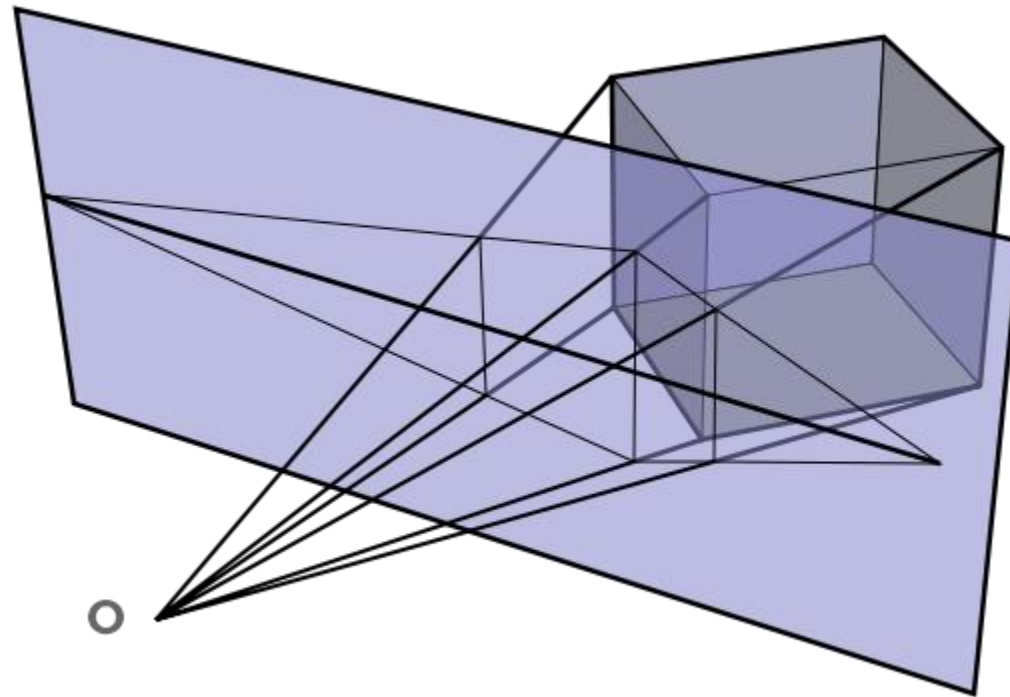


# Fotogrammetria és lézerszkennelés

**Offline Edition 2021**

A centrális vetítés

# Emlékszünk: A perspektív vetítés



# Az „alapábra”

- Tárgypont – vetítési centrum – képpont

- $P(X,Y,Z)$

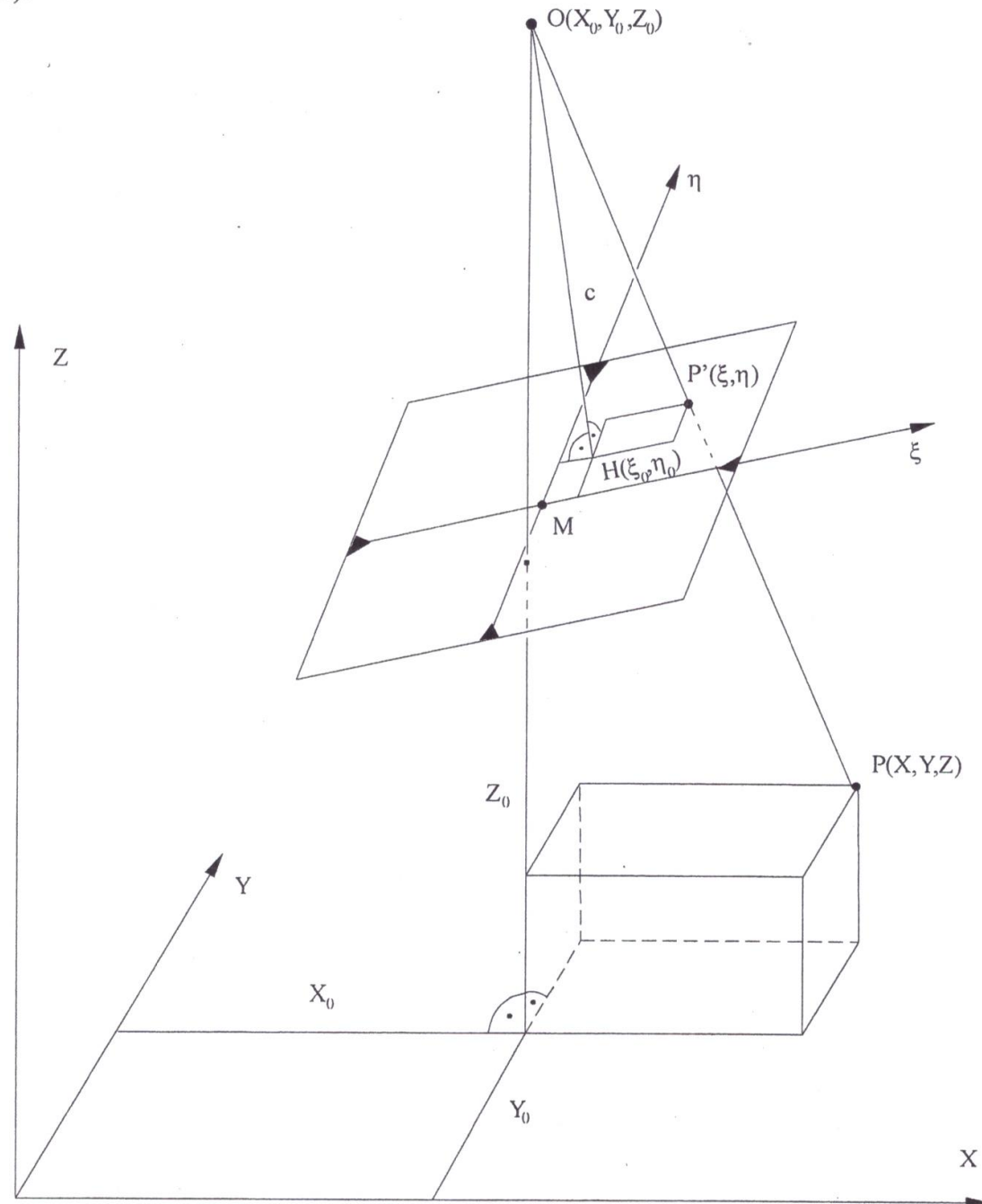
- $O(X_0,Y_0,Z_0)$

- $P'(\xi,\eta)$

- $c$

- $M$

- $H(\xi_0,\eta_0)$



# Jelölés vektorokkal

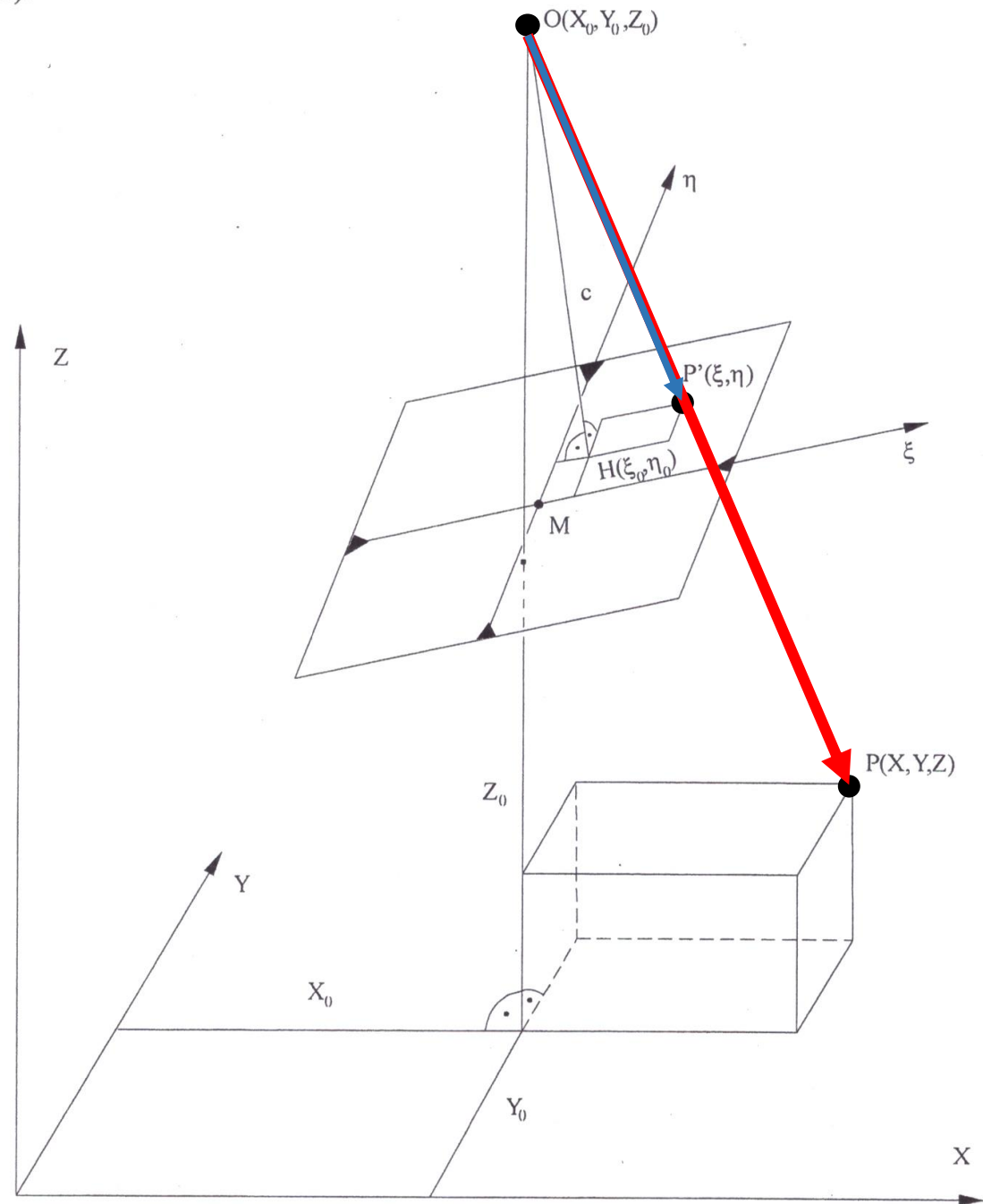
