17)$$

$$\frac{b_{k,L_2}^j}{\lambda_2} = \frac{1}{\lambda_2} [a_{k,1} \delta x + a_{k,2} \delta y + a_{k,3} \delta z] + N_{k,L_2}^j + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2} I_k^j(t_i) \quad (8.18)$$

Vonjuk ki (8.18)-at (8.17)-ből, majd szorozzuk meg mindkét oldalt $\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$ -vel. Az egyenlet bal oldala:

$$\left(\frac{b_{k,L_1}^j}{\lambda_1} - \frac{b_{k,L_2}^j}{\lambda_2} \right) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \left(\frac{\lambda_2 b_{k,L_1}^j - \lambda_1 b_{k,L_2}^j}{\lambda_1 \lambda_2} \right) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\lambda_2 b_{k,L_1}^j - \lambda_1 b_{k,L_2}^j}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (8.19)$$

míg a jobb oldala:

$$\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (a_{k,1} \delta x_A + a_{k,2} \delta y_A + a_{k,3} \delta z_A) + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (N_{L_1} - N_{L_2}) + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(\frac{1}{\lambda_1} I_{L_1} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1^2} I_{L_1} \right) \quad (8.20)$$

a (8.20) egyenletet tovább egyszerűsítve az ún. wide-lane lineáris kombinációhoz jutunk:

$$\frac{\lambda_2 b_{k,L_1}^j - \lambda_1 b_{k,L_2}^j}{\lambda_2 - \lambda_1} = a_{k,1} \delta x_A + a_{k,2} \delta y_A + a_{k,3} \delta z_A + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (N_{L_1} - N_{L_2}) - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} I_{L_1} \quad (8.21)$$

amely röviden az alábbi alakban is írható:

$$b_{WL} = a_{k,1} \delta x_A + a_{k,2} \delta y_A + a_{k,3} \delta z_A + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (N_{L_1} - N_{L_2}) - I_{WL} . \quad (8.22)$$

A (8.22) egyenletben a ciklustöbbségek helyére az ún. wide-lane ciklustöbbséget helyettesíthetjük be, amely továbbra is egész szám (mivel két egész szám különbsége):

$$N_{WL} = (N_{L_1} - N_{L_2}) \quad (8.23)$$

A wide-lane lineáris kombináció hullámhossza:

$$\lambda_{WL} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \approx 86 \text{ cm} . \quad (8.24)$$

Az így kialakított wide-lane (L5) lineáris kombináció (nem keverendő össze az L5 jelölés a GPS rendszer L5 frekvenciájával) egyrésztől zajosabb fiktív mérési eredmény, mint az eredeti L₁ vagy L₂ fázistávolságok. Ráadásul ez sem ionoszféra mentes lineáris kombináció, hiszen a (8.22) egyenletben szerepel az ionoszféra hatása, ami mintegy 1,3-szorosa az L₁ frekvenciára kifejttet hatásnak. Ugyanakkor nagy előnye ennek a lineáris kombinációnak, hogy hullámhossza jóval nagyobb mind az L₁ mind az L₂ frekvenciáknál, emiatt a ciklustöbbségek az L5 lineáris kombináción könnyebb, mint az L₁ és L₂ frekvenciáknál. Ezért az L5 lineáris kombinációt általában a hosszú vektorok ciklustöbbségeinek kétlépcsős feldolásához szokták használni. Első lépésben megoldjuk a wide-lane lineáris kombinációt, amely ciklustöbbsége megadja az L₁ és L₂ ciklustöbbségek különbségét (8.23).

A következőkben alakítsunk ki egy ionoszféra mentes lineáris kombinációt, aminek az lesz az előnye, hogy hosszú bázisvonalakon sem kell az ionoszféra okozta sebességmódosító hatást figyelembe vennünk.

A wide-lane lineáris kombinációt osszuk el λ_2 -vel:

$$\frac{1}{\lambda_2} \frac{\lambda_2 b_{k,L_1}^j - \lambda_1 b_{k,L_2}^j}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{1}{\lambda_2} (a_{k,1} \delta x_A + a_{k,2} \delta y_A + a_{k,3} \delta z_A) + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (N_{L_1} - N_{L_2}) - \frac{1}{\lambda_1} I_{L_1} \quad (8.25)$$

majd (8.25)-höz adjuk hozzá az L₁ fázistávolságok és λ_1 hányadosát:

$$\frac{b_{k,L_1}^j}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_1} [a_{k,1}\delta x + a_{k,2}\delta y + a_{k,3}\delta z] + N_{k,L_1}^j + \frac{1}{\lambda_1} I_{L_1} \quad (8.26)$$

Az így kapott összeget pedig szorozzuk be $\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}$ -vel:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_2^2 b_{k,L_1}^j - \lambda_1^2 b_{k,L_2}^j}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} &= (a_{k,1}\delta x_A + a_{k,2}\delta y_A + a_{k,3}\delta z_A) + \\ &+ \frac{\lambda_1^2\lambda_2}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} (N_{L_1} - N_{L_2}) + \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} N_{L_1} \end{aligned} \quad (8.27)$$

Ezáltal egy ionoszféra mentes lineáris kombinációhoz jutunk, amely segítségével egyrészt ki tudjuk küszöbölni az ionoszféra hatását, másrészt meg tudjuk oldani az L_1 ciklustöbbsértelműséget, hiszen az $N_{WL} = (N_{L_1} - N_{L_2})$ ciklustöbbsértelműséget már ismerjük a wide-lane lineáris kombináció megoldásából. L_1 ciklustöbbsértelműség ismeretében pedig L_2 ciklustöbbsértelműség is számítható. Az így kialakított lineáris kombinációt L_3 lineáris kombinációnak nevezzük, hullámhossza pedig:

$$\lambda_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \approx 10,7\text{cm} \quad (8.28)$$

8.1.2.2. A megoldás menete

Összegezve az előbbieket, hosszú vektorok esetén a koordinátamegoldás relatív helymeghatározással az alábbi módon történik:

- Először alakítsuk ki a wide-lane lineáris kombinációt (L_5), mely hullámhossza kb. 86cm;
- Modellezzük az ionoszféra hatását valamilyen modellel, majd oldjuk meg a wide-lane ciklustöbbsértelműséget;
- Ezt követően alakítsuk ki az ionoszféra mentes (L_3) lineáris kombinációt;
- Az L_3 lineáris kombináció megoldásánál az N_{WL} ciklustöbbsértelműséget már ismerjük, így meghatározhatjuk az N_{L_1} ciklustöbbsértelműséget (az L_3 lineáris kombináción az ionoszféra hatása nem jelentkezik);
- Végezetül az N_{L_2} ciklustöbbsértelműséget meghatározhatjuk az N_{WL} és N_{L_1} ismeretében.

Megjegyezzük, hogy ez az utolsó lépés nem feltétlenül szükséges a koordináták meghatározásához, hiszen az L_3 lineáris kombinációra felírt közvetítőegyenletek már tartalmazzák a koordinátakülönbségeket. Sok esetben azonban a ciklustöbbsértelműségek feloldása vektorról vektorra történik, ilyenkor meghatározzuk mind az L_1 mind az L_2 ciklustöbbsértelműségek értékeit. Miután lehetőség szerint az összes ciklustöbbsértelműséget feloldottuk, akkor történik meg a teljes hálózat együttes feldolgozása, amikor már az ismert ciklustöbbsértelműségek egész értékét korrekcióként figyelembe vesszük az L_3 lineáris kombináció feldolgozásánál, így a közvetítő egyenletekben csak a koordináták szerepelnek ismeretlen paraméterként.

Nagyobb pontossági igények esetén a koordinátaparaméterek mellett a troposzféra okozta késleltetés állomásfüggő paramétereit is együtt egyenlítjük ki a koordinátákkal. Ezáltal hosszabb mérési periódusok és nagyobb bázisvonalak esetén a troposzféra állapotában beállt változásokat is figyelembe tudjuk venni.

8.2. A fázismérések lineáris kombinációi

Az előzőekben már megismerkedtünk az L5 wide-lane lineáris kombinációval, valamint az ionoszféra-mentes lineáris kombinációk egyikével. A következőkben még további lineáris kombinációkat fogunk áttekinteni. A lineáris kombinációk tulajdonképpen a két vivőfrekvencián mért fázistávolságok súlyozott összege, amellyel olyan fiktív mérési eredményeket tudunk létrehozni, amelyek bizonyos frekvenciától függő mérési hibákat csökkentenek vagy kiejtenek. A lineáris kombinációk egyik hátránya azonban, hogy a hibaterjedés miatt a lineáris kombinációkkal akár zajosabb mérésekhez is juthatunk.

A lineáris kombinációk általános alakja:

$$f_{n,m} = nf_1 + mf_2 \quad (8.29)$$

ahol n és m első közelítésben egész számok, de akár lehetne valós számok is.

Tetszőleges n, m lineáris kombináció hullámhossza kiszámítható az alábbi összefüggés segítségével:

$$\lambda_{n,m} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{n\lambda_2 + m\lambda_1}, \quad (8.30)$$

míg az ionoszféra hatása egy hasonló lineáris kombinációra:

$$dion_{n,m} = \frac{nf_1 dion_1 + mf_2 dion_2}{nf_1 + mf_2}. \quad (8.31)$$

Bevezetve az ionoszférikus skálatényezőt, amely a lineáris kombinációra és az L1 frekvenciára kifejtett hatás hányadosa:

$$\begin{aligned} isf &= \frac{dion_{n,m}}{dion_1} = \frac{nf_1 + m \frac{f_2}{dion_1} dion_2}{nf_1 + mf_2} = \frac{1}{f_2} \frac{nf_1 f_2 + m \frac{f_2^2}{dion_1} dion_2}{nf_1 + mf_2} = \\ &= \frac{1}{f_2} \frac{nf_1 f_2 + mf_1^2}{nf_1 + mf_2} = \frac{f_1}{f_2} \left(\frac{nf_2 + mf_1}{nf_1 + mf_2} \right). \end{aligned} \quad (8.32)$$

A (8.32) egyenletből látható, hogy végtelen sok ionoszféra mentes lineáris kombináció alakítható ki. Ehhez nincsen másra szükségünk, mint hogy az zárójelben található tört számlálója zérus értékű legyen.

Levezetés nélkül közöljük a lineáris kombináció zajának meghatározását. Ehhez az ún. zaj skálatényezőt kell felhasználnunk:

$$\sigma_{n,m} = nsf \cdot \sigma_1, \quad ahol \quad nsf = \frac{\lambda_2 \sqrt{(n^2 + m^2)}}{n\lambda_2 + m\lambda_1} \quad (8.33)$$

Nézzük meg a következőkben néhány lineáris kombináció tulajdonságait.

8.2.1. A wide-lane lineáris kombináció (L5)

Mint már megismerhettük, a wide-lane lineáris kombináció kialakításához $n=1$ és $m=-1$ súlyokat veszünk fel. Így a lineáris kombináció hullámhossza 86 cm. A lineáris kombináció nem ionoszféra mentes, a (8.32) képlettel meghatározható skálatényező:

$$isf = \frac{f_1}{f_2} \left(\frac{f_2 - f_1}{f_1 - f_2} \right) = -1,3 \quad (8.34)$$

míg a zaj:

$$\sigma_{L5} = nsf_{L5} \cdot \sigma_1 = \frac{\lambda_2 \sqrt{2}}{\lambda_2 - \lambda_1} = 19,4mm \quad (8.35)$$

A wide-lane lineáris kombinációt magas zajszint jellemzi, viszont a hosszú hullámhossz miatt a wide-lane ciklustöbbsértelműség feloldása könnyen megoldható az ionoszféra okozta késleltetés meghatározása mellett.

8.2.2. A narrow-lane lineáris kombináció (L6)

A narrow-lane lineáris kombináció esetén $n=m=1$. Ekkor a hullámhossz 10,7 cm, megint csak nem ionoszféra mentes lineáris kombinációról van szó, amelynek viszont a zajszintje nagyon alacsony:

$$\sigma_{NL} = nsf_{NL} \cdot \sigma_1 = \frac{\lambda_2 \sqrt{2}}{\lambda_2 + \lambda_1} = 2,4mm . \quad (8.36)$$

Emiatt ezzel a lineáris kombinációval kaphatnánk elméletileg a legpontosabb eredményt, ha az ionoszféra okozta késleltetést pontosan meg tudnánk határozni.

8.2.3. Az L3 ionoszféra mentes lineáris kombináció

Alakítsuk ki az alábbi súlyozással egy lineáris kombinációt:

$$\Phi_{L3} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \Phi_{L1} - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \Phi_{L2} \quad (8.37)$$

Ebben a lineáris kombinációban az ionoszféra okozta sebességmódosító hatás kiesik. A lineáris kombináció hullámhossza 5,4 cm, míg a zajszintje 9,8mm. A magas zajszint miatt abban az esetben, ha az ionoszféra okozta hatást rövid bázisvonalakon végzett méréseknél relatív helymeghatározással ki tudjuk ejteni, akkor célszerű az L1 frekvencián végzett észleléseket feldolgozni. Ha hosszúak a bázisvonalak, akkor pedig az ionoszféra mentes lineáris kombináció kialakítva meg lehet oldani a hosszú vektorokat is.

Megjegyezzük, hogy a legtöbb feldolgozó szoftver rövid bázisvonalak esetén automatikusan csak az L1 frekvencián végzett észleléseket dolgozza fel, így ezekben az esetekben az L2 frekvencián végzett (amúgy zajosabb) észlelések nem használják fel a szoftverek.

8.3. A ciklustöbbsértelműségek feloldásának menete

Mint azt már a korábbiakban is láttuk, a ciklustöbbsértelműségeket a legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítési eljárással a koordináták meghatározásával együttesen (vagy anélkül) meg tudjuk oldani. Az LNM azonban nem képes a ciklustöbbsértelműségek megoldására az egész számok halmazán, emiatt egy további eljárásban meg kell határozunk a ciklustöbbsértelműségek legvalószínűbb egész számú értékét. Ezt a folyamatot hívjuk ciklustöbbsértelműség feloldásnak.

A feloldás menete az alábbi:

1. Első lépésben mivel a műholdak, a vevők hardverkésései, órahibái miatt a fázismérések esetében a ciklustöbbértelműség nem egész szám, ezért ezeket a hibákat különbségképzéssel kiküszöböljük (kettős különbségek meghatározása).
2. Ezt követően felhasználhatjuk a kettős különbségek közvetítő egyenleteit a ciklustöbbértelműségek (és a koordináták) megoldására;
3. Ha meghatároztuk a ciklustöbbértelműség értékeit (L1, L2), akkor ezeket felhasználva a ciklustöbbértelműségeket az egész számok halmazán kell megkeresnünk. Ezt hívják ciklustöbbértelműség feloldásnak. Erre számos technika áll rendelkezésre, közös bennük, hogy valamiféle keresési/optimalizálási eljárás alapján alapulnak.

Nézzünk egy példát a ciklustöbbértelműségek feloldására. Első lépésben írjuk fel a wide-lane lineáris kombináción értelmezett kettős különbséget:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_2 b_{AB,L_1}^{j,l} - \lambda_1 b_{AB,L_2}^{j,l}}{\lambda_2 - \lambda_1} &= a_{k,1} \delta x_A + a_{k,2} \delta y_A + a_{k,3} \delta z_A + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{A,WL}^j - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{B,WL}^j - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{A,WL}^l + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{B,WL}^l \\ &- \frac{\lambda_2}{\lambda_1} I_{A,L1}^j + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} I_{B,L1}^j + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} I_{A,L1}^l - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} I_{B,L1}^l \end{aligned} \quad (8.38)$$

A (8.38) képletben ismeretlenként szerepel a bázisvonal A pontjának koordinátája (ne felejtjük el, hogy B pont ismert koordinátájú pont), valamint a wide-lane ciklustöbbértelműségek és az ionoszféra okozta hatások. Az ionoszféra okozta hatásokat ionoszféra modellek segítségével figyelembe tudjuk venni. Abban az esetben, ha kellően jó (néhány cm-es pontosságú) előzetes koordinátáink is vannak, akkor az A pont koordinátaváltozásainak becslésétől is eltekinthetünk. Ilyen koordináták származhatnak például a hármas különbségek megoldásából, hiszen azok függetlenek a ciklustöbbértelműségek értékétől. Természetesen ehhez előbb le kell ellenőrizni, hogy nem volt-e ciklusugrás a mérési időtartam alatt, és ha volt, akkor azt javítani kell.

Nézzük meg a következőkben, hogy hogyan oldható fel a ciklustöbbértelműség egész számként. A legkisebb négyzetek módszere szerinti kiegyenlítésből megkaptuk a ciklustöbbértelműségek legvalószínűbb értékeit illetve azok középhibáját a valós számok halmazán. A következőkben meg kell határoznunk a legvalószínűbb egész megoldásokat az egész számok halmazán. Erre számos módszer használható, a következőkben a néhány leggyakrabban használt módszert fogjuk áttekinteni.

8.3.1. A kerekítés módszere

A kerekítés módszere a legegyszerűbb, de egyben legkevésbé korrekt feloldási eljárás. A lényege, hogy a valós számként megoldott ciklustöbbértelműségeket egyszerűen a legközelebbi egész számra kerekítjük.

A módszer hátránya, hogy a mérésekben szereplő hibák hatása megjelenik a ciklustöbbértelműségek értékeiben, ráadásul a hibák hatása nem feltétlenül kisebb mint egy ciklus. Ráadásul ez a módszer nem veszi figyelembe a kiegyenlítésből származó kovariancia információkat.

8.3.2. A keresés módszere

Legyen \mathbf{p} a kiegyenlítésből származó (valós) ciklustöbbértelműségek értékeinek vektora:

$$\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_u) \quad (8.39)$$

Legyen \mathbf{Q} a kiegyenlítésből származó kofaktor mátrix és σ_0^2 az a posteriori varianciafaktor.

Számítsuk ki egy tetszőleges ciklustöbbértelműség és két ciklustöbbértelműség különbségének középhibáját:

$$m_i = \sigma_0 \sqrt{Q_{ii}} \quad (8.40)$$

$$m_{ij} = \sigma_0 \sqrt{Q_{ii} - 2Q_{ij} + Q_{jj}} \quad (8.41)$$

A középhibák ismeretében alkossunk egy adott konfidenciaszinthez tartozó Student-eloszlás alapján egy-egy konfidenciaintervallumot:

$$\begin{aligned} p_i - \xi m_i &\leq p_{Ai} \leq p_i + \xi m_i, \quad i = 1, 2, \dots, u \\ p_{ij} - \xi m_{ij} &\leq p_{Aij} \leq p_{ij} + \xi m_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, u; \quad i \neq j. \end{aligned} \quad (8.42)$$

Et követően állítsuk elő az egész számokat tartalmazó ciklustöbbértelműség vektorokat, amelyek minden olyan lehetséges kombinációt tartalmaznak, amelyek kielégítik a fenti egyenleteket. A lehetséges ciklustöbbértelműség vektorokat felhasználva újra elvégezzük a kiegyenlítést, most már a vektorokban szereplő ciklustöbbértelműségeket felhasználva. Így minden egyes lehetséges ciklustöbbértelműség vektorhoz előállítható egy-egy a kiegyenlítést jellemző középhiba:

$$\sigma_h, \quad h = 1, \dots, N \quad (8.43)$$

A lehetséges ciklustöbbértelműség vektorok közül az lesz a megoldás, amelyet a legkisebb középhiba jellemzi, kivéve ha:

- A középhiba nagyságrendekkel nagyobb, mint az a priori érték, vagy valamilyen referencia érték;
- van még legalább egy olyan \mathbf{p} vektor, amelyre a kapott σ értékek közel azonosak.

Megjegyezzük, hogy például a Trimble Geomatics Office szoftverben az első ellenőrzést végezhetjük el a bázisvonalak megoldása során a referencia variancia vizsgálatával (10 alatt kell legyen), míg a második ellenőrzést az ún. ratio értékek alapján végezhetjük el. A ratio teszt nem jelent mást, mint annak a meghatározását, hogy mekkora a hányadosa a második legkisebb középhibának és a legkisebb középhibának. Minél nagyobb ez a ratio érték (minimálisan 3 az elfogadható arány), annál biztosabbak lehetünk afelől, hogy a ciklustöbbértelműségek megfelelően lettek feloldva.

A keresés módszerének egyik hátránya, hogy vagy mindegyik ciklustöbbértelműséget feloldja, vagy egyiket sem.

8.3.3. A szigma módszer

A szigma módszer alkalmazásához ismét meghatározzuk az egyes ciklustöbbértelműségek középhibáit a (8.40) képlet alapján. Ezt követően tegyük sorrendbe az összes ciklustöbbértelműséget saját középhibájuk szerint növekvő sorrendben.

Ezt követően egy iterációs lépésben maximálisan N_{max} ciklustöbbértelműséget oldunk fel oly módon, hogy a ciklustöbbértelműség értékét a legközelebbi egész számra kerekítjük, amennyiben:

- a ciklustöbbértelműség középhibája kisebb, mint egy előre meghatározott határérték;

- a megfelelő konfidenciaszinthez tartozó konfidenciaintervallumba (lásd a keresés módszernél) pontosan egyetlen egész szám található.

Az iterációs lépések addig folytatódnak, míg:

- minden ciklustöbbsértelműséget sikerült feloldani; vagy
- az utolsó iterációs lépésben már egyetlen ciklustöbbsértelműséget sem sikerült feloldani.

A módszer előnye, hogy nem feltétlenül kell az összes ciklustöbbsértelműséget feloldanunk, amennyiben az nem lehetséges a mérési hibák miatt.

9. előadás:

A helymeghatározás matematikai megoldhatósága. Térbeli koordináták átszámítása elkülönült vízszintes és magassági rendszerekbe.

Az elmúlt előadásokon áttekintettük a helymeghatározás különféle matematikai modelljeit, ideértve a műholdak pályaszámítását, a méréseket terhelő szabályos hibák kezelését, a helymeghatározási módszereket és a hozzájuk kapcsolódó közvetítőegyenleteket, a különféle lineáris kombinációkat, illetve a ciklustöbblettelműség feloldásának kérdéseit.

Mivel a helymeghatározás megoldása során számos fölös méréssel is rendelkezünk, ezért a következőkben áttekintjük a mérések kiegyenlítésének kérdéseit. Az így előállított WGS-84 rendszerbeli koordinátákat a legtöbb geodéziai feladatnál át kell transzformálnunk az országos (EOV) vagy valamilyen helyi koordinátarendszerben, hiszen a mérnöki gyakorlatban a geocentrikus térbeli derékszögű koordinátarendszerek nagy nehézségeket okozhatnak.

