Fotogrammetria és lézerszkennelés

Offline Edition 2021

Alapvető geometriai transzformációk

A transzformációk elvégzése

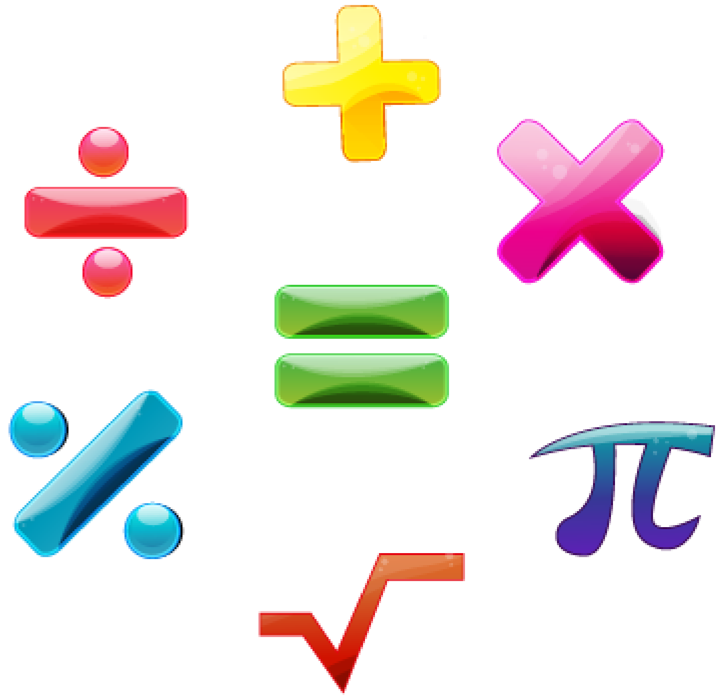
- Változatlan koordináta-rendszer – mozgó pontok
- Változatlan pontok – mozgó koordináta-rendszer

Műveletek

- Síkbeli és térbeli megoldások

- Eltolás
- Méretarány-változás
- Forgatás
- Nyírás

- Összetett transzformáció



Eltolás

- Hagyományos írásmód

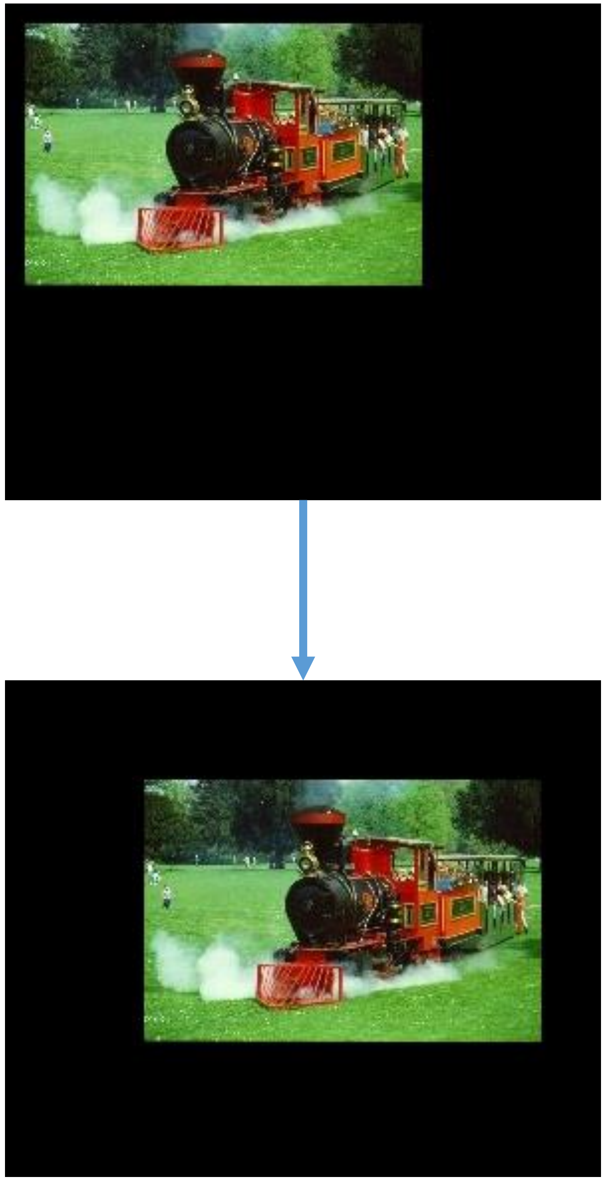
$$X'' = X' + \Delta X$$
$$Y'' = Y' + \Delta Y$$

$$X'' = X' + \Delta X$$
$$Y'' = Y' + \Delta Y$$
$$Z'' = Z' + \Delta Z$$

- Mátrixos írásmód

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$



Méretarány-változás (skálázás)

