



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ÉPÍTŐMÉRNÖKI KAR

Földvály Szabolcsné
ALAPHÁLÓZATOK II.

BME Printer Kft, 2011

A jegyzetet lektorálta:

Dr. Hazay István
ny. egyetemi tanár
az MTA rendes tagja

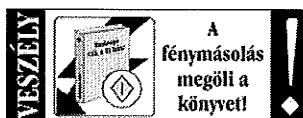
Szerző:

Földvály Szabolcsné dr.

(Harmadik utánnomás)

egyetemi jegyzet
oktatási célra

Azonosító: **91268**



Kiadja a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Építőmérnöki kara
Változatlan utánnomás
Nyomdai munkák: BME Printer Nonprofit Kft.

TARTALOM

Előszó	7
1. Bevezetés	9
2. A felsőrendű vízszintes alaphálózat	13
21. A vízszintes alaphálózatok kialakulásának története	13
22. A magyarországi vízszintes alaphálózatok története	19
23. A vízszintes alaphálózat korunkban	27
231. A hálózat alakjának meghatározása	27
231.1 A hálózat tervezése	27
231.2 A szemlélés	39
231.3 A hálózati pontok megjelölése, a hálózat építése	43
231.31 A pontok ideiglenes és végleges jelölése	43
231.32 Az ideiglenes pontjelek	43
231.33 A pontok végleges jelölése, állandósítás	51
231.34 Állandó jellegű építmények, mint vízszintes alaphálózati pontok	54
231.35 A pontok összelátásának biztosítása irányvágással	58
231.4 Az észlelés	59
231.41 A felsőrendű szögmérés eszközei	60
231.42 Az észlelés hibaforrásai	68
231.43 Az észlelés módszerei	79
231.44 A mérés végrehajtása	84
231.441 A mérés előkészítése	85
231.442 Mérés a terepen	86
231.443 Az észlelési eredmények össze- állítás	88
231.45 Az észlelés pontosságának mérle- gelése	93
232. A hálózat méretének meghatározása	95
232.1 A kezdőoldal meghatározása hosszméréssel	96
232.11 Az alapvonal-fejlesztő hálózatok	96
232.12 Az alapvonalmérés története	97
232.13 Az alapvonal mérése dróttal	100
232.14 Az alapvonal-fejlesztő hálózat szögmérése	105

232.2	A kezdőoldal meghatározása távméréssel	106
232.3	A kezdőoldal meghatározásának pontossága	109
232.4	Hosszhálózatok	114
233.	A vízszintes alaphálózat elhelyezése és tájékozása az alapfelületen	116
233.1	A földrajzi helymeghatározás	117
233.2	A földrajzi helymeghatározási mérések osztályba sorolása, a mérési pontok helyének kiválasztása	117
233.3	A mérési eredmények központosítása .	120
233.4	A földrajzi helymeghatározás pontossága	122
234.	Számítások az alapfelületen.	
	Alapfogalmak	122
234.1	Az ellipszoid felületi görbéi	123
234.11	A normálmetszet és az ellelnormálmetszet	123
234.12	A kitűzési vonal	125
234.13	A geodéziai vonal	126
234.14	A geodéziai vonal forgásfelületen .	129
234.2	Az ellipszoidi háromszög megoldása ..	133
234.21	Az ellipszoid helyettesítése gömbbel	133
234.22	Az ellipszoidi háromszög szögfeleslege	133
234.23	Az oldalhossz számítása Legendre tételével	135
234.24	Az oldalhossz számítása Soldner tételével	137
234.3	Koordináta-számítás az ellipszoidon.	139
234.31	Az I. geodéziai főfeladat néhány megoldása	141
234.32	A II. geodéziai főfeladat néhány megoldása	144
234.33	A geodéziai főfeladatok megoldásának egyértelműsége	150
234.34	A geodéziai vonal differenciális összefüggései	151
235.	A vízszintes alaphálózat számítási munkái	154
235.1	A számítás alapfelületének felvétele	155
235.2	A mérési eredmények átvitele az alapfelületre	155
235.21	A szögmérési eredmények redukálása az ellipszoidra	155
235.22	A kezdőoldal átvitele az ellipszoidra	159

235.221	Az alapvonal hosszának redukálása	159
235.222	A közvetlenül megmért kezdőoldal hosszának redukálása	162
235.23	A földrajzi helymeghatározás eredményeinek átvitele a geoidra	163
235.3	A hálózati háromszögek szögfeleslegé- nek és oldalhosszának számítása	164
235.4	A koordinátaszámítás kezdőpontjának felvétele	165
235.5	A hálózati pontok előzetes koordiná- táinak számítása	166
235.6	A hálózat kiegyenlítése	166
235.61	A kiegyenlítés általános feladata	166
235.62	A kiegyenlítésben szereplő mennyisé- gek súlya	170
235.63	A korreláta-kiegyenlítés feltételi egyenletei	173
235.64	A koordináta-kiegyenlítés javítási egyenletei	177
235.65	Nagykiterjedésű háromszögelési hálózatok kiegyenlítése	180
235.66	Az alaphálózat számításának záró- munkái	184
235.67	A kitöltő hálózat kiegyenlítése	186
235.68	A másod- és harmadrendű hálózat számítása	188
236.	Egységes nemzetközi háromszögelési hálózatok	189
237.	A magyarországi vízszintes alaphálózat továbbfejlesztése	191
3.	Az országos negyedrendű vízszintes alapponthálózat .	193
31.	A negyedrendű hálózat célja és létesítésének módszerei	193
32.	Az irodai előkészítés és tervezés	195
33.	A szemlélés és a kitűzés	197
331.	Szemlélés és kitűzés az adott pontokon	198
332.	Szemlélés és kitűzés az új pontokon	199
34.	A vízszintes alappontok építése és állandó- sítása	202
341.	A pontok ideiglenes megjelölése (építése) .	202
342.	A negyedrendű pontok állandósítása	207
35.	A negyedrendű ponthálózat mérési munkái	208
351.	A meghatározási terv	208
352.	A mérések irodai előkészítése	213
353.	A vízszintes és magassági szögmérés	214
354.	A távmérés	219
36.	A negyedrendű ponthálózat számítási munkái	220
361.	A mérési jegyzőkönyvek helyszíni irodai feldolgozása	220
362.	A pontok vízszintes koordinátáinak számítása	221

362.1	Az előkészítő számítások	221
362.2	Az iránymérések tájékozása	222
362.3	A negyedrendű pontok koordinátáinak számítása és végleges tájékozása	223
362.4	További pontok koordinátáinak számítása.	225
362.5	A koordináták vetületi átszámítása	226
363.	A magasságok számítása	226
364.	Zárómunkák	228
4.	A felsőrendű magassági alapponthálózat	231
41.	A magasság fogalma	231
42.	A magassági alaphálózatok kialakulásának története	234
43.	A magassági alaphálózat korunkban	262
431.	Az országos szintezési hálózatok feladata és tagozódása	262
432.	A szintezési hálózat tervezése és szemlélése	263
433.	A szintezési hálózat pontjainak jelölése, építése	268
434.	A hálózat észlelése	276
434.1	A felsőrendű szintezés műszerei	276
434.2	A mérés hibaforrásai és a szintezés módszerei	280
434.3	A mérés végrehajtása	294
434.31	Országos hálózati mérések	294
434.32	Átszintezés szélesebb vízfelületek felett	297
434.4	Gravimetriai mérések a szintezési hálózatban	299
435.	A szintezési hálózat számítási munkái	300
435.1	Előkészítő számítások	300
435.2	Szintezési hálózatok kiegyenlítése ..	304
435.21	Az elsőrendű hálózat kiegyenlítése .	304
435.22	A II. és III. rendű hálózat kiegyenlítése	306
435.23	Függőleges földkéregmozgás-értékek meghatározása kiegyenlítéssel	306
44.	Nemzetközi egységes szintezési hálózatok	310
5.	A gravimetriai alaphálózat	317
	Irodalom	320

ELŐSZÓ

Az Alaphálózatok c. tantárgy az Építőmérnöki Kar földmérő szakos hallgatóinak tantervében 1983 óta szerepel. A tantárgy oktatása jelenleg két féléven át folyik. Az első félév tananyaga lényegében a korábban Vetülettan c. tantárgy ismereteit tartalmazza, a második félévben pedig a korábbi Geodéziai alaphálózatok c. tantárgy anyaga kerül ismertetésre bizonyos - rokon tantárgyakba is átnyúló - átcsoportosításokkal, változtatásokkal.

E jegyzet az Alaphálózatok c. tantárgy második félévének tananyagát tartalmazza azzal a megjegyzéssel, hogy bizonyos tárgyalni kívánt témákat a tananyagon túlmenően szakmatörténeti, tudománytörténeti ismeretekkel bővítettünk ki. A jegyzet terjedelme azonban korlátozott, az egyes érintett témák iránt bővebben érdeklődők figyelmébe ajánljuk dr. Hazay István és Szalontai László: Országos felmérés és műszaki földrendezés (Tankönyvkiadó, Budapest, 1973) és dr. Homoródi Lajos: Felsőgeodézia (Tankönyvkiadó, Budapest 1966) tankönyveket, valamint a jegyzet végén felsorolt, az egyes témakörökhöz tartozó legjelentősebb hazai és külföldi könyveket, értekezéseket és cikkeket.

A jegyzet megírásakor célul tűztük ki, hogy ismertetjük mindazon - elsősorban hazai vonatkozású - elgondolásokat, terveket, amelyek szerint napjaink szakemberei végzik az alaphálózatok felújítását, korszerűsítését, sőt segítségükkel az elkövetkezendő időszak terveit is körvonalazzuk.



1. BEVEZETÉS

A geodézia feladata Helmert megfogalmazása szerint a Föld felületének meghatározása és ábrázolása, gyakorlati megfogalmazásban a Föld felületén található természetes és mesterséges alakzatok geometriai adatainak megállapítása, és ezek felhasználásával az alakzatok ábrázolása.

A mérnöki gyakorlat céljait szolgáló geodézia megméréndő és ábrázolandó alakzatai - a technogén (emberi cselekvés okozta) változásoktól eltekintve - egymáshoz képest első közelítésben változatlanok. Ezen alakzatok megmérése és ábrázolása egy-egy kisebb terület rajzi megjelenítését eredményezheti. A kis területeket ábrázoló térképek mozaikja azonban már nem felel meg a XX. század műszaki színvonalának, mert a mérési pontosság korlátozott, a Föld felülete nem sík, hanem görbült. Ezért a mindennapi gyakorlat céljaira is meg kell határozni egy-egy összefüggő nagy (országnyi, kontinens méretű) terület szélső pontosságú méreteit, és ezen átfogó mérések adta keretbe beleilleszteni a részleteket. A feladat megoldására a kérdéses nagy területen kijelölünk bizonyos számú pontot, egyenletes elosztásban. Ezen pontok képezte hálózatot alaphálózatnak nevezzük. Az alaphálózat pontjainak helyzetét kell tehát meghatároznunk egyrészt egymáshoz, másrészt a Föld egészéhez képest.

Az alappontok meghatározását végezhetjük egy olyan térbeli derékszögű koordináta-rendszerben, amelynek kezdőpontja a Föld tömegközéppontja, egyik tengelye a Föld forgástengelyébe esik, a másik kettő erre merőleges síkot alkot, irányításuk megállapodás dolga. Ilyen koordináta-rendszert használ a kozmikus geodézia a mesterséges holdakra támaszkodó helymeghatározásokhoz.

A földi életnek a Föld felszínéhez kötöttsége miatt a mindennapi élet az ún. felületi koordináta-rendszert részesíti előnyben. Ennek alapja a Föld elméleti alakját jellemző felület: a geoid, gyakorlatilag a tenger szintje. Mivel ez szabálytalan felület, koordináta-rendszerünk alapfelületeként egy, a geoidot közelítő, szabályos felületet választunk, első közelítésben egy forgási ellipszoidot. Ekkor valamely földfelszíni pont térbeli helyzetét meghatározó három koordináta közül kettő a pontnak az alapfelületi megfelelőjét adja meg a felület két paramétervonalára, a szélességi és a hosszúsági vonal segítségével, míg a harmadik koordináta a pont és az alapfelületi megfelelője közötti távolság lesz.

Az első két koordinátát vízszintes helymeghatározónak, a harmadikat magasságnak nevezzük.

A fizikai földfelszín valamely pontjának alapfelületi megfelelelőjét vetítéssel állítjuk elő. A vetítés történet Helmert vagy Pizetti módszere szerint. Ezeket a módszereket részletesen a felsőgeodéziai tanulmányok teszik ismertté.

A földfelszíni pontok harmadik koordinátája, a magasság: elvileg az alapfelület - vagyis az ellipszoid - és a pont távolsága. Viszont a gyakorlati életnek a valódi tengerszinthez való sokféle kötődése miatt, továbbá mérés-technikai okokból a földfelszíni pontoknak a tengerszint feletti magasságát mérjük meg és használjuk magassági koordinátaként. (A tengerszint és az alapfelület távolságának meghatározását szintén a felsőgeodézia ismeretanyaga tartalmazza.) Így valóban a magassági koordináták alapfelülete elszakad a vízszintes koordináták alapfelületétől, továbbá a magassági koordináták meghatározása mérés-technikailag is teljesen elkülönül a vízszintes koordináták meghatározásától. Ezért nem is szükséges, de nem is előnyös, hogy azonosak legyenek a magassági alaphálózat és a vízszintes alaphálózat pontjai. A gyakorlatban ennek megfelelően járnak is el.

Az elmondottakból következik, hogy a fizikai földfelszín leíró felületi koordináták kétféle ponthálózatra vonatkoznak, a vízszintes koordináták a vízszintes alaphálózat, a magassági koordináták pedig a magassági alaphálózat pontjai.

Az eddig leírt helymeghatározás és koordinálás vagy rajzi adatrögzítés a geodéziában a századfordulóig uralkodó és elfogadott statikus szemléleti módnak felelnek meg, amely szerint a geodézia szemszögéből a Földet véglegesen kialakult és megszilárdult kérgű égitestnek tekintették, amelynek nehézségi erőtere is időben változatlan. Tehát nem számoltak a földkéreg illetve annak felszíne, továbbá a nehézségi gyorsulás értéknek változásával, és a már meghatározott felületi koordinátákat véglegesnek elfogadták.

Ha valamely felsőrendű hálózatot rekonstrukció céljából újra mértek, akkor a jelentkező eltéréseket elsősorban a korábbi mérések kisebb megbízhatóságával magyarázták.

Századunk első évtizedeitől kezdve azonban már felismerték a szakemberek, hogy a földkéreg és vele együtt a felszíni pontok helyzete az időben nem állandó. "Eötvös Loránd már 1912-ben, elsőként ismerte fel egy olyan erő létezését, amely a kéregmozgásoknál jelentős szerepet játszhatik ... ő már a kontinentális táblák vízszintes értelmű elmozdulásának a lehetőségével is foglalkozott". Ezt írja Rédey I. (1942) a sarki taszítóerőről szóló tanulmányában, amelynek utolsó bekezdéseiben a következő programot körvonalazza: "... a geodétáknak minél kiterjedtebb mértékben kell végezniük csillagászati helymeghatározásokat és szabatos háromszögeléseket. Ezeket a méréseket pontosan ugyanazon a pontokon bizonyos idő elteltével meg kell ismételni. Nekünk,

magyar geodétáknak ezen kérdések állandó tanulmányozása... kötelességteljesítés. Kötelességünk ez azért, mert az új magyar felsőrendű háromszögelési hálózat csak akkor lehet korszerű és megbízható alap az elkövetkezendő évtizedekre, ha a kéregmozgásokkal is számolunk."