A matematikai megoldás során a legkisebb négyzetek módszerén alapuló kiegyenlítést használjuk. A kiegyenlítés végrehajtásával kapcsolatban két kérdésre kell választ adnunk:

- Hogyan vegyük fel a fiktív mérési eredményeket leíró súlymátrixot?
- Hogyan kezeljük a hálózatban végzett méréseket (több műszer együttesen végzett észleléseinek feldolgozását)?

9.1. A fiktív mérési eredmények súlymátrixának felvétele

A súlymátrixok felvétele szempontjából meg kell ismernünk a fiktív mérési eredmények korrelációs jellemzőit. A korrelációt tekintve kétféle korrelációt különböztethetünk meg:

- fizikai (pl. ugyanazon műholdra, de más pontokon végzett észlelések)
- matematika (a fázistávolságok különbségképzése során kialakuló korrelációs kapcsolatok leírása)

A következőkben mi csak az utóbbi, matematikai korrelációkkal foglalkozunk, mivel feltesszük, hogy a kód-, és fázisméréseink már csak véletlenjellelű hibákat tartalmaznak, amelyek várható értéke zérus, varianciája pedig σ^2 .

Ekkor a fázistávolságok variancia-kovariancia mátrixa az alábbiak szerint írható fel:

$$\mathbf{Q}_{\phi\phi} = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (9.1)$$

9.1.1. Az egyszeres különbségek korrelációja

Legyen két mérésünk az A és B pontokon a j műholdra a t időpontban. Ekkor az egyszeres különbség:

$$\Phi_{AB}^j(t) = \Phi_B^j(t) - \Phi_A^j(t) \quad (9.2)$$

Ugyanezen pontban és időpontban a k műholdra felírt egyszeres különbség:

$$\Phi_{AB}^k(t) = \Phi_B^k(t) - \Phi_A^k(t) \quad (9.3)$$

A (9.2) és (9.3) egyszeres különbségeket felírhatjuk mátrixos alakban is:

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}\Phi \quad (9.4)$$

ahol:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \Phi_{AB}^j(t) \\ \Phi_{AB}^k(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_A^j(t) \\ \Phi_B^j(t) \\ \Phi_A^k(t) \\ \Phi_B^k(t) \end{bmatrix} \quad (9.5)$$

Ezt követően írjuk fel az egyszeres különbségekre a hibaterjedés törvényét:

$$\mathbf{Q}_{SS} = \mathbf{C} \mathbf{Q}_{\Phi\Phi} \mathbf{C}^T \quad (9.6)$$

ahol \mathbf{Q}_{SS} az egyszeres különbségek variancia-kovariancia mátrixa.

A (9.1) egyenletet behelyettesítve (9.6) egyenletbe:

$$\mathbf{Q}_{SS} = \mathbf{C} \sigma^2 \mathbf{I} \mathbf{C}^T = \sigma^2 \mathbf{C} \mathbf{C}^T \quad (9.7)$$

Elvégezve a mátrixszorzásokat, megkaphatjuk az egyszeres különbségek variancia-kovariancia mátrixát:

$$\mathbf{Q}_{SS} = \sigma^2 \mathbf{C} \mathbf{C}^T = 2\sigma^2 \mathbf{I} \quad (9.8)$$

A (9.8) képletből láthatjuk, hogy az egyszeres különbségek statisztikailag függetlenek egymástól.

9.1.2. A kettős különbségek korrelációja

Legyen 3 műholdunk (j, k, l), amelyek közül a j lesz a referencia-műhold.

Végezzünk észleléseket A és B pontokból a t időpontban mindhárom műholdra, majd írjuk fel a kettős differenciákat:

$$\Phi_{AB}^{jk}(t) = \Phi_{AB}^k(t) - \Phi_{AB}^j(t) \quad (9.9)$$

$$\Phi_{AB}^{jl}(t) = \Phi_{AB}^l(t) - \Phi_{AB}^j(t) \quad (9.10)$$

Ugyanezek a kettős különbségek mátrixos alakban:

$$\mathbf{D} = \mathbf{C} \mathbf{S}, \quad (9.11)$$

ahol

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \Phi_{AB}^{jk}(t) \\ \Phi_{AB}^{jl}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{AB}^j(t) \\ \Phi_{AB}^k(t) \\ \Phi_{AB}^l(t) \end{bmatrix}. \quad (9.12)$$

A kettős különbségek variancia-kovariancia mátrixa ismét levezethető a hibaterjedés törvényének alkalmazásával:

$$\mathbf{Q}_{DD} = \mathbf{C} \mathbf{Q}_{SS} \mathbf{C}^T \quad (9.13)$$

Behelyettesítve az egyszeres különbségek variancia-kovariancia mátrixát, majd elvégezve a mátrixszorzásokat a kettős különbségek variancia-kovariancia mátrixa:

$$\mathbf{Q}_{DD} = 2\sigma^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (9.14)$$

A (9.14) képletből láthatjuk, hogy a kettős különbségek már korreláltak!

9.1.3. A súlymátrix előállítása kettős különbségekre

A súlymátrix a variancia-kovariancia mátrix inverzeként az alábbi alakban írható fel két kettős különbségre ugyanazon epochára:

$$\mathbf{P}_{DD} = \frac{1}{2\sigma^2} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (9.15)$$

n_D műholdra pedig ugyanazon epochában:

$$\mathbf{P}_{DD}(t) = \frac{1}{2\sigma^2} \frac{1}{n_D + 1} \begin{bmatrix} n_D & -1 & -1 & \dots \\ -1 & n_D & -1 & \dots \\ -1 & -1 & \ddots & \\ \vdots & \dots & & n_D \end{bmatrix} \quad (9.16)$$

A több epochában végzett mérésekre felállított teljes súlymátrix főátlójában pedig a az egyes epochák súlymátrixai találhatóak meg:

$$\mathbf{P}_{DD} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}(t_1) & & & \\ & \mathbf{P}(t_2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{P}(t_n) \end{bmatrix} \quad (9.17)$$

így a súlymátrix egy blokk-diagonál mátrix lesz, ahol az egyes blokkok mérete eltérő lehet az adott epochában előállított kettős különbségek számától függően.

9.2. A kódéréssel történő abszolút helymeghatározás kiegyenlítése

Írjuk fel a kódérések közvetítőegyenletét k ponton j műholdra végzett kódérés esetére:

$$\begin{aligned} P_{k,L_1}^j - c\Delta t^j (t_i - \tau_k^j)_0 - \rho_k^j(t_0, t_i) - T_k(t_i) - I_k^j(t_i) = \\ = \frac{X^j(t_0) - X_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \cdot \delta x - \frac{Y^j(t_0) - Y_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \cdot \delta y - \frac{Z^j(t_0) - Z_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \cdot \delta z - c\delta t_k(t_i) + v_{P_{k,L_1}^j} \end{aligned} \quad (9.18)$$

(9.18) alapján a javítási egyenlet az alábbi alakot ölti:

$$\begin{aligned} v_{P_{k,L_1}^j} = \frac{X^j(t_0) - X_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \cdot \delta x - \frac{Y^j(t_0) - Y_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \cdot \delta y - \frac{Z^j(t_0) - Z_k(t_i)}{\rho_k^j(t_0, t_i)} \cdot \delta z - c\delta t_k(t_i) - \\ - [P_{k,L_1}^j - c\Delta t^j (t_i - \tau_k^j)_0 - \rho_k^j(t_0, t_i) - T_k(t_i) - I_k^j(t_i)] \end{aligned} \quad (9.19)$$

ahol a szögletes zárójelben található tagok a tisztatag vektort alkotják. A javítási egyenlet egyetlen műholdra röviden tehát:

$$v_{P_{k,L_1}^j} = a_{X_k}^j \cdot \delta x - a_{Y_k}^j \cdot \delta y - a_{Z_k}^j \cdot \delta z - c\delta t_k(t_i) - l(t_i) \quad (9.20)$$

Több műhold egyidejű észlelése esetén a javítási egyenleteket mátrixos formában adhatjuk meg:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (9.21)$$

ahol az \mathbf{A} alakmátrix elemei:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{X^{SV1}(t) - X_{r0}}{\rho_{r0}^{SV1}(t)} & \frac{Y^{SV1}(t) - Y_{r0}}{\rho_{r0}^{SV1}(t)} & \frac{Z^{SV1}(t) - Z_{r0}}{\rho_{r0}^{SV1}(t)} & c \\ \frac{X^{SV2}(t) - X_{r0}}{\rho_{r0}^{SV2}(t)} & \frac{Y^{SV2}(t) - Y_{r0}}{\rho_{r0}^{SV2}(t)} & \frac{Z^{SV2}(t) - Z_{r0}}{\rho_{r0}^{SV2}(t)} & c \\ \frac{X^{SV3}(t) - X_{r0}}{\rho_{r0}^{SV3}(t)} & \frac{Y^{SV3}(t) - Y_{r0}}{\rho_{r0}^{SV3}(t)} & \frac{Z^{SV3}(t) - Z_{r0}}{\rho_{r0}^{SV3}(t)} & c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{X^{SVn}(t) - X_{r0}}{\rho_{r0}^{SVn}(t)} & \frac{Y^{SVn}(t) - Y_{r0}}{\rho_{r0}^{SVn}(t)} & \frac{Z^{SVn}(t) - Z_{r0}}{\rho_{r0}^{SVn}(t)} & c \end{bmatrix} \quad (9.22)$$

míg a paraméterek:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta t_k(t_i) \end{bmatrix} \quad (9.23)$$

A (9.21) egyenlet már – a súlymátrix felvételét követően – megoldható a legkisebb négyzetek módszere szerinti kiegyenlítéssel.

9.3. A fázisméréssel végrehajtott abszolút helymeghatározás kiegyenlítése

Írjuk fel az egyes műholdakra a fázistávolságok közvetítőegyenletét:

$$\Phi_{k,L_1}^j(t_i) = \rho_k^j(t_i - \tau_k^j, t_i) - c\delta t_k(t_i) + c\delta t^j(t_i - \tau_k^j) + \lambda_{L_1} N_{k,L_1}^j + T_k(t_i) - I_k^j(t_i) + v_{\Phi_{k,L_1}^j}(t_i) \quad (9.24)$$

A javítási egyenlet ekkor az alábbi alakot ölti:

$$v_{\Phi_{k,L_1}^j}(t_i) = -\frac{X^j(t_i - \tau_k^j) - X_{k0}}{\rho_{k0}^j(t_i - \tau_k^j, t_i)} \delta x - \frac{Y^j(t_i - \tau_k^j) - Y_{k0}}{\rho_{k0}^j(t_i - \tau_k^j, t_i)} \delta y - \frac{Z^j(t_i - \tau_k^j) - Z_{k0}}{\rho_{k0}^j(t_i - \tau_k^j, t_i)} \delta z - c\delta t_k(t_i) + \lambda_{L_1} N_{k,L_1}^j + [\Phi_{k,L_1}^j(t_i) - \rho_{k0}^j(t_i - \tau_k^j, t_i) - c\delta t^j(t_i - \tau_k^j) - T_k(t_i) + I_k^j(t_i)] \quad (9.25)$$

ahol a szögletes zárójelben szereplő változók a tisztatag vektor elemeit adják.

Több műhold egyidejű észlelésére a javítási egyenletek mátrixos alakba foglalhatóak:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (9.26)$$

ahol \mathbf{A} az alakmátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{X_k}^{SV1} & a_{Y_k}^{SV1} & a_{Z_k}^{SV1} & \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 & c \\ a_{X_k}^{SV2} & a_{Y_k}^{SV2} & a_{Z_k}^{SV2} & 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 & c \\ a_{X_k}^{SV3} & a_{Y_k}^{SV3} & a_{Z_k}^{SV3} & 0 & 0 & \lambda & \cdots & 0 & c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & c \\ a_{X_k}^{SVn} & a_{Y_k}^{SVn} & a_{Z_k}^{SVn} & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & c \end{bmatrix} \quad (9.27)$$

míg \mathbf{x} a meghatározandó paraméterek változásának vektora:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \vdots \\ N_N \\ \delta t \end{bmatrix} \quad (9.28)$$

Vegyük észre, hogy abszolút helymeghatározás esetén – akár kódméréssel, akár fázisméréssel van dolgunk – a súlymátrix diagonálmátrix lesz. A súlyok felvételénél alkalmazhatunk egység súlyokat is, de akár valamilyen magasságfüggő súlyozással is elvégezhetjük a kiegyenlítést.

9.4. Kettős különbségekkel végrehajtott relatív helymeghatározás kiegyenlítése

Írjuk fel a kettős különbségek közvetítőegyenletének rövidített alakját:

$$b_{AB}^{j,l}(t_i) = a_{X_A} \delta x_A + a_{Y_A} \delta y_A + a_{Z_A} \delta z_A + \lambda_{L_1} N_{AB}^{j,l} + v_{\Phi_{AB,L_1}^{j,l}}(t_i). \quad (9.29)$$

A javítási egyenlet ezek alapján egy epochában egyetlen műholdpárra és két vevőre:

$$v_{\Phi_{AB,L_1}^{j,l}}(t_i) = a_{X_A} \delta x_A + a_{Y_A} \delta y_A + a_{Z_A} \delta z_A + \lambda_{L_1} N_{AB}^{j,l} - b_{AB}^{j,l}(t_i) \quad (9.30)$$

Példaként vegyünk 4 közös műholdat (amelyből egyet kiválasztunk referencia-műholdként (azaz a kettős különbségeket ehhez képest határozzuk meg)). Ekkor a javítási egyenletek mátrixos alakban:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (9.31)$$

ahol az alakmátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{X_B}^{jk}(t_1) & a_{Y_B}^{jk}(t_1) & a_{Z_B}^{jk}(t_1) & \lambda & 0 & 0 \\ a_{X_B}^{jl}(t_1) & a_{Y_B}^{jl}(t_1) & a_{Z_B}^{jl}(t_1) & 0 & \lambda & 0 \\ a_{X_B}^{jm}(t_1) & a_{Y_B}^{jm}(t_1) & a_{Z_B}^{jm}(t_1) & 0 & 0 & \lambda \\ a_{X_B}^{jk}(t_2) & a_{Y_B}^{jk}(t_2) & a_{Z_B}^{jk}(t_2) & \lambda & 0 & 0 \\ a_{X_B}^{jl}(t_2) & a_{Y_B}^{jl}(t_2) & a_{Z_B}^{jl}(t_2) & 0 & \lambda & 0 \\ a_{X_B}^{jm}(t_2) & a_{Y_B}^{jm}(t_2) & a_{Z_B}^{jm}(t_2) & 0 & 0 & \lambda \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{X_B}^{jk}(t_n) & a_{Y_B}^{jk}(t_n) & a_{Z_B}^{jk}(t_n) & \lambda & 0 & 0 \\ a_{X_B}^{jl}(t_n) & a_{Y_B}^{jl}(t_n) & a_{Z_B}^{jl}(t_n) & 0 & \lambda & 0 \\ a_{X_B}^{jm}(t_n) & a_{Y_B}^{jm}(t_n) & a_{Z_B}^{jm}(t_n) & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \quad (9.32)$$

a paraméterek megváltozásának vektora pedig:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ N_{AB}^{jk} \\ N_{AB}^{jl} \\ N_{AB}^{jm} \end{bmatrix} \quad (9.33)$$

Ismét megfigyelhetjük, hogy egyetlen epochában a probléma nem megoldható, hiszen 3 koordináta paraméter mellett három ciklustöbbleteltetés paramétert is meg kell oldanunk. Több epochában végzett mérés együttes kiegyenlítésével azonban a feladat a legkisebb négyzetek módszerével megoldható.

9.5. Hálózatban végzett észlelések feldolgozása

A korábbi előadásokon már megmutattuk, hogy kettős különbségeken végzett relatív helymeghatározás esetén hogyan írhatóak fel a javítási egyenletek. A kettős különbségek fiktív mérési eredményeinek kiegyenlítése során alapvetően kétféle stratégia terjedt el a gyakorlatban:

- a bázisvonalankénti feldolgozás, illetve
- a valódi hálózatként történő egységes kiegyenlítés.

A kiegyenlítéskor figyelembe kell vennünk azt a tényt, hogy a kettős különbségek már nem függetlenek egymástól, ezért a súlymátrix már nem lehet egyszerű diagonálmátrix. A megfelelő súlymátrix felvétele után az ismeretlen paraméterek megváltozása meghatározható a legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítéssel.

9.5.1. Bázisvonalanként történő feldolgozás

A bázisvonalanként történő feldolgozás esetén minden bázisvonalat (vektort) egyenként, egymástól függetlenül feldolgozunk, így meghatározzuk a vektort alkotó pontok közötti koordinátakülönbségeket.

N pontból álló hálózat esetén ez összesen $N(N-1)/2$ vektor feldolgozását jelenti, amelyekből csak $(N-1)$ vektor független egymástól.

A bázisvonalanként történő feldolgozás előnyei:

- A fölös vektorok felhasználhatóak a poligonzárások ellenőrzéséhez;
- Más-más mérési periódusban meghatározott ugyanazon két pont közötti vektor külön megoldásként fog szerepelni az eredményekben (ellenőrzési lehetőség pl. pontraállási hibára v. antennamagasságmérésre);
- A különböző mérési periódusokban meghatározott vektorok együtt kiegyenlíthetőek;

A bázisvonalanként történő feldolgozás hátrányai:

- az egyidőben mért vektorok közötti korrelációt elhanyagolja ez a megoldás (minden bázisvonalat egymást követően, külön-külön dolgoz fel).
- valamivel pontatlanabb eredményre vezet, mint az együttes feldolgozás.

Megjegyezzük, hogy a mérnöki célú feldolgozószoftverek túlnyomó többsége a bázisvonalankénti feldolgozást hajtja végre. Az egyes vektorok feldolgozása után lehetőség van még a vektorok hálózatként történő kiegyenlítésére is.

9.5.2. Többpontos együttes kiegyenlítés

Ebben az esetben az egész mért hálózatot egyszerre egyenlítjük ki, így figyelembe vehető az egyes vektorok közötti korreláció is. Ennek bemutatására vegyünk egy ABC háromszögben (ahol A pont a referenciapont) j, k, l, m műholdakra egyetlen epochában végzett észleléseket, majd alakítsuk ki ezekből a kettős különbségeket.

Általános esetben összesen $(n_r-1)(n_s-1)$ különböző kettős differencia írható fel az észlelésekből. Esetünkben $n_r=3, n_s=4$, így 6 különböző kettős differencia állítható fel.

A 6 különböző kettős különbség:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{AB}^{jk}(t) &= \Phi_B^k(t) - \Phi_B^j(t) - \Phi_A^k(t) + \Phi_A^j(t), \\
 \Phi_{AB}^{jl}(t) &= \Phi_B^l(t) - \Phi_B^j(t) - \Phi_A^l(t) + \Phi_A^j(t), \\
 \Phi_{AB}^{jm}(t) &= \Phi_B^m(t) - \Phi_B^j(t) - \Phi_A^m(t) + \Phi_A^j(t), \\
 \Phi_{AC}^{jk}(t) &= \Phi_C^k(t) - \Phi_C^j(t) - \Phi_A^k(t) + \Phi_A^j(t), \\
 \Phi_{AC}^{jl}(t) &= \Phi_C^l(t) - \Phi_C^j(t) - \Phi_A^l(t) + \Phi_A^j(t), \\
 \Phi_{AC}^{jm}(t) &= \Phi_C^m(t) - \Phi_C^j(t) - \Phi_A^m(t) + \Phi_A^j(t).
 \end{aligned} \tag{9.34}$$

Mátrixos alakban pedig:

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}\Phi, \tag{9.35}$$

ahol

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \Phi_{AB}^{jk}(t) \\ \Phi_{AB}^{jl}(t) \\ \Phi_{AB}^{jm}(t) \\ \Phi_{AC}^{jk}(t) \\ \Phi_{AC}^{jl}(t) \\ \Phi_{AC}^{jm}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_A^j(t) \\ \Phi_A^k(t) \\ \Phi_A^l(t) \\ \Phi_A^m(t) \\ \Phi_B^j(t) \\ \vdots \end{bmatrix}. \tag{9.36}$$

A kettős különbségek variancia-kovariancia mátrixa az alábbi alakban írható fel:

$$\mathbf{Q}_{DD} = \sigma^2 \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} \tag{9.37}$$

ami alapján a súlymátrix levezethető:

$$\mathbf{P}_{DD} = (\mathbf{C}\mathbf{C}^T)^{-1} \tag{9.38}$$

Ezt követően a kiegyenlítés a legkisebb négyzetek módszerével már elvégezhető.

9.5.3. A bázisvonalankénti, illetve a többpontos kiegyenlítés összehasonlítása

Általában a bázisvonalankénti kiegyenlítés egyszerűbben megvalósítható (kisebb memóriaigény, egy-egy lépésben kevesebb változó), valamint könnyebb a mérési hibák azonosítása és kiküszöbölése (pl. antennamag. mérés, pontraállítás).

A többpontos kiegyenlítés figyelembe veszi a vektorok közötti korrelációt is, és jobban használható a ciklusgrások javítására.

Általában a nagy pontosságú feldolgozásoknál a többpontos módszer használandó (pl. Bernese), míg a mérnöki gyakorlatban elterjedt feldolgozószoftvereknél a bázisvonalankénti feldolgozás terjedt el.

9.6. Térbeli koordináták átszámítása elkülönült vízszintes és magassági rendszerekbe

Méréseink kiegyenlítését követően megkaphatjuk a paramétereink kiegyenlített értékét és azok variancia-kovariancia mátrixát is. Az ismeretlen koordináták értékét azonban geocentrikus térbeli derékszögű koordinátarendszerben (WGS-84, vagy egyéb realizációk) kapjuk meg, amely értékeket át kell transzformálnunk az országos vagy a helyi koordinátarendszerünkben. A transzformáció során figyelembe kell vennünk azt a tényt, hogy a geodéziai gyakorlatban a vízszintes és a magassági koordinátarendszereink elkülönültek egymástól.

Másrésről azt is tudjuk, hogy a hazai HD-72 dátum paraméterei eltérnek a WGS-84 ellipszoid méretétől és elhelyezésétől is. Emiatt az átszámítás csak úgy lehetséges, hogy azonos pontokat ismerünk a két rendszer között. Ezt a célt szolgálja az Országos GPS Hálózat.

A transzformációs eljárások között megkülönböztetünk egy-, két-, illetve háromdimenziós transzformációkat.

A következőkben az alábbi eljárásokat ismertetjük röviden:

Háromdimenziós transzformációk:

- Térbeli hasonlósági transzformáció;
- Térbeli polinomos transzformáció.

