



5. gyakorlat



Idősorok feldolgozása

- idősor ritkítása
- idősor elemzése
Erzsébet-híd mozgásvizsgálata
- PSD számítása

Idősor ritkítása

- 8000 Hz mintavételi frekvencia
 - 1000 Hz-es és 2500 Hz-es szinuszos jel összetevők
 - amplitúdó spektrum számítása
- Felére ritkított idősor (4000 Hz-es mintavételi frekvencia)
 - Nyquist frekvencia: 2000 Hz
 - a 2500 Hz-es jel átlapolódik 1500 Hz-es hamis alacsony frekvenciára
 - elkerülése: ritkítás előtt 2000 Hz aluláteresztő szűrés

Idősor készítése

```
fs = 8000; % mintavételi frekvencia
```

```
N = 2048; % minták száma
```

```
n = 0:1:N-1;
```

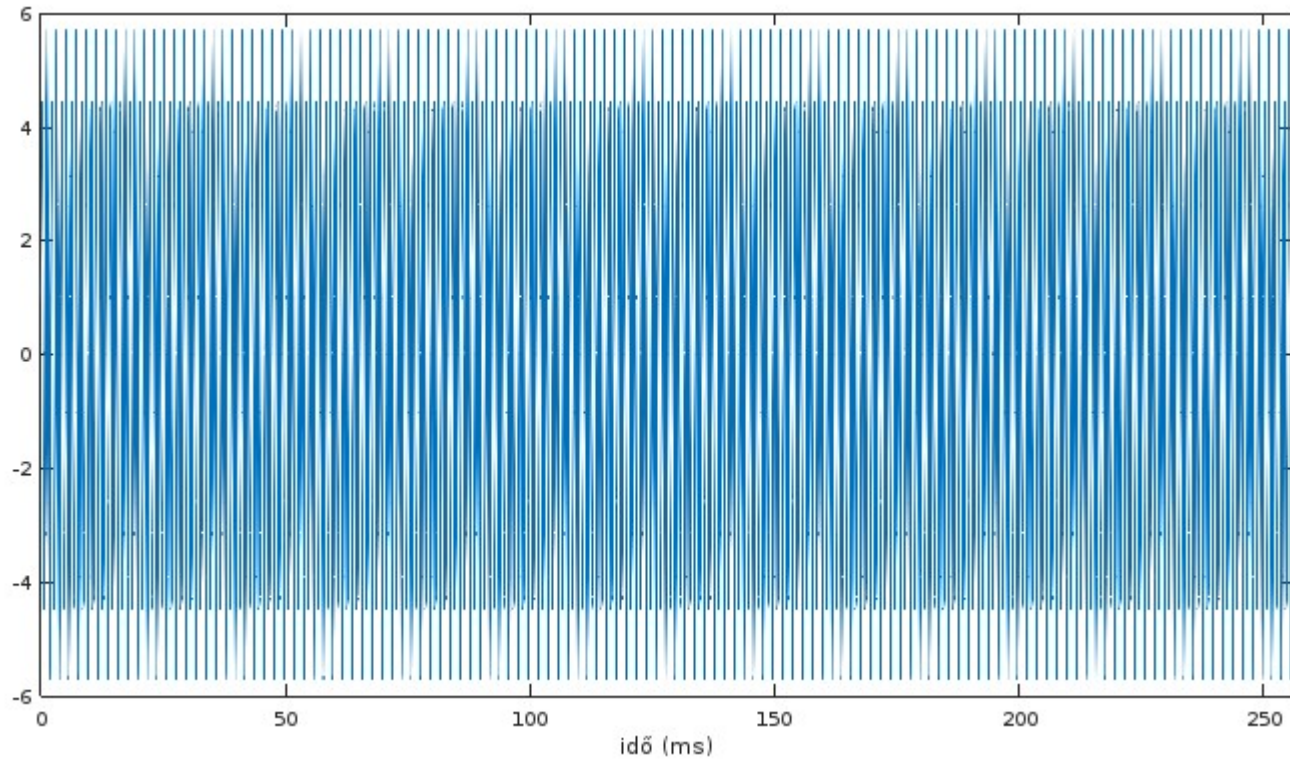
```
x = 5*sin(n*pi/4)+cos(5*n*pi/8);
```

```
figure(1); plot(1000*n/fs,x); xlabel('idő (ms)');
```

```
xlim([0,256])
```

$$\begin{aligned} \sin(2\pi f t) & \quad f_s = 8000 \\ N_T = f_s T, \quad n = f_s t & \quad f = 1000 \\ t = \frac{n}{f_s} & \quad \sin\left(2\pi n \frac{1000}{8000}\right) = \\ \sin\left(2\pi f \frac{n}{f_s}\right) & \quad \sin\left(n \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

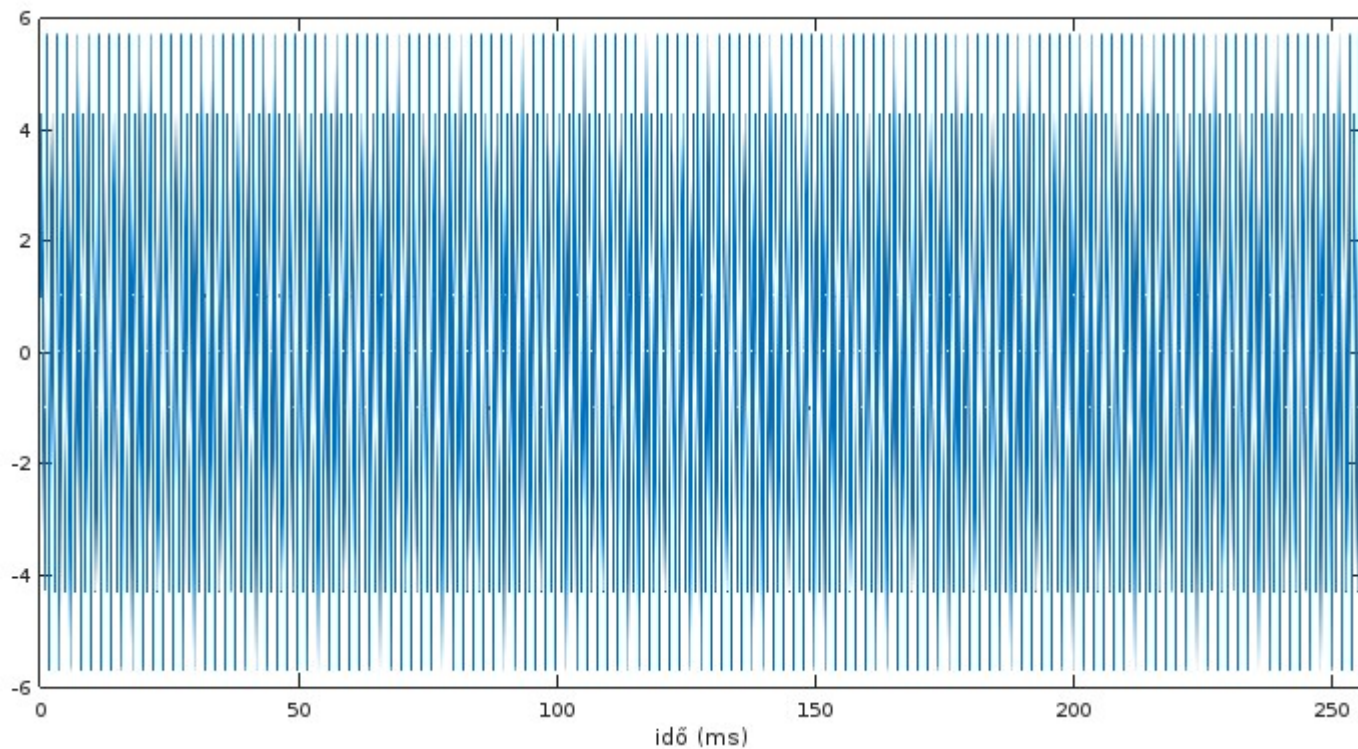
Idősor



Adatsor ritkítése

```
M = 2; % ritkítási faktor
y = x(1:M:N);
NM = length(y);
figure(2); plot(1000*[1:M:N]/fs,y);
xlabel('idő (ms)');
xlim([0,256])
```

Ritkített idősor



Amplitúdó spektrumok

% egyoldali amplitúdó spektrum

```
X = 2*abs(fft(x,N))/N; X(1)=X(1)/2;
```

```
f = [0:1:N/2-1]*fs/N;
```

```
Y = 2*abs(fft(y,NM))/length(y); Y(1)=Y(1)/2;
```

```
fsM = [0:1:NM/2-1]*(fs/M)/NM;
```

```
subplot(2,1,1);
```