Gárdonyi J. (1932) tanulmányában szintezési alappontok magasságainak változását vizsgálja és megállapítja, hogy a mutatózó magasságváltozás egyik lehetséges oka az alappontok süllyedése illetve emelkedése.

Századunk nagy földtudományi felismerései - a kontinens-vándorlás elmélete, a lemeztectonika, a Föld belső tömegátrendeződési folyamatai, a nehézségi erőter időbeli változásai stb. - figyelembevételével a geodéziában néhány évtizede egyre inkább megerősödik a dinamikai szemlélet. A korszerű műszerek és mérés technika birtokában egyre inkább előtérbe kerül az a törekvés, hogy a hosszabb-rövidebb idő (évek, évtizedek) elteltével megismételt mérések eltéréseinek elemzésekor különválasszuk a geodinamikai folyamatok következtében fellépő és a mérési, pontazonosítási hibaforrások okozta változásokat. A geodinamikai értelmezés során azonban - elsősorban a nehézségi erőter szekuláris és hosszúperiódusú időbeli változásai, de egyéb más okok miatt is - igen nagy nehézségek merülnek fel. A témakörrel kapcsolatos ismeretekkel és a problémák leírásával részletesen a geofizika egyes fejezeteiben és a vonatkozó geodéziai szakirodalomban találkozhatunk.

Minden esetre megállapítható, hogy a mérésekben jelenleg elérhető pontosság miatt az országos kiterjedésű - néhány tízezer négyzetkilométert befedő, és elsősorban a vízszintes - hálózatok újramérésével csak az esetben tudjuk a geodinamikai folyamatok okozta változásokat számszerűsíteni, ha a felszínmozgások sebessége eléri a néhány mm/év értéket.

Kétségtelen, hogy ma már úgy célszerű tervezni, új - akár vízszintes, akár magassági - alaphálózatot, hogy a hálózat kettős szerepet töltsön be, mégpedig egyrészt a hálózat későbbi újramérésével a felszínmozgások (kéregmozgások) meghatározhatók legyenek, másrészt átfogó, nagy pontosságú keretét képezze annak a részletekre is kiterjedő geodéziai adathalmaznak, amelyet a korszerű mérnöki gyakorlat megkíván.

Mekkora kiterjedésű valamely alaphálózat?

A korábbi évtizedekben létesített alaphálózatok elsősorban a mérnöki gyakorlat geodéziai igényeit voltak hivatottak kielégíteni. Az alaphálózatokat országos egységekben alkották meg, és alkotják meg ma is. Ennek megfelelően az alapponthálózatok az országhatárokig terjednek ki. Az országok közötti műszaki, gazdasági, katonai és tudományos kutatási együttműködések azonban egyre nagyobb mértékben igénylik az országhatárokon túlnyúló, kontinensrészekre, kontinensekre vonatkozó geodéziai összhangot. Ennek eléréséhez az első lépés az alapponthálózatok egységes rendszerének kialakítása. E téren már meglehetősen előre jutott a geodézia, és az országos alapponthálózatok egyre nagyobb kiterjedésben integrálódnak kontinentális vagy épp interkontinentális egységekbe.

E tantárgy keretében az országos alaphálózatok kialakításával foglalkozunk, a nemzetközi összekapcsolások tekintetében a felsőgeodézia idevágó anyagára utalunk.

Az alapponthálózatok létesítése bizonyos rendűségig minden országban központi, állami feladat, amelyet egységes terv szerint, bizonyos célszerű időbeosztással végeznek el az ország egész területén, s amelynek megléte éppen úgy alapvető népgazdasági szükséglet, mint pl. a közlekedési és hírközlési hálózaté.

Az alapponthálózatok keretén belül, további alacsonyabb rendű alappontokat már helyi szükséglet szerint akkor és ott illesztnek be az egységes alappontrendszerbe, amikor és ahol a részletes felmérések, a különböző műszaki munkákkal kapcsolatos igények megkívánják. Az, hogy hol van a határ az országos egységes alapponthálózatok és a helyi igényeket kiszolgáló további pontsűrítések között, az országonként változó. Nálunk a vízszintes alaphálózatot illetően a negyedrendű alappontokkal bezáróan, a magassági alapponthálózatot illetően pedig a harmadrendű alappontokkal bezáróan készülnek egységes országos terv szerint az alapponthálózatok.

A geodéziai alaphálózatok megalkotásához, a hálózat adatainak felhasználásához számos esetben szükséges, hogy a nehézségi gyorsulást térben és időben egyaránt ismerjük.

A nehézségi gyorsulás abszolút és relatív méréseinek módszereivel és módszereivel részletesen a Geofizika tantárgy foglalkozik. Az Alaphálózatok tantárgy témakörébe tartozik azonban az országos kiterjedésű egységes gravitációs alaphálózatokra vonatkozó tudnivalók ismertetése, a mérési, számítási munkák rövid leírása, a megbízhatósági mérőszámok mérlegelése a geodéziai felhasználás szempontjából.

2. A FELSŐRENDŰ VÍZSZINTES ALAPHÁLÓZAT

21. A vízszintes alaphálózatok kialakulásának története

A vízszintes alaphálózati pontok meghatározásának klasszikus módszere a háromszögelés. Gondolata W. Snellius (1591-1626) holland geodéta, csillagász és matematikustól ered, aki 1617-ben a háromszögelést fokméréssel kapcsolatban a Föld alakjának meghatározására használta.

A háromszögelés alapgondolata az, hogy a terepen fekvő kiválasztott és kellőképpen megjelölt pontok relatív helyzetét olyan módon határozzuk meg, hogy három-három pontból legalább egy oldalukon egymáshoz csatlakozó háromszögeket alkossunk. A háromszögek megadásához ugyanis két szögön kívül legalább egy oldalhossz ismerete szükséges, de az egymáshoz csatlakozó háromszögek alkotta hálózatban elegendő csupán egyetlen háromszög egyik oldalának hosszát közvetlenül meghatározni, mert a többi háromszög oldalhosszai már a szögek segítségével kiszámíthatók. Mivel még századunkban is az ötvenes évekig a hossz mérés lényegesen nehezebb művelet volt, mint a szögmérés, Snellius megoldását valóban alapvető jelentőségűnek kell mondanunk.

Az elektornikus távmérés feltalálása óta viszont a hossz mérésnek ez a hátrányos helyzete megszűnt. Ez a magyarázata, hogy a vízszintes alappontok létesítésében a klasszikus háromszögelés egyeduralma - még az elsőrendű hálózatban is - megszűnt, s ma például a hossz mérésigényes sokszögelés is bekerült a felsőrendű vízszintes alappontok létesítésének módszerei közé. Sőt van már példa arra is, hogy a háromszögek szögeinek mérése helyett az oldalhosszakat mérik meg, és ezekből számítják a szögek értékét is (pl. Svédország). Ez az eljárás a trilateráció, a klasszikus háromszögeléssel, a triangulációval szemben.

Visszatérve a háromszögelés klasszikus megoldására, meg kell állapítani, hogy a szögmérés a háromszögek és ezáltal a hálózat alakját határozza meg, de a háromszögek méretének, s ezzel az egész hálózat kiterjedésének meghatározására hossz mérést is kell végezni. Ezzel a kétféle adattal azonban még csak a pontok relatív helyzete válik ismertté.

Ahhoz, hogy helyzetünket a Föld egészéhez képest is meghatározzuk - azaz az abszolút hely meghatározásához - még csillagászati méréseket is kell végezni. Ez azt jelenti, hogy a hálózatnak legalább egy pontjában meg kell határozni a pont földrajzi szélességét és hosszúságát, és hogy a háromszögoldalnak az égtájakhoz viszonyított tájékozása is ismertté váljék, meg kell határozni legalább egy oldalnak az északi irány-nyal bezárt szögét, más néven az azimutját.

Az elmondottak szerint az elsőrendű vízszintes alaphálózat létesítésekor háromféle mérést kell végeznünk:

- szögmérést (iránymérést) a hálózat alakjának,
- hosszmérést (alpvonalmérést) a hálózat méretének,
- csillagászati-geodéziai mérést (földrajzi helymeghatározást) a hálózat helyének és tájékozásának meghatározása érdekében.

Ez utóbbi kétféle mérést elvileg elegendő egyetlen oldalra, illetve egyetlen ponton elvégezni, azonban - mint a geodéziában általában - egyetlen mérés nem kielégítő, az esetleges hibák feltárása, illetve az elkerülhetetlen mérési hibák hatásának csökkentése érdekében mindig gondoskodni kell főlős mérésről: több mért hosszról és több csillagászati adatról.

A vízszintes alaphálózatok történetét áttekintve a háromszögelési hálózatokat országos egységekben, mozaikszerűen alakították ki. E hálózatok célja a rájuk támaszkodó felmérések egységbe foglalása volt. Országos háromszögelést legelőször Württembergben végzett Schickhart 1620 és 1630 között.

Mérései alapján számításokat nem végzett, hanem a mért szögeket felrakva szerkesztette meg kb. 1:440 000 méretarányban a hálózatot. (A szögmérés középhibája az akkori eszközökkel $\pm 3'$ - $\pm 4'$ volt mind Snelliusnál, mind Schickhartnál.)

Ezt követően, mintegy a XVIII. század végéig háromszögelést szinte kizárólag fokmérések céljából végeztek. (A fokmérések történetét, részleteit, eredményeit a felsőgeodézia tananyaga ismerteti.) Ezen időszakban ugyan elkészítették már egy-két ország topográfiai térképanyagát, amelyek nem nélkülözték a háromszögelést, de az országos felmérések céljait is szolgáló háromszögelések Európa-szerte a XVIII. század végén, a XIX. század első évtizedeiben indultak csak meg.

Anglia országos hálózatának alapja a Roy tábornok által 1783-ban kezdett, és 1858-ban befejezett háromszögelés. Dániában 1816 és 1820 között Schumacher végzett háromszögelést.

A dániai háromszögeléshez csatlakozott Gauss híres hannoveri háromszögelése (1821-27), amelyhez olyan események fűződnek, mint a ma Gauss-Krüger-nek nevezett vetület kidolgozása, a heliotróp feltalálása, a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása hálózatok kiegyenlítésére. (Az irányközéphiha ezekben a mérésekben már $\pm 1''$ körüli, vagy ennél kisebb érték.)

A XIX. század háromszögelési munkáinak fő törekvése változatlanul a mind nagyobb ívet felölelő fokmérés, e fokmérések pontosságának fokozása, nemzetközi, sőt szomszédos kontinensre átnyúló kiterjesztése. E célok elérése érdekében az európai országok rohamosan kiépítették az egész országot (vagy annak nagyobb részét) befedő hálózatokat mintegy a század közepéig. Az 1864-ben megalakult "Mitteleuropäische Gradmessung" (Középeurópai Fokmérés, illetve 1867-től Európai Fokmérés) tudományos egyesülés 1. általános konferen-

ciáján hozott határozat szerint az I. rendű háromszögelési pontok adatait összegyűjtötték Európában, és eszerint 1862-ben az I. rendű pontok száma mintegy 2000 volt. Az 1880. évi jelentésben már 3569 I. rendű európai háromszögelési pontról írnak. A pontok száma 1895-ben 4760 és 1912-ben 5546. Ebbe beleszámították Angliát, Oroszország európai és Algéria francia részét is. (Összehasonlítás végett megemlítjük, hogy a Magyarországot jelenleg lefedő I. rendű hálózat 167 pontból áll.)

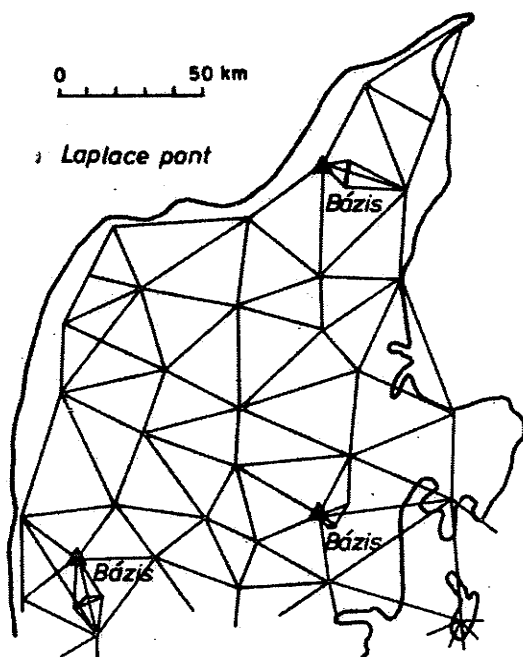
Tulajdonképpen a XIX. század elején kezdett munkák lezárásának időpontját nehéz megjelölni, mert a pontossági igények növekedésével, különösen az Európai Fokmérés határozatainak nyomán, szinte folyamatosan megindult a korábbi évtizedek hálózatainak felújítása, s ez eltartott a század fordulójáig, egyes államokban az első világháború idejéig. Például Svájc 1811 és 1836 között végzett háromszögelésének felújítását már 1862-ben megkezdte és 1879-ben fejezte be. A felújításokat már $\pm 0,5''$ szögközéphiába, vagy ennél is kedvezőbb érték jellemzi.

A XX. század első felében létesített hálózatok Európában már felújítási munkák eredménye (egyrészt az I. világháborúban elpusztult felsőrendű pontokat kellett pótolni, másrészt a mérőműszerek és mérési eljárások nagyarányú pontosságnövekedése lehetővé tette a jóval nagyobb pontossági igényeket kielégítő hálózatok létesítését). (A XIX-XX. századforduló tájékán a világ többi részén - elsősorban USA, angol gyarmatok - szintén történtek háromszögelések, de ezek megbízhatóságukban eleinte nem, vagy alig érték el az európai munkálatok színvonalát.)

A klasszikus háromszögelés egyik szép példája ebből az időszakból Dánia háromszögelési hálózata, melynek egy részét a 21.1 ábra mutatja. A hálózat homogén, az alapvonalmérések helyei mintegy 100-150 km távolságra vannak egymástól, úgyszintén a földrajzi helymeghatározások pontjai is.

Abban az időben azonban igen nagy nehézséget okozott egy egész ország - legtöbbször nagy kiterjedésű - területére kiterjesztett, homogén, egységes elsőrendű hálózat számítása, kiegyenlítése. Ezen a nehézségen régebben két különböző úton próbáltak segíteni. Az egyik az volt, hogy az egész hálózatnak - mint egyetlen geometriai alakzatnak - egységes, együttes kiegyenlítésétől eltekintettek, és a szigorú kiegyenlítés helyett közelítő megoldásokhoz folyamodtak. A másik út a hálózat felosztása volt, azaz a nagy kiterjedésű hálózat két fokozatban készült. Az első fokozat az ún. láncolatokból álló váz, a második a láncolatok között üresen maradt terület kitöltése homogén kitöltő hálózattal.