- Képi és tárgytérbeli vektorokra

$$\mathbf{P} = k \cdot \mathbf{p}$$

- vektorosan

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \xi - \xi_0 \\ \eta - \eta_0 \\ -c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$



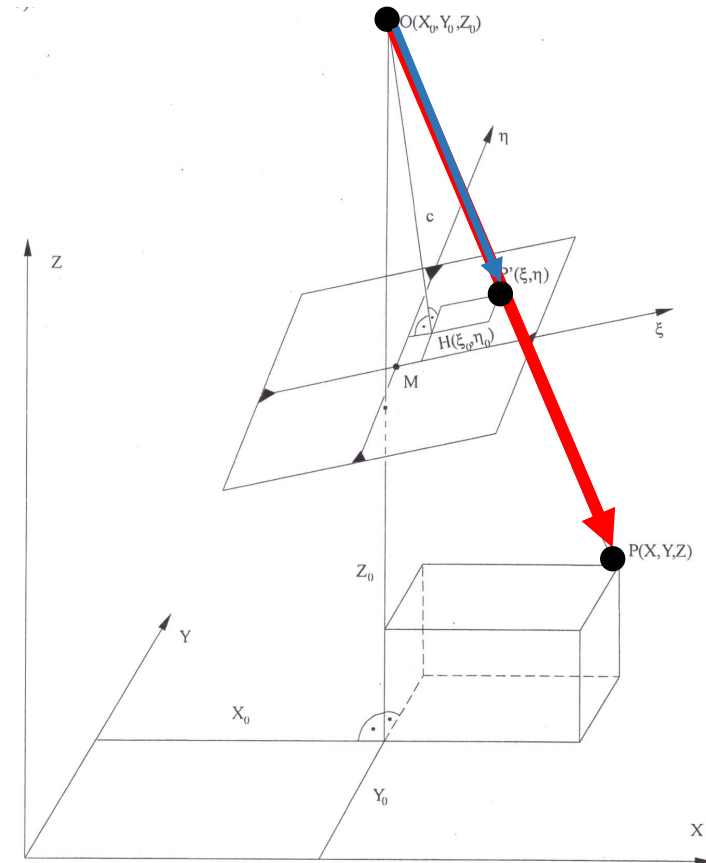
# A koordináta-rendszerek elfordulásának figyelembe vétele

- Eredetileg

$$\mathbf{P} = k \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{p}$$

- Megfordítva a leképezés szerint

$$\mathbf{p} = \frac{1}{k} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{P}$$



# Egy gondolat a forgatási mátrixról

- Egy érdekes tulajdonsága: ortogonalitás

$$\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$$

- A mátrix elemei

$$\mathbf{R}^T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix}$$

```
RR1 = R1 * R2 * R3
RR1 =
```