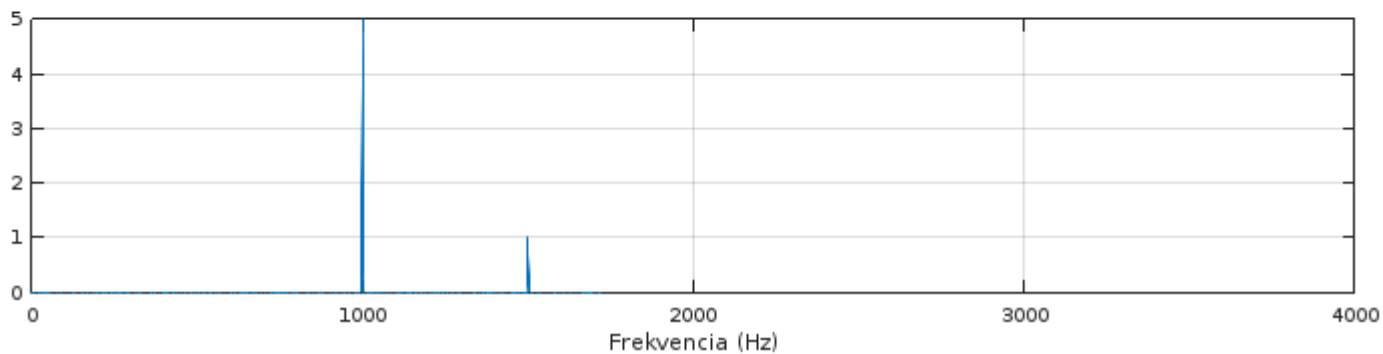
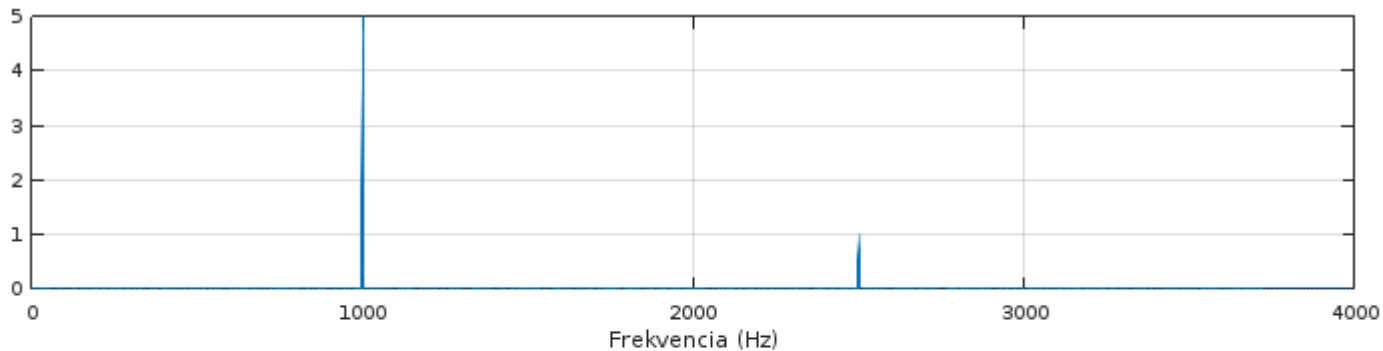
```
plot(f,X(1:1:N/2)); grid; xlabel('Frekvencia (Hz)');
```

```
subplot(2,1,2);
```

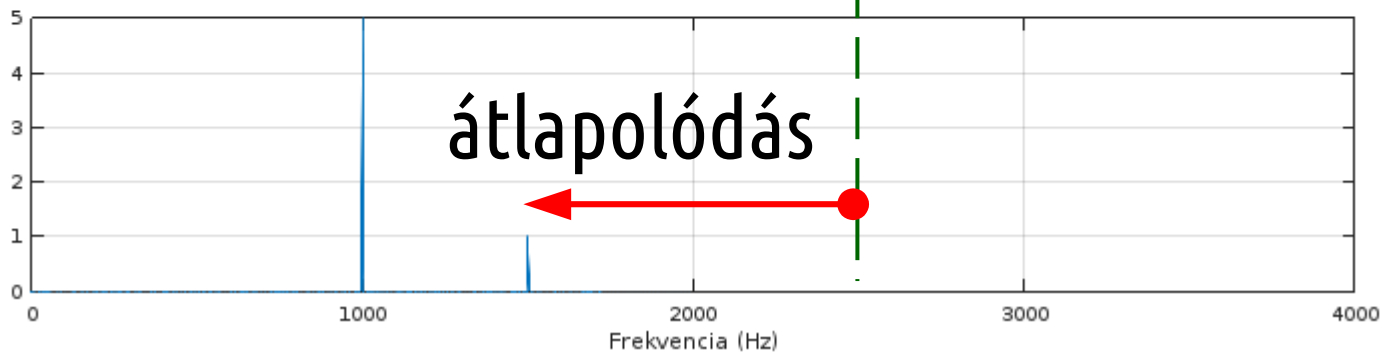
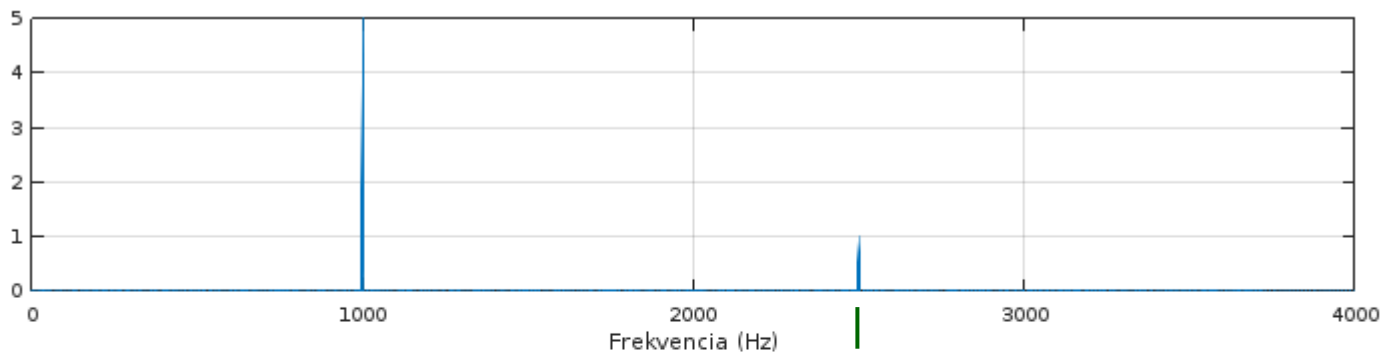
```
plot(fsM,Y(1:1:NM/2)); grid; xlabel('Frekvencia (Hz)');
```

```
xlim([0,4000])
```


Amplitúdó spektrumok



Amplitúdó spektrumok



↑ $f_N = 2000 \text{ Hz}$

Aluláteresztő szűrés

% szűrő hossza

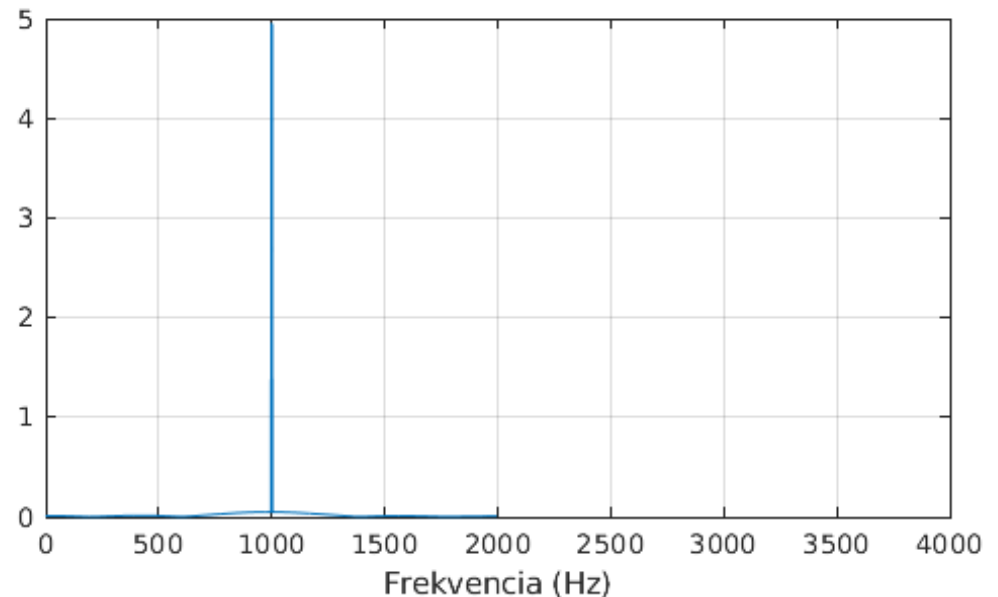
Nf = 37;

f1 = 2000; % Hz, levágási frekvencia

f = f1/(fs/2); % 0.5000

hc = fir1(round(Nf)-1, f, 'low');