A láncolatoknak többféle szokásos felépítése ismert (21.2 ábra). Legegyszerűbb alakjában a háromszögek egyszerű sorozatából áll, a háromszögek egy-egy oldal mentén csatlakoznak a szomszédoshoz. Ez az egyszerű láncolat. A kettős láncolatban két egyszerű láncolat illeszkedik egymás mellé, a láncolat ún. centrális rendszerekből van felépítve. A terepviszonyok miatt sokszor nem lehet tiszta egyszerű, vagy kettős



21.1 ábra

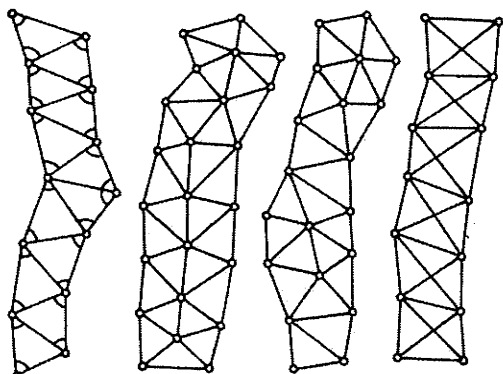
lánccolatokat kitűzni, így keletkeztek az átmeneti alakok. Természetes, hogy a centrális rendszerekből álló lánccolat merevebb alakzat, mint az egyszerű lánccolat. A nagyobb merevség miatt egyes helyeken kedvelték a teljes négyszögekből felépített lánccolatot (Franciaország, USA). Ez azonban nem teljesen indokolt. Ha ugyanis a négyszög egyik oldalát kiinduló oldalnak tekintjük, akkor a szemközti oldal súlya (amely a következő négyszög kiinduló oldala lesz) mindössze 17%-kal nő meg ahhoz az esethez viszonyítva, amikor a négyszögeknek csak egyik átlóját mérjük meg. A mérési munka viszont a mérési módszere szerint 20-50%-kal több. Az elrendezés tehát egyáltalán nem

gazdaságos. E mellett igen nehezen kielégíthető feltétel az átlós összelátások biztosítása.

A lánccolatok alapformáiból a lánccolatváz szokásos elrendezése általában az volt, hogy a lánccolatokkal a felméréndő területet körülölelték, s ha a terület nagy kiterjedésű, akkor keresztirányú lánccolatokkal kisebb mezőkre osztották. Egyes lánccolatvázakban a lánccolatok meridián és paralel kör irányúak, tehát a területet négyszög alakú mezőkre bontották. Szép példa erre a francia háromszögelési hálózat lánccolatváza (21.3 ábra).

A lánccolatvázás hálózatok számítási munkáinál azután külön kezelték a lánccolatokból felépült vázat és külön a kitöltő hálózatokat. Nagy kiterjedésű hálózatoknak azonban a lánccolatváza is olyan bonyolulttá válhat, hogy ennek együttes kiegyenlítését is csak közelítő módszerekkel tudták megoldani. Jó példa erre az indiai hálózat (21.4 ábra), vagy az USA korabeli hálózata.

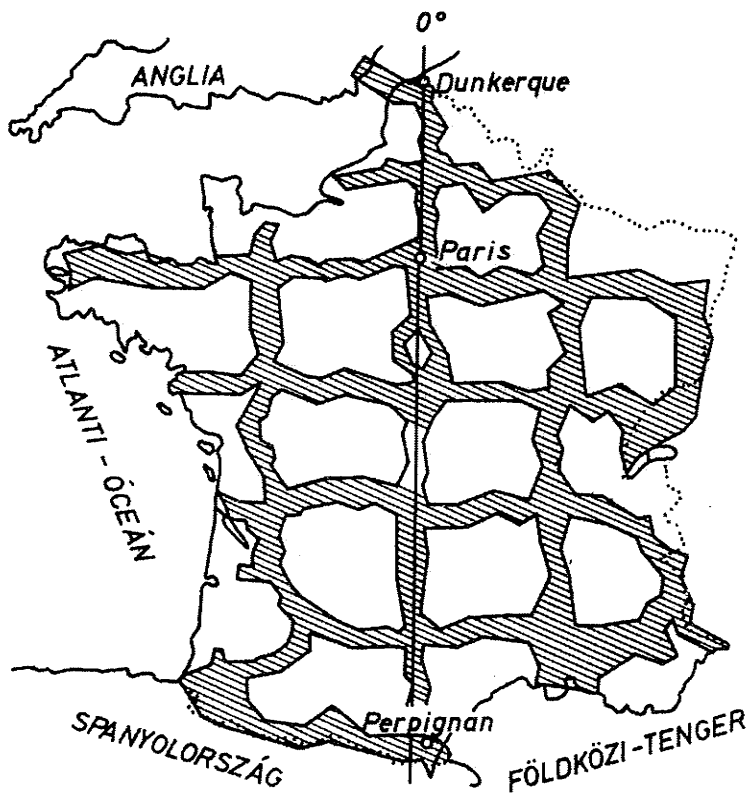
Indiában, ahol a célkitűzés egy 1:63 360 méretarányú térkép előállítása volt, a geodéziai lánccolatokból 150-200 km-szer 250-500 km oldalhosszúságú négyszögeket alkottak. A lánccolatok által körülzárt területeket harmadrendű háromszögeléssel töltötték ki 15 m-nél nem nagyobb hibával anélkül, hogy a másodrendű lánccolatokat kifejlesztették volna (1870-es évek).



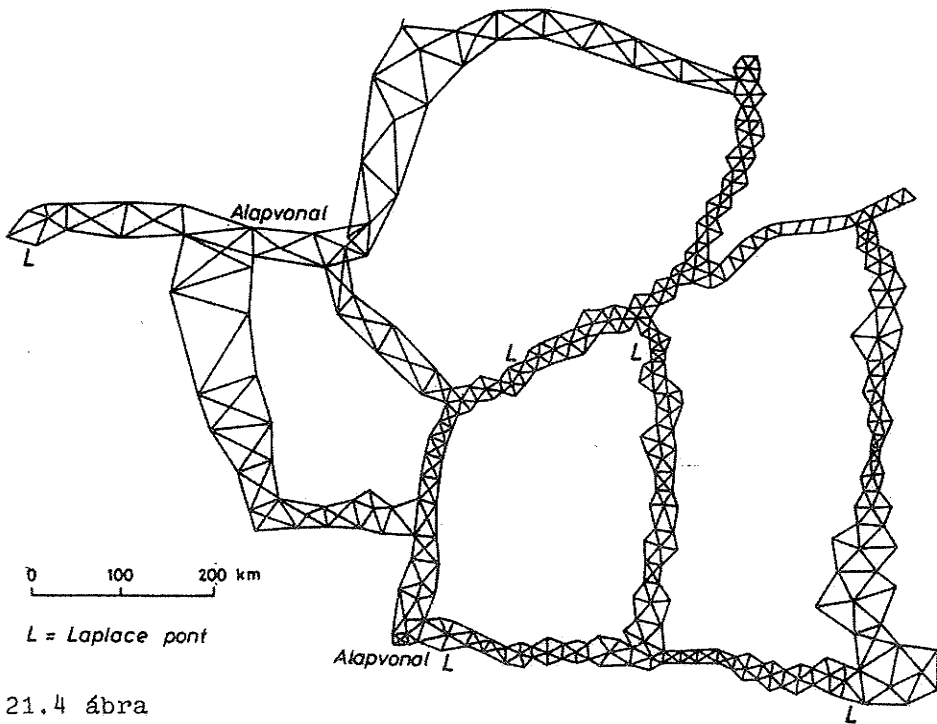
21.2 ábra

E hálózatban az alapvonalak (bázisok) 700-1200 km távol vannak egymástól, néhány Laplace-pontot is létesítettek, viszont egyetlen Laplace-állomást sem használtak fel az 1880-as kiegyenlítésben. A kiegyenlítés során a hálózatot öt részre osztották fel és a részeket külön-külön egyenlítették ki. Később további bázisokkal és Laplace-pontokkal egészítették ki a hálózatot.

lőzatrészeket és 1938-ban újra kiegyenlítették, a hálózatrészeket számítástechnikailag is összekapcsolták. (E kiegyenlítési eljárást az irodalom "Indiai módszernek" nevezi.)



21.3 ábra



21.4 ábra

Az Egyesült Államokban a legelső láncolatvázat eredetileg keleten, egymáshoz meglehetősen kis közökkel alkották meg, míg nyugaton jóval nagyobb üres területek maradtak a láncolatok között. Ezeket a közöket később 100 km-szer 100 km körüli értékre csökkentették. A láncolatvázban a bázisok közötti átlagos távolság 400 km volt, a Laplace-állomások közötti 250 km. A kiegyenlítési munkákat 1925-30-ig végezték el.

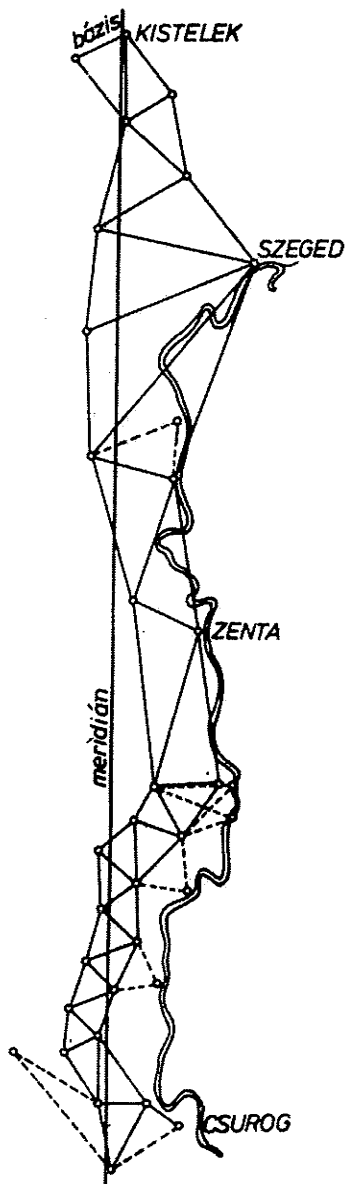
22. A magyarországi vízszintes alaphálózatok története

A magyarországi háromszögelések történetét Mikoviny Sámuel (1700-1750) nevével kell kezdeni. Mikoviny a selmecbányai bányatisztképző intézmény tanára volt, mérnök, sokoldalú tehetség, aki a földmérésen kívül matematikával, mechanikával, bányaműveléssel és vízépítéssel is foglalkozott. 1730 körül III. Károly Bél Mátyást megbízta Magyarország történeti földrajzának megírásával, és az ehhez szükséges térképek elkészítésére pedig Mikovinyt szólította fel. E feladat során határozta meg Mikoviny az első magyar kezdőmeridiánt (amely a pozsonyi vár egyik tornyán ment keresztül), és az alappontok meghatározása végett háromszögelést, alapvonalmérést és földrajzi helymeghatározást végzett.

A következő nagyszabású háromszögelést Mária Terézia rendeletére Liesganig József (1719-1799) végezte. Liesganig filozófiai és teológiai tanulmányokat végzett, és - mint jezsuita szerzetes - a prédikátorság mellett különböző rendi kollégiumokban a matematika tanára volt. Pályája során Bécsbe, a csillagvizsgáló intézetbe került, melynek később a vezetője lett. 1773-ban Lembergbe helyezték át építési igazgatónak.

Mária Terézia császárnő megbízása 1762-ben a Monarchia területén végzendő fokmérési munkák végrehajtására szólt. Ezen megbízásnak megfelelően Liesganig 2 fokmérést végzett. Az első a bécsi meridiánban fekvő 3° hosszúságú ív volt Sobieschitz (Brünntől északra) és Varasd között. (Ma Varasd neve Varaždin, Jugoszláviában a Drávától délre, Nagykanizsától mintegy 50 km-re nyugatra van.) E fokmérési munkálat keretében alapvonalat mért Bécsújhelynél (Wiener-Neustadt-nál) és Marchfeld-en 9,5 km illetve 12 km hosszan.

Hazánkban 1769-ben Csongrád megyében kezdte el Liesganig a fokmérési munkálatait. A mintegy 1° hosszúságú ív Kistelek és Csurog között van. (Ma Csurog neve, Čurug, Jugoszláviában a Tiszától nyugatra, Novi Sad-tól kb. 30 km-re északra fekszik.) E második fokmérés is két közvetlen alapvonalmérésre támaszkodott: az egyik a Csurog melletti 4091,45 bécsi öl (7,8 km) hosszú, a másik a Kistelek melletti 2778,73 öl (5,2 km) hosszú bázisvonal. A két alapvonalat 26 háromszögből álló láncolattal kötötték össze (22.1 ábra). A huszonhat háromszögben a háromszögek szögzáró hibáinak összege $+186''$ és $-92''$ volt, az átlagos záróhiba $11''$. A csurogi bázisból a láncolaton keresztül számítva a kisteleki bázis 2778,1 ölnak adódott. A háromszögdalok meridionális vetületeinek meghatározása céljából Kisteleknél és Csurognál azimutmérést is végeztek Nap-észlelések segítségével. A kisteleki azimutból levezetve a csurogit $1'11''$ eltérés mutatkozott. Liesganig fokmérési munkáival kapcsolatban javasolta, hogy háromszögelési láncolatait a birodalom határáig hosszab-



22.1 ábra

től délre mértek egy 17,9 km hosszú alapvonalat. A háromszögelés 1829-ben megakadt. Az addig elkészült hálózat vázlatát a 22.2 ábrán látható. (Az 1807-ben elhelyezett pontok közül

bitsák meg, és három merőleges láncolat-tal egészítsék ki. E terv azonban nem valósult meg.