- Hagyományos írásmód

$$X'' = m_x X'$$
$$Y'' = m_y Y'$$

$$X'' = m_x X'$$
$$Y'' = m_y Y'$$
$$Z'' = m_z Z'$$

- Mátrixos írásmód

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}$$

Síkbeli elemi forgatás

- Hagyományos írásmód

$$X'' = X' \cdot \cos\alpha - Y' \cdot \sin\alpha$$
$$Y'' = X' \cdot \sin\alpha + Y' \cdot \cos\alpha$$

- Mátrixos írásmód

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix}$$





Térbeli elemi forgatás

- Hagyományos írásmód

$$X'' = X'$$
$$Y'' = Y' \cdot \cos\omega - Z' \cdot \sin\omega$$
$$Z'' = Y' \cdot \sin\omega + Z' \cdot \cos\omega$$

$$X'' = X' \cdot \cos\varphi + Z' \cdot \sin\varphi$$
$$Y'' = Y'$$
$$Z'' = -X' \cdot \sin\varphi + Z' \cdot \cos\varphi$$

$$X'' = X' \cdot \cos\kappa - Y' \cdot \sin\kappa$$
$$Y'' = X' \cdot \sin\kappa + Y' \cdot \cos\kappa$$
$$Z'' = Z'$$

- Mátrixos írásmód

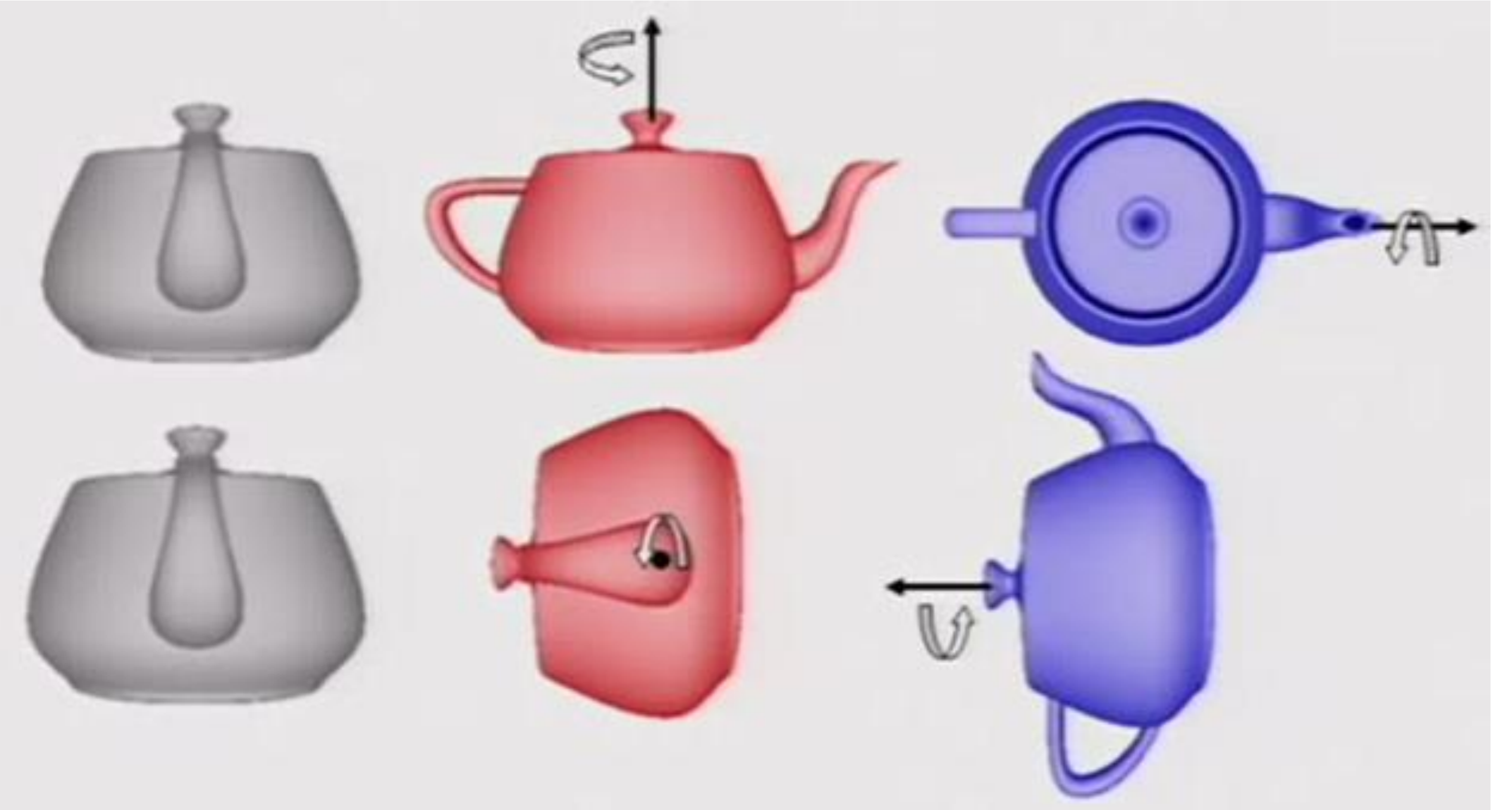
$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\kappa & -\sin\kappa & 0 \\ \sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}$$