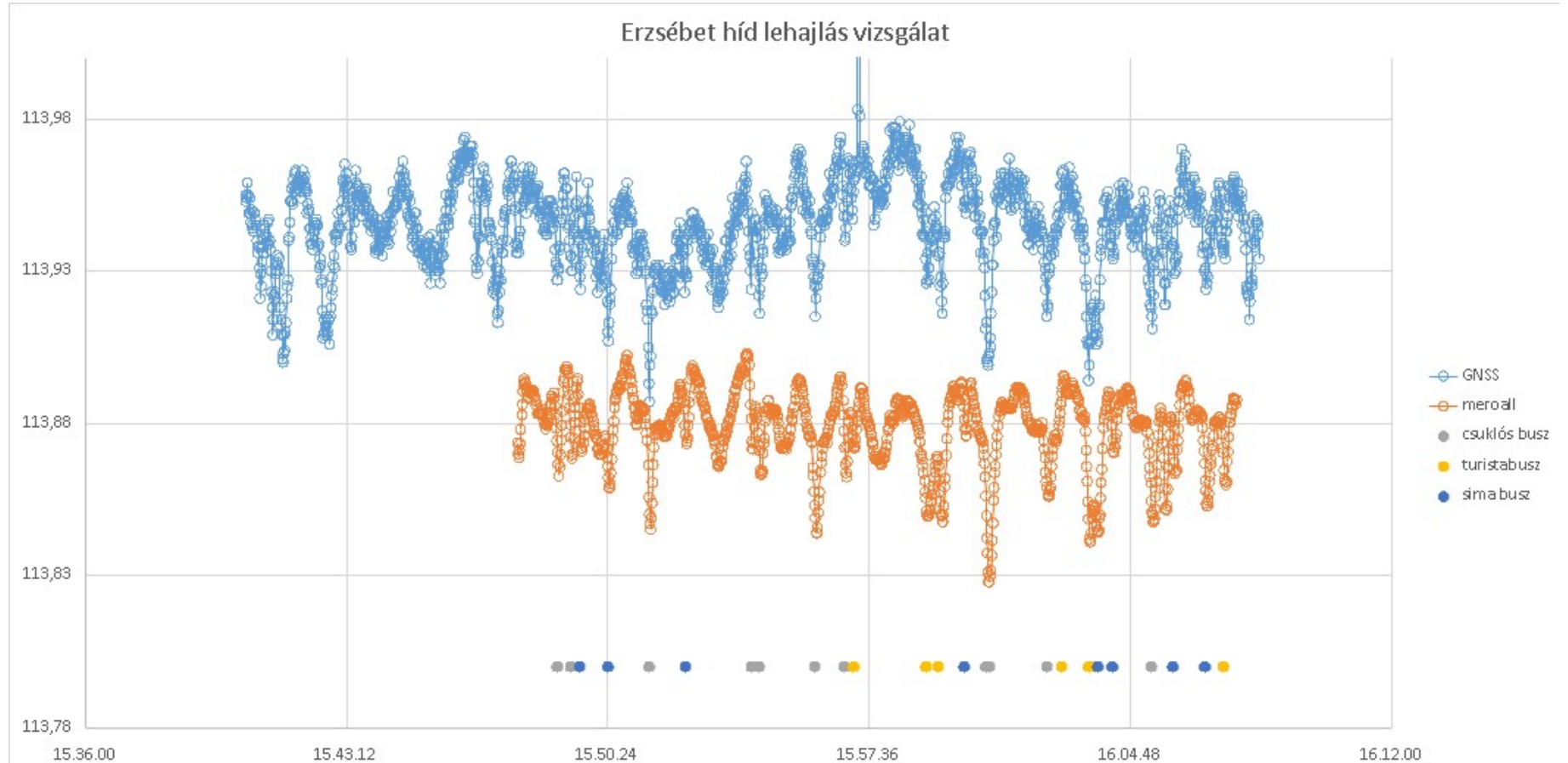
xf = filter(hc,1,x);



Idősor elemzés

- Szerkezetek geodéziája gyakorlat
 - Erzsébet híd lehajlás vizsgálata, 2018.10.11-i mérés
 - Leica GPS vevő, másodpercenként rögzített pozíció
 - Mérőállomás, másodpercenként rögzített prizma pozíció

Híd magasságok



Mérési adatok, GPS

```
1
2 *****
3 EOV koordinátajegyzék
4 *****
5
6 P.szám          Y          X          h          kód          dátum          idő
7
8 4          650133.903    238538.075    113.930    -----    2018.10.11    15:41:07
9 5          650133.903    238538.078    113.923    -----    2018.10.11    15:41:08
10 6          650133.903    238538.077    113.918    -----    2018.10.11    15:41:09
11 7          650133.904    238538.080    113.909    -----    2018.10.11    15:41:10
12 8          650133.903    238538.076    113.914    -----    2018.10.11    15:41:11
13 9          650133.906    238538.075    113.922    -----    2018.10.11    15:41:12
14 10         650133.906    238538.074    113.921    -----    2018.10.11    15:41:13
15 11         650133.906    238538.077    113.923    -----    2018.10.11    15:41:14
16 12         650133.902    238538.073    113.929    -----    2018.10.11    15:41:15
17 13         650133.903    238538.073    113.933    -----    2018.10.11    15:41:16
18 14         650133.902    238538.075    113.930    -----    2018.10.11    15:41:17
19 15         650133.903    238538.074    113.935    -----    2018.10.11    15:41:18
20 16         650133.902    238538.075    113.932    -----    2018.10.11    15:41:19
21 17         650133.904    238538.076    113.934    -----    2018.10.11    15:41:20
22 18         650133.905    238538.077    113.930    -----    2018.10.11    15:41:21
23 19         650133.902    238538.073    113.918    -----    2018.10.11    15:41:22
24 20         650133.900    238538.075    113.912    -----    2018.10.11    15:41:23
25 21         650133.902    238538.074    113.914    -----    2018.10.11    15:41:24
26 22         650133.900    238538.078    113.909    -----    2018.10.11    15:41:25
27 23         650133.900    238538.074    113.901    -----    2018.10.11    15:41:26
```

Beolvasás, időpontok számítása

```
[Psz, Y, X, h, kod, dat, ido] = textread('181011G.txt', '%s %f %f %f %s %s  
%s', 'headerlines',7);
```

```
% másodpercek számítása a kezdettől
```

```
n1 = length(h);
```

```
s0 = hms2s(ido1{1});
```

```
t1 = zeros(1,n1);
```

```
for i=2:n1
```

```
    t1(i) = hms2s(ido1{i})-s0;
```

```
end
```

Függvény időpont számításához

```
function sec = hms2s(hms)
    sp = strsplit(hms, ':');
    h = str2num(sp{1});
    m = str2num(sp{2});
    s = str2num(sp{3});
    sec = 3600*h+60*m+s;
```


Lineáris interpoláció a hiányzó időpontokra

```
% lineáris interpoláció a hiányzó adatokra
```

```
tmax1 = t1(end) % 1634
```

```
length(t1) % 1635
```

```
tf1 = 1:tmax1;
```

```
hi = interp1(t1,h,tf1);
```

```
% interpolált értékek kiírása
```

```
f1 = fopen('G.dat','w');
```

```
for i=1:tmax1
```

```
    fprintf(f1,"%d %.3f\n",tf1(i),hi(i));
```