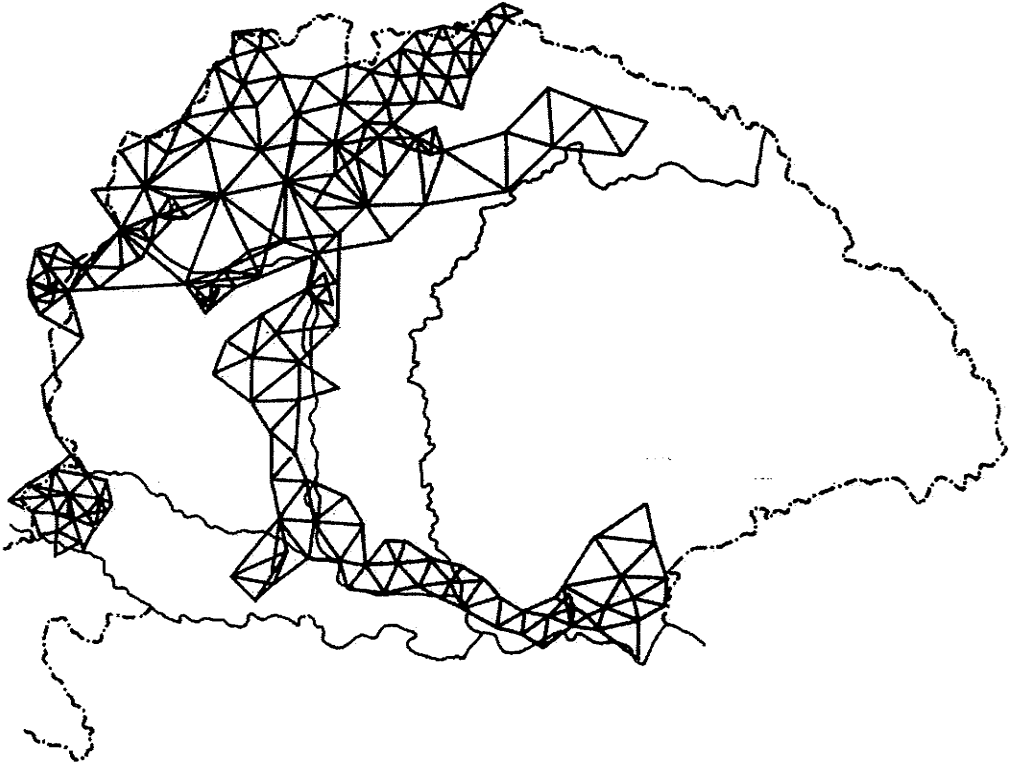
A Liesganig-féle fokméréssel kapcsolatos háromszögelésekkel, alapvonal-mérésekkel egyidejűleg, 1766-ban rendeletet adtak ki Magyarország térképezésére. Az alig több mint húsz év alatt elvégzett felmérések és térképezések munkáit a Monarchia néhány magasrangú katonatisztje irányította és e munkák elsősorban hadászati célokat szolgáltak.

A Monarchia ezen első katonai felmérése nem volt összefüggő egységes felmérés, hanem az országok és tartományok részletfelméréseinek a sorozata. Ezek az önálló felmérések önmagukban sem támaszkodtak szilárd geodéziai alapra. Magyarországot - de a legtöbb osztrák tartományt is - grafikus háromszögelések alapján, mérőasztal felméréssel térképezték. (Az eljárás lényegileg azonos volt a mai mérőasztal-felméréssel.)

Az I. katonai felmérés a Liesganig-féle háromszögeléssel nem volt összefüggésben, és nincs tudomásunk arról sem, hogy egyáltalán felhasználták volna azt.

A Monarchia II. országos (katonai) felmérése többszörös, hosszas megszakítással 1806 és 1869 között zajlott le. Ez a felmérés az egész Monarchiára kiterjedt, de egységesen kiegyenlített háromszögelési hálózat helyett 10 önálló rendszerre tagolt háromszögelésre és csak szórványos magasságmérésre támaszkodott.

A II. felmérés munkálatait az 1806-ban alakult bécsi Katonai Háromszögelő Hivatal, az 1816-ban alakult Topográfiai és Lithográfiai hivatal, majd e kettőnek és a Napóleon alapította milánói földrajzi intézetnek egyesítéséből 1839-ben megalkult bécsi Katonai Földrajzi Intézet végezte. A háromszögelést a vezérkar 1807-ben kezdte meg. A Liesganig-féle bécsújhelyi alapvonalból indultak ki. Pest mellett is akartak 1808-ban alapvonalat mérni, ez azonban a mocsaras talaj miatt megghiúsult. 1810-ben azután Győr-



22.2 ábra

eredeti állandósítási kövével a Komárom megyei Kocs és Bársonyos pontok maradtak fenn.)

Amikor 1839-ben a munkát folytatni akarták, felismerték a régi munka hiányosságait, ezért a háromszögelést újra kezdték. Ezzel a munkával kapcsolatban 1840-ben az Arad melletti Szentannánál alapvonalat mértek. A háromszögelés 1842-ben fejeződött be.

1848-ban a bécsi Katonai Földrajzi Intézet újból megkezdte a háromszögelést Magyarországon. 1862-ben azonban ezt a munkát is abbahagyták, mert az akkor megalakult Közép-európai Fokmérés előírásainak a munkálatok nem feleltek meg.

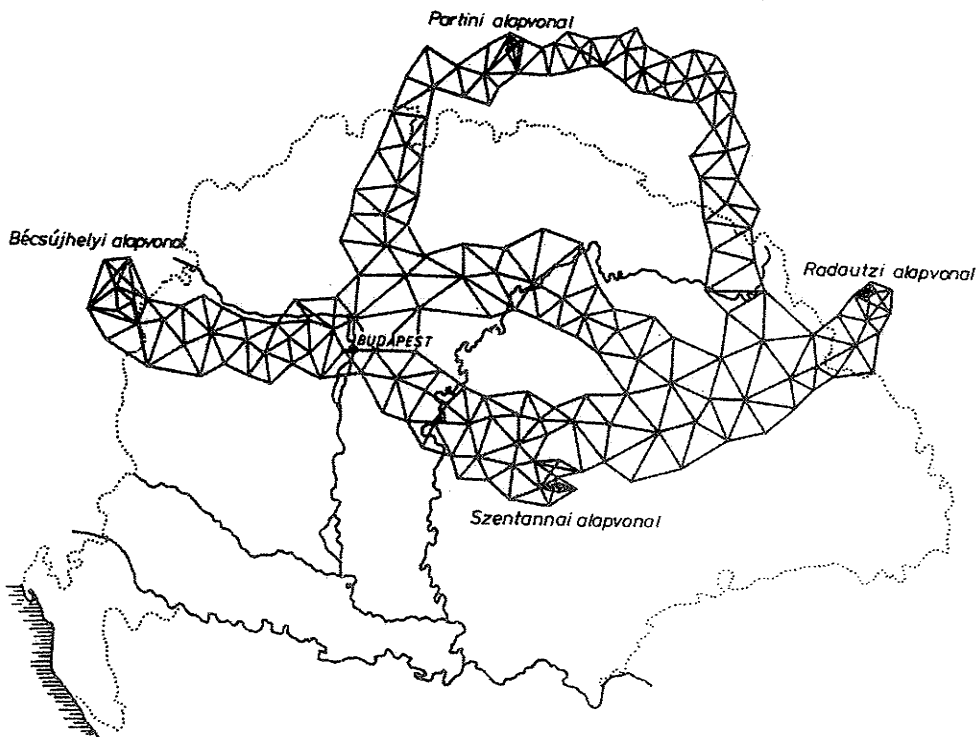
Az 1849. október 20-án kiadott nyílt parancs elrendelte Magyarországon az állandó kataszter bevezetését. Ennek alapján indították el az ország nagyméretarányú ($M = 1:2880$) felmérését. (Ezt a felmérési munkát a magyar szabadságharcot követő időben a magyar állam alkotmányába ütköző módon léptették életbe. A munka igazgatása 1867-ig, a kiegyezésig Bécsből történt, és csak 1867-ben vette át a magyar pénzügyminisztérium.)

A nagyméretarányú részletes felmérés alapjául az 1853. évi felsőrendű hálózat szolgált, mely háromszögelési hálózatot 1853-tól 1863-ig fejlesztették ki. A hálózat a 9,5 km

hosszú bécsújhelyi alapvonalból indult ki. Kiegyenlítését csoportokra bontva, kísérletező módszerrel végezték. A hálózatot nem vetítették síkra, oldalai gömbi hosszak. A területek megközelítik a valóságos területeket. Az ábrázolást a budapesti és az ivaniči vetület nélküli rendszerben végezték, de az Erdélyben kifejlesztett hálózat koordináta-rendszerének kezdőpontjául a Nagyszeben melletti Vízakna-hegy nevű elsőrendű háromszögelési pontot választották. A budapesti rendszer kezdőpontja a Gellért-hegyen állt csillagvizsgáló keleti tornya volt, amely az 1849. évi harcokban ugyan elpusztult, de földrajzi koordinátáit az 1820 körüli levezetésből ismerték. Az ivaniči rendszer kezdőpontja a Zágráb melletti elsőrendű pont volt. A hálózat területének egy részén negyedrendű háromszögelést is végeztek mérőasztalos meghatározásokkal.

A nem rendszeres, a pillanatnyi szükségletek szerint az ország különböző részeiben létesített, részben ideiglenes jellegű hálózatot azonban nem lehetett egységesen továbbfejleszteni. Ezért - még az előző háromszögelés munkálatainak lezárását be sem várva - új háromszögelés kezdődött 1859-ben.

Ezúttal ismét nyugat felől indult meg a munkálat, és 1864-ig a 22.3 ábrán látható láncolatrendszert alakították ki. A hálózat vázát alkotó láncolatok négy alapvonalat kötnek



22.3 ábra

Össze: a már említett bécsújhelyi alapvonalat, a Galíciában (ma Lengyelországban Tarnov közelében) levő partini (közel 6 km hosszú) alapvonalat, az Arad mellett húzódó (8,8 km hosszú) szentannai alapvonalat és a Bukovinában létesített (közel 9,9 km hosszú) radautzi alapvonalat. A szögmérések egy részét nem végezték el, hanem átvették a II. katonai felmérés elsőrendű láncolatainak szögmérési eredményét.

A láncolatot 100-106 háromszögből álló csoportokban egyenlítették ki. (A láncolat kiegyenlítése négy esztendeig tartott. "Ez volt ezideig a legnagyobb kiegyenlítés, amely a világon végeztetett"-írták róla 1904-ben.) A kiegyenlítés utáni szögmérésihiba $+1,3'' - + 1,7''$ volt. A kiegyenlített szögértékeket és a velük számított hosszértékeket gömbi adatoknak tekintették, és a sztereografikus síkra vetítették. A kiegyenlítés végrehajtása és a sztereografikus vetület bevezetése(?) Horski Ferenc (1811-1866) nevéhez fűződik, aki a Háromszögmérési Számító Hivatal vezetője volt. Említésre érdemes, hogy a Horski-féle kiegyenlítést a radautzi alapvonal 0,59 öl (1,12 m) nagyságú hibája terhelte. Ez jelentkezett is abban, hogy a radautzi alapvonal közelében levő láncolati szögek a kiegyenlítésben igen nagy (4-5 másodperces) javítást kaptak.

A láncolatok közti területek elsőrendű hálózatát a felmérési munkák előrehaladása szerint, részletekben fejlesztették ki a láncolati pontokra támaszkodva, s ugyanakkor elvégezték a második- és harmadrendű pontok mérését, majd számítását 4-5 pontot magába foglaló csoportonként.

Ez a háromszögelési hálózat az alapja tulajdonképpen a ma is használatban levő hálózatnak. Az elkövetkezendő évtizedekben az első világháború végéig már új országos háromszögelési hálózat létesítéséhez nem is kezdtek, csupán az időközben különböző célokból végzett háromszögelési munkák mérési eredményeit igyekeztek javító, ellenőrző szándékkal beépíteni a már meglévő hálózatba.

Egyik példája ennek a bécsi Katonai Földrajzi Intézet által 1885-ben Budapest mellett létesített alapvonal. (Ezen alapvonalat az 1862-től 1898-ig - fokmérés céljából - végzett osztrák-magyar háromszögelési munkák keretében mérték.) Az alapvonal végpontjait a Háromszögelő Hivatal később meghatározta az országos háromszögelési hálózatban. Az e koordinátákból számított és a közvetlen mért hossz eltéréseinek relatív értéke $1/53\ 000$ volt.

Az országos hálózat megbízhatóságának vizsgálatára az elkövetkezendő évtizedek alatt is több esetben adódott lehetőség. A Háromszögelő Hivatal ugyanis 1908 után több nagyobb városunk felmérésével kapcsolatban alapvonalmérést végzett. (Az országos koordinátákból számított és a mért hosszak eltérései általában megerősítették az $1/50\ 000$ körüli relatív megbízhatósági értéket.)

1901 és 1907 között a Háromszögelő Hivatal újabb elsőrendű hálózatot fejlesztett ki a Dunántúlon. A bécsi Katonai Földrajzi Intézetnek az Európai fokmérés céljára végzett

méréseit részben megtartva, az elsőrendű hálózat szögeit Schreiber-féle eljárással mérték. Negyven háromszög záróhibájából számított Ferrero-féle szögméréshiba $+ 0,9''$ volt. A pontok koordinátáit a budapesti sztereografikus vetületi rendszerben, koordináta-kiegyenlítéssel hét, részben egymásba nyúló csoportban számították. A másod- és harmadrendű pontok koordinátáit ugyanolyan módon határozták meg, mint a közép-magyarországi hálózatban. A csillagászati mérésekkel kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy a Nemzetközi Fokmérés kívánságának megfelelően, az első világháborút megelőző években 17 elsőrendű ponton végeztek szélesség- és azimutmérést.

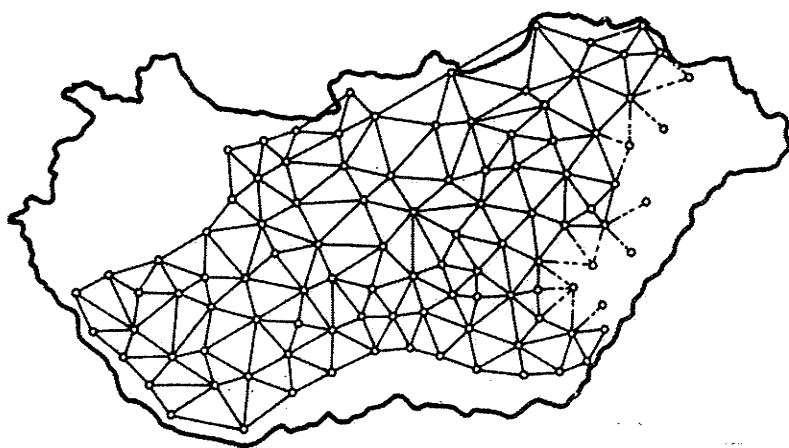
Az első világháború befejezése után a Háromszögelő Hivatal felülvizsgálta az ország vízszintes alaphálózatát, és úgy határozott, hogy új elsőrendű háromszögelési hálózatot kell létesíteni. A munkálatokat 1925-ben el is kezdték.

Az 1925. évi felsőrendű hálózat létesítését több szempont tette szükségessé. A megelőzőkből látható volt, hogy a magyarországi felsőrendű háromszögelés különféle szabályok szerint mért szögekből állt, s különböző megbízhatóságú alapvonalakra támaszkodott. A kiegyenlítés nem egységesen, hanem egymással lazán összefüggő csoportokban történt. Sok pont el is pusztult, s pótlásuk nem illeszkedett szorosan a meglévő hálózatba. Mindezek miatt pontossága a korszerű igényeknek egyre kevésbé felelt meg.