 $\mathbf{R}_{\omega\phi\kappa}$ 

$$\begin{pmatrix} \cos(\phi) \cos(\kappa) & -\cos(\phi) \sin(\kappa) & \sin(\phi) \\ \cos(\omega) \sin(\kappa) + \cos(\kappa) \sin(\phi) \sin(\omega) & \cos(\kappa) \cos(\omega) - \sin(\phi) \sin(\kappa) \sin(\omega) & -\cos(\phi) \sin(\omega) \\ \sin(\kappa) \sin(\omega) - \cos(\kappa) \cos(\omega) \sin(\phi) & \cos(\kappa) \sin(\omega) + \cos(\omega) \sin(\phi) \sin(\kappa) & \cos(\phi) \cos(\omega) \end{pmatrix}$$

```
simplify(transpose(RR1) * RR1)
ans =
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
simplify(RR1 * transpose(RR1))
ans =
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

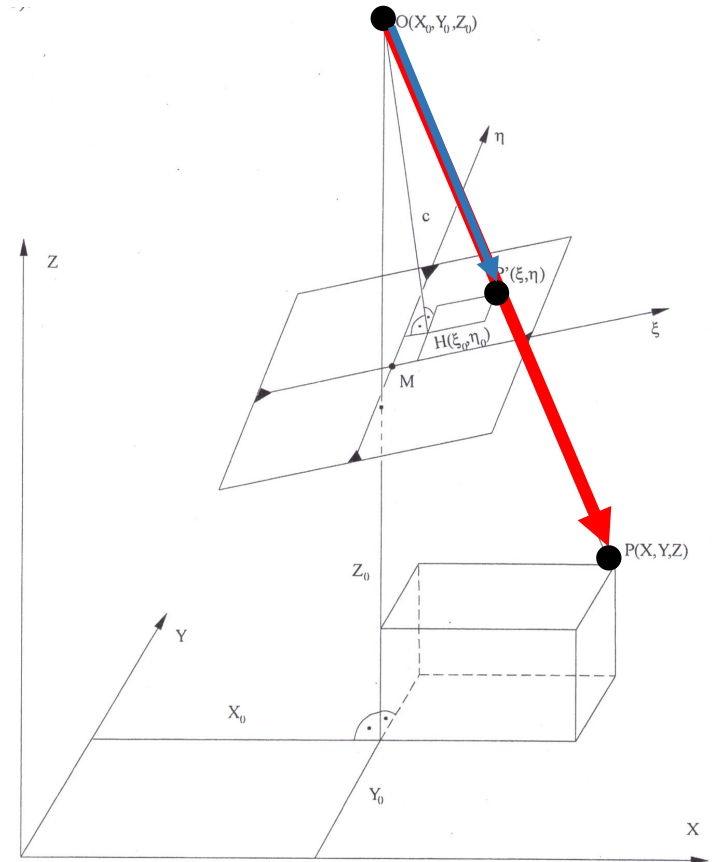
# Az eddigiek alapján egyesítve az összefüggéseket

- Kapjuk vektorosan

$$\mathbf{p} = \frac{1}{k} \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{P}$$

- részletezve

$$\begin{bmatrix} \xi - \xi_0 \\ \eta - \eta_0 \\ -c \end{bmatrix} = \frac{1}{k} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$



Írjuk ki az vektoros egyenletet!

$$\begin{bmatrix} \xi - \xi_0 \\ \eta - \eta_0 \\ -c \end{bmatrix} = \frac{1}{k} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$