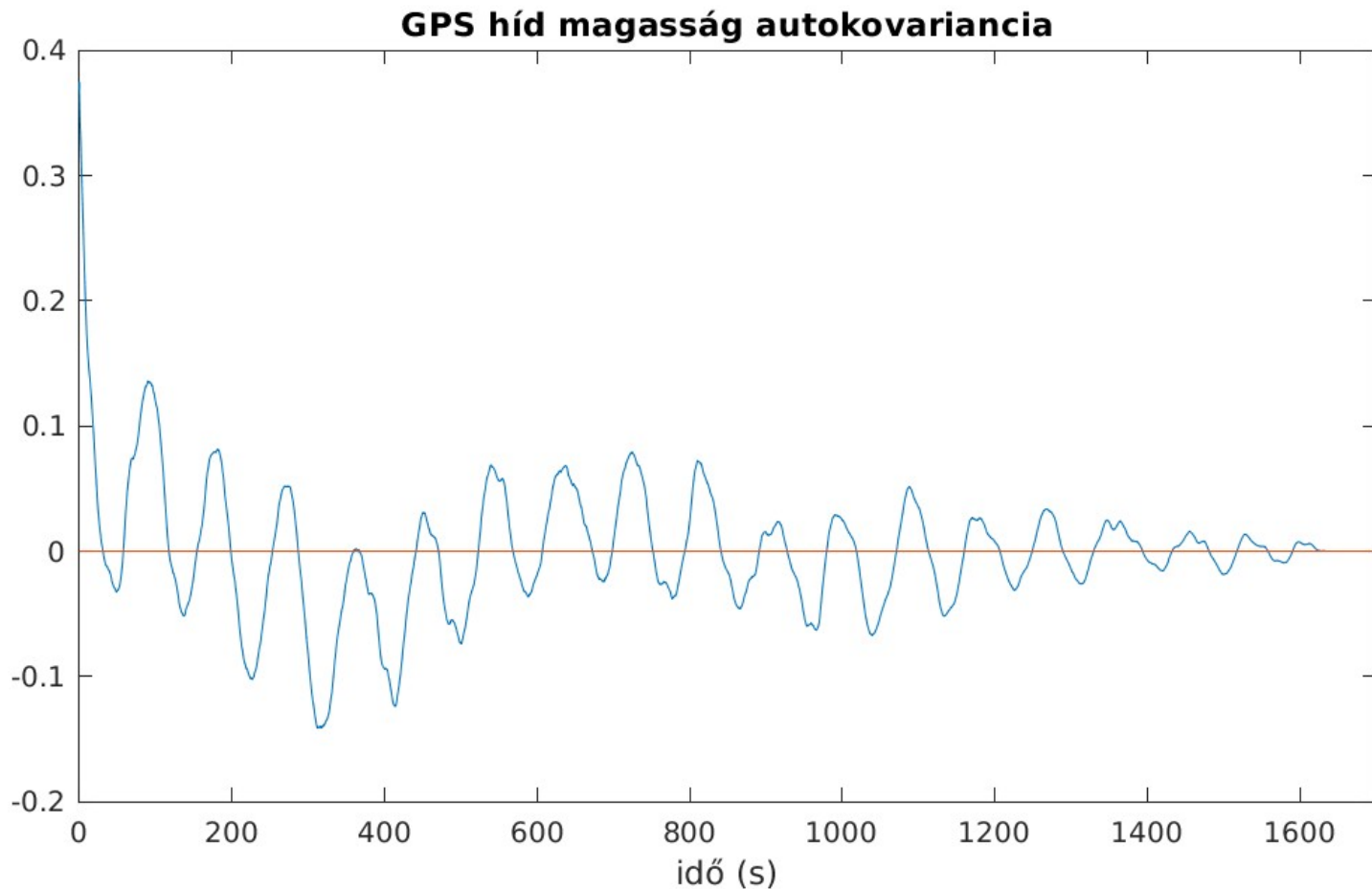
```
end
```

```
fclose(f1);
```

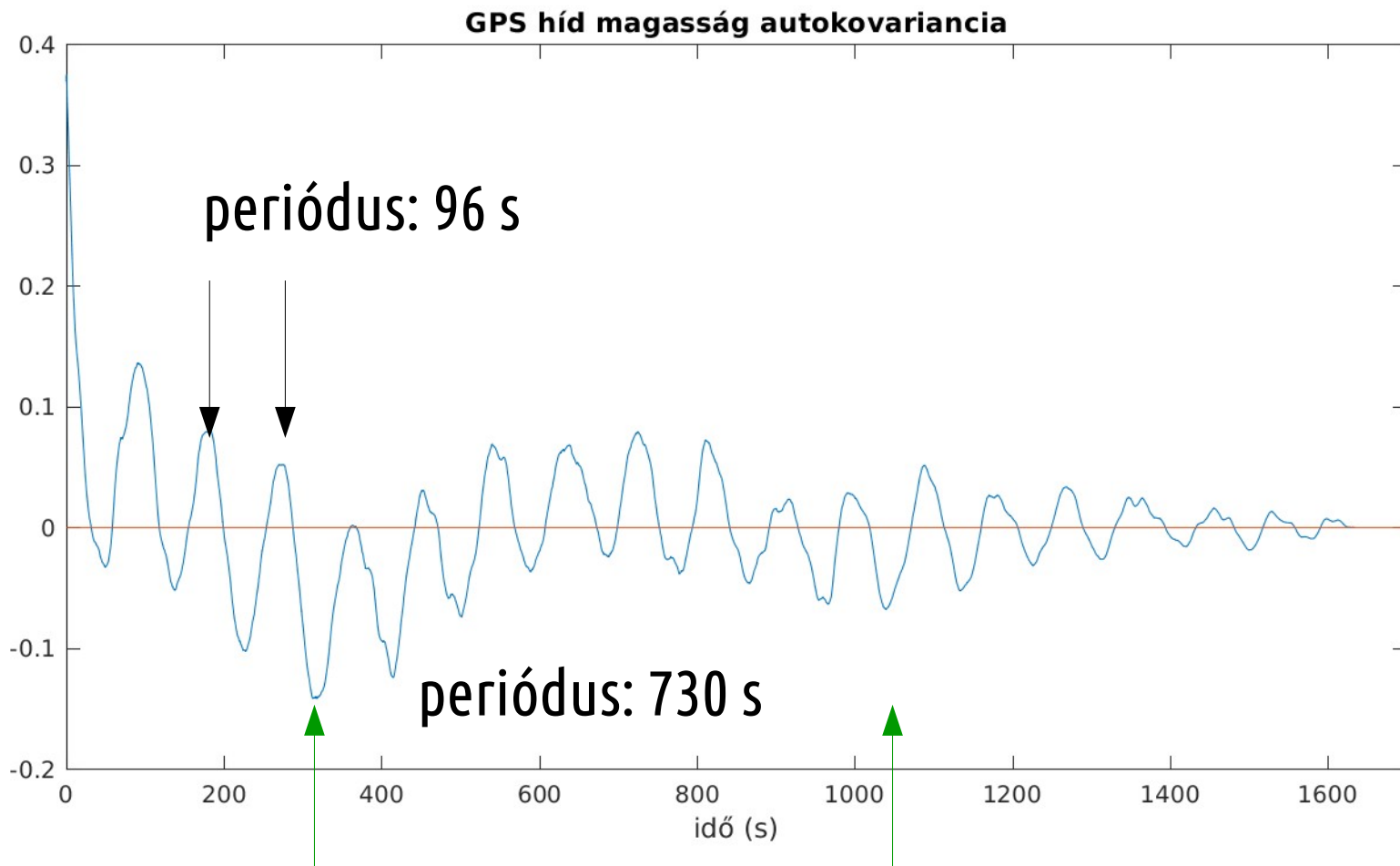
Autokovariancia számítás

```
[Psz, Y, X, h, kod, dat, ido] = textread('181011G.txt', '%s %f %f %f %s %s %s',  
    'headerlines',7);  
% autokovariancia függvény számítása  
[Rh, lag] = xcov(hi);  
figure(2);  
plot(lag,Rh)  
xlabel('idő (s)');  
xlim([0, 1700])  
title('GPS híd magasság autokovariancia');  
hold on  
fplot(@(x) 0)  
print('GPS_h_cov','-dpng')
```

Autokovariancia függvény, GPS



Autokovariancia függvény, GPS



Periódusos jel összetevők

- Ha a jel egy vagy több periódusos összetevőt tartalmaz, akkor az autokovariancia függvény (ACF) is periódusos lesz
- Ez a sajátossága az ACF-nek nagyon hasznos a jelben levő periódusos összetevők azonosítására

Mérési adatok, mérőállomás

1	0	-0.9055	-5.1355	-0.6858	-----	0.000	15:24:44
2	1	-198.6239	12.9261	5.3536	-----	0.006	15:47:55
3	2	-198.6259	12.9268	5.3498	-----	0.006	15:47:56
4	3	-198.6260	12.9262	5.3488	-----	0.006	15:47:57
5	4	-198.6278	12.9281	5.3512	-----	0.006	15:47:58
6	5	-198.6278	12.9269	5.3533	-----	0.006	15:47:59
7	6	-198.6277	12.9271	5.3580	-----	0.006	15:48: 0
8	7	-198.6287	12.9261	5.3627	-----	0.006	15:48: 2
9	8	-198.6285	12.9274	5.3662	-----	0.006	15:48: 3
10	9	-198.6295	12.9264	5.3704	-----	0.006	15:48: 4
11	10	-198.6274	12.9272	5.3729	-----	0.006	15:48: 5
12	11	-198.6285	12.9261	5.3744	-----	0.006	15:48: 6
13	12	-198.6265	12.9258	5.3735	-----	0.006	15:48: 7
14	13	-198.6275	12.9260	5.3731	-----	0.006	15:48: 8
15	14	-198.6275	12.9261	5.3715	-----	0.006	15:48: 9
16	15	-198.6285	12.9265	5.3706	-----	0.006	15:48:10
17	16	-198.6285	12.9266	5.3705	-----	0.006	15:48:11
18	17	-198.6267	12.9253	5.3682	-----	0.006	15:48:12
19	18	-198.6277	12.9245	5.3688	-----	0.006	15:48:13
20	19	-198.6255	12.9262	5.3699	-----	0.006	15:48:14
21	20	-198.6275	12.9270	5.3707	-----	0.006	15:48:15
22	21	-198.6285	12.9262	5.3707	-----	0.006	15:48:16
23	22	-198.6285	12.9266	5.3706	-----	0.006	15:48:17
24	23	-198.6264	12.9273	5.3704	-----	0.006	15:48:18
25	24	-198.6284	12.9279	5.3707	-----	0.006	15:48:19
26	25	-198.6285	12.9264	5.3697	-----	0.006	15:48:21

Beolvasás, interpoláció

```
[Psz, y, x, Z, kod, prec, ido2] = textread('181011MA.txt', '%d %f %f %f %s %f %s');  
n2 = length(Z);  
s0 = hms2s(ido2{1});  
t2 = zeros(1,n2);  
for i=2:n2  
    t2(i) = hms2s(ido2{i})-s0;  
end  
% lineáris interpoláció a hiányzó adatokra  
tmax = t2(end) % 1189  
length(t2) % 1103  
tf2 = 1:tmax;  
Zi = interp1(t2,Z,tf2);
```

Adatok ábrázolása

% kétfajta magasság összevetése

```
figure(1);
```

```
plot(t1(409:end)-t1(409),h(409:end));
```

```
hold on
```