Kétdimenziós transzformációk (pl. a helyi rendszerben csak síkkoordináták adottak):

- síkbeli hasonlósági transzformáció;
- ellipszoidi vetületek alkalmazása;
- azimutokból és távolságokból álló hálózat számítása
- kétlépcsős modell alkalmazása

Egydimenziós transzformáció (magasságmeghatározás):

- magasságok transzformálása geoidmodell segítségével

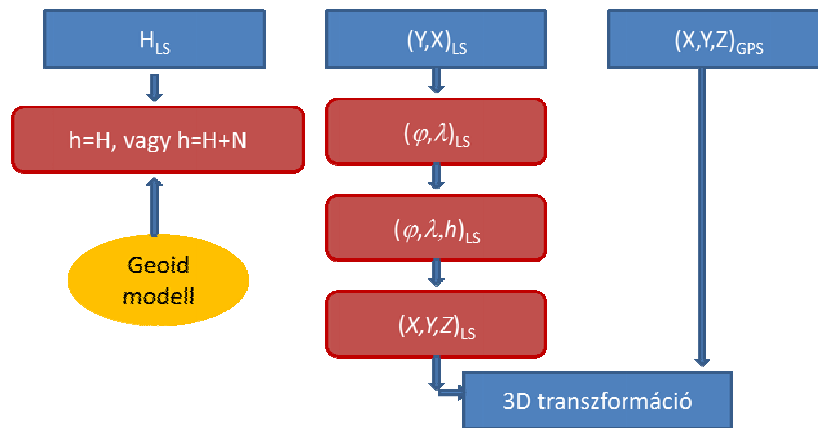
9.6.1. Háromdimenziós transzformációk

9.6.1.1. A térbeli hasonlósági transzformáció

A térbeli hasonlósági transzformáció esetén a két dátumhoz tartozó ellipszoid geometriai középpontjában definiált térbeli derékszögű koordinátarendszerek közötti kapcsolatot állítjuk elő. A WGS-84, ETRS, ITRS rendszerekben ez egyértelmű, hiszen eleve ilyen koordinátákat

kapunk a feldolgozás során. A következőkben áttekintjük, hogy hogyan nyerhetünk térbeli derékszögű koordinátákat az országos rendszerben adott vízszintes és magassági koordinátákból.

A Balti alapszint feletti magasságokból a geoidunduláció elhanyagolásával vagy figyelembevételével ellipszoid feletti magasságokat kaphatunk (9.1 ábra bal oldala). Az EOVS koordinátákból a vetületi egyenletek segítségével első lépésben ellipszoidi koordinátákat számítunk $(\varphi, \lambda)_{LS}$. Ezt követően a korábban meghatározott ellipszoid feletti magasság figyelembevételével előáll a pont ellipszoidi koordinátahármasa $(\varphi, \lambda, h)_{LS}$. Az ellipszoidi koordinátahármasból pedig kiszámíthatjuk az ellipszoid geometriai középpontjában elhelyezett annak tengelyeihez tájolt térbeli derékszögű koordinátarendszerbeli $(X, Y, Z)_{LS}$ térbeli derékszögű koordinátákat a HD-72 dátumban.



9.1 ábra: A 3D térbeli hasonlósági transzformáció folyamatábrája

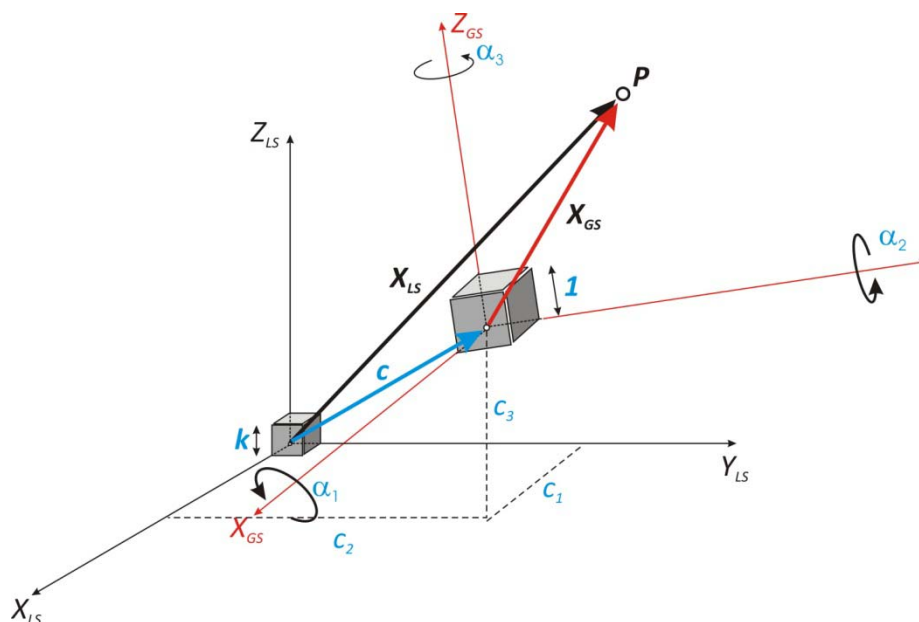
Ezt követően két térbeli derékszögű koordinátarendszer hasonlósági transzformációját kell elvégeznünk a 9.2 ábrának megfelelően. A térbeli hasonlósági transzformációt az alábbi mátrix egyenlet megoldásával oldhatjuk meg:

$$\mathbf{x}_{LS} = \mathbf{c} + k \mathbf{R} \mathbf{x}_{GS} \quad (9.39)$$

ahol az \mathbf{R} forgatási mátrix:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{R}_{\alpha_1} \mathbf{R}_{\alpha_2} \mathbf{R}_{\alpha_3} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 & 0 & -\sin \alpha_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_2 & 0 & \cos \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_3 & -\sin \alpha_3 & 0 \\ \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9.40)$$

A (9.39) és (9.40) egyenletekből látható, hogy azok összesen 7 forgatási paramétert tartalmaznak (3 eltolás, 3 elforgatás és 1 méretaránytényező). Emiatt minimum 3 közös pont szükségeltetik a transzformációs paraméterek meghatározásához. Mivel a közvetítő egyenletek a forgatási mátrix tagjai miatt nem lineárisak, ezért a legkisebb négyzetek módszere szerinti kiegyenlítéshez a közvetítő egyenleteket linearizálni kell. A gyakorlatban joggal feltehetjük, hogy az elforgatási szögek kicsinyek, hiszen a két rendszer tengelyei közel párhuzamosak egymáshoz.



9.2 ábra: A 3D térbeli hasonlósági transzformáció elve

Így a javítási egyenletrendszert az alábbi alakban írhatjuk fel:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x}_P - \mathbf{l} \quad (9.41)$$

ahol:

$$\mathbf{x}_P = [c_x \quad c_y \quad c_z \quad k \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3] \quad (9.42)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & {}_{GS}X_i & 0 & -{}_{GS}Z_i & {}_{GS}Y_i \\ 0 & 1 & 0 & {}_{GS}Y_i & {}_{GS}Z_i & 0 & -{}_{GS}X_i \\ 0 & 0 & 1 & {}_{GS}Z_i & -{}_{GS}Y_i & {}_{GS}X_i & 0 \end{bmatrix} \quad (9.43)$$

és

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} {}_{LS}X_i \\ {}_{LS}Y_i \\ {}_{LS}Z_i \end{bmatrix}. \quad (9.44)$$

Megjegyezzük, hogy a fenti javítási egyenletrendszer az együttthatókat és paramétereket csak 1 közös pontra tartalmazza, több közös pont esetén minden térbeli koordinátával rendelkező pontra további 3-3 javítási egyenletet állíthatunk fel.

A kiegyenlítésből meghatározhatók a transzformációs paraméterek, majd a már ismert transzformációs paraméterekkel meghatározhatjuk a közös pontok transzformált koordinátáit is. A transzformációs eljárás minőségének megítélése érdekében meghatározzuk a közös pontok transzformált koordinátáinak maradék ellentmondásait:

$$\begin{aligned} v_x &= X_{LS} - X_{LS}^* \\ v_y &= Y_{LS} - Y_{LS}^* \\ v_z &= Z_{LS} - Z_{LS}^* \end{aligned} \quad (9.45)$$

ami alapján a transzformált és az eredeti ponthely távolsága is számítható:

$$\Delta L = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} . \quad (9.46)$$

A transzformáció középhibája a maradék ellentmondásokból számítható:

$$m_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{3n-7}} \quad (9.47)$$

Ha a maradék ellentmondásokat a topocentrikus koordinátarendszerbe transzformáljuk, akkor pedig a vízszintes és a magassági középhibákhoz juthatunk:

$$m_H = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_e^2 + v_n^2)}{3n-7}} \quad (\text{vízszintes értelemben}) \quad (9.48)$$

$$m_V = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_u^2)}{3n-7}} \quad (\text{magassági értelemben}) \quad (9.49)$$

A térbeli hasonlósági transzformáció jellemzői:

- A hasonlósági jelleg miatt nem enged torzulásokat. Emiatt nagyon hasznos a közös pontok durva ellentmondásainak feltérképezéséhez.
- Szükség van a vetületi egyenletek ismeretére. Ez okozhat problémát az EOV esetében.
- Mivel a térbeli koordináták a vetületi torzulásokat nem tartalmazzák, a modell nagyobb munkaterületen is alkalmazható.
- Oda-vissza átszámítási lehetőség (paraméterek azonosak, csak ellentétes előjelűek – ha kicsinyek az elforgatások)
- minden közös pontra mindhárom koordinátát ismernünk kell (vagy feltételezéssel élhetünk pl. a magasságra vonatkozóan)

9.6.1.2. Térbeli polinomos transzformáció

A térbeli polinomos transzformáció esetén a GPS térbeli koordináták, illetve a helyi síkbeli koordináták között hatványsorokat írunk fel. Ennek érdekében közös pontok segítségével meghatározzuk a hatványsorok együtthatóit LNM szerinti kiegyenlítéssel. Így helyi (országos) rendszerbeli X koordinátákra például az alábbi polinomot írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} X_{\text{helyi}} = & a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 Z + \\ & a_4 X^2 + a_5 Y^2 + a_6 Z^2 + a_7 XY + a_8 XZ + a_9 YZ + \\ & a_{10} X^3 + a_{11} Y^3 + a_{12} Z^3 + a_{13} X^2 Y + a_{14} X^2 Z + a_{15} XY^2 + \\ & + a_{16} Y^2 Z + a_{17} XZ^2 + a_{18} Z^2 Y + a_{19} Z^2 X \end{aligned} \quad (9.50)$$

A (9.50) egyenletben az első sor tartalmazza az elsőfokú (4 paraméter), az első két sor a másodfokú (10 paraméter) és a teljes képlet a harmadfokú (20 paraméter) polinomos transzformációhoz szükséges paramétereket. Hasonló polinomok (természetesen más együtthatókkal) írhatók fel a további koordinátakomponensekre is. Így a szükséges közös pontok száma megegyezik az egyetlen koordinátakomponens transzformációjához szükséges paraméterek számával.

Ha a minimálisan szükségesnél több közös pont áll rendelkezésünkre, akkor meghatározhatók a polinomegyütthatók kiegyenlített értékei a legkisebb négyzetek módszerével.

A javítási egyenletek:

$$\begin{aligned} v_{X_{helyi}} &= a_0 + a_1X + a_2Y + a_3Z + \dots - X_{helyi}, \\ v_{Y_{helyi}} &= b_0 + b_1X + b_2Y + b_3Z + \dots - Y_{helyi}, \\ v_{Z_{helyi}} &= c_0 + c_1X + c_2Y + c_3Z + \dots - Z_{helyi}. \end{aligned} \quad (9.51)$$

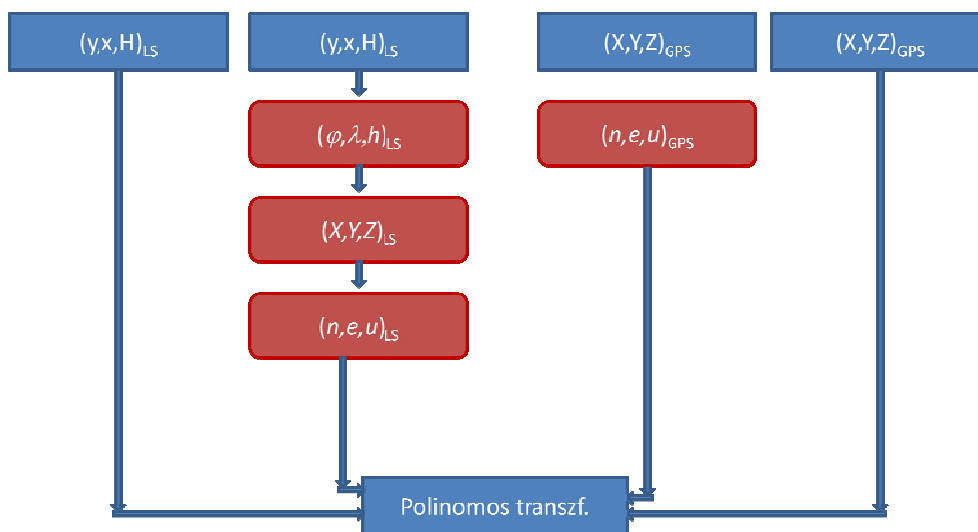
Mivel az egyes koordinátakomponensre felírt polinomok függetlenek egymástól, ezért a normálegyenletrendszert mindhárom koordinátakomponensre külön írjuk fel:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^T &= [1 \quad X \quad Y \quad Z \quad X^2 \quad Y^2 \quad Z^2 \quad XY \quad XZ \quad YZ \quad \dots] \\ \mathbf{N} &= \mathbf{a}\mathbf{a}^T. \end{aligned} \quad (9.52)$$

A térbeli polinomos transzformáció jellemzői:

- a helyi rendszerről nem kell ismerettel rendelkezünk (alapfelület, vetület);
- a vízszintes és a magassági transzformáció elkülönül, így előfordulhat az is, hogy a magassági koordinátákat nem transzformáljuk;
- ha valamelyik koordinátakomponens durva hibával terhelt, akkor az kideríthető;
- a helyi torzulásokat jobban figyelembe veszi -> viszont a durva hibákat elkeni;
- hátránya, hogy jelentős számú közös pontot igényel;
- nagyobb munkaterületen a hasonlósági modellhez képest kisebb maradék ellentmondásokat kapunk, nem kell részekre osztani a területet (mint a hasonlósági modellnél)
- az együtthatók nagy abszolút értékű számok (geocentrikus vs. helyikoordináták), ami numerikus problémákat okozhat -> célszerű áttérni topocentrikus koordinátarendszerbe (ha ismert a helyi rendszer alapfelülete és vetületi egyenletei).

A térbeli polinomos transzformáció folyamatábrája a 9.2 ábrán látható.



9.2 ábra: A térbeli polinomos transzformáció folyamatábrája

9.6.2. Kétdimenziós transzformációk

Kétdimenziós transzformációkat akkor használhatunk, ha

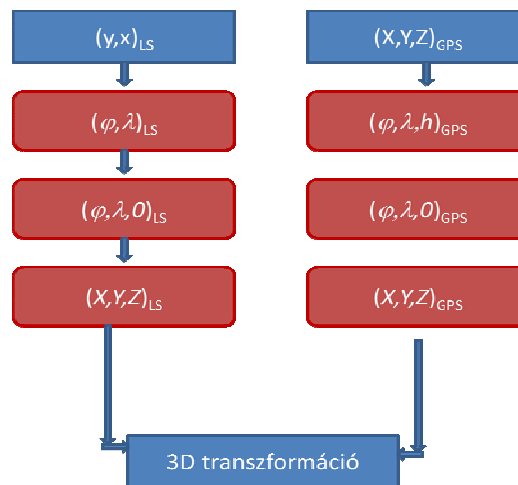
- A helyi rendszerben csak síkkoordináták adottak, magasságok nincsenek;
- a helyi rendszerben nem ismert a kapcsolat a síkkoordináták és a földrajzi koordináták között, így nem tudunk koordinátákat számítani az alapfelületen (pl. mérnökgeodéziai hálózatok!);
- a felhasználónak csak síkkoordinátára van szüksége;
- el kívánjuk különíteni a síkbeli és a magassági transzformációt.

9.6.2.1. Térbeli hasonlósági transzformáció csak vízszintes koordinátákra

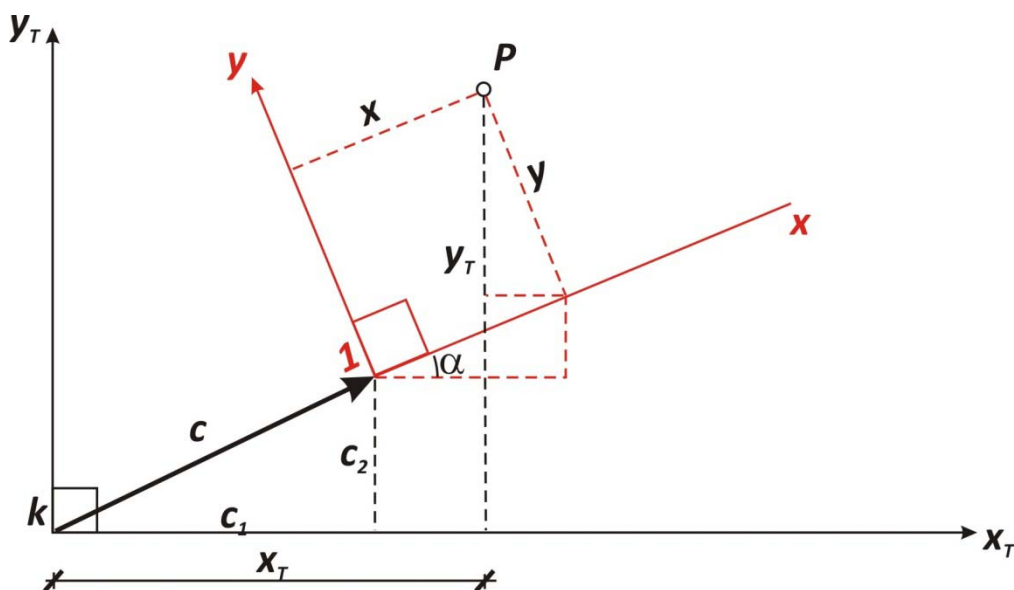
Ez a 3D térbeli hasonlósági transzformáció speciális esete, amikor a helyi rendszerben minden pont ellipszoid feletti magasságát 0-nak tételezzük fel. A transzformáció számítási menete megegyezik a térbeli esettel, folyamatábrája a 9.3 ábrán látható.

9.6.2.2. A kétdimenziós hasonlósági transzformáció

A síkbeli hasonlósági modell alkalmazásához a műholdas helymeghatározásból származó háromdimenziós koordinátákból egy célszerűen megválasztott vetületet felhasználva vetületi koordinátákat számíthatunk, majd az így kapott vetületi koordinátákat transzformáljuk síkbeli hasonlósági transzformációval az országos rendszerbeli vetületi koordinátákká a 9.4 ábra alapján.



9.3 ábra: A térbeli hasonlósági transzformáció alkalmazása csak vízszintes koordinátákra



9.4 ábra: A síkbeli hasonlósági modell

A transzformációs egyenlet:

$$\mathbf{x}_T = \mathbf{c} + k \mathbf{R} \mathbf{x}. \quad (9.53)$$

ahol k a méretaránytényező, \mathbf{c} az eltolási vektor:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}, \quad (9.54)$$

míg az \mathbf{R} forgatási mátrix:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (9.55)$$

Ez összesen 4 paramétert jelent, tehát minimálisan kettő közös pont szükséges a transzformációs paraméterek meghatározásához.

A kétdimenziós hasonlósági transzformáció alkalmazási lehetőségei:

- ha a helyi rendszer alapfelülete nem ismer, vagy pl. mérnökgeodéziai hálózatoknál (pl. építési hálózatban, hogy elkerüljük az alapfelületre és vetületre redukálás okozta méretarány problémákat);
- A GPS rendszerbeli koordinátákat valamilyen ellipszoidi vetületre számítjuk át, majd alkalmazzuk a kétdimenziós hasonlósági transzformációt a GPS vetületi, illetve a helyi koordinátarendszerek között.

9.6.3. Egydimenziós transzformációk

A magasságok transzformálásához a normálmagasságok és az ellipszoid feletti magasságok jól ismert összefüggését használhatjuk fel:

$$H^{GPS} = h^{GPS} - N \quad (9.56)$$

A (9.56) képlet alkalmazásához a geoidunduláció értékét nagy pontossággal kellene ismernünk. Mivel – bár egyre pontosabb geoidmodellek állnak rendelkezésre – a geoidunduláció értéke csak néhány cm pontosan ismert, ezért a fenti egyenlettel csak néhány

cm pontos magasságokat tudunk meghatározni abszolút értelemben. Relatív értelemben azonban a technika mérnöki célra is használható.

Abban az esetben, ha nem áll rendelkezésünkre a geoidunduláció értéke, akkor közös pontok alapján a geoidfelület kis területen síkkal is helyettesíthető. Ebben az esetben a sík paramétereit közös pontok alapján határozhatjuk meg.

10. előadás:

Egységes európai és magyarországi geodéziai alapok

Az előadás keretében röviden bemutatjuk az egyes európai hálózatok főbb jellemzőit, valamint Magyarország hozzájárulását az egységes geodéziai alapok létrehozásában.

10.1. Az EUREF hálózat

Mivel az 1980-as évek során a műholdas helymeghatározás, elsősorban a GPS-technika alkalmazásának elvén alapuló geodéziai hálózatok iránti általános igény folyamatosan növekedett, ezért 1987–1988 folyamán elhatározták a közös európai háromdimenziós geodéziai hálózat (elnevezésére is használatos az EUREF betűszó) és vonatkoztatási rendszer (ETRS89) létrehozását, majd később ennek fokozatos továbbfejlesztését. A GPS-technológia előnyeinek felismerését követően, 1989-ben hajtották végre az első GPS mérési kampányt Európa nyugati felében annak érdekében, hogy a GPS-mérések céljára 15 alapponthálózatot létesítsenek. Az ún. EUREF hálózatot a műholdas lézer- (SLR-) és VLBI állomások európai hálózatára alapozva hozták létre (*1. ábra*). Évenkénti csatlakozó mérési kampányok sorozatával az EUREF hálózat egyre inkább Európa keleti része felé bővült. 2004 végéig csak Fehéroroszország és Oroszország nem csatlakozott a hálózathoz, annak ellenére, hogy Oroszország GPS-mérések alapján már létrehozta saját önálló 3D hálózatát. Az EUREF hálózathoz csatlakozott már Törökország és 2002-ben Örményország is. Az EUREF hálózat létrehozásának célja lényegében kettős:

a) alkalmas vonatkoztatási rendszer (ETRS89) megvalósítása geodéziai és geodinamikai alkalmazásokhoz Európában és

b) transzformációs (átszámítási) paraméterek meghatározása az EUREF és az egyes országok geodéziai hálózatai között.