Problémák a forgatással

- Lehetséges sorrendek: <u>ωφκ</u>, ωκφ, <u>φωκ</u>, φκω, κωφ, κφω



Eredő térbeli forgatás

$$\mathbf{R}_{\omega\varphi\kappa} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\kappa & -\cos\varphi\sin\kappa & \sin\varphi \\ \cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\varphi\cos\kappa & \cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\varphi\sin\kappa & -\sin\omega\cos\varphi \\ \sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\varphi\cos\kappa & \sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\varphi\sin\kappa & \cos\omega\cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\varphi\omega\kappa} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\kappa + \sin\varphi\sin\omega\sin\kappa & -\cos\varphi\sin\kappa + \sin\varphi\sin\omega\cos\kappa & \sin\varphi\cos\omega \\ \cos\omega\sin\kappa & \cos\omega\cos\kappa & -\sin\omega \\ -\sin\varphi\cos\kappa + \cos\varphi\sin\omega\sin\kappa & \sin\varphi\sin\kappa + \cos\varphi\sin\omega\cos\kappa & \cos\varphi\cos\omega \end{bmatrix}$$

Egyszerűbb jelölés az eredő térbeli forgatás jelölésére

$$\mathbf{R}_{\omega\varphi\kappa} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\kappa & -\cos\varphi\sin\kappa & \sin\varphi \\ \cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\varphi\cos\kappa & \cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\varphi\sin\kappa & -\sin\omega\cos\varphi \\ \sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\varphi\cos\kappa & \sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\varphi\sin\kappa & \cos\omega\cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\omega\varphi\kappa} = \begin{bmatrix} c_\varphi c_\kappa & -c_\varphi s_\kappa & s_\varphi \\ c_\omega s_\kappa + s_\omega s_\varphi c_\kappa & c_\omega c_\kappa - s_\omega s_\varphi s_\kappa & -s_\omega c_\varphi \\ s_\omega s_\kappa - c_\omega s_\varphi c_\kappa & s_\omega c_\kappa + c_\omega s_\varphi s_\kappa & c_\omega c_\varphi \end{bmatrix}$$

Nyírás

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & s_x \\ s_y & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix}$$

Síkbeli összetett transzformációk

- Egybevágósági (3-paraméteres) transzformáció

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix}$$

- Hasonlósági (4-paraméteres vagy Helmert-) transzformáció

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \end{bmatrix} = m \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix}$$

Síkbeli affin transzformációk

- 1. változat (5-paraméteres)

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix}$$

- 2. változat (6-paraméteres)

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x \cdot \cos\alpha & m_x \cdot \left(s \cdot \cos\alpha - \sin\alpha\right) \\ m_y \cdot \sin\alpha & m_y \cdot \left(s \cdot \sin\alpha + \cos\alpha\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix}$$

- 3. változat (6-paraméteres)

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix}$$

Összetett térbeli transzformációk

- Egybevágósági (6-paraméteres) transzformáció

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

- Hasonlósági (7-paraméteres) transzformáció

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = m \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

Térbeli affin transzformáció

- 1. változat

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

- 2. változat

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

Köszönöm a figyelmet!