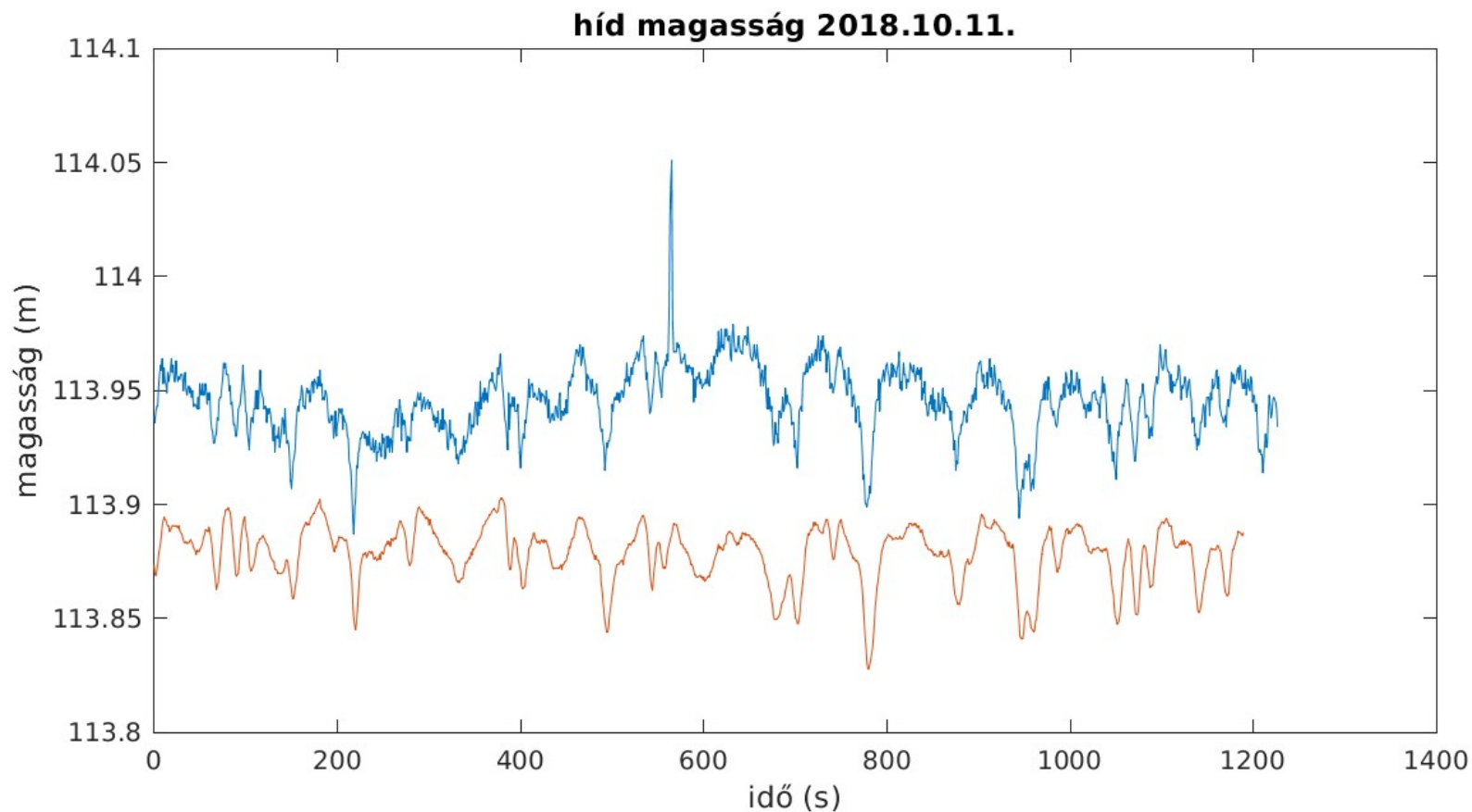
```
plot(t2, Z+108.52);
```

```
xlabel('idő (s)');
```

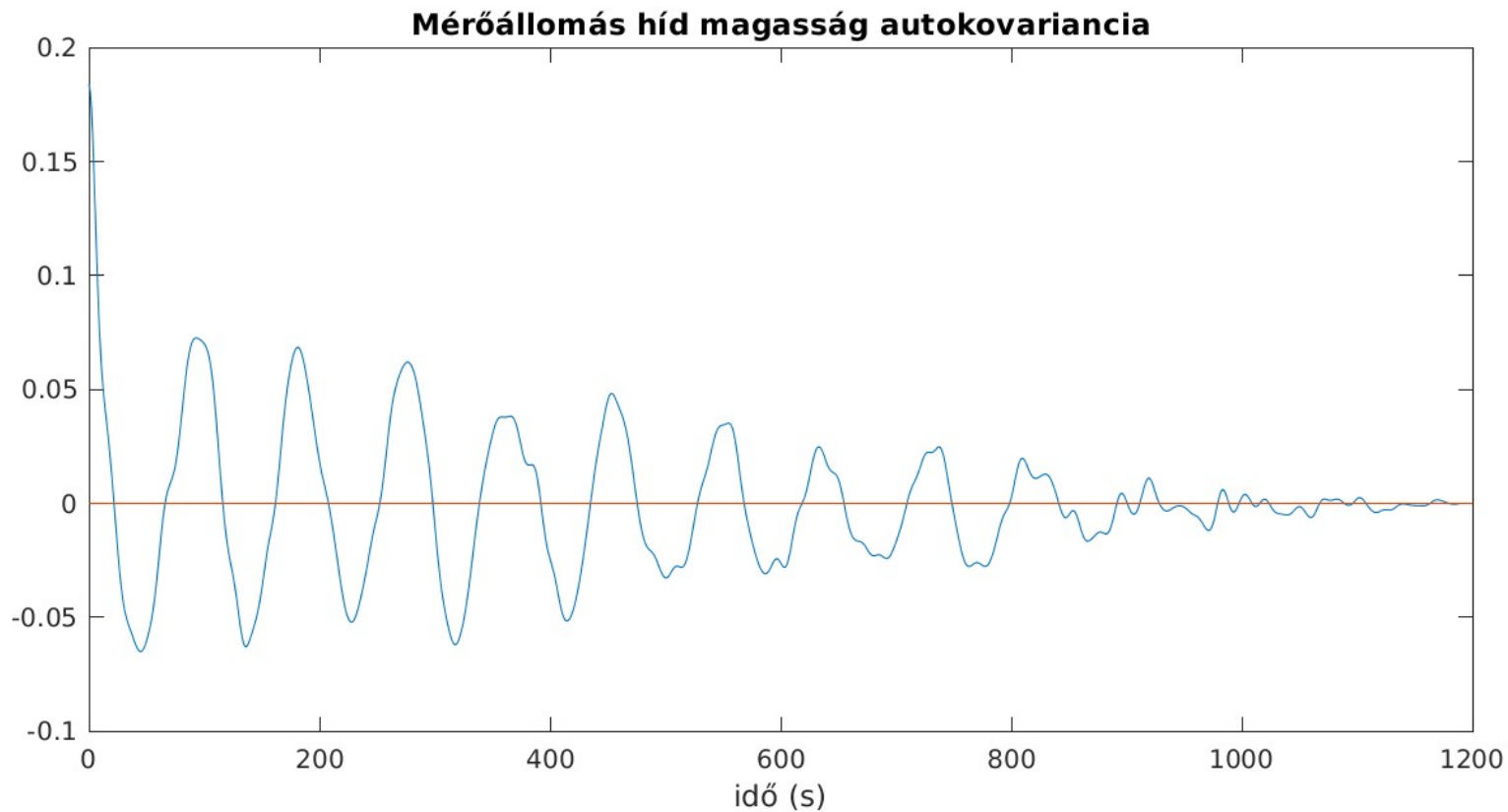
```
ylabel('magasság (m)');
```

```
title('híd magasság 2018.10.11.');
```