Az EUREF hálózathoz csatlakozó GPS mérési kampányok eredményeit az EUREF/TWG tekinti át és fogadja el. Az eredmények minősítése céljából a mérési kampány típusától függően (1992 előtti vagy 1992 utáni mérésről, illetve permanens állomások folyamatos méréseiről van-e szó) három pontossági osztályba sorolja a meghatározott koordinátákat:

- *A-osztály*: Mindhárom meghatározott koordináta pontossága 1 cm a mérési időponttól függetlenül. Ilyen pontosságot jelenleg a permanens állomások (EPN) mérései alapján érnek el;

- *B-osztály*: A koordináták pontossága 1 cm, de csak a mérési időtartamra vonatkozóan. Az 1993 óta végzett csatlakozó GPS mérési kampányok eredményei már ebbe a pontossági osztályba sorolhatók;

- *C-osztály*: Az 1989–1992 között végzett GPS-mérésekből nyert koordináták pontossága mintegy 5 cm körüli.

Az EUREF albizottság TWG-ülésein részletesen elemeztük az EUREF-hálózat és vonatkoztatási rendszer bővítésével és további pontosításával kapcsolatos feladatokat. Nyugat-Európa egyes országaiban (pl. Németország, Hollandia, Belgium, Dánia, Svájc, de már Magyarországon is) hozzáfogtak az EUREF-pontok koordinátáinak pontosításához újabb

mérések bevonásával. Ennek oka egyrészt az, hogy az 1989 után végzett mérések – a GPS technika fejlődése miatt – már megbízhatóbbak, másrészt a volt szocialista országok bekapcsolása során nagyobb számú ponton végeztek méréseket. Ennek következtében ebben a

térségben az EUREF-pontok sűrűsége és a koordináták megbízhatósága is nagyobb. (Általános vélemény, hogy az elmúlt évtizedek alatt hagyományos geodéziai módszerekkel felépített vízszintes (háromszögelési) és magassági (szintezési) hálózataink megbízhatósága is

nagyobb a nyugat-európai országok megfelelő hálózatainak pontosságánál.) Számos ország már a sűrítő hálózatot is létrehozta. Állami alapmunkák keretében Magyarország öt ponton végzett GPS-mérésekkel 1991-ben csatlakozott az EUREF hálózathoz. A csatlakozó méréseket 2002-ben 9 ponton (közülük három pontot 1991-ben is meghatároztak) újra elvégezték. A sűrítő hálózat (Országos GPS Hálózat \equiv OGPSH) 1994–1998 között került kialakításra (2. ábra) (Borza, 1998). Az OGPSH-ra vonatkozó eredményeket számítógépes hálózaton is elérhető adatbázisba szervezték. A hagyományos úton előállított és térképészeti munkánk alapját képező EOVA (Egységes Országos Vízszintes Alapponthálózat) megfelelő pontossággal illeszkedik az EUREF-be.

Az EUREF hálózat európai szinten egységes, összefüggő hálózat, amelynek vonatkoztatási rendszere az ETRS89, amely az európai kontinenssel együtt mozog. Több ország (Dánia, Horvátország, Lengyelország és Norvégia) ma már az ETRS89 vonatkoztatási rendszert nemzeti koordináta-rendszerként is alkalmazza. Magyarországon a jelenlegi földmérési gyakorlat értelmében a GPS-mérések vonatkoztatási koordináta-rendszerében nyert koordinátákat átszámítjuk EOVA vetületi síkkoordinátákká és balti magasságokká. Nemzetközi

együttműködéseink során viszont már az ETRS89 alkalmazása a célszerű. Az EUREF hálózat világviszonylatban napjaink legjobban szervezett regionális hálózata és kielégíti az alaphálózattal szemben támasztott legmagasabb pontossági követelményeket is. Ez a hálózat a gerince az egyes országok GPS-hálózatának és alapul szolgál a légköri és geodinamikai vizsgálatokhoz.

10.2 Az EUREF permanens GPS-hálózata (EPN)

A folyamatosan üzemelő, ún. permanens GPS állomások európai hálózatának (EUREF Permanent Network \equiv EPN) alapvető szerepe van az EUREF hálózat ETRS89 vonatkoztatási rendszerének folyamatos fenntartásában és a geodinamikai vizsgálatokban. A hálózatban 2005 januárjában 166 permanens GPS-állomás működött Európa-szerte (3. ábra). A hálózat létrehozását 1995-ben kezdték el és azóta folyamatosan (évente átlagosan 14 állomással) bővül. Az EUREF permanens GPS hálózatban Magyarországot négy állomás képviseli: 1996 márciusa óta PENC (a FÖMI KGO referenciapontja), továbbá 2001-től OROS (Orosháza), 2002-től NYÍR (Nyírbátor), valamint 2004-től BUTE (a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke; <http://www.geod.bme.hu>) elnevezésű pontok.

Az EUREF permanens GPS hálózat az egész Földre kiterjedő (globális) IGS (Nemzetközi GNSS Szolgálat) hálózat európai kontinensre vonatkozó sűrítő hálózatának tekinthető. Az IGS a Föld felszínén globálisan eloszló, több mint 300 folyamatosan üzemelő GPS-állomás hálózatán alapszik. A GPS-műholdak pályaelemeinek és órahibáinak legpontosabb meghatározását végzik és alapvető hozzájárulást képeznek a jelenleg legpontosabb globális vonatkoztatási rendszer, az ITRS megvalósításában. Az EPN-állomások nagy pontosságú GPS-vevő berendezései jól meghatározott és részletesen

kidolgozott szabványok és előírások alapján működnek, amelyek biztosítják az EPN hatékonyságát és szolgáltatásainak magas minőségét. Az állomások mérési anyagát több adatközpont gyűjti, majd 16 feldolgozó központ értékeli ki (heti ún. SINEX-fájlokat szolgáltatva). A feldolgozás egységes számítási elvek szerint történik, minden állomást legalább három központnak kell feldolgoznia. A FÖMI-KGO az EPN egyik ilyen feldolgozó központja, a Bernese-programmal heti rendszerességgel végzi mintegy 20 permanens állomás méréseinek az analízisét. A feldolgozó központok által előállított heti megoldásokból az EPN kombinációs központban (BKG, Frankfurt) ún. kombinált heti SINEX-megoldást vezetnek le. A levezetett koordináták pontossága vízszintes értelemben 1–3 mm, magassági értelemben pedig 6 mm körül van. Az EPN gyakorlati irányítását, a munkálatok összehangolását Brüsszelben, a Belga Királyi Obszervatóriumban (ORB) működő központi iroda (EPNCB) végzi, weboldalán (<http://www.epncb.oma.be>) részletes információk találhatóak az EPN felépítéséről, feladatairól és eredményeiről. A kombinált heti SINEX-fájlok szabadon elérhetők a fenti weboldalon. Az EPN természetszerűleg alapvető szerepet játszik Európában az egész kontinensre kiterjedően a tektonikus deformációk nyomon követésében, a hosszú távú időjárásmonitorozásban és a GNSS-adatok internetes alapú szétterjesztéséhez (EUREF-IP projekt keretében) szükséges szabványok és hatékony működési feltételek kidolgozásában. Az EUREF-IP projekt célja a helymeghatározási célú adatoknak hozzáférhetővé tétele a mobil térképezés számára, valamint valós idejű információk szolgáltatása a nagy ipari szerkezetű építkezések, a térinformatika, a helymeghatározás és a navigáció céljára. A gyakorlati alkalmazások bővítése (pl. valós idejű pályameghatározás és az ionoszféra/troposzféra paraméterek becslése) céljára egyre több EPN-állomás méréseit fogják bevonni a hálózatba. Az EUREF-IP projektben Magyarországról a FÖMI-KGO (Penc) és a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke (BUTE) vesz részt. A koordináta-idősor analízis elnevezésű projekt kidolgozását a FÖMI-KGO-ban végzik. A projekt feladata a permanens állomások idősorának elemzése. A javított idősorok lehetővé teszik az egyes állomások sebességének pontosabb meghatározását, támogatják az ETRS89 vonatkoztatási rendszer pontosabb fenntartását. A hálózat pontjain végzett folyamatos mérések eredményeiből nyert koordináta-idősorok (egészében véve jó összhangban az ún. NNR-NUVEL1A jelű, a nemzetközi szakmai közösségek által elfogadott geofizikai-geológiai táblamozgási modellből nyert eredménnyel) jól mutatják, hogy az eurázsiai táblalemez mintegy 2–3 cm/év sebességgel mozog ÉK-irányban az ITRS geocentrikus vonatkoztatási rendszer koordináta-rendszerében. A 2.2 előadárészben már említettük, hogy az ITRS és az ETRS89 vonatkoztatási rendszerek egyes megvalósulásai (ITRF_y és ETRF_y) közötti átszámítás nagy pontossággal elvégezhető. A szóban forgó transzformáció számszerűen figyelembe veszi az ITRF89 és az aktuális ITRF_y koordináta-rendszerek kezdőpontjai közötti eltéréseket, valamint az eurázsiai táblalemez szögsebességének három összetevőjét az adott ITRF_y-rendszerben. Lehetőség van azonban az európai kontinensen belüli mozgásviszonyok számbavételére is, ha az adott pontokban ismertek lennének a földfelszíni sebességértékek az ETRS89-rendszerben. Mivel ezek az EPN-pontokban ismertek, ezért ezek alapul vételével ún. *sebességmező*-modell kidolgozását kezdték el megfelelő sűrűségben az európai kontinens egészére vonatkozóan. A GPS-méréseken alapuló helymeghatározás pontossága már olyan magas szintet ért el, hogy szükség van a kontinensen belüli sebességadatokra a szükséges transzformáció (ITRF_y → ETRF89) még pontosabb elvégzéséhez. De alapvető szerepet játszanak az európai kontinens igen bonyolult földfelszíni mozgásviszonyainak (aktív szeizmikus tevékenység a Földközi-tenger térségében, Kárpát–Balkán régió recens kéregmozgása, a Skandináv-tábla emelkedése, stb.) modellezésére is. Az EUREF és az EPN az összes tevékenységének kifejlesztésére jól összehangolt szervezeti keretet alakított ki a közreműködő intézetek számára az együttműködés, az erőforrások megosztása, továbbá a GNSS (Global Navigation Satellite System, globális navigációs műholdrendszer) követési és kiegészítő adatok, valamint más

kapcsolódó szolgáltatások nyilvánosan elérhetővé tétele céljából. Ez a szervezeti keret képezi a háttérét a SCIGAL (Earth Science Applications using GALILEO) elnevezésű projektnek, amely a GALILEO elnevezésű navigációs műholdrendszer használatán alapuló földtudományi alkalmazások témakörére terjed ki. A SCIGAL projekt azt tűzi ki célul, hogy egy operatív európai GNSS állomáshálózati infrastruktúrát hozzanak létre a GALILEO és a GPS navigációs műholdrendszer teljes körű alkalmazhatósága vizsgálatára, abból a célból, hogy nagy pontosságú alkalmazásokat biztosítson a geodézia, a geofizika, a meteorológia, az időszolgáltatás és a navigáció területén, amelyek a jelenlegi helyzethez képest előrelépést jelentenek. További cél még annak elérése, hogy Európa világelső legyen a GNSS-kutatás, különösen a GALILEO rendszer kiterjedt alkalmazásának területén. Az EPN-állomásokat alapul véve hozzák létre az egyes országok az aktív (folyamatosan üzemelő) GPS-hálózatukat úgy, hogy a pontos helymeghatározáshoz szükséges információt interneten keresztül továbbítják az egyre szélesebb felhasználói kör számára. Így pl. Magyarországon a FÖMI-KGO 2003-ban kezdte meg **gpsnet.hu** elnevezésű aktív GNSS hálózat kiépítését. A KGO-ban üzemeltetett hálózat a BME állomásával (BUTE) együtt 35 permanens állomásból áll. Az állomások 60 km-es körzetében kétfrekvenciás vevővel egy órán belül 1–3 cm pontossággal végezhető pontmeghatározás geodéziai utófeldolgozó szoftverekkel. Valós időben differenciális korrekciókat használva kód méréssel az elérhető pontosság 1 m körül van. Viszont ún. RTK korrekciókat használva fázisméréssel a permanens állomások 35 km-es körzetében néhány cm-es pontosságú helymeghatározás érhető el valós időben (4. ábra, <http://www.gpsnet.hu>).

10.3. Egységes európai magassági hálózatok (UELN, EUVN)

A kontinentális kiterjedésű európai geodéziai alapok létrehozása a vízszintes és a GPS mérésen alapuló 3D koordináták mellett egységességet igényel a magassági összetevőben is. A digitális kartográfiai adatbázisok európai szintű hasznosításához egységes magassági rendszerre van szükség. Mivel Európa mindegyik országa a saját nemzeti magassági rendszerét használja még mind a mai napig, ezért az IAG EUREF albizottsága és a CERCO VIII. (felsőgeodézia) munkabizottsága 1994-ben határozta el, és ajánlásban fogalmazta meg az egész kontinensre kiterjedő egységes európai magassági rendszer létrehozását. Ezt első lépésben a nyugat-európai országok elsőrendű szintezési hálózatainak egységbefoglalásával korábban létrehozott egységes európai szintezési hálózat (UELN55, UELN73) fokozatos kiterjesztésével, pontosításával és újraszámításával alakítják ki. Az UELN95 elnevezés alatt újjólag elkezdett egységes európai szintezési hálózat létrehozásának célja az, hogy

- a) egységes magassági dátumot létesítsenek Európában 0,1 m-es pontossági szinten a gyakorlati alkalmazás céljára, melyet az európai országok közötti együttműködés erőteljesen igényel, és
- b) a jelenkori kéregmozgás tudományos vizsgálata céljára szélső pontosságú kinematikus hálózatot létesítsenek az IAG keretei között.

A vonatkozó projekt keretében az egységes európai szintezési hálózatot (UELN95) újból kiegyenlítették, majd fokozatosan bővítették a Közép- és Kelet-Európa országai felsőrendű szintezési hálózatának csatlakoztatása alapján. A hálózat (UELN95/98) jelenlegi alakzata a 5. ábrán látható.

Az UELN magassági kiinduló pontja Amszterdam (amszterdami alapszint). Magyarország EOMA (egységes országos magassági alapponthálózat) I. rendű hálózatára vonatkozó geopotenciális számokat 1994-ben adtuk át a hannoveri feldolgozó központba. Ezzel Magyarország a kelet-közép-európai országok közül elsőként csatlakozott az UELN-hez. Az eredmények alapján hazánk szintezési hálózata minőségileg a legjobb (6. ábra) (az 1 km-es szintezési hosszra vonatkozó egységsúlyú mérés középhibája Magyarország hálózata esetén a legkisebb, amelynek értéke $0,50 \text{ kgal} \cdot \text{mm}$). A szintezési hálózatok európai szintű egységbe foglalását folytatják. 1997-ben egy GPS mérési kampány (EUVN97), valamint szintezési és gravimetriai adatok felhasználásával hozták létre az európai magassági vonatkoztatási hálózatot (European Vertical GPS Reference Network \equiv EUVN) (7. ábra). Az EUVN hálózatot az EUREF, továbbá a nyugat-európai országok korábbi UELN magassági hálózata, a volt szocialista országok egységes szintezési hálózata (United Precise Levelling Network \equiv UPLN), valamint az európai mareográf-állomások hálózata (European Primary Tide Gauge Network \equiv EPTN) kiválasztott pontjai alkotják.

Az EUVN97 mérési kampányban Magyarország is részt vett négy ponttal (Penc, Nadap, Baksipart és Csanádalberti). Az EUVN létrehozásának célja a következőkben foglalható össze.

1. Egységes magassági vonatkoztatási rendszert biztosít az EUREF hálózat valamennyi pontjának magassági értéke számára cm-es pontossági szinten. Ennek értelmében valamennyi EUVN pont számára az ETRS89-rendszerben háromdimenziós térbeli derékszögű koordinátákat (X,Y,Z) és az amszterdami alapszintre vonatkozóan geopotenciális számot (K_P) számítottak.

2. Összekapcsolja a különböző európai magassági dátumokat (UELN, UPLN) és a nemzeti magassági rendszereket, amelyek különböző magassági mérőszámokat és eltérő alapszinteket használnak. A mérési kampány hozzájárult az európai magassági rendszerek egységbe foglalásához az UELN keretében.

3. Alappontok hálózatát biztosítja az európai geoidfelület és az egyes országok geoidképeinek meghatározása számára. (Jelenleg nincs Európában a kontinenst lefedő néhány cm-es pontosságú geoidfelület.)

4. Hozzájárul a különböző tengerszintek összekapcsolásához az európai partvonalak mentén, és végül 5. alappontok hálózatának szerepét tölti be a Skandináv-tábla és például a Kárpát- Balkán régió emelkedésének vizsgálatához alapul szolgáló geokinematikai magassági vonatkoztatási rendszer céljára.

Az UELN95/98 és az EUVN97 adataiból nyert egyik legfontosabb eredmény az egyes országok magassági alapszintje és az amszterdami alapszint közötti magassági eltérések meghatározása (8. ábra). A nyert magasságkülönbségek a vonatkozó magassági alapszintek közötti átszámításra használhatók fel, amelyeket a gyakorlatban alkalmaznak is. További érdekes és értékes eredmény, hogy az EUVN97 mérési kampány időpontjára (1997.5) meghatározták a mérési kampányban részt vett mareográf-állomásokban a középtengerszinteknek a GPS/szintezési adatokból kapott geoidmegoldás által képviselt szintfelülethez viszonyított magasságát. A nyert magassági értékek mértéke -44cm és $+31\text{cm}$ között váltakozik, amely további beható vizsgálatot igényel. Megjegyezzük, hogy az ismételt szintezési és gravimetriai mérések adatainak, valamint az EUREF permanens GPS-állomáshálózat eredményeinek felhasználásával az EVS2000 (European Vertical System 2000) elnevezésű program keretében előkészítés alatt áll az ún. **geokinematikai** hálózat

adatbázisának létrehozása és feldolgozása. Ebből a szempontból öröndetes tény, hogy több európai ország az utóbbi években újramérte, illetve a közeljövőben újraméri szintezési hálózatát. Ezek a következők: Dánia (2001), Svédország (2003), Finnország (2004), Észtország (2005), Lettország (2005), Litvánia (2005) és Norvégia (2006). A Skandináv-tábla emelkedésének nagypontosságú vizsgálatához értékes hozzájárulást képeznek a nyert mérési eredmények. (Itt említjük meg, hogy Magyarország elsőrendű szintezési hálózatának újramérése is már évek óta időszakos lett.) Az európai kontinenst lefedő, EVS2000 elnevezésű kinematikai hálózat tervét 1996-ban dolgozták ki. Az UELN adatoknak e célra történő használatának eredeti tervét valójában nem lehetett teljes körűen megvalósítani, mert csak néhány országban áll rendelkezésre ismételt szintezésből származó adathalmaz. Ezért gyakorlatilag kontinentális kiterjedésben nem, csak regionális szinten végezhető ismételt szintezési adatok alapján kéregmozgás-vizsgálat. További óriási nehézségeket jelent az ismételt szintezésből nyert megfelelő adatok gyűjtése, ellenőrzése és előkészítése. Tekintettel az említett szempontokra, az ECGN (European Combined Geodetic Network) elnevezésű projekt keretében azt határoztuk el, hogy növeljük meg a célra felhasználható adatok típusát. Így mindenképpen felhasználható az állomásokon végzett abszolút (vagy szupravezető) graviméterek méréseinek időszora, a mareográf-állomások folyamatos mérései. Különös figyelmet érdemel az abszolút graviméteres és a permanens GPS-mérések együttes kiértékelése (<http://www.bkg.bund.de/ecgn>).

10.4. Az egységes európai gravimetriai hálózat (UEGN)

Az 1990-es évek elején elkezdték az egységes európai gravimetriai hálózat (Unified European Gravimetric Network \equiv UEGN) fokozatos létrehozását, amely kiegészíti és teljessé teszi Európa előbbi pontokban leírt geodéziai hálózatait, továbbá hozzájárul az erősödő egyesítési törekvésekhez Európában. Az UEGN alapvető szerepet játszik a geopotenciális mérőszámok számításához és a geoid európai felületdarabjának meghatározásához szükséges gravimetriai adatok egységességének biztosításában. Az európai geokinematikai hálózat (EVS2000) ismételt nehézségi (g-) méréseinek is az UEGN-re kell vonatkozniuk. Az elengedhetetlenül szükséges geopotenciális mérőszámok számítása miatt az UEGN az UELN hálózattal azonos fontosságú geodéziai hálózat Európában.

Első lépésként 11 nyugat-európai ország gravimetriai alaphálózatát foglalták egységbe. A hálózatok 1994. évi együttes kiegyenlítése alapján létrehozott egységes hálózat (UEGN94) 499 abszolút gravimetriai alappontból és mintegy 15 000 relatív gravimetriai pontból áll. Az UEGN94 hálózat pontkatalógusába öt magyarországi gravimetriai alappontot (Fertőd, Hegyeshalom, Kőszeg, Sopron és Vöcsej) is bevontak, amelyek közül Kőszeg abszolút gravimetriai pont. A magyarországi új országos gravimetriai hálózat (MGH-2000) létesítésekor egy 46 pontból álló kerethálózatot alakítottak ki, melynek pontjai

alkotják az UEGN 2004-re tervezett bővített változatának (UEGN2004) magyarországi szakaszát.

Megjegyezzük, hogy az UEGN fokozatos kiépítését segítette a UNIGRACE projekt is, amelynek keretében Közép-Európa országai gravimetriai hálózatait kapcsolták össze EU pénzügyi támogatással. A projekt keretében hazánkban Pencen (FÖMI/KGO) létesítettek abszolút gravimetriai állomást, amit az ELGI bekapcsolt az

országos gravimetriai hálózatba.

10.5. Háromszögelési alaphálózatok egységbefoglalása

A hagyományos háromszögelési alaphálózatok összekapcsolását az ED87 (European Datum 1987) geodéziai dátum vonatkozási rendszerében végezték. Hazánk I. rendű háromszögelési hálózatát a volt csehszlovák I. rendű hálózattal együtt kapcsolták be a (nyugat-európai országok) korábbi ED87 hálózatába. A közös kiegyenlítést Hayford-ellipszoidon végezték. A kiegyenlítésbe az I. rendű hálózatunk teljes mérési anyagát (150 pont iránymérése, 49 közvetlen mért távolság, 40 Laplace-azimut), valamint az 1982–85. évi műholdas Doppler-mérések eredményeit is bevontuk. A szükséges számításokat 1991–93 között végeztük el. Az ország nyugati részén a magyar gyenge határctatlakozások megerősítésére 1993. októberben GPS mérési kampányt szerveztünk Ausztria, Csehország, Magyarország, Szlovákia és Szlovénia részvételével, összesen 29 ponton. Magyarország 12 ponttal vett részt a mérési kampányban. Az ED87-rendszerbeli végleges koordinátákat 1994-ben kaptuk meg a kiegyenlítést végző Bajor Tudományos Akadémia megfelelő intézményétől, amelyeket tudományos vizsgálatainkban már felhasználtunk.

