Kiegyenlítő számítások: Hálózatkiegyenlítés

Barsi Árpád

Elméleti rész

A hálózatokról

- A geodézia feladata:
  - a Föld alakjának, méretének és nehézségi erőterének meghatározása
  - a Föld felületén elhelyezkedő természetes és mesterséges tereptárgyak adatainak meghatározása és megjelenítése
- Ehhez hálózatokat kell létesíteni
- Hálózattípusok:
  - Kiterjedés szerint: világ-, kontinentális, országos, helyi hálózatok
  - Dimenziók szerint: egy, két, három, négy
  - Mérési módszerek szerint: geodéziai, fotogrammetriai, gravimetriai stb.

A kiegyenlítés változatai

- Előzetes kiegyenlítés: eredeti mérésekből levezetett fiktív mérésekkel
- Hierarchikus kiegyenlítés: különböző rendű hálózatok kiegyenlítése (Nagyból a kicsibe haladás elve)
- Önálló hálózat kiegyenlítése – beillesztett hálózat kiegyenlítése
- Statikus hálózat kiegyenlítése – dinamikus hálózat kiegyenlítése
- Kiegyenlítés: II. csoport segítségével, III. csoport segítségével
- Méréstípusok: hosszúság, szög, irány stb. mérése, vegyes (hibrid)

Feltételi egyenletek fajtái

- Közvetítő egyenletek fajtái
  - Vannak?
- Kényszerfeltételi egyenletek
  - Vannak?
- Csak mért mennyiségeket tartalmazó feltételi egyenletek
  - Vannak?
- Részletezzük!

Geometriai feltételi egyenletek fajtái
A hálózat alakját biztosító egyenletek

- Állomásfeltételi egyenletek
  - A megmért összes szög összege 360°
- Szögfeltételi egyenletek
  - Zárt idom belső szögeinek összege az idom szögösszege
- Oldalfeltételi egyenletek
  - Bármely oldal hossza több számítás szerint is megegyezik
- Koszorúfeltételi egyenletek
  - Láncolatban felírható többlet szög- és oldalfeltételi egyenlet

Geometriai feltételi egyenletek fajtái
A hálózat <u>alakját</u> és <u>méretét</u> biztosító egyenletek

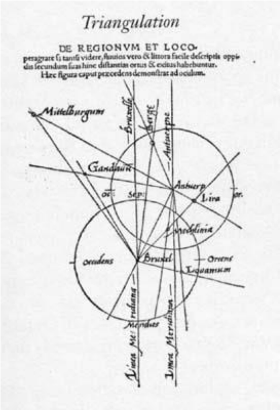
- Hosszfeltételi egyenletek
  - Mért és (szinusz-tétellel) levezetett hosszak közötti feltételek
- Bázisfeltételi egyenletek
  - Változatlannak tekintett hosszakra (bázisokra) felírt hosszfeltételi egyenletek
- Tisztán hosszméréses hálózatok szögfeltételi egyenletei
  - Félszögek koszinuszaival felírt feltételi egyenletek
- Tisztán hosszméréses hálózatok területfeltételi egyenletei
  - Héron-képlettel felírt feltételi egyenletek

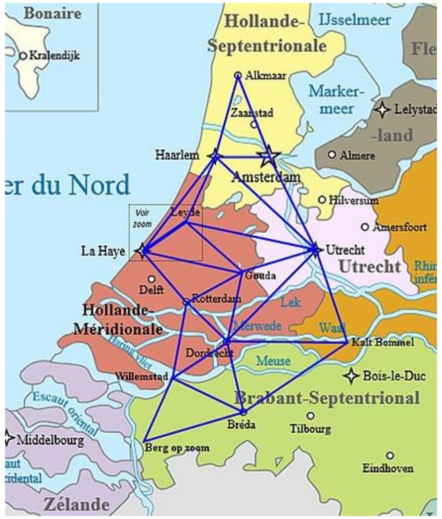
Geometriai feltételi egyenletek fajtái
A hálózat <u>elhelyezését</u> biztosító egyenletek

- Rendkívüli állomásfeltételi egyenletek
  - Több részben megmért szögek feltételi egyenletei álláspontonként
- Bázisfeltételi egyenletek
  - Ismert pontok alapján felírt (nem hibátlan mérésű) bázisfeltételi egyenletek
- Rendkívüli szögfeltételi egyenletek
  - Ismert irányszögek alapján felírható szögfeltételi egyenletek
- Koordinátafeltételi egyenletek
  - Adott koordinátájú pontok alapján felírható egyenletek
  - (nem ismerős ez?)
- Azimutfeltételi (Laplace-feltételi) egyenletek
  - Mért azimutértékek alapján felírható feltételi egyenletek