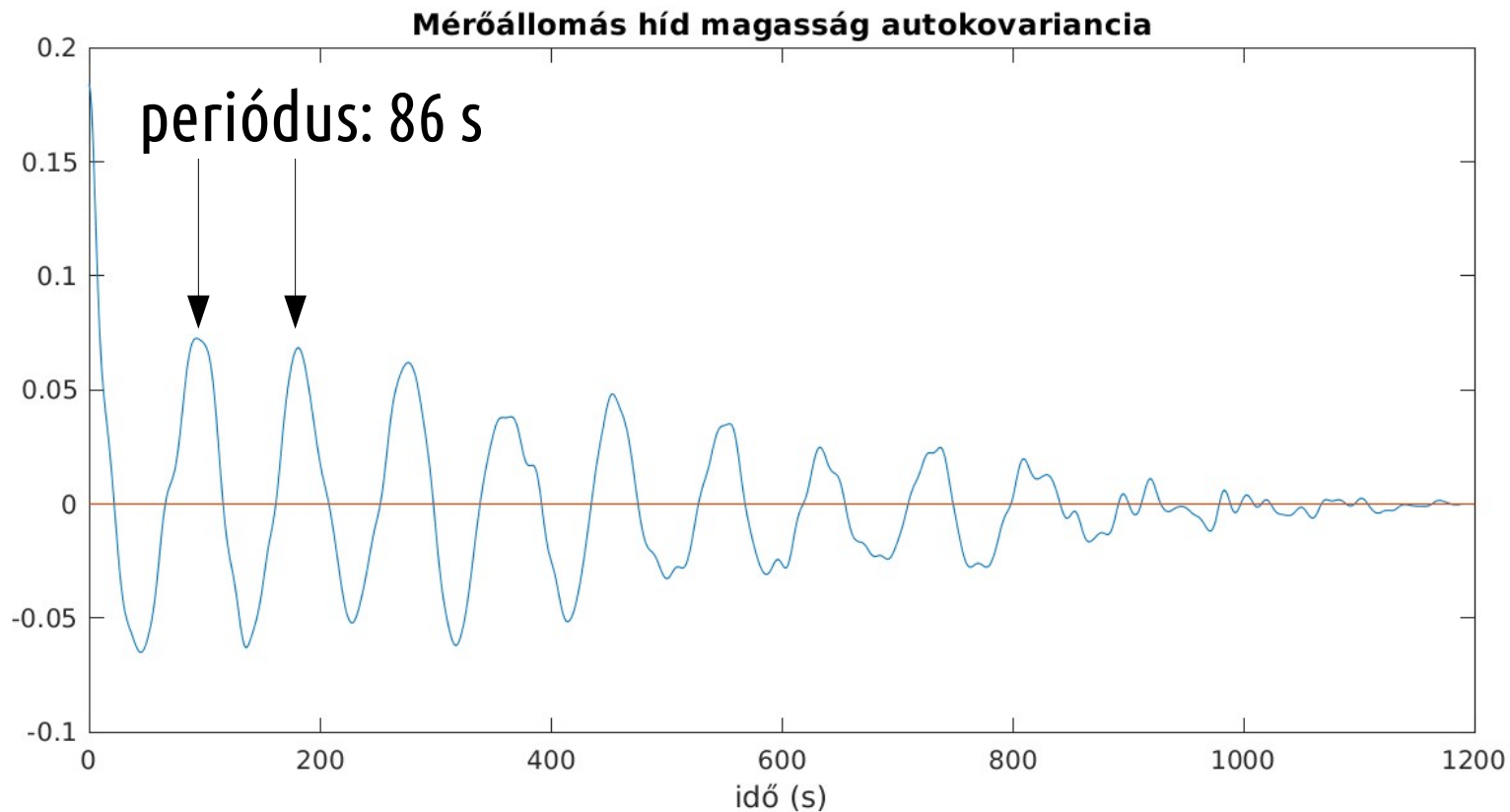

GPS és mérőállomás adatok



Autokovariancia függvény, mérőállomás



Autokovariancia függvény, mérőállomás



Keresztkovariancia számítás

```
% keresztkovariancia függvény számítása
```

```
[RhZ, lag] = xcov(h(408:end),Z);
```

```
figure(3);
```

```
plot(lag,RhZ)
```

```
xlabel('idő (s)');
```

```
xlim([0, 1200])
```

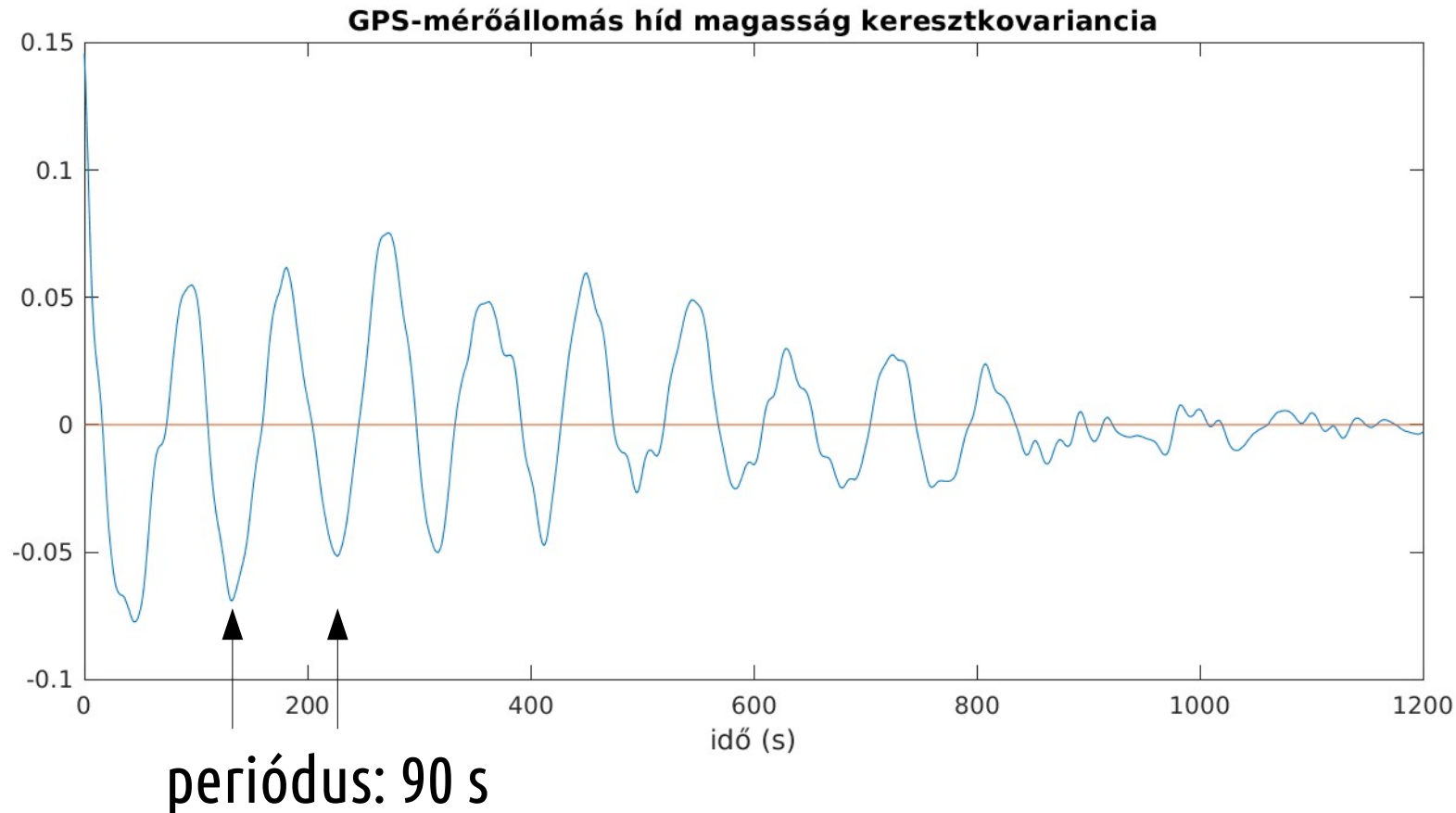
```
title('GPS-Mérőállomás híd magasság keresztkovariancia');
```

```
hold on
```

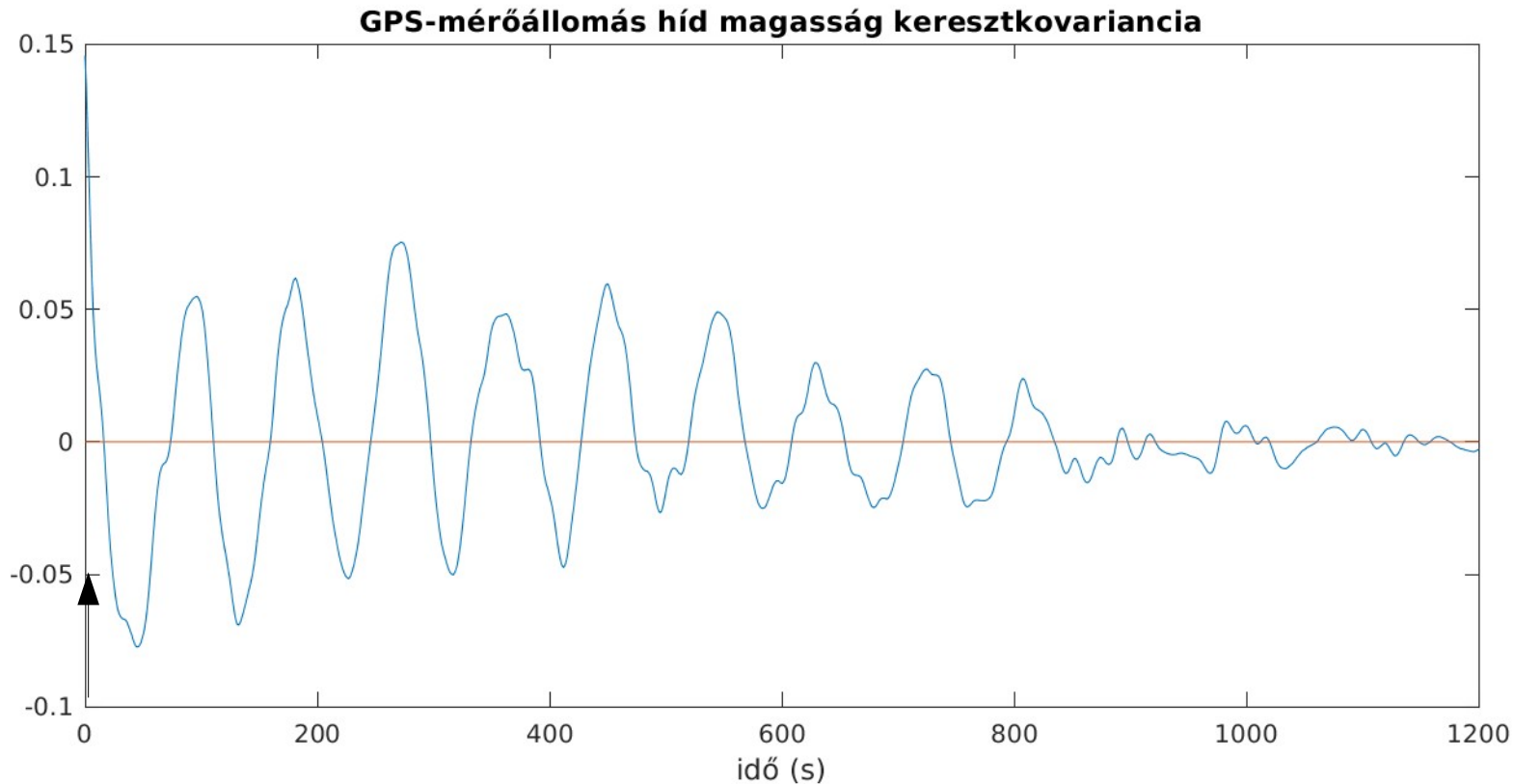
```
fplot(@(x) 0)
```

```
print('GPS_MA_hZ_xcov','-dpng')
```