A vízszintes alaphálózatok európai szintű összekapcsolását nem folytatják, bár tudományos szempontból rendkívül értékes lenne (különösen az ED87 és az EAGH83 hálózatok együttes

kiegyenlítése).

Megjegyzem, hogy Nyugat-Európában az alapvetően katonai szervezetek keretében létesített ED50 hálózat és geodéziai dátum eredményei sem voltak nyilvánosan hozzáférhetők. A Magyarországra vonatkozó hálózatrész ED50-rendszerbeli adataihoz csak néhány éve jutottunk hozzá.

(Az előadás keretében bemutatásra kerülő időszerű ábrákat az előadási tanórán osztjuk ki. Ezek feliratai a következők:

1. ábra. Az EUREF hálózat pontjai (a 2001. évi helyzetnek megfelelően)

2. ábra. Az országos GPS-hálózat (OGPSH) pontjai

3. ábra. Az EUREF permanens GPS-állomások hálózata (EPN)

4. ábra. A **gpsnet.hu** működő RTK-állomásainak eloszlása

5. ábra. UELN95/98 jel_ egységes európai szintezési hálózat

(a 2002. évi helyzetnek megfelelően) 21

6. ábra. A kiegyenlített geopotenciális mérőszámoknak az amszterdami mareográf-állomás magassági nullapontjához viszonyított középhibáink a [kgal.mm]- egységben feltüntetett izovonalai.

7. ábra. Az EUVN97 mérési kampány hálózata

8. ábra. Az egyes európai országok magassági alapszintje és az amszterdami alapszint közötti magassági eltérések centiméterben)

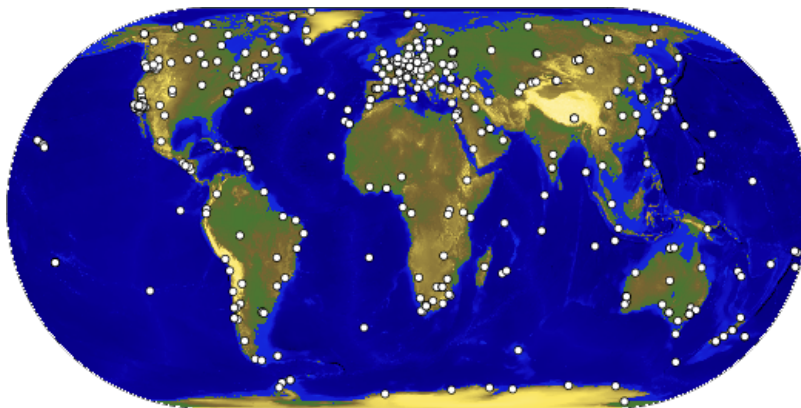
11. előadás:

2. zárthelyi dolgozat. A Nemzetközi GNSS szolgálat tevékenysége és szolgáltatásai

A GNSS technika alkalmazásához elengedhetetlen a műholdak koordinátáinak ismerete. Mint azt már a korábbiakban is láthattuk, a geodéziai pontossági igény kielégítéséhez elegendőek a fedélzeti pályamegoldások, ugyanakkor szélsőpontosságú helymeghatározáshoz (pl. geodinamikai vizsgálatokhoz vagy nagy kiterjedésű kontinentális illetve világhálózatok feldolgozásához) már pontosabb pályamegoldásokra van szükségünk.

A GPS konstelláció teljes kiépítettsége (1990) után a műholdas helymeghatározás egyre nagyobb szerephez jut a földmegfigyelésben. A technika felhasználható – a teljesség igénye nélkül – a földkéreg deformációinak vizsgálatára, a légkör vízpáratartalmának meghatározására, az ionoszférában található szabad elektronok sűrűségének meghatározására, tsunami előrejelzésre, stb. Annak érdekében, hogy ezeket a nagy pontossági igényű feldolgozásokat meg lehessen valósítani, a Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG) 1993-ban létrehozta a Nemzetközi GPS Geodinamikai Szolgálatot (mai nevén Nemzetközi GNSS Szolgálatot). Az IGS 1996 óta tagja a Csillagászati és Geofizikai Adatelemző Szolgálatok Szövetségének (Federation of Astronomical and Geophysical Data Analysis Services, FAGS), és tevékenysége során szorosan együttműködik a Nemzetközi Földforgás és Vonatkoztatási Rendszerek Szolgálatával (International Earth Rotation and Reference Systems Service – IERS).

Az IGS több mint 430 globálisan elhelyezkedő (11.1 ábra), folyamatosan üzemelő (permanens) GPS követőállomást foglal magában. Az állomások több mint 200 közreműködő szervezet tulajdonában vannak világszerte.



11.1 ábra: Az IGS követőállomás hálózata

A követőállomások közül több mint 50 atomórával is fel van szerelve, ezek közül választják ki a vonatkoztatási rendszer keretállomásait. A mérési adatokat több regionális adatközpont gyűjti és tárolja általában 24 óránként napi fájlokban gyűjtve, de számos állomás óránként is továbbítja az észleléseit. 2007. óta több állomás részt vesz az IGS valósidejű programjában, amelynek keretében az állomások adatait már nem csak minden egész órát követően, hanem akár valós időben is el lehet érni az Interneten.

Az összegyűjtött méréseket 10 analízis központ dolgozza fel napi rendszerességgel. A feldolgozások során többféle szoftvert is használnak annak érdekében, hogy a szoftverfüggő hibákat is csökkenteni lehessen. Az Európában elhelyezkedő analízisközpontok:

- Center for Orbit Determination in Europe, Berni Egyetem Csillagászati Intézete, Svájc;
- European Space Operations Center (ESA-ESOC), ESA, Németország;
- GeoForschungsZentrum, Németország;
- Geodetic Observatory Pecny, Csehország.

Az egyes központok által meghatározott pályamegoldásokból egy-egy kombinált pályamegoldást állítanak elő a felhasználási cél függvényeként. Jelenleg az IGS háromféle pályamegoldást szolgáltat:

- IGS ultra-rapid pályamegoldás: a valósidejű és a közel valósidejű felhasználók számára készült, amely egy 24 órás mérésen és 24 órás előrejelzésen alapuló pályamegoldás. A megoldás pontossága geometriai értelemben 5 cm-re tehető, míg az órahibák megbízhatósága 1,5 ns. A pályákat naponta négyszer frissítik.
- IGS rapid pályamegoldás: minden nap 17 órakor az előző napi pályamegoldást teszik elérhetővé. Ezt döntően utófeldolgozások pontosságának növelésére használják. A megoldás pontossága geometriai értelemben 2,5 cm-re tehető, míg az órahibák megbízhatósága 25 ps.
- IGS Final pályamegoldás: általában a mérést követően mintegy két héttel (minden csütörtökön) kerülnek fel az ún. precíz pályamegoldások. A megoldás pontossága geometriai értelemben 2,5 cm-re tehető, míg az órahibák megbízhatósága 20 ps. Geodinamikai célra vagy szélső pontosságú helymeghatározáshoz ezt a pályamegoldást használjuk.

Foglaljuk össze az IGS különféle szolgáltatásait az alábbi listában:

1. Az összes GPS mesterséges holdra nagy pontosságú pályadatokat szolgáltat a fentiek szerint. Megjegyezzük, hogy ezen kívül a GLONASS rendszerre is szolgáltat az IGS pályamegoldást, de az utóbbira csak a két hét késleltetéssel elérhető precíz pályamegoldást határozzák meg.
2. A pályamegoldásokban szerepelnek a műhold órahibák értékei is.
3. földforgás-paramétereket (Earth Rotation Parameters, ERP), amelyek x,y pólusmozgási és (UT1-UTC) időadatokat tartalmaznak.
4. Az IERS-sel együttműködve az IGS hozzájárul követőállomásai ITRS-re (ITRFyy) vonatkozó koordinátáinak és sebességadatainak nagy pontosságú meghatározásához.
5. Valamennyi IGS követőállomáson fázis- és pszeudotávolság méréseket biztosít napi és/vagy óránkénti gyakorisággal úgynevezett vevőfüggetlen (RINEX) formátumban.

Az adatokat és termékeket a különféle adatközpontokban érhetjük el (Global Data Centers). Európában a francia Nemzeti Geográfiai Intézet látja el az adatközpont szerepét, ugyanakkor a német Kartográfiai és Geodéziai Szövetségi Hivatal (Bundesamt für Kartografie und Geodäsie, BKG) szintén fenntart egy adatközpontot (<http://igs.bkg.bund.de>), amelyben az IGS adatok és termékek mellett az európai EUREF permanens állomások hálózatának adatai is elérhetőek.

12. előadás:

A magyarországi GNSS infrastruktúra harmadik generációja. A globális helymeghatározás várható fejlődése. Az állapot-tér modellezés.

12.1. A GNSS infrastruktúra harmadik generációja

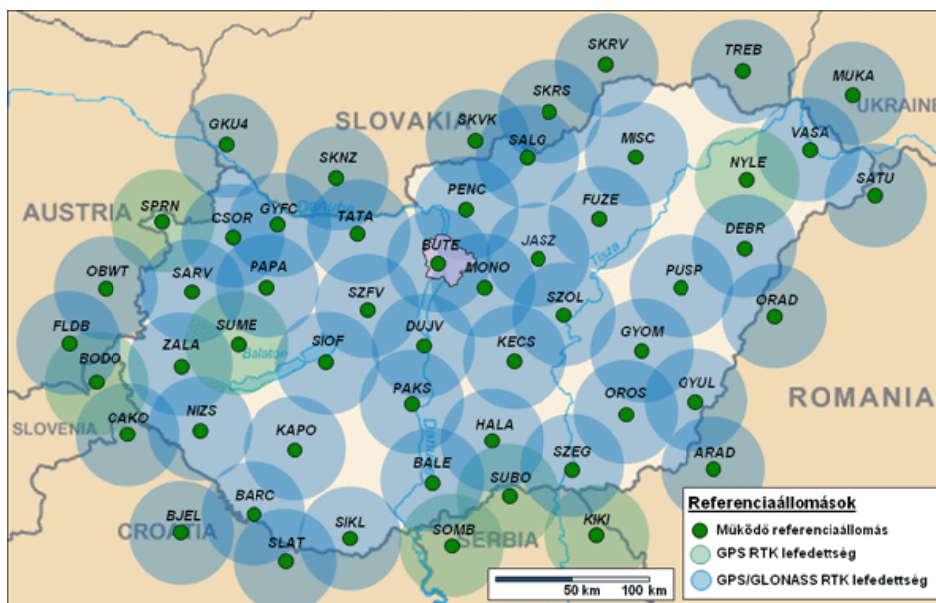
A GNSS (*Global Navigation Satellite System*) elnevezés magába foglalja a műholdas helymeghatározás ún. alaprendszerei (GPS, GLONASS, Compass, Galileo) mellett azokat a kiegészítő (kiterjesztő) rendszereket, amelyek rendeltetése az országos (összekapcsolt rendszerek esetében akár kontinensnyi méretű) használat biztosítása, továbbá a helymeghatározás biztonságának és pontosságának a növelése.

Mind a DGPS, mind az RTK fogyatékosága, hogy az egyetlen referenciavevő hatáskörzete erősen korlátozott, emellett a referenciavevő hibás működése esetén az új pontok is hibásak lesznek, a referenciavevő üzemképtelensége esetén pedig a rendszer sem működik. Ezen a fogyatékoságon segít, ha az ország területén ismert pontokon folyamatosan működő ún. permanens állomásokként referenciavevőket üzemeltetünk.

A hazánkban kiépített GNSS-infrastruktúrának több generációja volt. Az első generációs GNSS infrastruktúrát az Országos GPS Hálózat jelentette. Ez az Egységes Országos Vízsíntes Alaphálózat pontjaira támaszkodó hálózat, amely 1153 pontból áll. Az Országos GPS Hálózat létesítésének egyik célja az volt, hogy az egész ország területén maximálisan 10 km-es vektorhosszak mérésével relatív helymeghatározást lehessen megvalósítani. Ehhez meghatározták a már említett 1153 pont WGS-84 koordinátáit. Mivel az OGPSH pontok egyben az EOVA tagjai, így minden pont nem csak WGS-84, hanem EOVS koordinátákkal is rendelkezik. Ennek köszönhetően megvalósíthatóvá vált a WGS-84 koordinátarendszerben GPS technikával mért koordináták beillesztése az EOVS vetületi koordinátarendszerébe.

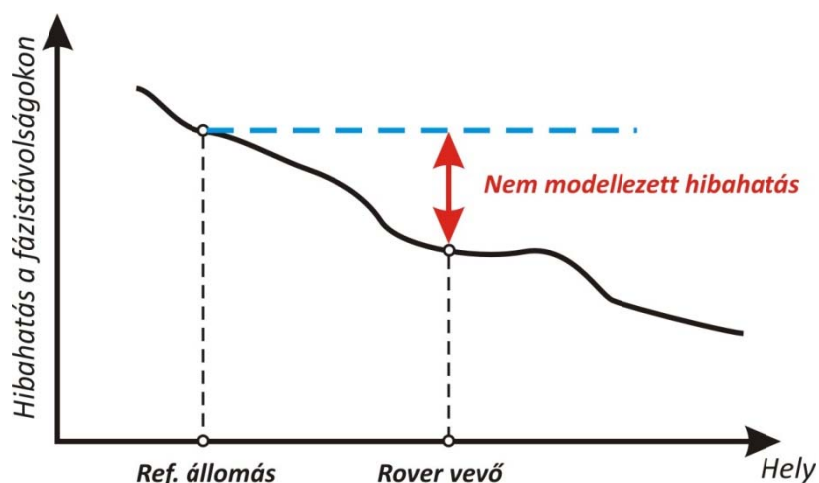
A második generációs hálózat (1997-2005) célkitűzése az volt, hogy a felhasználóknak a relatív helymeghatározási eljárásához ne kelljen ismert koordinátájú ponton felállított referenciavevőt (bázisállomást) használniuk. Ennek eléréséhez az országban nagyjából egyenletesen 12, folyamatosan üzemelő referenciaállomást helyeztek üzembe. Egy-egy állomás hatósugara gazdasági megfontolások miatt 50 km volt. Az állomások adatait a fenntartó Földmérési és Távérzékelési Intézetől vásárolhatták meg a felhasználók.

Az 50 km-es hatótávolság azonban nem tette lehetővé a cm pontos RTK helymeghatározást, mivel a relatív helymeghatározás pontossága a bázisvonalhossz (a referenciavevő és a mozgó vevő távolsága) növekedésével csökken. Emiatt az állomáshálózat sűrítésével épült ki a harmadik generációs, úgynevezet **Valós idejű GNSS hálózat** (<http://www.gnssnet.hu>). Ez hazánkban 35 permanens (a nap 24 órájában, a hét 7 napján folyamatosan üzemelő) GNSS állomás létesítésével jött létre. Az állomások túlnyomó többsége nem csak a GPS, hanem a GLONASS műholdrendszer észlelésére is alkalmas. Annak érdekében, hogy az országhatár mentén is optimális legyen a lefedettség, a hazai hálózatba integrálták a szomszédos országok hasonló hálózatainak országhatár mentén elhelyezkedő állomásait is. Ez további 18 állomás felhasználását jelenti (12.1 ábra).

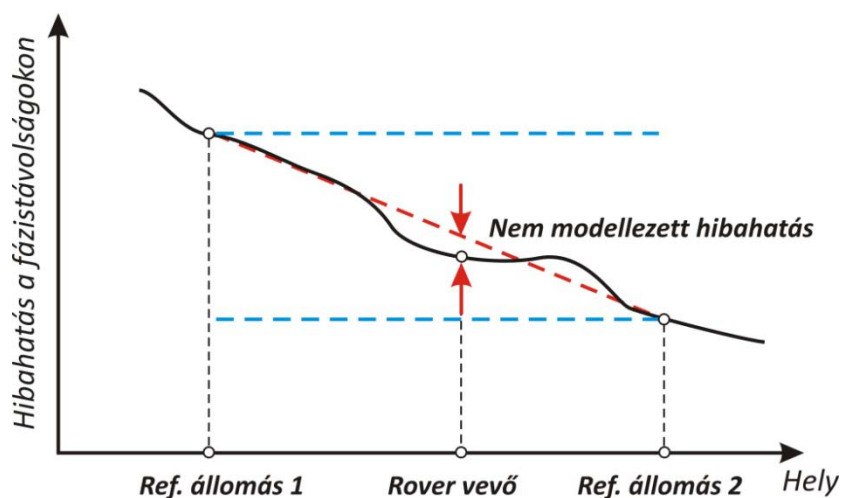


12.1.ábra. Permanens GPS-állomások; a körök sugara 25 km-nek felel meg. A Budapesten működő BUTE állomást a BME Általános és Felsőgeodézia Tanszéke üzemelteti 2000 novembere óta

A harmadik generációs hálózatban a referencia állomások saját észleléseit a feldolgozó központba továbbítják, ahol az összes állomás adatait együttesen feldolgozva meghatározhatók a különféle szabályos hibák hatásai a földrajzi hely függvényében. Míg egy bázisállomást használva a relatív helymeghatározás pontossága a szabályos hibák hatásának térbeli változásai miatt a bázisvonal növekedésével csökken (12.2 ábra), addig több referenciaállomás felhasználásával a ezek a térbeli változások is figyelembe vehetők (12.3 ábra), ezáltal a nem modellezett hibahatás mértéke jelentősen csökkenthető. Az ily módon meghatározott hibamodelleket felhasználva a felhasználók homogén helymeghatározási pontosságot érhetnek el. Mivel ebben az esetben a referenciaadatok egy teljes hálózat együttes feldolgozásának eredményei, ezért ezt a valósidejű helymeghatározási eljárást **hálózati RTK**-nak nevezzük.



12.2. ábra. Szabályos hibák figyelembevétele egyetlen referenciaállomás esetén. A hibahatások térbeli változását a fekete görbe írja le.



12.3 ábra. A hálózati RTK megoldások elve

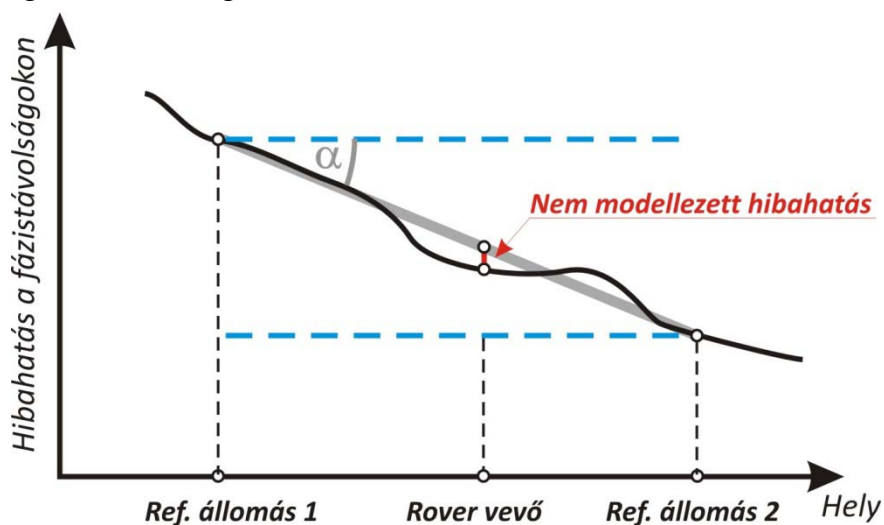
A hálózati RTK eljárás továbbra is egy relatív helymeghatározási módszer. Így a felhasználó számára a GNSS infrastruktúra továbbra is ismert koordinátájú ponton észlelő referenciaállomás adatsort szolgáltat. A két leginkább elterjedt eljárás:

- a felületi korrekciós paraméterek (FKP), és
- a virtuális referenciaállomások módszere.

12.2. A felületi korrekciós paraméterek módszere

A felületi korrekciós paraméterek módszerének elvét a 12.4 ábra szemlélteti. Ebben az esetben a bázisállomás mérési adatain, illetve koordinátáin kívül a GNSS infrastruktúra szolgáltatja a szabályos hibákat leíró hibafelület érintősíkjának paramétereit is (az ábrán ez az α szöveget jelenti).

Ekkor a mozgó vevő a saját előzetes (kódmérésből származó) pozíciója alapján ki tudja határozni a szabályos hibák korrekcióit, majd azokkal ellátva a mérési eredményeket, a relatív helymeghatározás elvégezhető.



12.4 ábra. Szabályos hibák figyelembevétele a Felületi Korrekciós Paraméterek (FKP) eljárással.

A módszer nagy előnye, hogy elvileg egyirányú adatkapcsolat is elegendő lehet abban az esetben, ha a GNSS infrastruktúra az egész szolgáltatási terület összes állomásának adatait és korrekciós felületeit sugározza. Ez a gyakorlatban azért nem terjedt el, mert nagyon nagy sávszélességet igényelne és a felhasználóknak olyan adatokat is továbbítana a hálózat, amire semmi szükségük nincsen. Így a gyakorlatban szabályos időközönként a mozgó vevő elküldi a központnak a saját koordinátáit, ami alapján a központi számítógép kiválasztja a legközelebbi GNSS állomást és visszaküldi a felhasználónak annak adatait és az érvényes korrekciós felület paramétereit.

A gyakorlat azt mutatja, hogy referenciaállomások és a mozgó vevő nagy magasságkülönbsége esetén a korrekciós felületek paraméterei nem feltétlenül képesek a hibahatások kellő pontosságú modellezésére, emiatt a referenciaállomások elhelyezésénél kellő óvatossággal kell eljárunk.