S a tudósok…

- Gemma Rainer Frisius (Jemme Reinersz) (1508-1555)
  - Az első háromszögelési hálózat kialakítása
  - Előmetszés alapú mérések Brüsszel környékén (1533)
- Willebrordus Snellius van Royen (Willebrord van Roijen Snell) (1580-1626)
  - Snellius-Descartes-törvény
  - Pi pontosítása, loxodróma
  - Háromszögelés (1615)

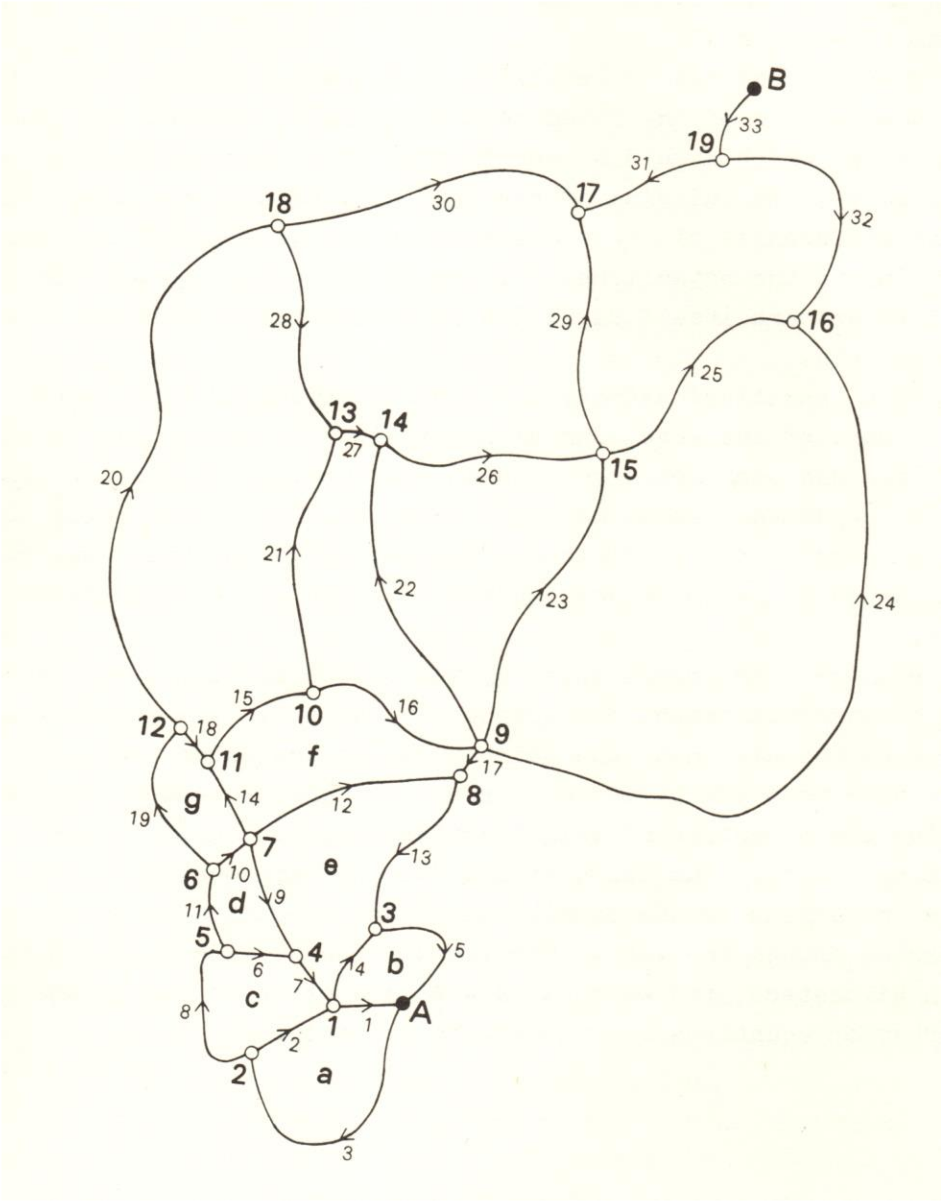




Gyakorlati rész

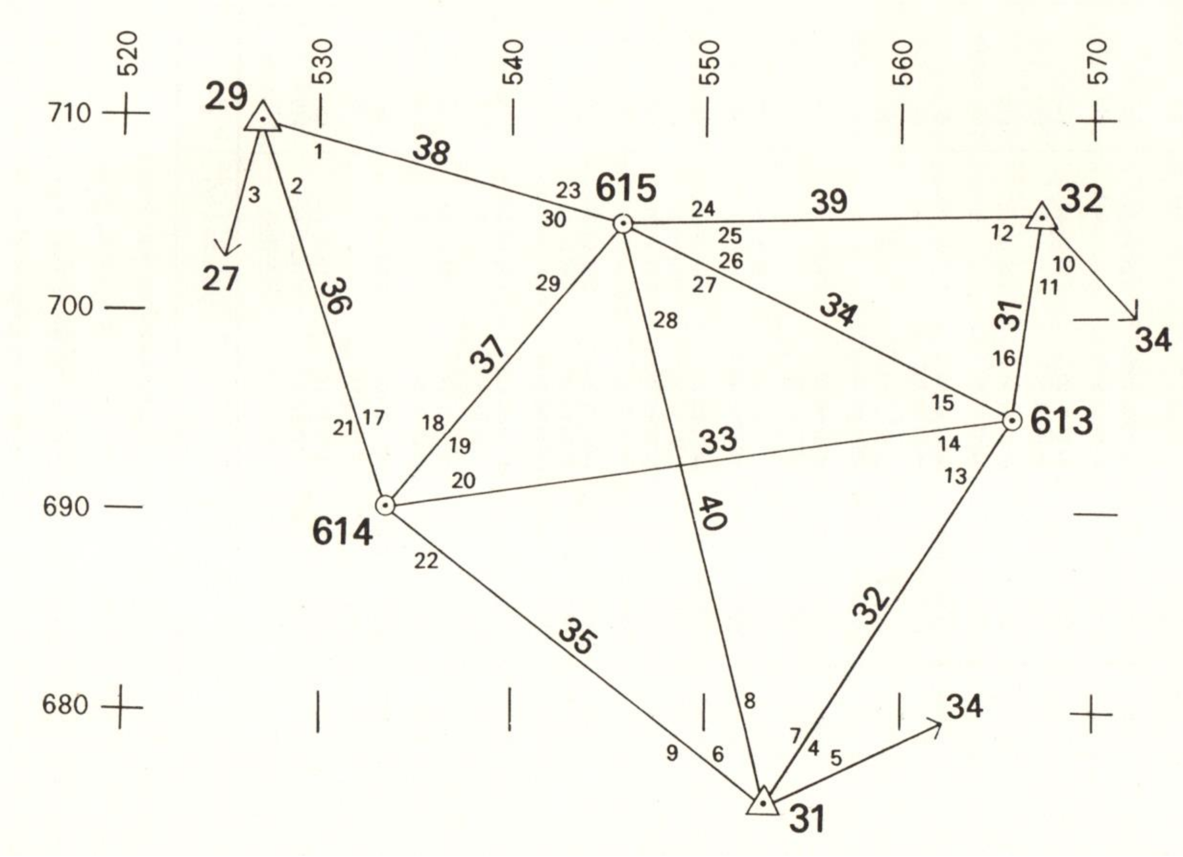
Szintezési hálózat példája

- Helsinki szintezési hálózata (ha jól emlékszem)
- Két rész:
  - Nagyobb sűrűségű, pontosabb belvárosi rész (betűzött poligonok)
  - Kisebb sűrűségű, kevésbé pontos külterületi rész
- Két jelentős szintezési alappont (A és B)
- Mért vonalak száma: 33



Háromszögelési hálózat példája

- Szög- és távolságmérések
  - 14 db szögmérés
  - 10 db távolságmérés
- Szögméréses (triangulációs) hálózatként feldolgozható
- Távméréses (trilaterációs) hálózatként feldolgozható
- Vegyes (szög- és távméréses) hálózatként feldolgozható