Keresztkovariancia függvény, GPS-mérőállomás



Keresztkovariancia függvény, GPS-mérőállomás



$R_{hZ}(0)$ pozitív: A híd magassága a két mérési pontban egyformán változik

DPSS sorozatok

- keressük a maximális energia koncentrációjú x_i , $i = 1, \dots, N$ sorozatot egy megadott $[-W, W]$ frekvencia sávban

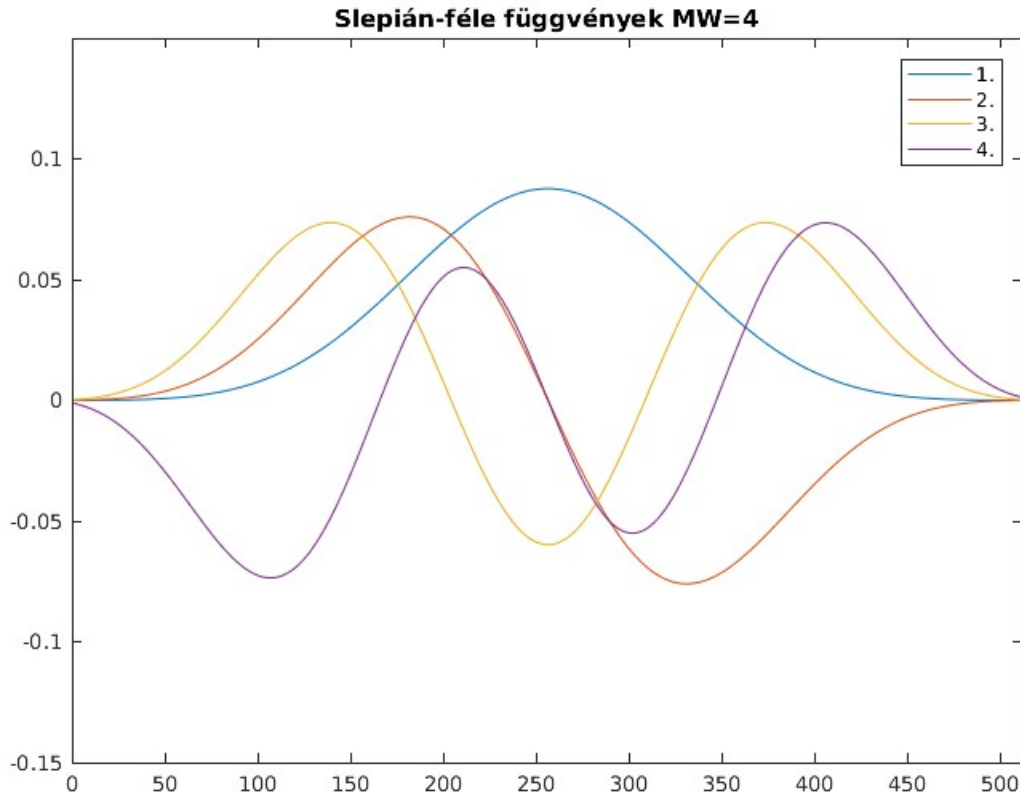
$$\lambda_{max} = \frac{\int_{-W}^W |X(f)|^2 df}{\int_{-F_s/2}^{F_s/2} |X(f)|^2 df}$$

ahol $X(f)$ a sorozat Fourier-transzformáltja,
 F_s a mintavételi frekvencia ($W < F_s/2$)

- $2NW - 1$ számú közel egységnyi λ értékű DPSS sorozat van

DPSS sorozatok (Slepián függvények)

$$T = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ f & a & b & c & d \\ g & f & a & b & c \\ h & g & f & a & b \\ j & h & g & f & a \end{pmatrix}$$



- A DPSS sorozatok az alábbi szimmetrikus *Toeplitz mátrix* sajátvektorai

$$S[k, l] = \frac{\sin[2\pi W T(k-l)]}{\pi(k-l)}$$

$$k, l = 0, 1, 2, \dots, M-1$$

ahol M az elemek száma, W a levágási frekvencia (Hz) és T a mintavételi időköz (s)

- NW szorzat szokásos értékei: 2.5, 3, 3.5, és 4

PSD számítás, GPS mérés

```
function w = dpssw(N,W)
```

```
% DPSSW - N hosszúságú DPSS sorozat számítása
```

```
%           W levágási frekvenciához
```

```
k = (1:N-1);
```

```
s = sin(2*pi*W*k)./(pi*k);
```

```
c0 = [W,s];
```

```
A = toeplitz(c0);
```

```
% 2*NW-1 legnagyobb sajátérték
```

```
[V,D] = eigs(A,round(2*N*W-1));
```

```
w = V;
```

- A diszkrét DPSS függvények az alábbi szimmetrikus Toeplitz mátrix sajátvektorai

$$S[k, l] = \frac{\sin[2\pi W T (k-l)]}{\pi(k-l)}$$

$$k, l = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

- ahol N az elemek száma, W a levágási frekvencia (Hz) és T a mintavételi időköz (s)

PSD számítás, GPS mérés

% Periodogram PSD, Slepian simítással, Octave

```
figure(4);
```

% nagyobb NW: kevesebb szivárgás, de a PSD felbontása csökken

```
NW = 4; Fs = 1;
```

```
W = NW/length(h);
```

```
slepian = dpssw(length(h),W);
```

```
periodogram(h, slepian(:,1),[],Fs);
```

```
xlabel('frekvencia (Hz)');
```

```
ylabel('PSD dB/Hz');
```

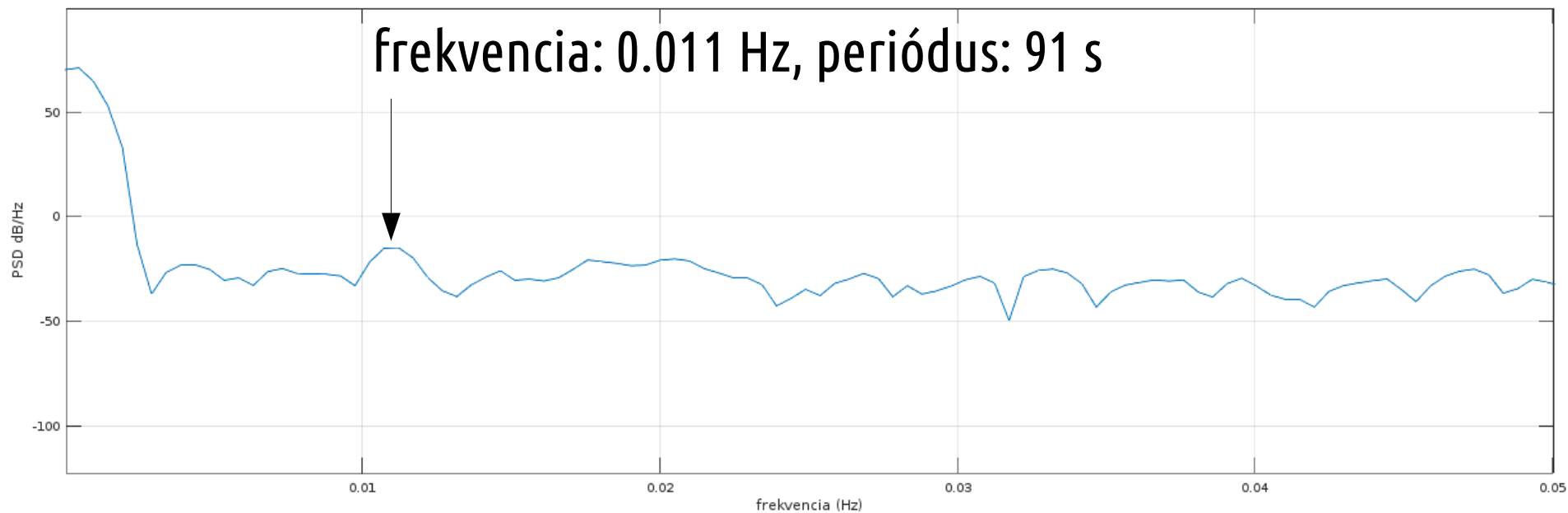
```
tstr = 'GPS híd magasság Slepian simítás PSD'
```

```
title(strjoin({tstr,'NW='},int2str(NW)), ' ');
```

```
print('GPS_h_PSD_Slepian','-dpng')
```