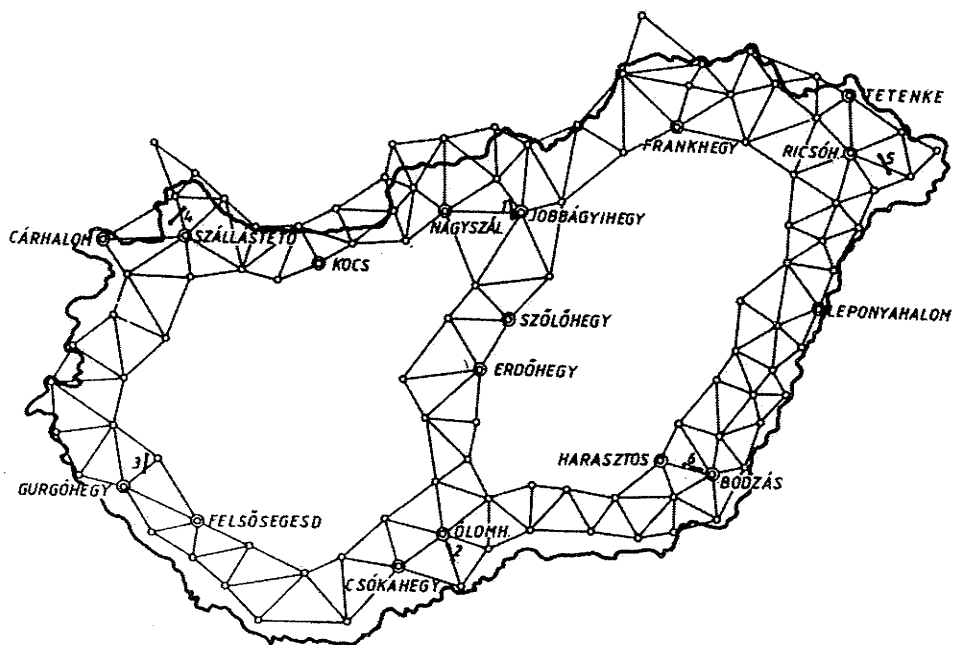
Az 1925-ben megkezdett munkálat műszaki előírásai az akkori idők korszerű elvei alapján készültek. A munkálat gazdasági okokból elég vontatottan haladt, ezért a második világháborúig a hálózat szögméréseinek csak mintegy 70-80 százaléka készült el (22.4 ábra), néhány pontban szélesség- és azimutmérést, illetve hosszúságmérést is végeztek. Alapvonalat nem mértek, de 1938-ban elkészült az országos összehasonlító alapvonal Gödöllő mellett (Máriabesnyőn) és megtörtént hosszának meghatározása is hossz-összehasonlítással a potsdami alapvonalból. A hálózat csillagászati méréseinél az első világháború előtti - már említett - 17 elsőrendű ponton végzett mérésekből az ország területére eső pontok mérési anyagát is átvették.

Az új háromszögelés munkálatai a második világháború idején ismét elakadtak, majd a háborús események következtében - néhány, Duna-Tisza közén fekvő pont szögmérési jegyzőkönyveinek és néhány hiányos szögmérési kivételével - az addig elkészült munkarészek is elvesztek.

A második világháború befejezése után az ország gazdasági alapjainak gyökeres megváltozása igen sokrétű és a korábbiaknál igényesebb felmérési feladatok elvégzését igényelte. Ennek magas szintű kielégítése új alaphálózat létrehozását tette szükségessé. Rédey professzor (akkor a Térképészeti Intézet ezredese) szorgalmazására 1948-ban megteremtették egy új hálózat létesítésének anyagi alapjait, s az illetékes kormányzati szervek egyetértésével úgy döntöttek, hogy az új elsőrendű háromszögelési hálózatot két lépésben teremtik meg. Első lépésként - négyéves terv keretében - a 22.5



22.4 ábra



22.5 ábra

ábrán látható láncolatvázat akarták létrehozni, majd a második ütemben tervezték a dunántúli és a Tisza menti kitöltő hálózatrész megvalósítását.

A láncolatváz mérése 1949 és 1952 között meg is történt (azzal a módosítással, hogy a Duna mentén a láncolat részt nem mérték újra, hanem átvették az 1925. évi munkálatok fennmaradt szögértékeit), majd a következő évben elvégezték kiegyenlítését is (Boltz kifejlesztési módszere szerint). A láncolatváz 112 pontból, 130 háromszögből épült fel, 6 alapvonalat mértek (Magyaróvár, Hatvan; Mátészalka, Orosháza, Baja és Nagykiszta környékén) és 17 pontban végeztek földrajzi helymeghatározást (közülük 7 ikerpont volt, hármát a hosszabb láncolatok közepén mértek), helyüket az ábrán nagyobb körök jelzik.

Érdemes figyelemmel kísérni a felszabadulásunkat követő időszakban a magyar földmérés szervezeti változásait is. A felszabadulást közvetlen követő földreformok végrehajtására földhivatalok és azokon belül műszaki osztályok alakultak. 1950-ben az addig fennállott földmérési szervezet jelentősen megváltozott, ugyanis létrehozták az Országos Földméréstani Intézetet (OFI), amelyben egyesítették az addigi Állami Földmérést, a kataszteri nyilvántartási szolgálatot, a földhivatalok műszaki osztályait és a FÖTI (Fővárosi Tervező Intézet) városmérési osztályát. A Háromszögelő Hivatalból az OFI felsőgeodéziai osztálya lett, a Földmérési Térképtár pedig térképtári osztály. Ekkor váltották fel a földmérési felügyelősegeket a megyénként megalakított Megyei Földmérési Igazgatóságok.

1952-ben felállították az Állami Földmérési és Térképészeti Hivatalt (ÁFTH), megszervezték a Geodéziai és Kartográfiai Intézetet, és újonnan alakultak a Megyei Földmérési Irodák.

1954-ben ismét átszervezték a földmérési intézményeket, az ÁFTH keretében megalakult a Központi Geodéziai és Térképészeti Adattár és egyben megszűnt a Geodéziai és Kartográfiai Intézet, a Megyei Földmérési Irodákból pedig Megyei Földmérési Kirendeltségek alakultak. Megalakult a Budapesti Geodéziai és Térképészeti Vállalat (BGTV), a Pécsi Geodéziai és Térképészeti Vállalat (PGTV), majd 1955-ben a Kartográfiai Vállalat (KV).

A gyakori és széles körű átszervezések ellenére az új háromszögelési hálózat munkálatai nagy lendülettel folytak. Elsősorban a kitöltő hálózat mielőbbi elkészítése volt a cél, de ugyanakkor azon is munkálkodtak, hogy eleget tegyenek a szocialista tábor országai közötti 1952-ben történt megállapodásnak, miszerint egységes nemzetközi hálózatot hoznak létre.

A kitöltő hálózatok megvalósításának meggyorsítása érdekében Regőczy azt javasolta, hogy a kontinentális hálózatokra kidolgozott Hazay-féle hálózatfejlesztési eljárást alkalmazzák - értelemszerű módosításokkal - a kitöltő hálózatra.

tok létrehozására. E javaslatot megvizsgálva és elfogadva a kitöltő hálózatok területén azonnal a harmadrendű hálózatnak megfelelő sűrűségben tűzték ki és mérték meg a pontokat, s az elsőrendű hálózatot levezetett (fiktív) háromszögek révén valószínűsítették meg.

A kitöltő hálózat mérési munkáit így 1960-ig be is fejezték, sőt ezzel párhuzamosan a "Dunántúli rész" kiegyenlítését is elkészítették Hazay módszere szerint. A hálózat "Tiszai részét" a későbbiekben, a harmadrendű sűrűségű hálózattal, egy egészben egyenlítették ki elektronikus számítógépen Moszkvában. Az egységes nemzetközi hálózat magyarországi részeként a láncolatvázat fogadták el és szerepeltették a közös kiegyenlítésben.

Az alapvető munkálatokat kiegészítő és az egész hálózat egységességét biztosító műveletekre már 1954-től kezdődően sor került, és a különböző pontosság-növelő mérési és kiegyenlítési műveletek sorozata még napjainkban sem fejeződött be.

Végül is az 1948-ban elkezdett alaphálózat az, amit - sok-sok kiegészítéssel, finomítással ellátva - manapság is használunk. E hálózat megalkotásának elvét fogjuk tárgyalni a következő fejezetekben, és részben kiegészítjük azon ismeretekkel, módszerekkel, amelyeket a jelenlegi műszaki fejlettségi szinten valamely hálózat megalkotásakor alkalmazhatnánk.

23. A vízszintes alaphálózat korunkban

231. A hálózat alakjának meghatározása

231.1 A hálózat tervezése

Az elsőrendű hálózat megtervezése lényegesen eltérő nehézségű feladat aszerint, hogy olyan országról van-e szó, amelyen már volt háromszögelés, így tulajdonképpen csak felújításról, a korszerű követelményeknek megfelelő hálózat kialakításáról van szó, avagy a terület geodéziai szempontból nagyrészt feltáratlan kontinens rész, amelyről csak kevés megbízható, kisméretarányú térképek állnak rendelkezésre, vagy még ilyenek sem.

A hálózat tervezésének végrehajtása előtt akár topográfiai térképekre, akár annak megfelelő méretarányú légi felvételekre támaszkodva néhány alapvető kérdést el kell dönteni. Ezek a következők:

Egy adott területen - általában egy ország területén - első lépésként egy átfogó vázat képező egyetlen háromszögelési hálózatot célszerű készíteni. Abból a célból, hogy ez a hálózat valóban megfelelő pontosságú összefoglaló keret le-

gyen, a szóba jövő területet lehetőleg kevés számú, egyenlő nagyságú és egyenlő oldalú háromszögekkel borítjuk be. Az ideális hálózat megvalósításának határt szabnak azonban a terepviszonyok: a háromszögek különböző nagyságúak lesznek és alakjuk is változó. A háromszögek nagysága, helyesebben az oldalhossz célszerű mérete tekintetében a felfogások különbözők. Nagyobb háromszögből kevesebb kell, tehát kevesebb a hibaforrás is. Ezzel szemben a hosszú irányok megmérése nehezebb, több időt és költséget igényel, a pontok láthatóvá tétele is költségesebb, mert nagyobb építményeket kívánunk, különösen sík terepen. Sík vidéken egyébként is kedvezőtlen a hosszú oldal, mert az irányok a földhöz közel haladnak teljes hosszukban, tehát a légköri viszonyok zavaró hatása jobban érvényesül. Így, míg egyes államokban az 50 km-es, vagy még ennél is hosszabb oldalakat részesítik előnyben, nálunk a célszerű hosszat 30 km-nek lehet mondani és ez ritkán emelkedik 40 km fölé, viszont gyakran 20 km-ig kell csökkenteni.

A háromszög alakja tekintetében megkötés lehet az, hogy csúcsaiknál még kivételesen sem szabad 30° -nál kisebb szögnek keletkeznie.

Általános előírás még az is, hogy a pontoknak a tereprész legmagasabb pontján kell feküdniük.

Az ezeknek az elveknek megfelelően kialakított elsőrendű hálózat teljesen homogén, a pontok teljesen egyenértékűek.

Ha az ország nagykiterjedésű, akkor az egész területre kiterjeszkedő homogén egységes elsőrendű hálózat együttes kiegyenlítése még a ma rendelkezésre álló számítástechnikai eszközök mellett is nehézségekbe ütközhet. El kell tehát dönteni, hogy a létesítendő hálózatot homogén hálózatként vagy keretláncolat és kitöltő hálózat formájában alakítsuk-e ki.

Ha láncolatvázat tervezünk, akkor a hálózat tervezésével egyidejűleg döntünk az alapvonalak és a csillagászati mérések helyéről is. Ez esetben tehát a három alkotórésznek tervezése egyidejűen történik. (Homogén hálózat tervezésénél ilyen megkötöttség nincs.)

Láncolatvázban ugyanis kívánatos, hogy az alapvonalak és a Laplace-pontok (l. a 233.2 szakaszt) a láncolatok találkozásánál legyenek, továbbá ott, ahol a láncolat irányában törés, kiszögellés van. Egyes számítási eljárások alkalmazásához ez nemcsak kívánatos, hanem szükséges is. A láncolatok egymás közötti távolságát tehát az alapvonalmérésre és a csillagászati észlelésre alkalmas hely, továbbá ezek kívánatos sűrűsége is befolyásolja.

Az alapvonalak számának növelésével elejét akarjuk venni annak, hogy a hálózat oldalhosszai a szögmérési hibák továbbadása folytán erősen torzuljanak. Célszerű, ha minden 120-150 km-re van egy alapvonal, amely a hálózat mérethelyességét biztosítja.

A csillagászati adatok közül az azimutmérést vonjuk bele a hálózat kiegyenlítésébe. Szerepe a hálózat elcsavarodásának megakadályozása. Egymástól olyan távolságra kell kijelölni a Laplace-pontokat, hogy a hibahalmazódás okozta legnagyobb elcsavarodás - ami a két Laplace-pont távolságának felében lép fel - ne haladja meg lineáris értékben a pontmeghatározásban megkívánt pontosságot. Ezen az alapon minden negyedik, hatodik pontnak Laplace-pontnak kell lennie. A Laplace-pontok egymás közötti távolságát azért sem célszerű túlzottan megnövelni, mert lényeges számítási egyszerűsítés érhető el, ha ez a távolság nem több 120-150 km-nél. A csillagászati módszerekkel meghatározott azimut megbízhatósága $\pm 0,7''$, a korszerű szögmérése $\pm 0,5''$ körüli érték. Az azimutmérés kisebb pontosságát azzal szokás ellensúlyozni, hogy a Laplace-pontokat ikerpontokként képezik ki, azaz egy-egy megfelelő távolságban (120-150 km-re) levő háromszöggel mindkét végpontja Laplace-pont lesz. Egyes helyeken az is előírás, hogy ez a háromszögoldal egyszersmind az legyen, amelynek hosszát közvetlenül megmérjük, vagy egy alapvonalból levezetjük (Szovjetunió). Másutt egy-egy elsőrendű háromszög mindhárom csúcspontja Laplace-pont (Csehszlovákia).

Mindezeknek a szempontoknak mérlegelésképp ma az a szokás, hogy a láncolatvázban a láncolatok 120-150 km-re, esetleg 200 km-re vannak egymástól. Ha a láncolatok távolsága ennél nagyobb, akkor a közbezárt mezőt még másodrendű láncolatokkal megosztják (Szovjetunió).

Ha a láncolatváz általános elrendezését meg is állapítottuk, a láncolatok csatlakozási pontjai közé eső láncolat-szakaszok még többféleképp alakíthatók ki aszerint, hogy milyen pontokon át vezetjük, milyen alakú háromszögekből építjük fel. A többféle lehetséges változat közül mérlegeléssel, gyakorlati tapasztalatok, sokszor a végrehajtás könnyebb vagy nehezebb módjának, korábbi háromszögelések adatainak latolgatása alapján választhatjuk ki a legcélszerűbbet. Egyes országokban, különösen feltáratlan kontinensrészekben, ahol a megoldások nehézségeiről adatok nincsenek, a hibaterjedés törvényét használják erre, és azt a változatot választják, amely ebből a szempontból a legkedvezőbb. Ilyenkor tehát tisztán a tervezett láncolat geometriai viszonyai a döntők.

A minősítésre szolgáló jelzőszámot a láncolat merevségi indexének nevezzük. Előállításának alapgondolata az, hogy a hibaterjedés szempontjából nyilván az a kedvezőbb alakzat, amellyel a már kijelölt csatlakozó oldalt a legkisebb középhibával vezetjük le az ugyancsak már kijelölt kezdőoldalból (természetesen azonos pontosságot tételezve fel a szögmérésben). A merevségi index levezetésének mellőzésével csupán a szokásos számítási képletet adjuk meg a következők szerint.