A felületi korrekciós paramétereit minden szabályos hibára, minden jelre és minden műholdra elő kell állítani. Az L₃ és a narrow-lane (L_{NL}) lineáris kombinációkra az alábbi egyenletekkel adhatjuk meg a korrekciós felületek paramétereit:

$$\begin{aligned}\delta r_0 &= 6.37(N_0(\varphi - \varphi_R) + E_0(\lambda - \lambda_R)\cos(\varphi_R)) \\ \delta r_1 &= 6.37H(N_1(\varphi - \varphi_R) + E_1(\lambda - \lambda_R)\cos(\varphi_R))\end{aligned}\quad (12.1)$$

ahol:

N_0, E_0 – az FKP É-D és K-NY-i komponense az L₃ jelen,

N_1, E_1 – az FKP É-D és K-NY-i komponense az L_{NL} jelen,

φ_R, λ_R – a referencia állomás koordinátái,

δr_0 – az ionoszféra mentes jel távolságfüggő hatása,

δr_1 – az ionoszférával terhelt NL jel távolságfüggő hatása,

míg H a műhold radiánban kifejezett magassági szögétől (E) függő paraméter:

$$H = 1 + 16\left(0.53 - \frac{E}{\pi}\right)^3. \quad (12.2)$$

Az L₃ és a L_{NL} lineáris kombinációkra meghatározott korrekciós paraméterek alapján az L₁ és L₂ frekvenciákra meghatározott korrekciók az alábbi képletekkel határozhatóak meg:

$$\begin{aligned}\delta r_1 &= \delta r_0 + \left(\frac{120}{154}\right)\delta r_1 \\ \delta r_2 &= \delta r_0 + \left(\frac{154}{120}\right)\delta r_1\end{aligned}\quad (12.3)$$

Így a távolságfüggő szabályos hibák hatásával javított fázistávolság:

$$\Phi_{P,jav}^S = \Phi_P^S - \delta r_P^S \quad (12.4)$$

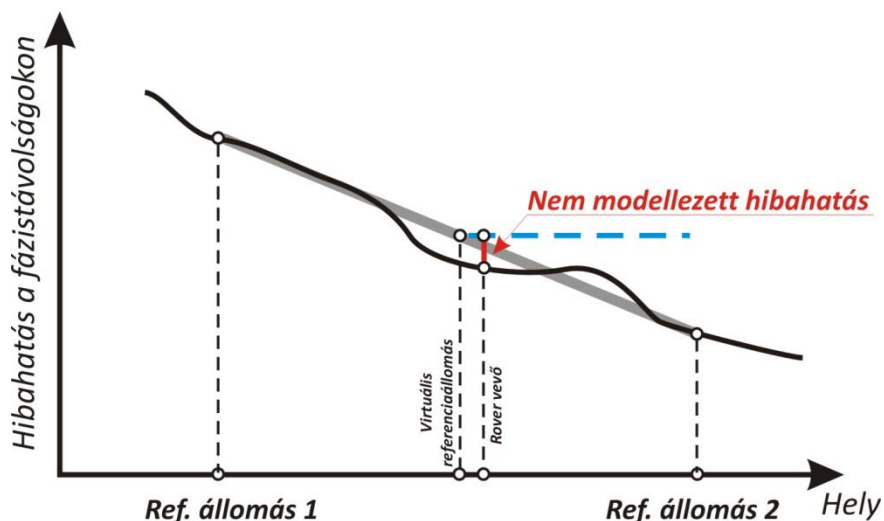
12.3. A virtuális referenciaállomások módszere

A virtuális referenciaállomások módszerének lényege, hogy miután a mozgó vevő a GNSS infrastruktúra központjába elküldi saját pozícióját, a központi számítógép a közelben található referenciaállomások adatai, valamint a modellezett hibahatások alapján előállít egy ún. virtuális referenciaállomás adatsort. Ez az adatsor egy olyan fiktív mérési eredmény,

amely akkor lenne észlelhető, ha a mozgó vevő közelében egy referenciaállomást létesítenénk (12.5 ábra).

Ezt követően a feldolgozó központ a felhasználó számára az így előállított virtuális referencia állomás adatait, valamint a virtuális referencia állomás koordinátáit szolgáltatja.

A módszer előnye, hogy a felhasználó vevője semmilyen különbséget nem érez az egybázisos megoldáshoz képest. Az összes modellezéssel kapcsolatos számítást a központi számítógép végzi el, ezáltal a vevőkre kevesebb számítási feladat hárul. Ugyanez azonban a módszer hátránya is, hiszen minden egyes felhasználónak egyedi virtuális referencia állomás adatait kell előállítani és sugározni, ami a központi számítógép igénybevételét növeli.



12.5 ábra. Szabályos hibák figyelembevétele a Virtuális Referenciállomások (VRS) módszerével.

12.4. Adattovábbítás a harmadik generációs GNSS infrastruktúrában

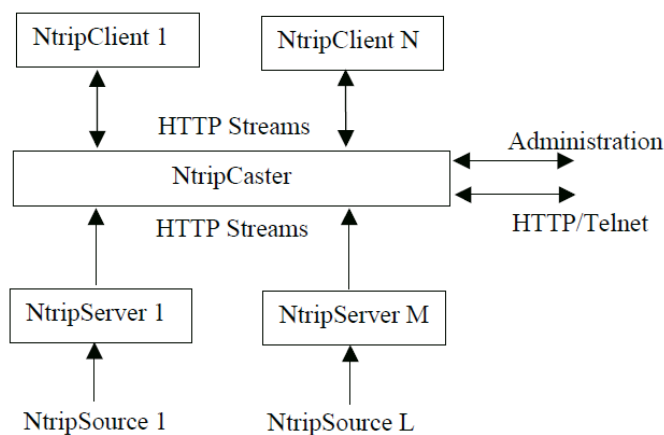
Az 12.4 és 12.5 ábrákból látható, hogy bármelyik a hálózati RTK megoldások előnye, hogy úgy működnek, mintha nagyon rövid bázisvonalakat használnánk. Így az elérhető helymeghatározási pontosság homogénnek tekinthető. Meg kell azonban említenünk a hálózati RTK megoldások egy fontos korlátozó tényezőjét is. A valós idejű adatok továbbítására hazánkban az Internetet használják. Emiatt elengedhetetlen, hogy a terepi méréseink helyén elérhető legyen valamilyen mobil Internet szolgáltatás is. Hiába van tökéletes kilátás az égboltra, ha a korrekciókat terepi Internet eléréssel nem tudjuk letölteni a hálózat központi szerveréről.

Az Interneten történő GNSS adatok továbbítása az ún. NTRIP (Networked Transport of RTCM via Internet Protocol) technológiával történik. Ez a technológia tulajdonképpen az interneten történő rádiósugárzás protokolljának módosított változata, amely kifejezetten a bináris formátumú szabványos RTCM üzenetek (GNSS mérési eredmények, egyéb adatok és paraméterek) továbbítására alkalmas.

A rendszer sematikus felépítése a 12.6 ábrán látható. Maga a rendszer három fő rétegből áll. A permanens GNSS állomásokon üzemelnek az NTRIP szerverek, amelyek tulajdonképpen a GNSS vevő adatait továbbítják az adatközpont felé. Korábban ezek a szerverek önálló számítógépen futó alkalmazások voltak, a modern referenciaállomásként használható GNSS vevőkbe azonban ezeket a szerveralkalmazásokat már integrálták, így ezek már nem igényelnek külön számítógépet az adattovábbításhoz.

A továbbított üzenetek az ún. NTRIP broadcaster-hez kerülnek, amelynek feladata a felhasználók kiszolgálása és a GNSS adatok sugárzása. A broadcaster egyidejűleg többféle adatfolyamot (stream-et) képes sugározni, így választhatunk a különféle korrekciós adatok között.

A felhasználó a GNSS vevőn (vagy korábban külön terepi internet elérésre alkalmas eszközön – mobiltelefonon, PDA-n, notebookon) futtatja az NTRIP kliens alkalmazást, amely segítségével csatlakozhat a broadcasterhez és kiválaszthatja a felhasználandó korrekció típusát.



12.6 ábra: Az NTRIP protokoll blokksémája

A hazai GNSS-infrastruktúra az ún. **földi kiegészítő rendszerek** (Ground based Augmentation System – GBAS) közé tartozik. Ezek olyan földi telepítésű rendszerek, amelyek a műholdas helymeghatározás pontosságának növelését tűzték ki célul.

A navigáció és a térinformatika erőteljes térhódítása miatt felértékelődött a DGPS-korrekciók jelentősége is. A hazai GNSS-infrastruktúra a Monoron található állomásáról szolgáltat DGPS korrekciókat (azaz kódtávolság javításokat).

A kiegészítő rendszerek másik fő típusát a **műholdas kiegészítő rendszerek** (Satellite based Augmentation System – SBAS) alkotják. A műholdas kiegészítő rendszerek célja, hogy nagy területre (pl. kontinensekre) biztosítsanak DGPS korrekciókat. A DGPS korrekciók területfüggő meghatározására szolgáló rendszer működése a javítások meghatározásáig gyakorlatilag azonos a hálózatba szervezett permanens állomások rendszerének működésével. Ezután azonban a feldolgozó központ a korrekciókat rádióüzenetként egy ún. geostacionárius (a Föld felszínéhez képest mozdulatlan) műholdra juttatja, amely visszasugározza azokat a szolgáltatás kontinensnyi területére.

A napjainkban a hazánkban elérhető szolgáltatások közül, a Galileo alrendszerhez létesített EGNOS szolgáltatása ingyenes. A rendszer a Galileo üzemserű működéséig a GPS-műholdakra vonatkozó DGPS-korrekciókat sugározza. A javított kódtávolságokkal a helymeghatározás 2-3 m pontossággal végezhető el. A szubméteres (0,5-0,8 m) pontosságot biztosító OmniStar és LandStar rendszerek használatáért fizetni kell.

12.5. A globális helymeghatározás várható fejlődése, az állapot-tér modellezés

Az egyre inkább elterjedő GNSS infrastruktúrák kiépítésének egyik legnagyobb gátja, hogy viszonylag sűrűn (60-70 kilométeres felbontással) kell létrehozni a permanens

állomásokat, ami az infrastruktúrák kiépítését és fenntartását nagyon megrálgítja. Ennek az állomássűrűségnek az az oka, hogy a relatív helymeghatározás azon kívánalmát, hogy a bázisállomások és a mozgó vevők méréseit a szabályos hibák ugyanolyan mértékben torzítsák, csak rövid bázisvonalakon tudjuk kielégíteni.

A bázisvonal hosszak növeléséhez azonban elengedhetetlen lenne a szabályos hibák hatásainak pontos ismerete. A mérések feldolgozásában ez elméleti szempontból is korrektebb megoldást jelentene, mint a jelenlegi relatív helymeghatározás. Emiatt a műholdas helymeghatározó rendszerekkel foglalkozó kutatások egyik kulcsfontos eleme napjainkban az ún. állapot-tér modellezés. Ez alatt azt értjük, hogy szemben a relatív helymeghatározással, a szabályos hibák hatását nem kiejteni szeretnénk, hanem azok modellezésével a hatásukat javításként kívánjuk figyelembe venni. Gondoljunk bele, hogy például az ionoszféra okozta késleltetés, a műholdpályák és az órahibák pontos modellezése esetén nem lenne szükségünk ionoszféra mentes lineáris kombinációra, hanem akár egy egyfrekvenciás GPS vevővel is képesek lennénk a geodéziai pontosság elérésére az abszolút helymeghatározás elvének alkalmazásával.

Ezt az eljárást hívjuk nagy pontosságú abszolút helymeghatározásnak (precise point positioning – PPP). A módszer lényege, hogy pontos és időben jó felbontású pálya és különösen műhold órahiba modellek felhasználásával oldjuk meg a fázismérésen alapuló abszolút helymeghatározást. Hosszabb mérések esetén (néhány óra) a ciklustöbbszámú egészes számként történő megoldása nélkül is lehetőségünk van a PPP technikával a geodéziai pontosság elérésére. Ugyanakkor jelenleg a kinematikus PPP technika még nem képes a cm-es pontosság kielégítésére, emiatt a kutatások egyik fókuszpontja a PPP RTK technika megvalósíthatóságának vizsgálata.

A jövőben tehát az a cél lebeg a szakterület kutatói előtt, hogy a GNSS infrastruktúrák ne a bázisállomások méréseit és korrekciókat sugározzanak a felhasználók felé, hanem az állomások mérései alapján meghatározott szabályos hibák modelljeit. A módszer előnye, hogy ebben az esetben a szabályos hibák modelljei jóval kisebb kommunikációs sáv szélességet igényelnek, mint ha minden egyes műholdra, annak minden jelére és minden hibára külön-külön például felületi korrekciókat szolgáltatónánk.

A másik előny, hogy akár az egyszerűbb GPS/GNSS vevőkkel is elérhetővé válhat a geodéziai vagy térinformatikai pontosság, ami a GNSS technológia további térnyerését teszi lehetővé.

13. előadás:

A GNSS alkalmazási területei: geodézia, geodinamika alkalmazások

13.1. Bevezetés

A GNSS helymeghatározás elméleti háttere a különböző mérési módszerek megismerését követően rátérünk a GNSS technika különféle alkalmazási területeinek bemutatására. A műholdas helymeghatározó rendszerek elterjedésével a helymeghatározás művelete már nem igényel magas szakmai ismereteket, ennek elvégzését a GPS/GNSS vevők bárki számára költséghatékonyan biztosítják. Ugyanakkor ez az egyszerűség egyben a technika alkalmazásának veszélyeire is felhívja a figyelmet. Megfelelő szakmai ismeretek nélkül a felhasználókat elvakíthatja az a tény, hogy egy elektronikus eszköz kijelzi a saját pozícióját, hiszen a felhasználók többsége ezeket a koordinátákat minden kritikát mellőzve „helyes” koordinátáknak tételezi fel.

A korábbiakban láthattuk, hogy a GNSS technia alkalmazásával meglehetősen széles pontossági skálán tudjuk a méréseinket elvégezni az alkalmazott GNSS vevőktől és a mérési módszerektől függően. Gyakori tévedés a mindennapi gyakorlatban, hogy a szakmai ismeretekkel nem rendelkező felhasználó egy kódérésből meghatározott koordinátáról feltételezi, hogy az geodéziai pontosságú koordináta, ami természetesen nem igaz.

Mindezen veszélyek ellenére az egyre olcsóbbá váló vevőberendezések kinyitották a műholdas helymeghatározás és ezzel együtt a geodézia alkalmazási lehetőségeit más tudományágak és a hétköznapi élet számára is. Ma már természetes, hogy a gépjárművek jelentős részében van valamilyen GNSS navigációs eszköz, a kamionokat és nagyértékű szállítmányokat GNSS eszközökkel követik vagy éppen a mezőgazdaságban használják ezeket a vetőgépek vezérlésére.

A helymeghatározás elérhetővé tétele mellett a műholdészleléseket a földmegfigyelés területén is fel tudjuk használni. Földünk megfigyelése a fenntartható fejlődés és a környezetvédelem jegyében egyre fontosabb feladata az emberiségnek. A technikai fejlődés és a populáció növekedésével egyre inkább függünk a környezeti hatásoktól. Az elmúlt évtizedekben az emberiség kommunikációs kereslete jelentősen megnőtt, amelynek kielégítésében alapvető szerepet játszik a műholdas adatátvitel (TV, telefon, stb.). Az adatátvitel minősége azonban függ az ionoszféra állapotától, az abban található szabad elektronok számától. Így ami a helymeghatározás szempontjából szabályos hibaként jelentkezik, azt ismert koordinátákon végzett észlelésekből meghatározva, más tudományágak számára értékes információkat állíthatunk elő. Az ionoszféra állapotának nyomonkövetésével számszerűsíthetjük a műholdas adatátvitelt terhelő hatásokat, így a szolgáltatók előre felkészülhetnek az adatátviteli zavarok kezelésére.

Hasonlóképpen a troposzféra okozta késleltetés meghatározásával, az egyik legfontosabb üvegház hatást okozó anyag, a vízpára mennyiségének becslésére is módunk nyílik. A levegőben lévő vízpára mennyisége meghatározza a maximálisan kihullható csapadékmennyiséget, így segít a heves zivatarokat kísérő nagy intenzitású csapadék előrejelzésében. Ez különösen fontos a katasztrófavédelem és a tágabban értelmezve az egész gazdaság számára is.

A következőkben a különféle alkalmazási területekre mutatunk be néhány példát, ide értve a geodéziai és geodinamikai alkalmazásokon túl a meteorológiai, hidrológiai, aeronómiai és egyéb alkalmazási területeket is.

13.2. Geodinamikai célú alkalmazások

A korábbiakban már láthattuk, hogy a geodinamikai célú helymeghatározás támasztja a legmagasabb pontossági igényeket. Gyakran 1mm/év nagyságrendű elmozdulások meghatározását kell elvégeznünk, amely egyrésztől megköveteli a kellően hosszú mérési időszakok elemzését, illetve az elérhető legnagyobb pontosság biztosítását. Ennek megfelelően a geodinamikai célú alkalmazásokat mindig a szélső pontossági kategóriájú mérések közé soroljuk.

Az ilyen mérések elvégzésének alapja a körültekintően megtervezett, előkészített és végrehajtott mérés. A szabályos hibák bemutatása során már tárgyaltuk azok kezelésének módjait is. A szélső pontossági igényű méréseknél a tervezés során biztosítjuk az optimális mérési környezet, módszer és eszköz feltételeit. A mérési helyszín kiválasztásánál nem csak a geológiai információkat hanem a GNSS mérés szempontjait is maximálisan figyelembe kell venni. Kitakarás mentes környezetben hajtjuk végre a méréseket, olyan – lehetőleg közvetlenül az alapkőzetre – földalatti kényszerközpontosítóval ellátott ponton, ahol az egyes mérési epochák között a vevőantenna ismételt elhelyezése nagy pontossággal biztosított.

Megjegyezzük, hogy az EUREF permanens állomáshálózatában, ahol a pontjeleket általában épületek, illetve magas fémállványok tetején helyezik el, a legtöbb állomás a vízszintes sebességösszetevőben az 1mm/év mozgás kimutatására alkalmas. Ebben az esetben a permanens állomások folyamatos és kellő hosszúságú idősorainak elemzése teszi lehetővé az említett pontossági igények kielégítését.

A műszerezettség tekintetében mindenképpen kétfrekvenciás GNSS vevőkkel és lehetőség szerint abszolút kalibrálással ellátott geodinamika célú (stabil fáziscentrum, többutas terjedés hatását csökkentő antennaelemek) antennával kell a méréseket elvégezni. Rövidebb időtávú mérések esetén (nagy mozgások, néhány éves időtáv) az abszolút kalibrálástól el is tekinthetünk, ekkor azonban az egyes pontokon minden mérési epochában ugyanazt az antennát kell elhelyeznünk, mint a korábbi epochákban. Mivel több évtizedes mérések esetén az antennák működése hosszú távon nem biztosított, ezért célszerű az abszolút kalibráció elvégzése.

A kampányjellegű méréseknél mindig statikus észleléseket végzünk, a hálózat kiterjedésétől függő időtartamban. Regionális mérési kampányok esetén ez jellemzően több napon át tartó 24 órás méréseket jelent. A hosszú mérések előnye, hogy egyrészt a légkör hatása, másrészt a műholdgeometria hatása és a több 24 órás periódussal rendelkező hibahatás (óceáni árapály) is csökkenthető. Kampányjellegű méréseknél ügyelnünk kell a folyamatos mérések idősorában jól megfigyelhető szezonális hatásokra kiküszöbölésére is. Emiatt a mérési kampányokat az év mindig azonos időszakában végezzük, lehetőleg télen, amikor az ionoszféra szabad elektronsűrűsége minimális. Megjegyezzük, hogy a szezonális hatások magassági értelemben akár a cm-es nagyságrendet is elérhetik, így ezek elhanyagolásával téves következtetéseket vonhatunk le a tektonikai mozgások mértékére és irányára.

A szélső pontosságú feldolgozáshoz arra alkalmas feldolgozó szoftvert is kell használnunk. Ilyen szoftver például a Berni Egyetem Csillagászati Tanszéke által fejlesztett Bernese, vagy az MIT által fejlesztett GAMIT, illetve a NASA által fejlesztett GIPSY/OASIS.

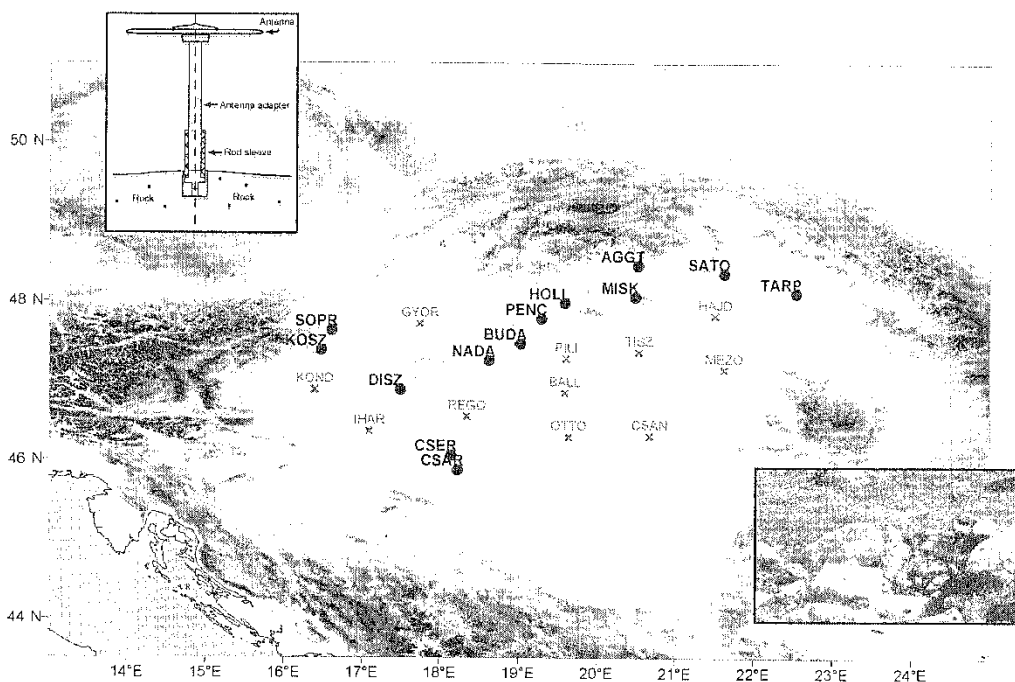
13.2.1. A magyar GPS geodinamikai vonatkoztatási hálózat

A jelenkori kéregmozgás mérésére alkalmas hazai GPS hálózat (HGRN) kialakítása először 1988-ban merült fel. A pontkiválasztások feltételei a következők voltak:

- a GPS pontnak sziklakibúváson kell elhelyezkednie és jól kell reprezentálnia az adott szerkezeti egységet,
- a terület tulajdonviszonyainak rendezettnek kell lennie,
- a pont legyen könnyen megközelíthető,
- az antenna horizontja felett 15° -kal nem szabad kitakarásnak lennie, és nem lehet semmilyen fém tárgy vagy más zavaró objektum a pont közelében a többutas terjedés hatásának elkerülése miatt.