$$\xi - \xi_0 = \frac{1}{k} \cdot [r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)]$$

$$\eta - \eta_0 = \frac{1}{k} \cdot [r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)]$$

$$-c = \frac{1}{k} \cdot [r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)]$$



Osszuk el az első két egyenlet a 3. egyenlettel!

$$\xi - \xi_0 = \frac{1}{k} \cdot [r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)]$$

$$\eta - \eta_0 = \frac{1}{k} \cdot [r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)]$$

$$-c = \frac{1}{k} \cdot [r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)]$$

$$\frac{\xi - \xi_0}{-c} = \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$\frac{\eta - \eta_0}{-c} = \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

# Az egyenletek végső alakja (rendezés után) – a kollinearitási egyenletek

$$\xi = \xi_0 - c \cdot \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$\eta = \eta_0 - c \cdot \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

Belső tájékozási adatok:  $\xi_0, \eta_0, c$

Külső tájékozási adatok:  $X_0, Y_0, Z_0$  és  $r_{ij}$

# Levezethető (átalakított) összefüggés – Direkt Lineáris Transzformáció (DLT)

$$\xi = \frac{L_1 X + L_2 Y + L_3 Z + L_4}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + 1}$$

$$\eta = \frac{L_5 X + L_6 Y + L_7 Z + L_8}{L_9 X + L_{10} Y + L_{11} Z + 1}$$

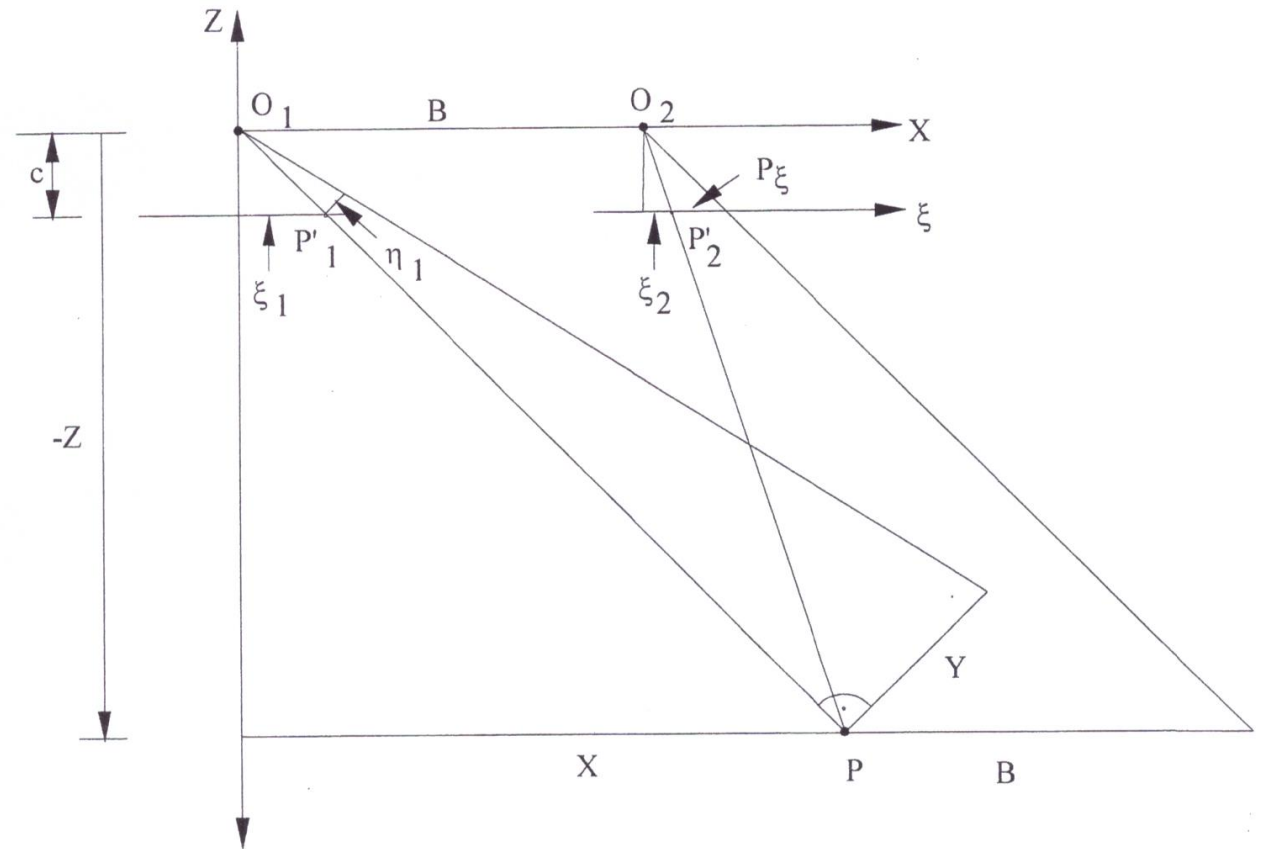
# A normális elrendezés

$$\eta_1 - \eta_2 = p_\eta = 0$$

- Harántparallaxis

$$p_\xi = \xi_1 - \xi_2$$

- Bázis irányú parallaxis



# Egy különleges elrendezés: a normális elrendezés

**Kötöttségek leírása (megadás)**

$$X_{O1} = Y_{O1} = Z_{O1} = 0$$

$$X_{O2} = B$$

$$Y_{O2} = Z_{O2} = 0$$

$$\omega_1 = \varphi_1 = \kappa_1 = 0$$

$$\omega_2 = \varphi_2 = \kappa_2 = 0$$

**Pl. a forgatási mátrixok ekkor**

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

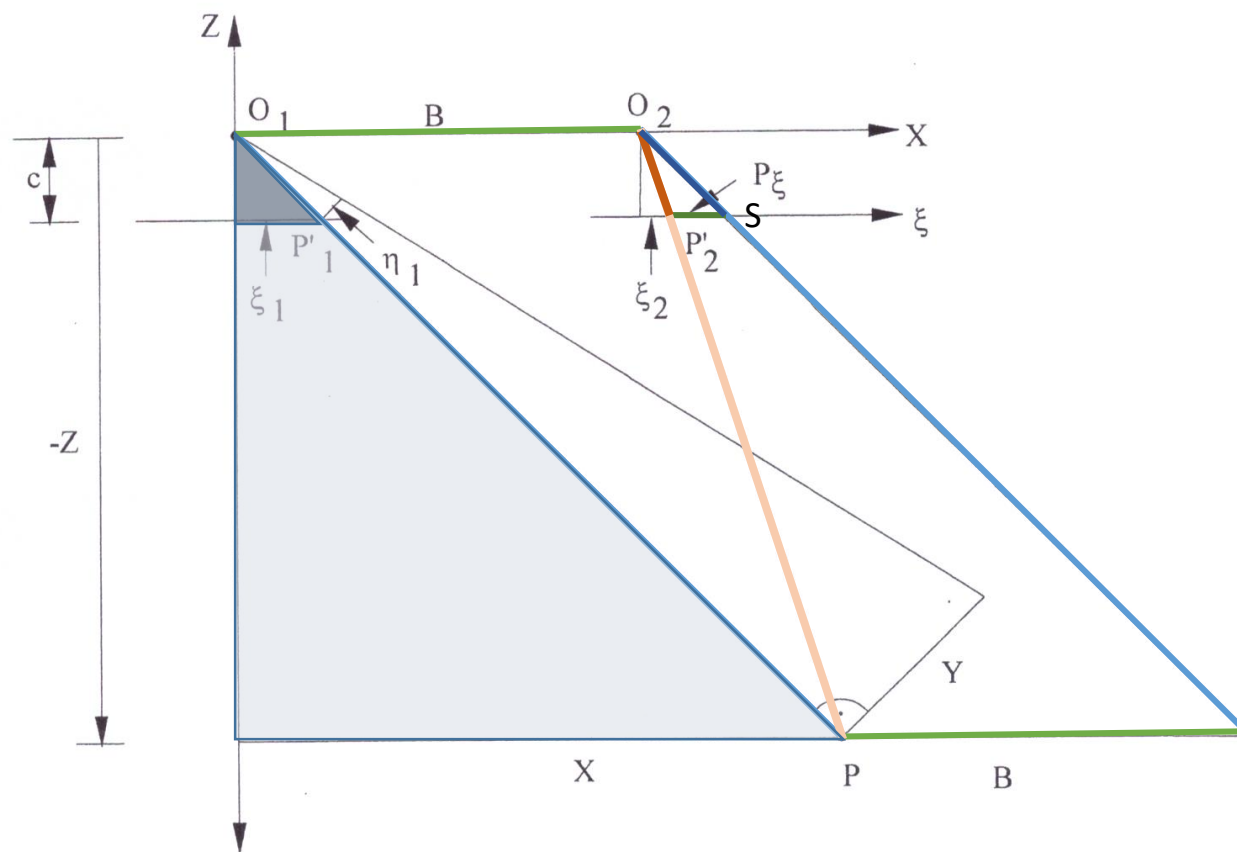
# Az összefüggések

(a hasonló háromszögek  $[O_1O_2P]$  és  $SP'_2O_2$  alapján beláthatók)

$$Z = B \cdot \frac{c}{\xi_1 - \xi_2} = B \cdot \frac{c}{p_\xi}$$

$$X = Z \cdot \frac{\xi_1}{c} = \frac{B \cdot c \cdot \xi_1}{p_\xi \cdot c} = \frac{B \cdot \xi_1}{p_\xi}$$

$$Y = Z \cdot \frac{\eta_1}{c} = Z \cdot \frac{\eta_2}{c}$$



Köszönöm a figyelmet!