Ha a láncolatban D számú irányt mértünk (az oda-vissza megmért irányok kétszer számítanak) és C a láncolatban felírható feltételi egyenletek száma, akkor a merevségi index:

$$R = \frac{D - C}{D} \sum_{i=1}^n [\text{ctg}^2(1) + \text{ctg}(1)\text{ctg}(2) + \text{ctg}^2(2)] \quad (1)$$

ahol n azoknak a háromszögeknek száma, amelyeken keresztül legegyszerűbben eljutunk a kezdőoldaltól a láncolat utolsó oldaláig, az (1) és a (2) szög pedig az érintett háromszögekben mindig az a két szög, amelyek az oldalhosszak sinustételrel történő sorozatos levezetésében szerepelnek.

A munkálat végrehajtására kiadott utasításban az R érték megengedhető felső határát szokták megadni. Így például $R < 80$ vagy legalább $R < 110$ legyen, és a háromszögeket külön tekintve, azaz a \sum egyetlen tagja sem adhat nagyobb értéket, mint $R_i = 15$ esetleg $R_i = 25$.

Mérlegelve a mai eszközökkel a szögmérésben elérhető pontosságot ($\sim \pm 0,5''$), a merevségi index alapján megállapítható, hogy egy korszerű elsőrendű háromszögelési hálózat oldalhosszainak relatív hibája 1/100 000 és 1/200 000 között lehet.

Említettük már, hogy az elsőrendű hálózatot a beillesztendő másod- és harmadrendű hálózattal kell sűríteni. Mivel ezeknek a hálózatrendeknek a munkálatai sok részletben összeforrnak az elsőrendű hálózat kifejlesztésének munkálataival, ezért most foglalkozunk a felsőrendű hálózat e két következő rendjének tervezésénél irányadó szempontokkal is.

* A másodrendű pontokat lehetőleg úgy kell elhelyezni az elsőrendű háromszögek súlypontjában, hogy összelátásuk legyen az elsőrendű háromszögnek mind a három csúcspontjával és a szomszédos másodrendű pontokkal. Ha ezt a feltételt egy másodrendű ponttal nem lehet kielégíteni, akkor két vagy három egyenletesen elosztott másodrendű pontot alkalmazunk úgy, hogy ezek együttesen elégtítsék ki a feltételeket. Törekedni kell arra, hogy a másodrendű pont is a környező terep legmagasabb helyére kerüljön.

A harmadrendű pontok átlag 7 km-re vannak egymástól. Elhelyezésükkor arra törekszünk, hogy egyrészt kifogástalanul legyenek meghatározhatóak, másrészt az elsőrendű pontok meghatározása belőlük minél egyszerűbb legyen.

Az elsőrendű hálózatban feltétlen követelmény, hogy a pontok egymásból kölcsönösen láthatók és irányozhatóak legyenek, a másod- és harmadrendű hálózatban ez már csak a lehetőségig kívánatos.

A felsőrendű pontoknál fokozottan ügyelni kell arra, hogy a pontok fennmaradása biztosítva legyen.

Ha a másod- és a harmadrendű hálózat kifejlesztése (már csak a meghatározandó pontok nagy száma miatt is) időben lényegesen eltolódik az elsőrendű hálózat kiépítése és mérése idejétől, lehet, hogy a pontokat megjelölő építmények, de esetleg maguk az állandósított pontok is elpusztulnak, így a megnövekedő költségeket nem is tekintve, az a nehézség merülhet fel, hogy a hálózat nem lesz egységes. Az a kívánatos

tehát, hogy a felsőrendű hálózat rövid időn belül az egész ország területére elkészüljön.

Ennek a célnak elérését kívánja biztosítani a felsőrendű hálózat kifejlesztésének az a módszere, melyet ugyan Hazay kontinentális méretű hálózatok létrehozására dolgozott ki, de Regőczy javaslatára új háromszögelésünk kitöltő hálózatának készítésekor alkalmaztunk. Ennek lényege az - amint már a 22. fejezetben is szó volt róla - hogy nincs külön első-, másod- és harmadrendű hálózat, hanem az egész területet 7-8 km oldalhosszúságú háromszögekkel fedjük be. Azaz csak a harmadrendű hálózatot tűzzük ki közvetlenül, de előírjuk, hogy a kölcsönös láthatóság a szomszédos pontok között ugyanúgy meglegyen, mint az elsőrendű hálózatban. Mondhatjuk tehát azt is, hogy a hálózat 7-8 km sűrűséggel elhelyezett pontokból álló elsőrendű hálózat. Így ugyan szerfelett megnövekszik a háromszögek száma, ami az együttes kiegyenlítésben nehézséget okozna, de ezt a nehézséget a Hazay által kidolgozott számítási módszer elhárítja. E kiegyenlítési eljárásról majd a számításokról szóló fejezetben lesz szó.

A hálózat tervezésének leglényegesebb feladata az alkalmasnak talált pontok összelátásnak vizsgálata.

Ha rendelkezésre állnak a kérdéses terület 1:50 000 (1:25 000) méretarányú topográfiai térképszelvényei, akkor az összelátás-vizsgálat (mind numerikusan, mind grafikusán egyaránt) elvégezhető.

Az összelátás-vizsgálat feladata lényegében a következő: a térképen ki van jelölve az A és a B pont. Meg kell állapítani, lehet-e látni A-ból B-t és viszont.

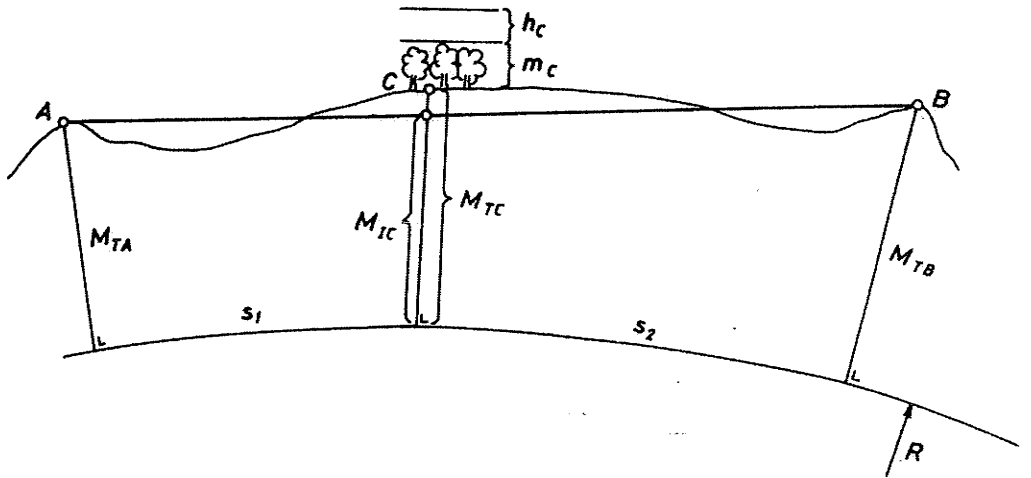
Az összelátási lehetőséget az

$$M_{IC} = M_{TA} + \frac{M_{TB} - M_{TA}}{s_1 + s_2} s_1 - 0,078 s_1 s_2 \quad (1)$$

képlettel vizsgáljuk meg. A képletben az M_{TA} és az M_{TB} a két végpont terepszintjének tengerszint feletti magassága (231.1.1 ábra), M_{IC} az A ponttól s_1 és a B ponttól s_2 távolságra levő C pontnál az irányvonal tengerszint feletti magassága. (Az M értékek méterben, az s értékek kilométerben értendők.)

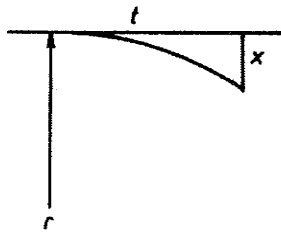
A képlet jobb oldalának utolsó tagja a Föld görbületének hatását fejezi ki. Általános jelöléseket használva, egy r sugarú körívet érintő egyenes érintőpontjától t távolságra levő pontjának az egyenesre merőlegesen mért távolsága a körívtől, ha r lényegesen nagyobb, mint t (231.1.2 ábra)

$$x \approx \frac{t^2}{2r}$$



231.1.1 ábra

egy körív húrjának húrmagassága a húr felezőpontjánál (231.1.3 ábra), ha a húr hossz $s_1 + s_2$:

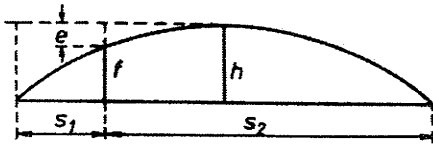


$$h = \left(\frac{s_1 + s_2}{2} \right)^2 \frac{1}{2r}$$

az e metszék pedig:

231.1.2 ábra

$$e = \left(\frac{s_1 + s_2}{2} - s_1 \right)^2 \frac{1}{2r}$$



Ennek megfelelően a Föld görbülete következtében veszített f magasság:

$$f = h - e = \frac{1}{2r} \left\{ \left(\frac{s_1 + s_2}{2} \right)^2 - \left(\frac{s_1 + s_2}{2} - s_1 \right)^2 \right\} = \frac{1}{2r} s_1 \cdot s_2$$

231.1.3 ábra

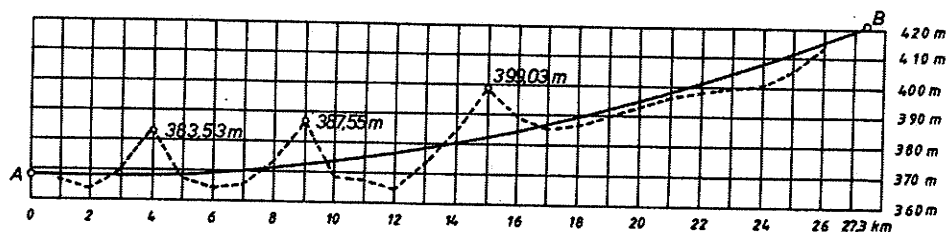
Behelyettesítve r helyébe a Földet helyettesítő gömb R sugarát ($R \approx 6370$ km), s_1 és s_2 értékeket szintén km-es egységben írva, f értéke méterben:

$$f = 0,078 s_1 \cdot s_2 \quad (2)$$

Az összeláthatóságot tehát úgy vizsgáljuk, hogy a térképen egyenessel összekötjük az A és B végpontokat, és a vonal mentén tanulmányozzuk a terepet. A vonalnak azokra a pontjaira, amelyeknél akadályt gyanítunk, kiszámítjuk az (1) képlettel az irányvonal tengerszint feletti magasságát (M_{TC}), és azt összehasonlítjuk a terepnek a térképről megállapított M_{TC} tengerszint feletti magasságával, illetve ennek a magasságnak és a növényzet (erdő), esetleg épület m magasságának összegével. Általában megkívánjuk azt is, hogy az irányvonal az akadály felett $h \approx 5$ m-rel haladjon el. (Ezzel a biztonsági tényezővel főképp azt kívánjuk elérni, hogy az akadály - épület, erdő - felett fellelegedő és párás levegő az irányzást ne nehezítse, és a meghatározott irányértéket károsan ne befolyásolja.)

A mérendő irányok vizsgálatát, azaz az összelátások megállapítását grafikusán is elvégezhetjük. A grafikus módszerek alapvetően kétfélék.

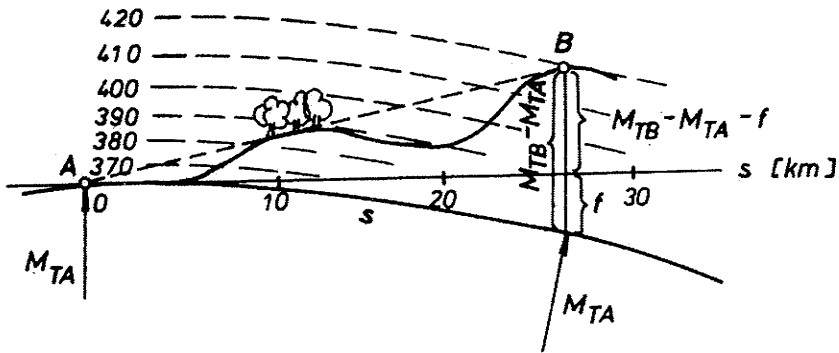
Az egyik módszer esetében megrajzoljuk a vizsgálandó irányban a két végpont közötti hossz-szelvényét a terepnek úgy, hogy a tengerszint feletti magasságokat egy egyeneshez (alapsíkhoz) képest rakjuk fel. Ez esetben a két végpontot összekötő irányvonalat fölfelé homorú görbeként kell a hossz-szelvényen ábrázolnunk (231.1.4 ábra). Az irányvonal görbéjét az (1) összefüggés segítségével számíthatjuk ki a hossz-szelvény minden 1-2 km-ére.



231.1.4 ábra

A másik grafikus eljárásnál a terep hossz-szelvényét úgy rajzoljuk meg, hogy a tengerszint-feletti magasságokat (illetve azok különbségét) nem az egyenestől (az alapsíktól) mérjük fel, hanem egy körívtől, amely párhuzamos a Föld gömbjének és a hossz-szelvény síkjának a metszetével és átmegy az A ponton (231.1.5 ábra). E körív megszerkesztéséhez szükséges f metszékeket a (2) összefüggés szerint számíthatjuk. Ezen az ábrán az A és B pontok közti irányvonal egyenesként rajzolható meg.

Mindkét grafikus módszernél célszerű a hossz-szelvény abszcisszáit (az s értékeket) olyan méretarányban felrakni, mint amilyen annak a térképnek a méretaránya, amellyel

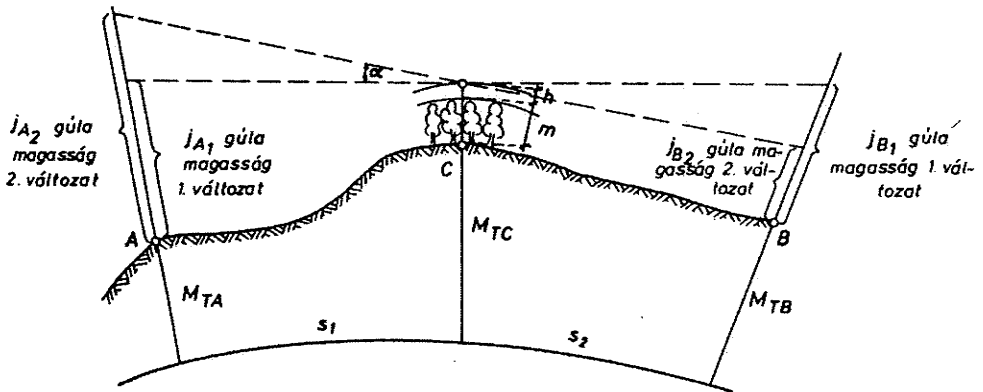


231.1.5 ábra

az összelátást vizsgáljuk, a magasságokat pedig olyan alkalmas méretarányban (pl. 1:1000-ben), amely a magasságok méterre éles leolvasását lehetővé teszi.