Emlékszünk még?
Néhány gyakori feladat

- Távolságmérés

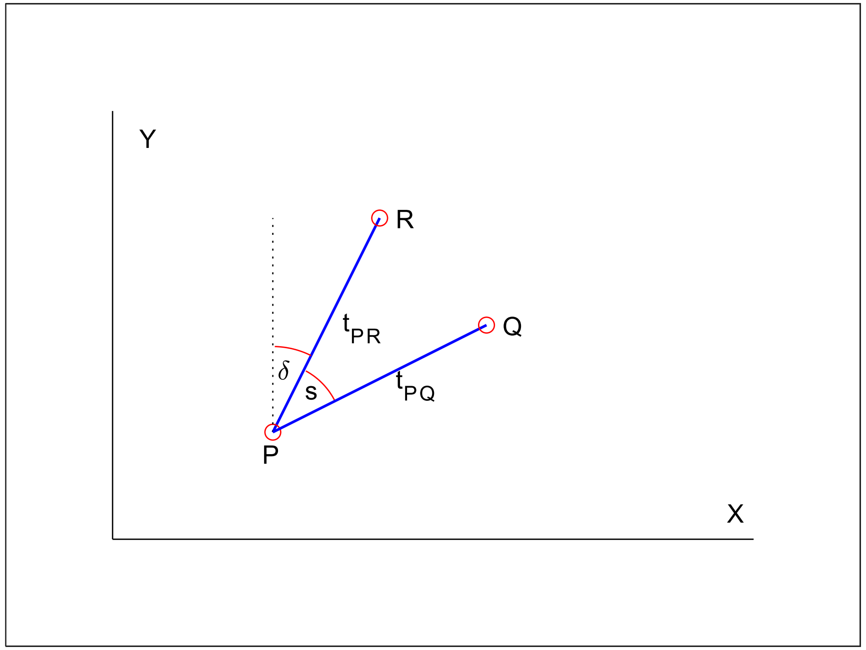
$$T_{PR0} = \sqrt{(Y_{R0} - Y_{P0})^2 + (X_{R0} - X_{P0})^2}$$

- Irányszög

$$\delta_{PR0} = arctg \frac{Y_{R0} - Y_{P0}}{X_{R0} - X_{P0}}$$

- Szögmérés

$$s_{QPR0} = \delta_{PQ0} - \delta_{PR0}$$



Emlékszünk még?
Javítási egyenlet távolságmérés esetén

$$T_{PR0} = \sqrt{\left(Y_{R0} - Y_{P0}\right)^2 + \left(X_{R0} - X_{P0}\right)^2} = \left[\left(Y_{R0} - Y_{P0}\right)^2 + \left(X_{R0} - X_{P0}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$\boxed{v_{PR} = \left(\frac{\partial T_{PR}}{\partial Y_R}\right)_0 y_R + \left(\frac{\partial T_{PR}}{\partial Y_P}\right)_0 y_P + \left(\frac{\partial T_{PR}}{\partial X_R}\right)_0 x_R + \left(\frac{\partial T_{PR}}{\partial X_P}\right)_0 x_P + T_{PR0} - L_{PR}}$$

$$\left(\frac{\partial T_{PR}}{\partial Y_R}\right)_0 = \frac{Y_{R0} - Y_{P0}}{T_{PR0}} \qquad \left(\frac{\partial T_{PR}}{\partial X_R}\right)_0 = \frac{X_{R0} - X_{P0}}{T_{PR0}}$$

$$\left(\frac{\partial T_{PR}}{\partial Y_P}\right)_0 = -\frac{Y_{R0} - Y_{P0}}{T_{PR0}} \qquad \left(\frac{\partial T_{PR}}{\partial X_P}\right)_0 = -\frac{X_{R0} - X_{P0}}{T_{PR0}}$$

Emlékszünk még?
Javítási egyenlet irányszög esetén

$$\delta_{PR0} = arctg\,\frac{Y_{R0}-Y_{P0}}{X_{R0}-X_{P0}}$$

$$\boxed{v_{PR} = \left(\frac{\partial\delta_{PR}}{\partial Y_R}\right)_0 y_R + \left(\frac{\partial\delta_{PR}}{\partial Y_P}\right)_0 y_P + \left(\frac{\partial\delta_{PR}}{\partial X_R}\right)_0 x_R + \left(\frac{\partial\delta_{PR}}{\partial X_P}\right)_0 x_P + \delta_{PR0} - L_{PR}}$$

$$\left(\frac{\partial\delta_{PR}}{\partial Y_R}\right)_0 = \rho''\frac{X_{R0}-X_{P0}}{T_{PR0}^2} \qquad \left(\frac{\partial\delta_{PR}}{\partial X_R}\right)_0 = -\rho''\frac{Y_{R0}-Y_{P0}}{T_{PR0}^2}$$

$$\left(\frac{\partial\delta_{PR}}{\partial Y_P}\right)_0 = -\rho''\frac{X_{R0}-X_{P0}}{T_{PR0}^2} \qquad \left(\frac{\partial\delta_{PR}}{\partial X_P}\right)_0 = \rho''\frac{Y_{R0}-Y_{P0}}{T_{PR0}^2}$$

Köszönöm a figyelmet!