PSD függvény, GPS, Octave

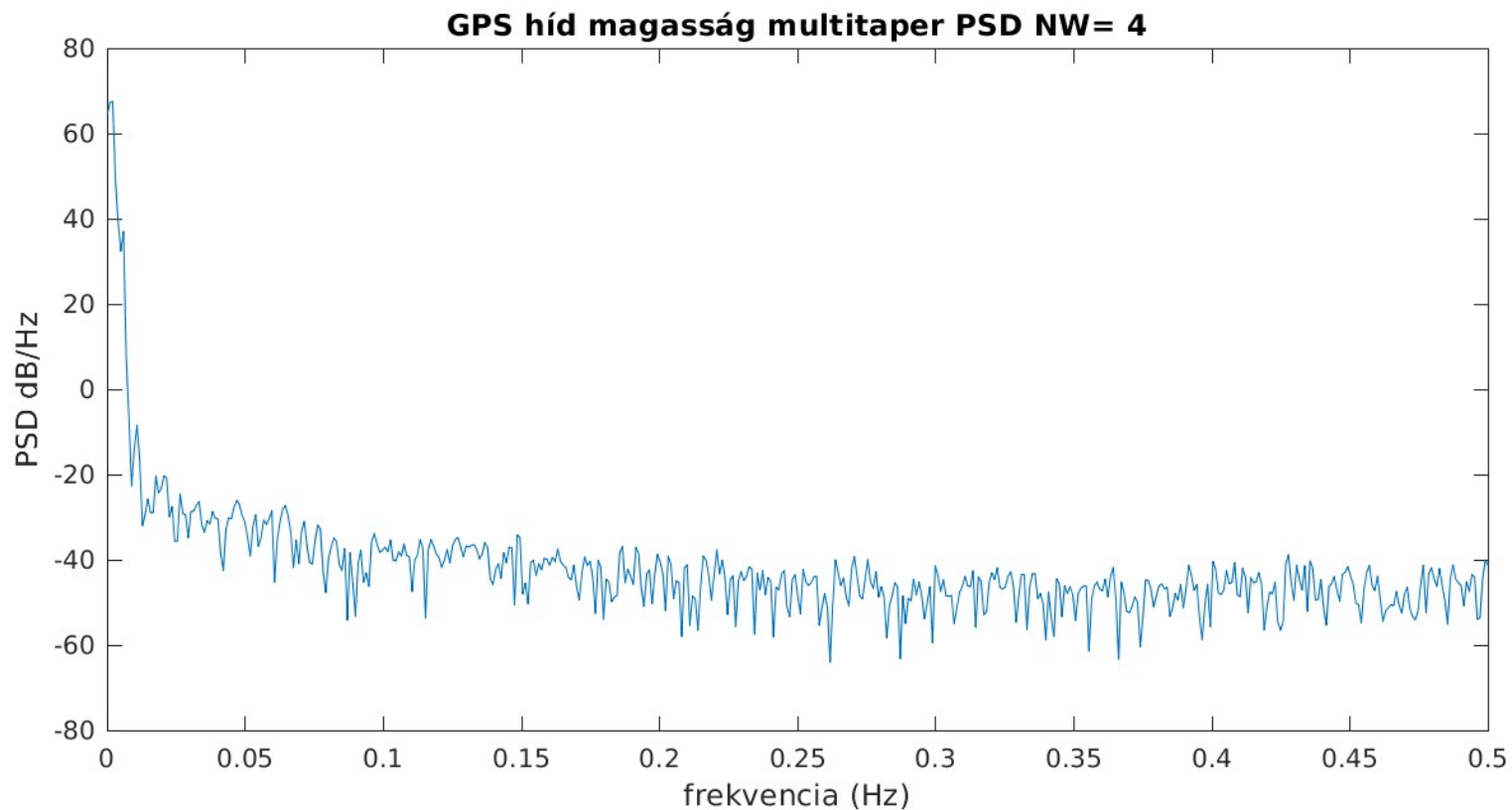
GPS híd magasság Slepian simítás PSD NW= 4



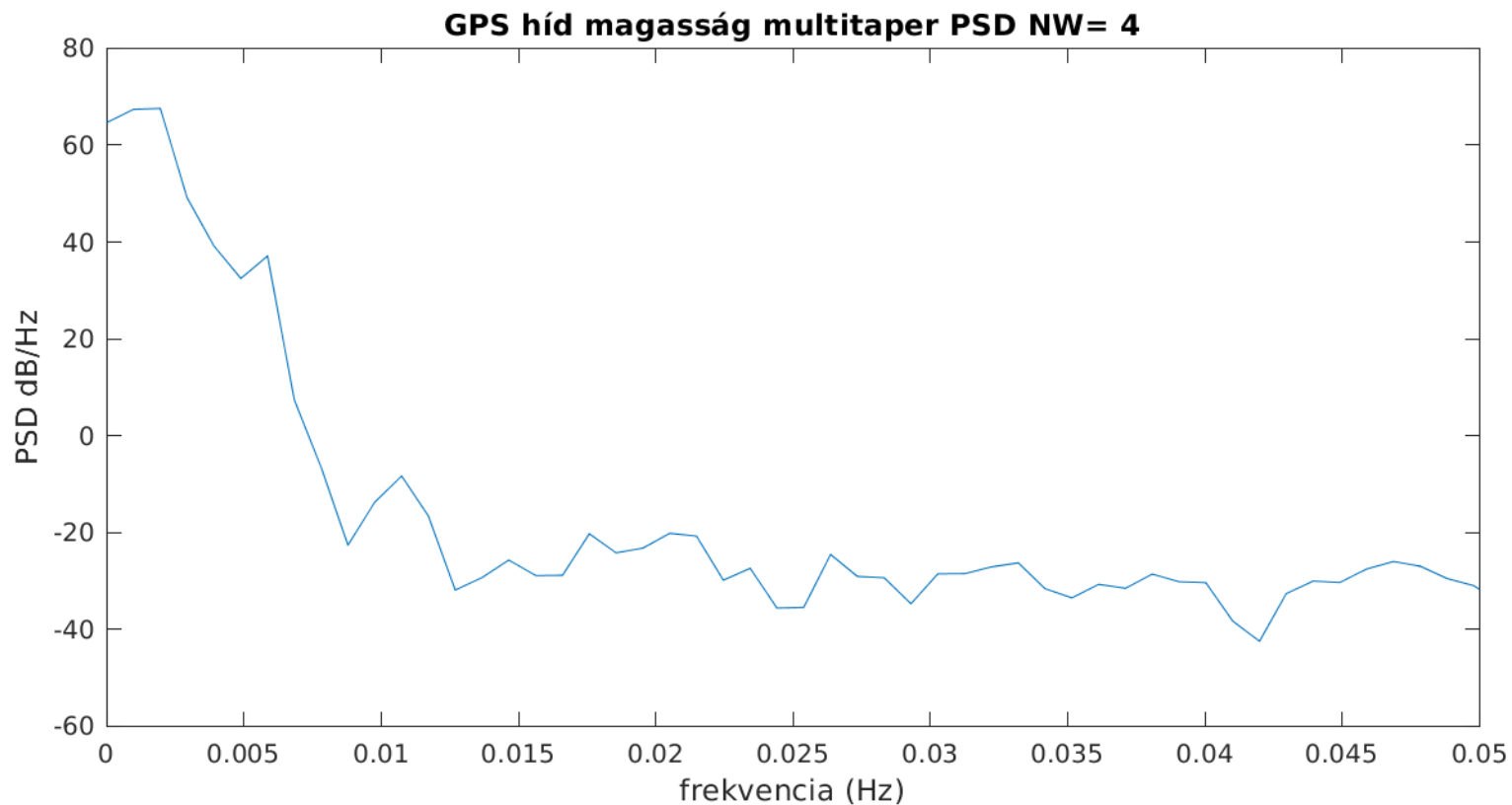
PSD számítás, GPS mérés

```
% Thomson multitaper PSD, Matlab
figure(5);
% nagyobb NW: kevesebb szivárgás, de a PSD felbontása csökken
NW = 4;
[P, f] = pmtm(hi,NW, 1024, Fs);
plot(f, 10*log10(P));
xlabel('frekvencia (Hz)');
ylabel('PSD dB/Hz');
tstr = 'Mérőállomás híd magasság multitaper PSD'
title(strjoin({tstr,'NW=' ,int2str(NW)},' '));
print('GPS_PSD_Matlab','-dpng')
```

PSD függvény, GPS, Matlab



GPS PSD alacsony frekvenciák



Mérőállomás PSD alacsony frekvenciák