A hálózatot 1990-1991-ben építették ki. A pontok többsége nemzeti parkokba vagy természetvédelmi területekre került. Minden egyes pont sziklakibúvásba került, közülük kilenc lépcsős típusú, három fűrt típusú állandósítással készült, míg a PENC nevű pont a FÖMI Kozmikus Geodéziai Observatóriuma épületének tetején egy pilléren lett elhelyezve. A 13.1 ábra a 13 HGRN GPS-pontot mutatja a Pannon-medence és környéke topográfiai térképén. Az ábrán jól látható, hogy a pontok elhelyezkedése geometriailag nem ideális, amit a szigorú kiválasztási szabályok (sziklakibúvások) indokolnak. A geometriai elrendezés javítása érdekében a feldolgozás során a hálózatot kiegészítik a GPS-kerethálózat pontjaival.

Bár az első kampányt már 1991-ben megrendezték, 1995-től alakul ki a hálózat mérésének stratégiája, amely szerint napi 24 órában 3 egymást követő napon végeznek szimultán észleléseket a hálózati pontokon. Hazánk a HGRN hálózattal részt vesz a közép-európai CEGRN geodinamikai hálózatban, így a környező országokkal karöltve egész Közép-Európa recens kéregmozgásait figyelemmel tudjuk kísérni a GNSS technika segítségével.



13.1 ábra. A HGRN geodinamikai hálózat (Ádám és társai, 2004)

13.3. Geodéziai célú mérések a mérnöki gyakorlatban

A geodéziai célú mérések között meg kell különböztetnünk az alappontsűrítést, a felmérés és a kitűzés feladatait. A következőkben ezekre mutatunk be néhány példát.

13.3.1. Vízszintes alappontsűrítés

A GPS hazai geodéziai alkalmazása 1991-ben a negyedrendű pontmeghatározás irány- és távolságmérési technológiájának GPS-szel történő kiváltásával kezdődött. Az új

technológiával mintegy 4000 pontot határoztak meg. Napjainkban általában nem új hálózatok, hanem a negyedrendű hálózat bizonyos pontjainak karbantartása lehet a feladat, bár a hazai GNSS infrastruktúra létrejöttével a hagyományos alapponthálózatok fenntartásában egyre inkább szerepet kapnak a gazdasági megfontolások.

Másrésről pontosan a GNSS infrastruktúra létrejöttével a hétköznapi geodéziai gyakorlatban egyre inkább előtérbe kerül az önálló felmérési/kitűzési hálózatok kialakítása. Mivel a gyors-statisztikus mérési technológia a GNSS infrastruktúrára támaszkodva néhány tízperces mérésekkel lehetővé teszi a vízszintes alappontok koordinátáinak cm pontos meghatározását, ezért a legtöbb esetben gazdaságosabb a felmérés, ha nem a környező negyedrendű alappontokról vezetünk le saját felmérési/kitűzési hálózatot, hanem azt GNSS technikával határozzuk meg.

Mivel a harmadik generációs GNSS infrastruktúrán kívül rendelkezésünkre áll az Országos GPS Hálózat is, így hazánk egész területén feltételezhetjük, hogy 10-15 km-nél hosszabb vektorokat nem kell meghatároznunk, ezáltal a gyors-statisztikus mérésekkel vagy RTK mérésekkel az alappontsűrítés elvégezhető.

13.3.1.1. Tervezés

Az irodai és terepi előkészítés során beszerezzük a területre eső alappontokat, előzetesen meghatározzuk a tervezett pontok helyzetét, majd elvégezzük a pontok terepi ellenőrzését. A helyszínelés során különös figyelmet kell biztosítani az optimális mérési körülmények biztosítására (kitakaró objektumok, zavaró fémtárgyak esetleg interferencia). Fontos szempont, hogy a pontok fennmaradása biztosított legyen, a pontokról a felmérések/kitűzéseket optimálisan végre lehessen hajtani (ponttávolság, eloszlás). Ki kell emelnünk, hogy a mérendő pontok kiválasztásánál be kell vonnunk a területre eső OGPSH és EOVA pontokat is, előbbi a referencia pont koordinátái és a transzformáció elvégzése miatt, utóbbit a környező EOVA pontok minőségének ellenőrzése miatt.

A hálózat kialakításánál ügyeljünk arra, hogy – bár a hálózatban egyetlen ismert pont is elegendő lenne – több ismert koordinátájú pontot is mérjünk (ezt a környező OGPSH és EOVA pontok bevonásával már biztosíthatjuk).

A mérnöki alkalmazás célja szerint létrehozhatunk negyedrendű alappontokat, de mérnökgeodéziai alkalmazásra akár nagyobb pontossági igényeket kielégítő önálló hálózatokat is kiépíthetünk.

A hálózat mérése történhet egy vagy két ütemben. Egy ütemben történő létesítés esetén a referenciapontok maguk az OGPSH pontok, míg a rover vevőkkel a meghatározandó hálózat pontjait mérjük pontról pontra. Két ütemről akkor beszélünk, ha első lépésben az OGPSH-ra támaszkodva egy kerethálózatot hozunk létre, majd a nagyból a kicsi felé haladás elvét követve ezt a kerethálózatot tovább sűrítjük. A két ütemben történő mérésnek számos előnye van:

- optimálisan választhatóak ki a kerethálózat pontjai (áramellátás, zavaró objektumok, őrzés-védelem),
- a kerethálózatra támaszkodva rövidebb vektorok mérhetők, ami rövidebb mérési időt és a hibák mértékének csökkenését eredményezik,
- hatékonyan alkalmazható a gyors-statisztikus mérés az RTK technológiával együtt, hiszen a kerethálózat gyors-statisztikus méréssel történő meghatározása majd az RTK méréssel történő további sűrítés gyors és jó megbízhatóságú alappontsűrítést tesz lehetővé.

Az állandósítás során ügyelnünk kell az alappont céljának megfelelő állandósításra is. Amennyiben az alappont magasságmérésre is szolgál, akkor mindenképpen a fagyhatár alá lenyúló állandósítást kell alkalmaznunk. Magasabb pontossági igények esetén pillérek építése vagy mélyalapozású pontjelek építése is szóba jöhet.

13.3.1.2. Mérés

A mai gyakorlatban elsősorban a (gyors-)statikus és az RTK mérések adják a GNSS technikával végzett alappontsűrítések nagy részét. Nagyobb pontossági igények, illetve hosszabb bázisvonalak esetén a statikus mérések javasolhatóak, míg kisebb pontossági igények esetén RTK technikával is el lehet végezni az alappontok sűrítését. Természetesen ezeken felül a félkinematikus, a visszatéréses vagy a GPS sokszögelés technikáját is alkalmazhatjuk az alappontsűrítés végrehajtására, de ezek a technikák a gyakorlatban kezdenek egyre inkább háttérbe szorulni.

13.3.1.3. Feldolgozás

A feldolgozás lépéseit már bemutattuk a statikus és a kinematikus mérések feldolgozása során. Itt most csak annyit jegyeznénk meg, hogy a feldolgozás során ki kell mutatni az ellenőrzésbe bevont EOVA és OGPSH pontokon tapasztalt koordinátaellentmondás mértékét.

A geocentrikus térbeli derékszögű koordináták EOVS rendszerbe történő transzformációjához az OGPSH pontokat használhatjuk fel. A transzformáció megoldásához a FÖMI KGO rendelkezésre bocsátja ingyenesen az EHT² transzformációs szoftvert, amellyel jellemzően utófeldolgozott koordinátákat transzformálunk EOVS-be. A valós idejű technikák alkalmazására a VITEL transzformációs eljárás szolgál, amelynek licenzét a FÖMI-KGO-tól lehet beszerezni.

13.3.2. Magasságmeghatározás

A GNSS technikával történő magasságmeghatározáshoz tudnunk kell, hogy valamennyi műholdas észlelésen alapuló mérési technika ún. ellipszoid feletti magasságot határoz meg. Ahhoz, hogy a hazai gyakorlatban alkalmazott Balti alapszint feletti magassághoz juthassunk, ismernünk kell a geoidunduláció (N) értékét:

$$H_{Balti}^{GPS} = h^{GPS} - N. \quad (13.1)$$

A mérnöki gyakorlatban nekünk általánosságban a tengerszint feletti magasságra van szükségünk, ezért a következőkben azt tekintjük át, hogy a GPS technológiával meghatározott ellipszoid feletti magasságok segítségével hogyan határozhatjuk meg a tengerszint feletti magasságokat.

Meg kell jegyeznünk, hogy a műholdas helymeghatározásban a magassági koordinátakomponensek pontossági mintegy fele-harmada a vízszintes helymeghatározás pontosságának. Emiatt számos mérnöki alkalmazás pontossági igényét nem tudjuk GNSS technikával kielégíteni (magassági alappontsűrítés útépítéseknél, földmunka vagy útburkolat kitévése, stb.). A magassági koordinátameghatározás pontosságának korlátozó tényezője a légkör sebességmódosító hatása. Mint azt már a troposzféra hatásának bemutatásakor is említettük, a horizont körüli műholdak mérésekbe történő bevonásával a troposzféra hatása jobban modellezhető, ezért ez segítséget nyújthat a meghatározott koordináták pontosságának növelésében. Ugyanakkor a gyakorlatban ez csak ideális körülmények esetén valósítható meg.

A (13.1) képletben szereplő geoidunduláció ismeretében a tengerszint feletti magasságok az ellipszoid feletti magasságokból kiszámíthatóak. N értékének meghatározására számos módszer használható, ilyen például:

- a geoid gravimetriai úton történő meghatározása a nehézségi térerősségek felhasználásával,
- a geoid csillagászati szintezéssel történő meghatározása függővonal-elhajlásokból,
- a geoid meghatározási GPS/szintezéssel a GPS/szintezési illesztőpontokon (Ezek az illesztőpontokon ismerjük a pont Balti alapszint feletti magasságát felsőrendű szintezésekből, valamint az ellipszoid feletti magasságot GPS mérésekből. A kettő különbsége adja a geoidunduláció értékét.

A jelenlegi kutatások a fenti módszerek kombinálását, a geoidmeghatározásban bevonható mérési eredmények együttes feldolgozását vizsgálják. Kijelenthető azonban, hogy hazai és nemzetközi tapasztalatok alapján az abszolút értelemben cm pontos geoidmegoldás továbbra is kihívás marad.

A jelenlegi gyakorlatban elterjedt módszer szerint a gravimetriai és a GPS/szintezésen alapuló ún. GPS geoid kombinálásával érhetjük el a legjobb eredményeket a magasságmeghatározásban. A GPS geoid előnye, hogy a geoidfelület hosszú hullámhosszú változását jól követi, ugyanakkor nagy hátránya, hogy a GPS/szintezési pontok alacsony száma (megközelítőleg 350 pont) miatt a rövidhullámú összetevőket nem tudja modellezni. Ez utóbbira azonban a gravimetriai geoid alkalmas, míg annak hátránya, hogy a globális geopotenciál modellek hosszú hullámhosszú hibái miatt a gravimetriai geoidfelületek a GPS geoidhoz képest hosszú hullámhosszú hibával terheltek.

Az alkalmazandó módszer szerint a két geoidmegoldás kombinálásával előállítható egy olyan felület, amely mindkét modell előnyös oldalait egyesíti. Ezt nevezzük GPS-gravimetriai geoidnak.

Az ellipszoid feletti magasságokból a GPS-gravimetriai geoiddal számított geoidundulációk felhasználásával a tengerszint feletti magasságok meghatározhatóak. Ezt az eljárást használták például az OGPSH pontok magasságának meghatározására, illetve az EOMA III. rendű vonalainak sűrítésére a Dunántúlon.

13.3.3. Felmérés, kitűzés

A következőkben a cm pontossági igényeket nem meghaladó felmérési és kitűzési munkálatokkal fogunk foglalkozni. A felméréssel kapcsolatban meg kell jegyezzük, hogy a GPS technológia nem minden objektum felmérésére alkalmas, hiszen biztosítanunk kell a mérendő pontokon a műholdak zavartalan észlelését. Ezért például városi környezetben épületek sarokpontjainak felmérésére a technika csak korlátozottan alkalmas. A takarásban lévő pontok beméréséhez az alábbi lehetőségek közül választhatunk:

- segédpontok alkalmazása, külpontos mérés. Egy kitakart (rejtett) pontnál nem a pontot magát, hanem a közelben GPS mérésre alkalmas helyen mérünk segédpontokat. Ezt követően a segédpontok geometriájának ismeretében (pl. falsíkok kihosszabbítása) vagy a segédpontok és a rejtett pont távolságának meghatározásával ívmetszés módszerével a kitakart pont koordinátái meghatározhatók.
- GPS és mérőállomás együttes használata. A GPS mérésre alkalmas helyen kislappontokat határozunk meg, majd ezekről mérőállomással végezzük el a kitakart pontok felmérését. A gyakorlatban már vannak olyan mérőállomások, amelyekre felhelyezhető egy GPS vevő is, így a mérőállomás közvetlenül meg tudja mérni a saját koordinátáit. A tájékozás elvégzéséhez vagy egy ismert koordinátájú pontot használhatunk fel, vagy pedig egy általunk kiválasztott pont koordinátáit szintén megmérhetjük műholdas helymeghatározással. Ezt követően

a műszer – akár a részletméréseket követően is – elvégzi a tájékozást és számítja a részletpontok koordinátáit.

A felmérések végrehajtásához számos mérési módszer felhasználható. A termelékenység biztosítása miatt a statikus méréseket erre a célra nem használjuk, de ezen felül mind a kinematikus, fél-kinematikus és az RTK módszerek felhasználhatók a részletes felmérés végrehajtására. Mint azt már korábban említettük, az első két módszer ún. utófeldolgozott technika, azaz a mérési eredményeket az irodai feldolgozást követően kaphatjuk meg, míg az RTK technológiával valós idejű koordinátameghatározást végezhetünk.

Az RTK technológia és a fél-kinematikus mérési módszer kiválóan alkalmazható azon részletes felmérésekhez, ahol a felmért pontokat pontszámmal, pontkóddal illetve manuálén történő megjelöléssel azonosíthatjuk. A valódi kinematikus módszert jellemzően domborzatmérésre alkalmazhatjuk, hiszen ebben az esetben a mérések között szabályos időközök telnek el, nem a terep jellemző pontjait mérjük. Meg kell említeni, hogy a GNSS mérések nagy előnye, hogy nincsen szükség összelátásra a referenciaállomáson elhelyezett vevővel, csupán az égboltra való szabad rálátást kell biztosítanunk.

Az inicializálás tekintetében elsősorban a menet közben történő (OTF) inicializálást részesítjük előnyben, hiszen itt nincsen szükség statikus mérésre a felmérés megkezdése előtt. Természetesen amennyiben ismert koordinátájú alapponton is el tudjuk végezni az inicializálást, akkor az is gazdaságosan végrehajtható. Az RTK módszer alkalmazásánál természetesen az iniciálizálást (ciklustöbbségek feloldása, FIX megoldás) meg kell várjuk a mérés előtt, de ez csupán néhány másodpercet vesz igénybe normál körülmények között.

Az adatrögzítési időköz több tényezőtől függ. A félkinematikus méréseknél néhány másodperces adatrögzítési időközt állítunk be, hogy ne kelljen túl hosszú ideig a részletpontokon méréseket végeznünk (általában 1-2 epocha elegendő). Valódi kinematikus mérésnél a mérési időköz egyben meghatározza a felmért pontok térbeli sűrűségét is. Így a vevő sebessége is befolyásolja az adatrögzítési időközt. Valós idejű kinematikus (RTK) méréseknél a mérési időköz általában 1 másodperc, de akár 10-20 mérést is végezhetünk másodpercenként. A modernebb RTK vevőkön nem csak konstans adatrögzítési időköz állítható be, hanem a vevő által megtett távolság függvényében is beállítható az adatrögzítés időköze.

A felmérésekhez felhasználandó mérési eszközök és technológiák kiválasztását befolyásolhatja a felméréendő terület jellege. Az RTK technológia korlátja, hogy a rádióadók hatótávolsága jellemzően 1,5-2 km-re korlátozott, míg hálózati RTK alkalmazása esetén a GPRS lefedettség miatt kényszerülhetünk utófeldolgozott technika alkalmazására. Ezekben az esetekben akár a valódi kinematikus, akár a félkinematikus módszer alkalmazható a mérés céljának függvényében.

Összegezve tehát ismét megállapíthatjuk, hogy a részletes felmérés esetén is nagyon fontos szerepet játszik a mérések előkészítése. A megfelelő műszer és mérési technológia kiválasztása mellett a mérési terület függvényében ügyelnünk kell a mérések tervezésére, a megfelelő műholdgeometria biztosítására. Célszerű olyan mérési ablakokat választani, amikor egyidejűleg minimum 7-8 műhold látható.

13.3.3.1. Az RTK kitűzés munkafolyamata

Az RTK technológia előnye, hogy egyszerre biztosítja a geodéziai pontosság elérését a valós idejű adatszolgáltatással, így ez az egyetlen mérési módszer, ami geodéziai kitűzések végrehajtására is alkalmas. A kitűzés munkafolyamata a következő szakaszokra bontható.

A kitűzendő pontok koordinátajegyzékének előkészítése. A tervezési folyamat során előállíthatók a mérnöki létesítmény alakjelző pontjainak koordinátái. Ezek a koordináták nagy kiterjedésű és alacsonyabb kitűzési pontosságot igénylő létesítmények esetén lehetnek EOV vetületi koordináták, illetve szerkezeti kitűzések esetén helyi koordináták is. A szerkezeti kitűzések esetén meg kell vizsgálni, hogy az RTK mérési technológia biztosítani tudja-e a szerkezeti kitűzéssel kapcsolatos pontossági igények kielégítését.

A koordinátajegyzék elkészítése során ügyelni kell a pontszámozás egyértelműségére, a kitűzendő pontokon kitűzési terven vagy helyszínrajzon célszerű ábrázolni. Mivel az RTK technológiával geocentrikus elhelyezésű térbeli derékszögű koordinátákat határoznak meg a globális koordinátarendszerben (WGS-84, ITRFyy, ETRFyy), ezért fel kell állítanunk a koordinátarendszerek közötti transzformációs egyenleteket és definiálnunk kell azok paramétereit.

A transzformációs paraméterek meghatározása abban az esetben ha a kitűzendő koordináták EOV vetületi koordináták, akkor az OGPSH alappontok segítségével kerülnek meghatározásra. A munkaterület környezetében található 4-6 OGPSH pont alapján levezethetők a helyi térbeli hasonlósági transzformáció paraméterei (lásd a transzformációkról szóló fejezetet). Meg kell említenünk, hogy ugyanerre a célra a legtöbb RTK vevő ma már a VITEL valósidejű transzformációs eljárást alkalmazza, így ebben az esetben nem kell külön transzformációs paramétereket meghatározni, hanem az országosan használt paraméterkészletet (7 paraméter és további korrekciók) használhatjuk.

Önálló helyi rendszerben történő kitűzés esetén a kitűzést megelőzően meg kell határozni a transzformációs paramétereket, ehhez meg kell mérni az illesztőpontok térbeli derékszögű koordinátáit a globális vonatkoztatási rendszerben (WGS-84, ITRFyy, ETRFyy). Ezt követően az illesztőpontok ismert helyi koordinátái alapján meghatározhatjuk a transzformációs paramétereket (pl. egylépcsős transzformációs eljárással). A transzformációs paraméterek meghatározását követően azokat be kell állítanunk a vevő kezelőszoftverében is, hogy a későbbiekben elegendő legyen csak helyi koordinátákat megadni a kitűzésekhez.

A helyszíni szemle során felkeressük a munkaterületet, meggyőződünk arról, hogy az illesztőpontok és a referenciapont valamint a kitűzendő létesítmény környezete GNSS mérések végrehajtására alkalmas. Rádiós átjátszás esetén a rádióadó hatósugara lefedi-e a munkaterületet, hálózati RTK esetén van-e megfelelő GPRS lefedettség.

A referenciavevő üzembehelyezését követően elkezdjük a pontok kitűzését. A kitűzés során a mozgó vevő antennatartórúdon helyezük el, majd az inicializálást követően pontról pontra haladva megkezdjük a kitűzést.

A kitűzés során a vevő kezelőszoftvere navigációs eszközökkel (iránytű, távolságkijelzés) segít a kitűzendő pont helyzetének meghatározásában. A pont közvetlen környezetében általában az északi irányhoz, a Naphoz vagy pedig valamilyen ismert koordinátájú ponthoz tájolva a kijelzőn található térképet derékszögű méretekkkel (jobbra-balra, előre-hátra) tudjuk a pontos kitűzést végrehajtani. A pont megjelölése után lehetőségünk van az ellenőrző mérés elvégzésére, amelyet követően a vevő tárolja a kitűzött pont koordinátáit és így a ponthibák kimutathatóak.

14. előadás:

A GNSS alkalmazási területei: mérnöki, geofizikai, aeronómiai és meteorológiai alkalmazások

Mint már korábban említettük, a helymeghatározás automatizálása számos mérnöki felhasználás számára is megnyitotta a GNSS mérések alkalmazásának lehetőségét. A következőkben néhány ilyen alkalmazási lehetőséget tekintünk át.

14.1. Fotogrammetriai alkalmazások

A légifényképezésben többféle célra használhatjuk a műholdas helymeghatározást:

- a földi illesztőpontok helyének (koordinátáinak) meghatározásához (ez tulajdonképpen a geodéziai felmérés módszereivel végrehajtható),
- a külső tájékozási elemek meghatározásához, illetve
- a légifényképező repülőgép navigációjához.

A műholdas helymeghatározás segítségével a külső tájékozási elemek meghatározásakor tulajdonképpen a vetítési centrum térbeli koordinátáinak, a repülés irányának a hossz tengely és a szárnyak irányában vett tengely vízszintes dőlésének a meghatározását értjük. Mivel ezeket a jellemzőket mozgás közben kell meghatározni (lehet valós időben vagy akár utófeldolgozással is), a valódi kinematikus mérések módszerét célszerű alkalmazni.

Ha csak a vetítési centrum koordinátáit szeretnénk meghatározni GNSS mérések alapján, akkor elegendő egyetlen GNSS antennát elhelyezni a repülőgép tetején. A GNSS antenna és az objektív főtájánál konstans távolsága ismeretében a repülőgép dőlésszögeinek valamint irányának felhasználásával az objektív főtájánál koordinátái számíthatók. A repülőgép dőlésszögei alatt ismét a hosszirányú-, és a keresztirányú dőlést, irány alatt pedig az inerciális navigációs rendszerrel meghatározott azimutot értjük.

Ha mind a hat tájékozási elemet műholdas helymeghatározással kívánjuk meghatározni, akkor három, nem egy egyenesben elhelyezkedő GNSS antennára van szükségünk, amely méréseiből a kamara helyzete és dőlésszögei is meghatározhatóak.