Ha a mérendő irány vonala akadályba ütközik, akkor az irányvonalat meg kell emelni. Az irányvonal emelése történhet úgy, hogy a végpontokon pl. gúákat építünk (231.1.6 ábra). Ha az egyik végponton építendő jel magasságát (j_A) felvesszük, vagy az ott már korábban elkészült mérőtorony, kilátó, templomtorony stb. kerül felhasználásra, mint jel, akkor a másik végponton építendő jel magasságát (j_B) az

(1) képlet értelemszerű megoldásával kiszámíthatjuk:



231.1.6 ábra

$$(M_{TC} + m + h) = (M_{TA} + j_A) + \frac{(M_{TB} + j_B) - (M_{TA} + j_A)}{s_1 + s_2} s_1 - 0,078 s_1 \cdot s_2 \quad (4)$$

$$j_B = [(M_{TC} + m + h) - (M_{TA} + j_A) + 0,078 s_1 \cdot s_2] \frac{s_1 + s_2}{s_1} + (M_{TA} + j_A) - M_{TB}$$

Ha j_A (vagy j_B) értéke nincs megkötvé, akkor (4) voltaképpen j_A és j_B -re kétismeretlenes egyenlet. Így tehát végtelenül sokféle változat lehetséges, amelyek mind biztosíthatják azt, hogy a C pontban mutatkozó akadály fölött átláthassunk. E végtelen sokféle változat közül igyekszünk a leggazdaságosabbat kikeresni.

Itt szeretnénk megemlíteni, hogy előfordulhat az az eset is, hogy az összelátási akadályt csupán keskeny erdősáv, fasor képezi. Ekkor célszerű annak gazdaságosságát mérlegelni, hogy magasabb gúlát építsünk-e, vagy az erdőt, fasort vágjuk-e át az irány mentén.

A gúlák, pontjelek építési költségei a gúlamagasság növekedésével exponenciálisan emelkednek. Jelöljük P pontban a gúlaépítés költségét K_P -vel, j_P -vel a gúla magasságát, a-val a gúlafő költségét és b, c, ...-vel a többi költséget:

$$K_P = a + b j_P + c j_P^2 + \dots \quad (5)$$

Kézenfekvőnek látszik a 231.1.6 ábra A és B pontjában építendő gúlák magasságára vonatkozóan az a megállapítás, hogy legyen $j_{A1} = j_{B1}$ -gyel. Általános esetben valóban arra törekszünk, hogy A pont műszermagasságából a B pont műszermagasságára legyen meg a látás. Ha az akadály viszont kb. középen van, akkor igen kedvező lehet az a megoldás, hogy A műszermagasságából csak a B pont jelének (gúlafőjének) csúcsa látsszék, mert a magas jel építése még mindig olcsóbb, mint a megfelelő magasságú műszeroszlopé.

Forgassuk el a 231.1.6 ábra tervezett irányvonalát α -val, ekkor B pontban az észlelési magasság d-vel alacsonyabb lesz, mint a jel (a fényvetítés) magassága. A 2. változat gúlamagasságai:

$$j_{A2} = j_{A1} + \hat{\alpha} \cdot s_1 \quad (6)$$

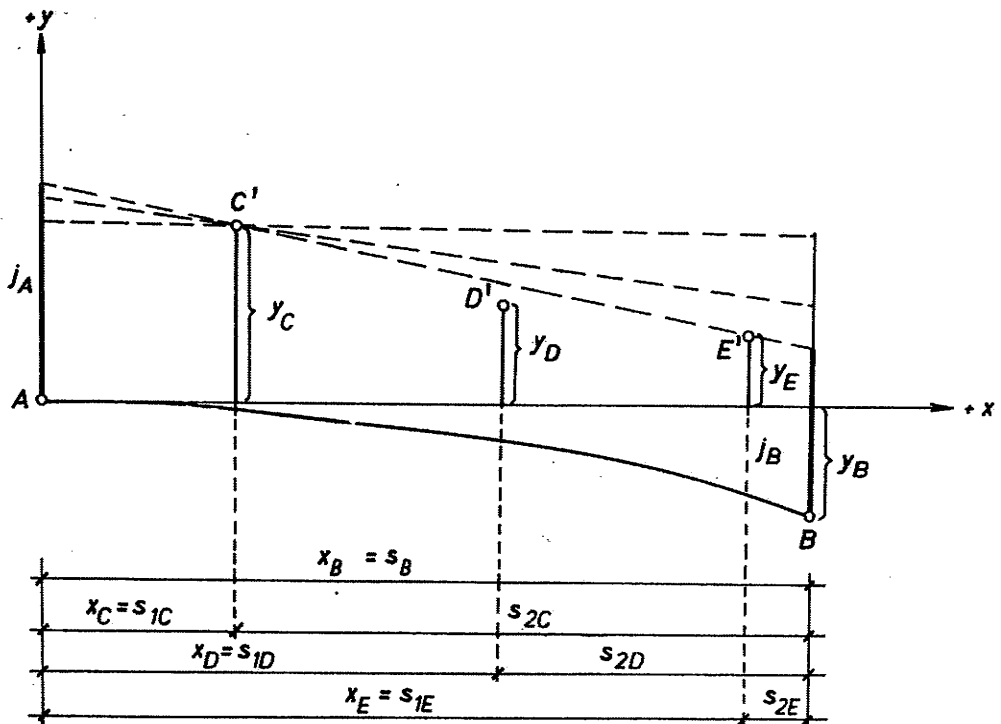
$$j_{B2} = j_{B1} - d - \hat{\alpha} s_2 \quad (6)$$

A és B gúllák költsége:

$$K_{AB} = a_A + b_A(j_{A1} + \hat{\alpha} s_1) + c_A(j_{A1} + \hat{\alpha} s_1)^2 + a_B + b_B(j_{B1} - d - \hat{\alpha} s_2) + c_B(j_{B1} - d - \hat{\alpha} s_2)^2$$

A feladat megoldását a $K_{AB} = f(\hat{\alpha})$ függvény minimumának a meghatározása adja [83]. (Az említett mű szerzője a feladat megoldását centrális hálózatra és összefüggő hálózatra is elvégezte.)

A legkedvezőbb gúlamagasságokat grafikusan, próbálgatással is megállapíthatjuk. E módszernél olyan koordináta-rendszert veszünk fel, melynek abszcisszatengelye az A és B pontokat a gömbnek vett Földön összekötő ív A pontbeli érintője, ordinátatengelye pedig ennek normálisa A pontban (231.1.7 ábra). Az abszcisszákat:



231.1.7 ábra

$$\begin{aligned}
 x_A &= 0 & x_C &= s_{1C} & x_B &= s_B = s_1 + s_2 \\
 & & x_D &= s_{1D} & & \\
 & & x_E &= s_{1E} & &
 \end{aligned}
 \tag{7/a}$$

Az s_1 távolság valamely közbenső akadálypont (C, D, E,...) és A pont között, az s_2 távolság az illető közbenső pont és B pont között értendő. Az ordináták pedig:

$$\begin{aligned}
 y_A &= 0 & y_C &= M_{TC} + m_C + h - \frac{s_{1C}^2}{2R} 1000 - M_{TA} \\
 & & y_D &= M_{TD} + m_D + h - \frac{s_{1D}^2}{2R} 1000 - M_{TA} \\
 y_B &= M_{TB} - \frac{s_B^2}{2R} 1000 - M_{TA}
 \end{aligned}
 \tag{7/b}$$

A képletben M_T az illető pont tengerszint feletti magassága (méterben), m az illető pontban a növényzet, épület stb. magassága (méterben), h az a magasság (méterben), amennyivel megkívánjuk, hogy az irányvonal az akadály fölött haladjon. R a Földet helyettesítő gömb sugara ($R \approx 6370$ km) km-ben. Az s értékek az előzőekben leírtak szerint értendőek és km-es egységben helyettesítendőek.

Az abszcisszákat és az ordinátákat megfelelő léptékben (az utóbbiakat az előbbiekhöz képest torzítva) felrakjuk. Az akadálypontokban megrajzolt ordináták fölé vonalzókat illesztünk úgy, hogy mindegyikük a vonalzó éle alá kerüljön. Ekkor a vonalzó éle kijelöli az egyik lehetséges irányvonalat, és az A-ba és B-be állított merőlegesen pedig kimetszi a szükséges gúlamagasságot (j_A és j_B).

Természetesen C' körül forgatva a vonalzókat más-más összetartozó gúlamagasságokat is kimetszhetünk A és B merőlegesen.

Egy álláspontról nemcsak egy, hanem több pontot is kell látni. A gúlamagasságokat úgy választjuk meg, hogy a legkedvezőtlenebb iránynak is megfeleljenek. Ha egy ponton valamely kedvezőtlen irány miatt magasabb gúlát kell építeni, akkor előfordulhat, hogy a környező többi pontok gúlájának magasságát ez kedvezően befolyásolja.

A háromszögelési jelek magasságának meghatározásához mind a numerikus, mind a grafikus eljárást csak kisebb hálózatrészek összelátásának tervezésekor érdemes felhasználni. Nagyobb hálózatok pontjain építendő ideiglenes (gúlák) vagy

állandó pontjelek (vasbeton tornyok) magasságának együttes tervezésekor Sárhidai A. (1981) nyomán a következők szerint járhatunk el.

Az összes zavart irány látási akadályaira felírhatunk a (4) képletből adódóan egy-egy egyenlőtlenséget:

$$(M_{TC} + m + h) \leq (M_{TA} + j_A) + \frac{(M_{TB} + j_B) - (M_{TA} + j_A)}{s_1 + s_2} s_1 - 0,078 s_1 s_2 \quad (8)$$

A (8) egyenlőtlenséget kielégítő megoldás végtelen sok lehet, ezek közül keressük azt, amelyre $(j_A + j_B) \rightarrow \min$. N számú pontból álló hálózat esetén a célfüggvény a következő lesz:

$$(j_A + j_B + \dots + j_N) \rightarrow \min. \quad (9)$$

Ha az egységnyi magas jel építésének költsége nem azonos a hálózat minden pontján, akkor a célfüggvény a következő lesz:

$$(e_A j_A + e_B j_B + \dots + e_N j_N) \rightarrow \min.$$

ahol e_A, e_B, \dots, e_N az egyes pontokban az egységnyi magas jel építésének költsége.

A választott célfüggvény minimumát a lineáris programozás segítségével határozhatjuk meg. Az összes lineáris programozási feladat megoldására szolgáló általános eljárás az ún. szimplex módszer. E módszer előnye, hogy tetszőleges nagyságú feladatok megoldhatók vele, valamint viszonylag könnyen gépesíthető. E módszer programja valamennyi nagyobb számítógép programkönyvtárában megtalálható.

Az eddigiekben figyelmen kívül hagytuk azt a körülményt, hogy a látósugár a levegőben nem egyenes, hanem általános esetben olyan görbe, amely homorú oldalát mutatja a Föld felé. Ez a tulajdonsága mintegy részben kiegyenlíti a Föld görbülete által okozott látási akadályt: e fizikai jelenség következtében az akadályok mögé bizonyos mértékig beláthatunk. Azt is mondhatjuk, hogy a refrakció a távoli tárgyak képét megemeli, mivel mi a látósugár végérintője irányában látjuk a tárgyakat. A megemelés mértéke s km távolságban:

$$H_r = \frac{s^2}{2R} \cdot k \cdot 1000 \text{ (méter)}$$

ahol k a refrakció koefficiense, R a Föld közepe sugara. Mivel közepesen $k = 0,13$ és $R = 6370$ km, így

s = 20 km mellett	$H_r = 4,1$ méter
30 km mellett	9,2 méter
40 km mellett	16,3 méter.

A refrakció az összelátás szempontjából tehát kedvező, de mert értéke igen tág határok között változó, a számításokban nálunk nem szokás figyelembe venni, csak mint biztonsági tényezőt kezeljük. Sok helyen azonban az összelátás-vizsgálatok számszerű elvégzésekor figyelembe veszik a refrakció emelő hatását. Ez esetben az (1) összefüggésben a 0,078 helyett 0,068 szerepel.

231.2 A szemlélés

A szemlélés célja a szokásos meghatározás szerint: a tervezés ellenőrzése a terepen. Azt kell tehát megvizsgálnunk, hogy a tervezéssel megállapított hálózat megvalósítható-e, és ha igen, úgy milyen berendezések, építmények szükségesek ehhez.

A szemlélés műveletének ilyen értelmezése azonban csak a mi viszonyaink között helyes, csak ott, ahol irodai tervezés lehetséges, tehát ahol már történt háromszögelés, illetőleg vannak a kérdéses területről topográfiai térképek. Fel nem tárt kontinensrészekben a szemlélés művelete kiterjedtebb és magába foglalja a tervezést is.

A szemlélés az elvégzendő feladatok szerint három változatban jelentkezhethet:

- szemlélés a tervezés ellenőrzésére már térképezett területeken,
- helyszínelés a régi hálózat változatlan felújítása esetén,
- szemlélés tervezéssel egybekötve fel nem tárt kontinensrészekben.

A szemlélés végrehajtását úgy lehet röviden összefoglalni, hogy el kell menni a hálózatnak a tervben megállapított minden egyes pontjára és meg kell vizsgálni, hogy az illető pont valóban alkalmas-e háromszögelési pontnak. A szemlélés során olyan pontokra is elmegyünk, amelyek ugyan a hálózat tervében nem szerepelnek, de a terep bejárása során háromszögelési pontnak alkalmasnak látszanak.

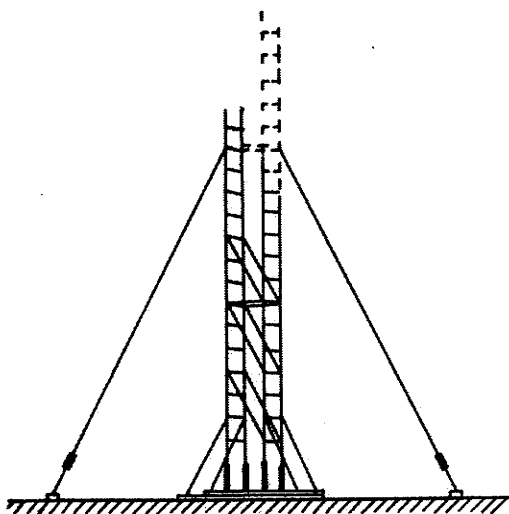
A pontok végleges helyének kijelölésekor a 231.1 szakaszban leírtakon túlmenően a következő főbb szempontokat is figyelembe kell venni:

- a) a pont lehetőleg a környezet legmagasabb pontjára kerüljön,
- b) a pont fennmaradása tartósan biztosított legyen,
- c) a földről lehetőleg jó kilátása legyen,
- d) a pont közvetlen környezete gúla vagy árboc(vasbeton torony) építésére alkalmas legyen,

- e) a pont lehetőleg gépkocsival jól megközelíthető legyen,
- f) a pont a további pontsűrítés céljára is alkalmas helyen legyen.