Mivel légifényképezés közben a repülőgépnek az előre meghatározott repülési tervnek megfelelően kell haladnia, ezért a repülőgép navigációját is segíthetjük műholdas helymeghatározással egyéb eszközökön túl. Itt jellemzően kód mérésen alapuló helymeghatározásról van szó esetleg valamilyen műholdas vagy földi kiegészítő rendszer által szolgáltatott differenciális korrekció felhasználásával.

A földi fotogrammetriai alkalmazások közül ki kell emelnünk az útfelmérő rendszerek alkalmazását, vagy a közelmúltban nagy népszerűségre szert tevő Google StreetView rendszert. Mindkét rendszerrel a mérőképek georeferálásához műholdas navigációs rendszereket is felhasználnak. A mérőjárművön elhelyezett GNSS antennák és egyéb kiegészítő rendszerek (inerciális navigációs rendszer, távolságmérő stb.) segítségével a mérőkocsi térbeli helyzetét és tájolását is meg tudjuk határozni, amelyek alapján a tájékozási elemek számíthatóak, így a mérőképek alapján térbeli modelleket alkothatunk.

14.2. Építőmérnöki alkalmazások

Az építőmérnöki alkalmazások számos területe közül két alkalmazási lehetőséget kívánunk kiemelni. Az egyik a vízépítési gyakorlatban használatos mederfelmérő hajók

alkalmazása, a másik a főként földmunkák kivitelezésénél használatos gépvezérlések bemutatása.

14.2.1. A műholdas helymeghatározás szerepe a folyók, tavak mederfelmérésében

A felmérés célja általában vizeink medrének felmérése, azaz a meder domborzatának meghatározása. Ehhez a mérőhajó mélységmérést hajt végre. A mélységmérés jellege alapján kétféle eljárást különböztethetünk meg.

Az egyszerűbb eljárással egy szonár segítségével mérjük a mérőhajó alatti víz mélységét. Ebben az esetben pontbeli mélységeket kapunk, így a szonárfej vízszintes és magassági helyzetének meghatározásával egyszerűen számíthatjuk a mederpont háromdimenziós koordinátáit. Egyes GNSS kezelőszoftverek már képesek szonáradatok fogadására is, így tulajdonképpen egy terepi kezelő segítségével már eleve a mederfenék pontjainak koordinátáit rögzíthetjük. Mivel mind a GNSS vevők, mind a szonárok képesek ún. NMEA szabványos üzenetek formájában szolgáltatni az antenna pozícióját és a meder mélységét, így egy nagyon egyszerű szoftver segítségével akár magunk is előállíthatunk ilyen mederfelmérő hajót.

A másik sokkal komplikáltabb, de egyben fejlettebb megoldás a mederszkennerek alkalmazása. A mederszkennerek a hajó hossz tengelyére merőlegesen sávosan haladva tapogatja le a medret. Ez a szkennerek is a visszavert hanghullámok terjedési idejéből számítja ki a meder mélységét, a különbség azonban az, hogy nem egyetlen pont mélységét, hanem a hajó hossz tengelyére merőlegesen a víz mélységétől függő szélességben egy metszetet határoz meg. Mivel a hajó hossz tengelye és haladási iránya – különösen folyóvizeken – nem egyezik meg, ezért a GNSS méréseken felül egy giroszkóp segítségével a hajó hossz tengelyének irányát is meghatározzuk. A szkennerek vízszintes és magassági koordinátái tehát GNSS mérésekből, míg a letapogatás iránya a giroszkópos mérésekből származó azimut segítségével határozható meg. Így minden letapogatott pont térbeli helyzete meghatározható.

A szkennerek általában hatékonyabb eszközök a mederfelmérés végrehajtására, ugyanakkor a konkrét feladat megoldásához a mérőfelszerelés árát is figyelembe véve az egyszerűbb szonáros mederfelmérés is számos kisebb területű felmérés esetén gazdaságosan alkalmazható.

14.2.2. Földmunkagépek vezérlése

A földmunkák, nyomvonalas létesítmények tervezése során az elmúlt évtizedekben előtérbe kerültek a háromdimenziós tervezést lehetővé tevő tervezőrendszerek. Ennek eredményeképpen a kiviteli tervek alapján történő kivitűzéseknél már nem csak hossz-, és keresztmetszelvényekre, hanem akár a megépítendő földmunka háromdimenziós térmodelljére is támaszkodhatunk.

Ennek következtében a földmunkák elvégzése során egyre kevésbé kell a geodéziai kivitűzésre támaszkodnunk. A műholdas navigációs rendszereken alapuló munkagépvezérlések lehetővé teszik, hogy a munkagépeket a megépítendő létesítmény nyomvonalán navigáljuk, míg azok tolólapjai magasságát a vezérlésbe feltöltött térmodell alapján automatikusan beállítsuk.

Az egyszerűbb gépvezérlések (pl. dózerek) esetén munkagép tolólapjának emelőszerkezetére kerül egy antennatartó rúd és RTK helymeghatározás segítségével folyamatosan másodpercenként akár 10-20-szor is meghatározzuk a tolólap alsó élének „van” magasságát és közepének vízszintes pozícióját. Két egymást követő mérés alapján pedig a munkagép haladási iránya is kiszámítható. Mivel ismerjük a tolólap háromdimenziós koordinátáit, így a földmunka térbeli modelljéből meghatározható a földmunka koronaszint

„kell” magassága. A „kell” és a „van” magasságok különbségeként kiszámítható, hogy mennyit kell emelni/süllyeszteni a tolólapon, amely módosítást a gépvezérlés a munkagép hidraulikus rendszerei segítségével automatikusan végre is hajt.

Bonyolultabb gépvezérlést igényelnek a gréderek. Ebben az esetben ugyanis a tolólap nem csak emelhető és süllyeszthető, hanem forgatható és oldalirányban dönthető is annak érdekében, hogy a földmunka koronájának keresztirányú lejtését ki lehessen alakítani. Ebben az esetben már nem elegendő csupán a GNSS vevők alkalmazása. A rendszert kiegészítik forgásérzékelőkkel és dőlésérzékelőkkel is. A munkagépvezérlés üzembehelyezését követően GNSS mérésekkel meghatározza a vezérlés a tolólap külső élének pozícióját. A vezérlésben be kell állítanunk, hogy a munkagép a munka megkezdése előtt a csökkenő vagy a növekvő szelvények irányában áll-e, mivel ennek megfelelően kell majd a tolólap keresztirányú dőlését a vezérlésnek beállítania.

A forgásérzékelő adatainak felhasználásával a vezérlés kiszámítja a tolólap vízszintes koordinátáit, a tolólap dőlésének mértékéből pedig a magassági koordinátákat. Ezek alapján a földmunka háromdimenziós modelljéből a tolólap „kell” magassága és a „kell” dőlésszöge meghatározható a gréder aktuális helyzetére, amit a gépvezérlés be is állít. Mivel ezeket a méréseket akár 10-20 Hz-enként is elvégzi a vezérlés, a munkagép haladása közben automatikusan be tudja állítani a megfelelő paramétereket, így a földmunka geometriailag pontos és gyors kivitelezése biztosítható.

Megjegyezzük, hogy sok esetben már a földmunka finomtükreinek kialakításához sem elegendő az RTK technika által biztosított 2-4 cm-es magasságmeghatározási pontosság. Emiatt ebben az esetben a munkagépek pozíciómeghatározását vagy robotmérőállomással vagy pedig az ún. mmGPS technológiával végezhetjük el.

A mmGPS technológia lényege, hogy a GPS méréseket kizárólag a tolólap vízszintes koordinátáinak meghatározására használjuk. Magassági értelemű meghatározáshoz egy az építési területen a gréder közelében felállított forgólézer jeleit használjuk. Így egyidőben biztosítható a kellően pontos vízszintes és magassági helymeghatározás anélkül, hogy valamivel több felhasználói ismeretet igénylő mérőállomást kellene használnunk a munkaterületen.

14.3. Aeronómiai alkalmazások

Az aeronómia a felső légkör fizikai és kémiai folyamataival foglalkozó tudomány. A műholdas helymeghatározási technika – köszönhetően annak, hogy az ionoszféra a jelek terjedési sebességét módosítja – felhasználható az ionoszféra szabad elektrontartalmának meghatározására.

A feladat meghatározásához állítsuk elő a k pontban a j műholdra két frekvencián végzett fázis és kódmérések különbségeit a következő alakban:

$$\Phi_{k,L2}^j(t_i) - \Phi_{k,L1}^j(t_i) = c(\tau^j - \tau_k) + (\lambda_{L2} N_{k,L2}^j - \lambda_{L1} N_{k,L1}^j) - \alpha I_f(t_i) + v_\Phi, \quad (14.1)$$

és

$$P_{k,L2}^j(t_i) - P_{k,L1}^j(t_i) = c(\tau^j - \tau_k) + \alpha I_f(t_i) + v_P \quad (14.2)$$

ahol τ^j és τ_k a vevő, illetve a műhold kivonás után visszamaradó szinkronizációs hibája,

$$\alpha = 40,3 \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_1^2 f_2^2} = 1,05 \cdot 10^{-17} [\text{m}^3] \quad (14.3)$$

$I_f(t_i)$ pedig a teljes elektrontartalom.

Mivel ebből a lineáris kombinációból kiesik a valódi távolság, ezért ezt „geometria-mentes” lineáris kombinációnak nevezzük. Az egyéb hibák, mint például az L1 és L2 antenna fáziscentrum ingadozások az antennamodellek segítségével megfelelően korrigálhatóak, viszont az órahibák különbségéből visszamaradó szinkronizációs hibák nem elhanyagolható mennyiségek.

A szinkronizációs hibák a műhold megfigyelési időtartama alatt konstans mennyiségek, így a (14.1) és (14.2) egyenletek összege csak véletlenszerű hibákat tartalmaz az ionoszféra okozta hatás kiejtése miatt:

$$\Delta_{GIF} = 2c(\tau^j - \tau_k) + (\lambda_{L2} N_{k,L2}^j - \lambda_{L1} N_{k,L1}^j) + v_\Phi \quad (14.4)$$

Ezt a lineáris kombinációt nevezzük geometria és ionoszféra mentes lineáris kombinációnak. Amennyiben az észlelés nem tartalmaz ciklusugrásokat, akkor a (14.4) képletből a $\bar{\Delta}_{GIF}$ átlagérték meghatározható. Ezt az átlagértéket a (14.1) egyenletből kivonva az ionoszféricas közvetítőegyenlethez juthatunk:

$$\Phi_{k,L2}^j(t_i) - \Phi_{k,L1}^j(t_i) - \bar{\Delta}_{GIF} = -c(\tau^j - \tau_k) - \alpha I_f(t_i) + v_\Phi \quad (14.5)$$

A közvetítő egyenlet továbbra is tartalmazza a szinkronizációs hibát, amelyet a kiegyenlítés során kell meghatározunk. A kiegyenlítéshez át kell térnünk a vertikális elektrontartalomra:

$$I_f(t_i) = \frac{I_v(t_i)}{\sin E_i(t_i)}. \quad (14.6)$$

A vertikális elektrontartalmat az ionoszféricas ponthoz tartozó földrajzi szélesség és a helyi idő függvényében többnyire lineáris polinom segítségével modellezhetjük:

$$I_v(t_i) = I_{00} + I_{10}(\varphi - \varphi_0) + I_{20}(\vartheta - \vartheta_0). \quad (14.7)$$

Megjegyezzük, hogy előzetes állomáskoordinátákra szükségünk van, hiszen azok alapján számíthatjuk az ionoszféricas pontban a műhold magassági szögét. A (14.7) és (14.6) egyenletet a közvetítőegyenletbe behelyettesítve, legkisebb négyzetek módszerével az I_{00} , I_{10} és I_{20} paraméterek, valamint a időszinkronizáció hibája $(\tau^j - \tau_k)$ meghatározható. Az eredmények tükrében az adatfeldolgozás során levezethető elektrontartalom 1-4 TECU pontossággal jellemezhető.

Az ionoszféra okozta késleltetést több pontban is meghatározva és egy adott időtartamban blokkonként egy-egy átlagos TEC értéket kiszámítva izovonalas TEC térképek is készíthetőek.

Az ionoszféra állapotának egy másik vizsgálati módszere az rádió-okkultációs mérések felhasználása. Rádióokkultációs méréseket főként az alacsony földi pályán (LEO) keringő műholdakra szerelt GNSS vevőberendezések segítségével hajthatunk végre. A műholdak által sugárzott jelek az atmoszférában haladva nem csak sebességüket változtatják, hanem el is hajlanak. Emiatt az elhajlás miatt, a LEO műholdakra szerelt GNSS vevők a horizont alatt is észlelni tudják a GNSS műholdak jeleit. Az elhajlási szögből meghatározható az ionoszféra sebességmódosító hatása a felső légkör különböző szintjein, így gyakorlatilag egy elektrontartalom-profil tudunk felvenni, ami a felső légkör elektronsűrűségének a függőleges metszetét adja vissza. A taiwani-amerikai kooperációban fellőtt FORMOSAT/COSMIC LEO műholdkonstelláció célja, hogy Földünkön naponta nagy számban tudjunk előállítani ilyen rádióokkultációs méréseket, amelyek alapján nem csak a felső légkör állapota, hanem akár a troposzférában található vízgőztartalom is meghatározható.

14.4. Meteorológiai alkalmazás

A műholdas helymeghatározó rendszerek segítségével lehetőségünk nyílik a troposzféra okozta késleltető hatás számszerűsítésére. Ezt a hatást két részre bonthatjuk fel, a száraz légtömegek hatására, és a nedvességtől függő hatásra. A száraz légtömegek hatását földi meteorológiai adatok segítségével modellezhetjük, így a nedvességtől függő hatás meghatározható. A nedvességtől függő hatás ismeretében a troposzféra integrált vízgőztartalma – különféle modellek alapján – becsülhető. Ez a vízgőztartalom a kihullható csapadék felső korlátját adja meg, így fontos információkat biztosít az előrejelzésekhez használt numerikus modellek számára.

A GNSS adatok feldolgozása során lehetőségünk nyílik a troposzféra okozta késleltetés becsülésére. A teljes késleltetés meghatározása helyett a priori modellként a hidrosztatikus részt már figyelembe is vehetjük, így rögtön a „nedves” összetevőt (ZWD) is meghatározhatjuk. Az utóbbiból az alábbi eljárással becsülhetjük a troposzféra integrált vízgőztartalmát.

Az integrált vízgőztartalom (IWV) definíciója szerint:

$$IWV = \int_{z_{ant}}^{z_{tfh}} \rho_v dz \quad (14.8)$$

ahol ρ_v a vízgőz sűrűsége.

Vezessük be a vízgőz átlagos hőmérsékletét (T_m):

$$T_m = \frac{\int_{z_{ant}}^{z_{tfh}} \rho_v dz}{\int_{z_{ant}}^{z_{tfh}} \frac{\rho_v}{T} dz} \quad (14.9)$$

Ekkor nedves késleltetést leíró egyenletet az alábbi alakra hozhatjuk:

$$ZWD = 10^{-6} R_v \left(k_2 - \frac{R_d}{R_v} k_1 \right) IWV + 10^{-6} k_3 R_v \frac{IWV}{T_m} \quad (14.10)$$

amelyet átrendezve az alábbi összefüggést kapjuk:

$$IWV = \frac{10^6}{R_v \left(-\frac{R_d}{R_v} k_1 + k_2 + \frac{k_3}{T_m} \right)} ZWD. \quad (14.11)$$

A (14.11) egyenletből láthatjuk, hogy a ZWD értékekből csupán a vízgőz átlagos hőmérsékletétől (T_m) függő $Q(T_m)$ tényező ismeretére van szükségünk, ahol

$$Q(T_m) = \frac{10^6}{R_v \left(-\frac{R_d}{R_v} k_1 + k_2 + \frac{k_3}{T_m} \right)}. \quad (14.12)$$

T_m értékre Bevis és társai több mint 9000 rádiószondás (ballonos) mérésből vezettek le egy lineáris összefüggést a földfelszíni hőmérséklet függvényében (T_f):

$$T_m = 70,2 + 0,72T_f. \quad (14.13)$$

Mind a Q , mind a T_m tényezőkre többféle modell is létezik, kimutatható, hogy ezek a modellek regionális és szezonális változásokat is mutatnak.

A Q arányossági tényező reciprokára Emardson és Derks 38 európai állomásról származó, mintegy 120.000 rádiószondás mérésből vezetett le egy összefüggést, amely csak a felszíni hőmérséklettől függ:

$$\frac{1}{Q(T_f)} = a_0 + a_1(T_f - \bar{T}) + a_2(T_f - \bar{T})^2, \quad (14.14)$$

ahol $a_0=6,458 \text{ m}^3/\text{kg}$, $a_1=-1,78 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg}/\text{K}$, $a_3=-2,2 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{kg}/\text{K}$ és $\bar{T}=283,49 \text{ K}$.

Összefoglalva tehát a troposzféra nedves összetevőjének zenitirányú késleltetését a GNSS mérésekből meghatározhatjuk. Ezt a Q arányossági tényezővel átválthatjuk integrált vízgőztartalommá. Az arányossági tényező meghatározásához a mérési pontban meg kell határoznunk a felszíni hőmérsékletet is.

Felhasznált irodalom

Könyvek

1. Ádám J.-Bányai L.-Borza T.-Busics Gy.-Kenyeres A.-Krauter A.-Takács B.: Műholdas helymeghatározás (Műegyetemi Kiadó)
2. R. Dach – U. Hugentobler – P. Fridez – M. Meindl: Bernese Software Version 5.0 (University of Bern, Astronomical Institute, <http://www.bernese.unibe.ch/docs/DOCU50.pdf>)
3. Hoffmann-Wellenhof, B. – Lichtenegger, H.– Wasle, E.: GNSS – Global Navigation Satellite System (SpringerWienNewYork)
4. Rizos, C.: Principles and Practice of GPS Surveying (Satellite Navigation and Positioning Lab, UNSW - http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps_survey/principles_gps.htm)
5. Seeber, G.: Satellite Geodesy (de Gruyter)

Folyóirat cikkek

1. Ádám J.: Egységes európai geodéziai és geodinamikai alapok létrehozása (Akadémiai Székfoglaló, 2005, <http://www.mta.hu/fileadmin/szekfoglalok/000004.pdf>)
2. Ádám J.: A WGS-84 geodéziai világrendszer és továbbfejlesztései (Geodézia és Kartográfia, 2008/9, www.fomi.hu/honlap/magyar/szaklap/2008/09/1.pdf)
3. Ádám J, Szűcs L, Tokos T, Rózsa Sz.: [Establishment of a Permanent GPS Station at the Department of Geodesy and Surveying of the Budapest University of Technology and Economics](http://www.periodica-polytechnica-civil-engineering.com/issue/view/Establishment-of-a-Permanent-GPS-Station-at-the-Department-of-Geodesy-and-Surveying-of-the-Budapest-University-of-Technology-and-Economics). PERIODICA POLYTECHNICA-CIVIL ENGINEERING 46:(2) pp. 179-184. (2002)
4. Allan, D.W. –Ashby, N. –Hodge, C.: The Science of Timekeeping (Hewlett Packard Application Note 1289, http://www.allanstime.com/Publications/DWA/Science_Timekeeping/TheScienceOfTimekeeping.pdf)
5. Ashby, N.: Relativity in Global Positioning System (Living Rev. Relativity, 6, (2003), <http://www.livingreviews.org/lrr-2003-1>)
6. Busics György: Minősítő vélemény a VITEL nevű transzformációs programról http://www.geo.info.hu/portal2007/images/stories/bgy/minosito_velemeney_a_vitel-rol.pdf
7. GPS Interface Control Document (<http://www.navcen.uscg.gov/pubs/gps/icd200/ICD200Cw1234.pdf>)
8. GPS SPS Signal Specification (<http://www.navcen.uscg.gov/pubs/gps/sigspec/default.htm>)
9. Niell, A.E.: Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths (J.G.R. 101, b2, 3227-3246, 1996, www.haystack.mit.edu/geo/pubs/NMF_JGR.pdf)

10. Radicella, S.M.: The NeQuick model genesis, uses and evolution (Annals of Geophysics, Vol. 52., No. 3/4., June/August, 2009, www.annalsofgeophysics.eu/index.php/annals/article/viewFile/4597/4665)
11. Rózsa Sz, Dombai F, Németh P, Ablonczy D: [Integrált vízgőztartalom becslése GPS adatok alapján](#). GEOMATIKAI KÖZLEMÉNYEK XII:(1) pp. 187-196. (2009)
12. Rózsa Sz.: [Abszolút antennakalibrálási adatok felhasználása geodinamikai hálózatokban](#). GEOMATIKAI KÖZLEMÉNYEK VIII: pp. 115-122. (2005)
13. Völgyesi L.: A Föld precessziós mozgásának fizikai alapjai (Geomatikai Közlemények V., 2002, <http://www.agt.bme.hu/volgyesi/forgas/precesz.pdf>)
14. Wübbena, G. –Bagge, A. – Schmitz, M.: Network-based Techniques for RTK observations (Presented at the GPS Symposium, *GPS JIN 2001*, GPS Society, Japan Institute of Navigation, November 14.–16., 2001, Tokyo, Japan., www.geopp.de/download/gpsjin01_p.pdf)
15. Wübbena, G. –Bagge, A.: RTCM Message Type 59 – FKP for transmission of FKP (Geo++ White Paper, Nr. 2002.01, www.geopp.de/download/geopp-rtcm-fkp59.pdf)

Kapcsolódó fontosabb internetes oldalak

1. International GNSS Service: <http://igs.cb.jpl.nasa.gov>
2. EUREF Central Bureau Website: <http://www.epncb.oma.be>
3. European GNSS Data Center (BKG): <http://igs.bkg.bund.de>
4. NTRIP homepage (BKG): <http://igs.bkg.bund.de/ntrip/ntriphomepage>
5. Aktív GNSS hálózat (GNSSNet.hu): <http://www.gnssnet.hu>
6. BME permanens- és EGNOS monitoring állomás: <http://stargate.fgt.bme.hu>
7. Bernese website: <http://www.bernese.unibe.ch>
8. Berni Egyetem Csillagászati Intézete: <http://www.aiub.unibe.ch>
9. GNSS relatív antennakalibrációs adatok: <http://www.ngs.noaa.gov/ANTCAL>
10. EGNOS homepage: <http://www.esa.int/esaNA/egnos.html>
11. GPS weboldalak: <http://www.gps.gov/> ; <http://tycho.usno.navy.mil/gps.html> ;
12. GLONASS homepage: <http://www.glonass-ianc.rsa.ru>
13. Galileo homepage: <http://www.esa.int/esaNA/galileo.html>