A szemlélés során a felkeresett pontokról igyekszünk megállapítani, hogy a tervezett összelátások fennállnak-e, illetve milyen magas jel és műszerállvány szükséges a mérések elvégzése érdekében. Az összelátást vizsgálhatjuk ideiglenes állványról, jelek, esetleg fára való felmászás segítségével, gyakran célszerű a ponton fényvetítő készüléket elhelyezni, és a szomszéd pontról távcsővel vagy teodolittal vizsgálni a láthatóságot. A magasságok megállapításakor figyelembe kell venni a fák növekedését, hiszen a mérés esetleg a szemlélés után csak évek múlva történik, és ügyelni kell, hogy az irány az akadály felett legalább 5 m-rel magasabban haladjon el.

Az ideiglenes szemlélési állványok közül jól beváltak a létraállványok (231.2.1 ábra). A kettős létrasort 2-4 m-es darabokból szerelik össze, a két sort egymáshoz kapcsolják merevítő kötésekkel, és az egész szerkezetet drótkötelekkel kikötik. A létrák anyaga régebben fa, ma alumínium ötvözet.



231.2.1 ábra

Ha helyszínelésről van szó, a szemlélési munka lényegesen egyszerűsödik, mert az összelátásokról előre tudható, hogy fennállnak. Legfeljebb erdő felnövése, vagy új települések épületei okozhatnak régebben szabad irányban összelátási akadályt. Így a szemlélés alkalmával elsősorban a helyi akadályokat kell megállapítani, és ezek döntik el az építen-

dő jel magasságát. Az összelátás tényleges megvizsgálására kisebb gondot kell csak fordítani, de a terep bejárásakor állandóan figyelni kell, nincs-e erdő vagy település valamelyik irányban, ami veszélyes lehet.

A tervezéssel egybekötött szemlélést olyan területeken végzik, ahol még nem volt háromszögelés és természetesen topográfiai térképek sincsenek. Ma az ilyen területeken a szemlélés munkájában egyre jobban bevonják a repülőgépeket, helikoptereket. Egyszerűbb esetben ez csak arra szolgál, hogy a megfigyelő kellő magasságban repülve egyszerűen távcsővel szemlélhessen az irányok kezdő és végpontjait és a közbeeső akadályokat. Továbbfejlesztett esetben a kezdő- és végpont közé eső terepről sztereofelvétel készül. A képpárba vékony, éles karcral behúzzák az irányt és sztereoszkópon szemlélik. Ha a karc nyomán a térben lebegő vonal teljes hosszában a terep felett halad, az irány szabad, ha a vonal a terepbe metsződni látszik, ott átlátási akadály van.

A teljesen feltáratlan vidékek háromszögelése előtt egyébként szóba jöhet markáns tereptárgyak alapján illesztett fototérképek készítése a tervezés céljaira.

A szemlélést akármelyik változata szerint is végezzük, a pontként kiszemelt tornyokat, építményeket stabilitás szempontjából is vizsgálni kell. A vizsgálatot ki kell terjeszteni a feljárási lehetőségre, a különböző emeletekről nyíló kilátásra, a méréshez szükséges átalakításra. Le kell mérni az ablakok, erkélyek és a csúcs terepszinttől való magasságát és meg kell állapítani, hogy milyen módon lehet külpontos mérés esetén a központosításhoz szükséges elemeket meghatározni.

Szemléléskor megkülönböztetett gonddal kell eljárni azon esetekben, amikor a pont végleges vagy ideiglenes pontjelét műemléképületen, műemléki jelentőségű környezetben, vizügyi létesítményen, vasúti pályatestek, közutak, repülőterek, ipari létesítmények közelében, bányatelek határán belül, különleges rendeltetésű ingatlanon, természetvédelmi területen stb. akarjuk elhelyezni. Ez esetben ugyanis az illető felügyeleti szervvel egyeztetve, annak engedélyével szabad csak pontot létesíteni.

A szemlélés céljára az új pontok koordinátáit meg kell határozni azért, hogy egy másik pontról az összelátást vizsgálva, irányszögre állított távcsővel kereshessük a pontot. Ebből következik, hogy csak néhány méterre közelítő koordináta is megfelel. Amennyiben a pont jó kilátópont, meghatározására elegendő egy (természetesen ellenőrzött) hátrametszés. Ha a ponton jel (fajel) van, akkor három szomszédos pontból előmetszéssel adunk koordinátát. Szükség esetén, ha a pont a térképen jól azonosítható, az 1:50 000 méretarányú topográfiai térképről is lemérhetjük koordinátáját a koordináta-hálózat segítségével. Fel nem tárt kontinensrészekeken esetleg egyszerű, ún. expedíciós teodolittal földrajzi helymeghatározást kell végezni.

A szemlélő tapasztalatait zsebkönyvébe jegyzi be, majd a feljegyzések alapján, a munka előrehaladásával párhuzamosan előkészíti a háromszögelési pontok törzskönyvét. A szemlélő általában több ponton jár, mint amennyi valóban háromszögelési pont lesz, a zsebkönyvben mindegyikről van feljegyzés, törzskönyvet azonban csak azokról kell készíteni, amelyek az összefüggések áttekintése és a tervezésnél előírt szempontok mérlegelése után legalkalmasabbnak látszanak.

A törzskönyv a mindenkori előírásoknak megfelelően és országonként különböző adatokat tartalmazhat, de általában mindig megtalálhatók benne a következők:

- a) A pont neve. Az új pont elnevezése a szemlélő joga és kötelessége. Régi szokás szerint ugyanis a felsőrendű pontnak neve, az alsóbb rendűeknek számuk van. A korszerű számítási eszközök és a gépi adatnyilvántartás bevezetése azonban megkívánja, hogy minden felsőrendű pontnak száma is legyen. Ilyenkor olyan számjelzést célszerű használni, amely a pont rendjére és a pont helyének megfelelő térképlap számára is utal. Ha a terület még nincs is térképezve, a készítenő térképek fokhálózata szerinti szelvénybeosztása és a földrajzi helymeghatározással meghatározott előzetes koordináták (szélesség és hosszúság) alapján eldönthető, hogy a pont melyik szelvényre fog esni.
- b) A pont leírása, azaz pontos körülírása a térkép vagy a terep alapján. Tornyokra vonatkozóan rajzot vagy fényképet is mellékelünk.
- c) Mindazok az adatok, amelyek a pont felkereséséhez útbaigazítást adnak: a község neve, az 1:50 000 méretarányú térképlap száma, a közlekedési adatok (a megközelítés lehetőségét vázlaton tüntetjük fel).
- d) A pont megjelölésével kapcsolatos észrevételek: van-e már pontjelzés a ponton, ha igen, annak leírása. A ponton szükséges építkezés és az építkezéssel kapcsolatos körülmények: anyagbeszerzés (víz!), szállítási lehetőségek, talaj- és terepviszonyok, szálláslehetőség.
- e) A pont helyszínrajza és (közelítő) koordinátái.

A törzskönyv a későbbi műveletek (jelépítés, mérés, számítás, későbbi munkálatok) során fokozatosan kibővül (az építés és mérés adataival, a végleges koordinátákkal, utóbb ki, mi célból járt a ponton és mit tapasztalt), így az a pontnak valóságos "életrajza" és a benne foglalt adatok részben vagy egészben nélkülözhetetlenek mindazok számára, akik a pontot valamilyen geodéziai munkálat során használni akarják. Éppen ezért a geodéziai alappontok nyilvántartásának helyes felépítése mellett a törzskönyvek úgy készülnek, hogy a szükséges részeket könnyen lehessen sokszorosítani és így a felhasználó rendelkezésére bocsátani.

231.3 A hálózati pontok megjelölése, a hálózat építése

Építés elnevezéssel foglaljuk össze mindazokat a műveleteket, amelyek célja a szemléléssel helyesnek talált háromszöghálózat pontjainak megjelölése a terepen, és a tervezett összelátások biztosítása.

231.31 A pontok ideiglenes és végleges jelölése

A pontok jelölése lehet ideiglenes és lehet végleges. Az ideiglenes pontjelölés csupán a mérések végrehajtásának időszakában kell álljon a ponton, és célja a pont láthatóvá tétele, továbbá sok esetben az, hogy a mérőműszereket, fényvetítőket, prizmákat a megfelelő magasságba tudjuk felállítani.

A végleges pontjelölés a pontot több évtizedre (évszázadra) tartósan rögzíti. A végleges pontjelölést állandósításnak is nevezzük.

A végleges pontjelölés fennmaradását, ellenőrzését rendszerint örponton segítik elő.

Az ideiglenes és a végleges jel sokszor nem választható el. Ez az eset, ha a pontokat állandó jellegű építmények (templomtornyok, épületcsúcsok, stb.) jelzik.

231.32 Az ideiglenes pontjelek

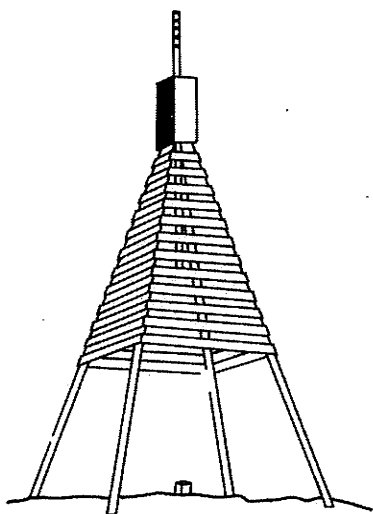
Az ideiglenes pontjeleket - betöltendő szerepüktől függően - két csoportra osztjuk:

- a) jel és műszeroszlop; ekkor a pontjel egyrészt a pontot teszi láthatóvá, irányozhatóvá a másik pontról, másrészt a mérőműszerek számára műszerállványként is szolgál, ilyen típusú ideiglenes pontjel: állványos gúla,
- b) csak jel; ekkor a pontjel csupán láthatóvá, irányozhatóvá teszi a pontot, a mérést az ilyen pontnál rendszerint falazott pillérről végezzük, vagy esetleg (harmad-, negyedrendű hálózatban) műszerállványról, illetve egyáltalán nem mérünk a pontról, ilyen típusú ideiglenes pontjelek: egyszerű gúla, árboc.

Az ideiglenes jelek anyaga századunk közepéig csaknem kizárólagosan fenyőgömbfa volt, majd egyes országokban (USA-ban, Franciaországban, Belgiumban, Lengyelországban) a faanyagot idomvasakkal, csőszerelevényekkel váltották fel, nálunk pedig fa és vas használatával a vegyes anyagú ideiglenes jelek építése vált kedveltté.

A felsőrendű hálózatban nálunk főleg kétféle jel épül: egyszerű gúla és állványos gúla.

Az egyszerű gúla (231.32.1 ábra) csak jel, magassága 5-6 méter. Az első- és másodrendű pontokon az egyszerű gúla alá



231.32.1 ábra

mindig, a harmadrendű pontokon esetenként pillért falazunk a műszer elhelyezésére, egyéb pontokon a műszert műszerállványra (statívra) helyezzük. Mivel az egyszerű gúlánál a műszer a terephez közel van, ezt a jelet csak meredek oldalú, kiemelkedő csúcsokon használjuk (elsőrendű hálózatban ilyen esetekben is ritkán), de lapos dombtetőkön még akkor sem, ha egyébként a kilátás teljesen szabad, mert az irányvonal hosszú szakaszon a talajmenti levegőrétegekben haladna. Ilyenkor, vagy ha a műszert az összelátás végett magasabbra kell helyezni, állványos gúlát építünk.

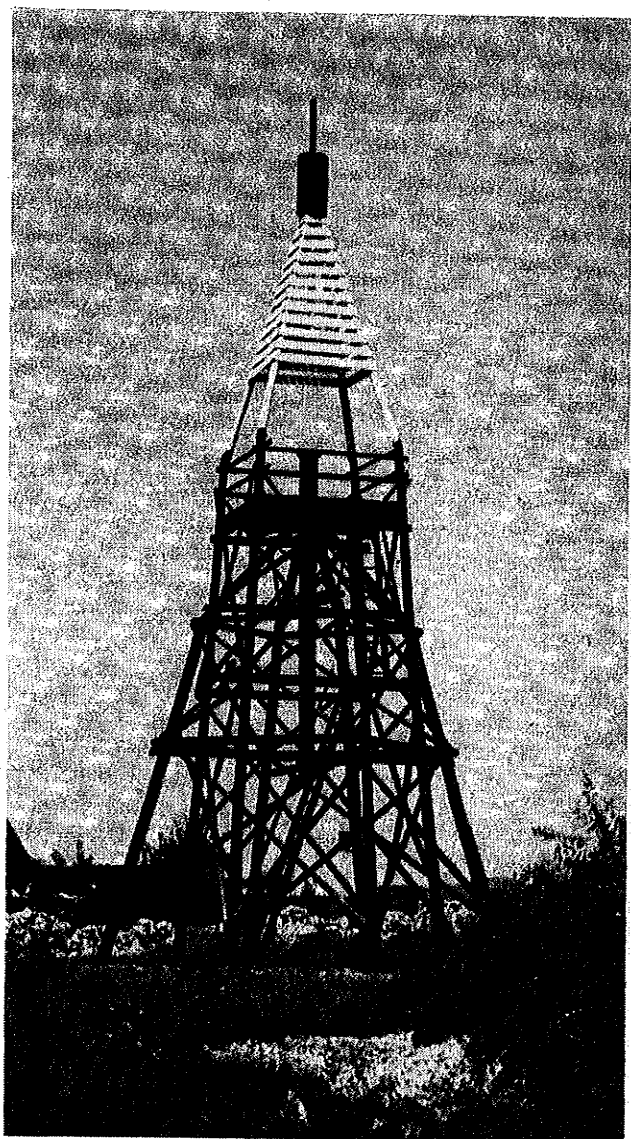
Az állványos gúla (231.32.2 ábra) két egymástól teljesen

független, egymással sehol nem érintkező szerkezetből áll. Az egyik műszerállvány, melynek leglényegesebb része a műszeroszlop, erre helyezzük rá méréskor a műszert, a másik az észlelőállvány, ez támasztja alá a padlózatot, melyen az észlelő a méréskor tartózkodik. Az észlelőállvány tartja az észlelőtérbe vezető létrákat is, és végül az észlelőállvány lábainak az észlelőtérbe nyúló felső végére helyezzük rá az észlelőtér fölé emelkedő betetőző gúlát, mely lényegében egy egyszerű gúla. Olykor előfordul, hogy külön fényvetítő állást kell építeni, ezt rendszerint a betetőző gúlába építik bele a műszeroszloptól mintegy 2,5 m-es magasságban.

Az észlelőállványt és a műszerállványt úgy kell beállítani, hogy a műszeroszlop tengelye és a pontjel (a gúlafő) alaki középpontja a pont függőlegesébe essék.

Az állványos gúla mérete - a szükségesnek megfelelően - igen különböző. Nálunk a legalacsonyabb 4 méter, az eddig épített legmagasabb 31 méter. A magasságát jelölő méret mindig a műszer elhelyezésére szolgáló műszeroszlop magasságára vonatkozik. A jel csúcsa ennél legalább 5 méterrel magasabb. (Kivételesen előfordul az is, hogy egy-egy irány mérése csak magasra emelt gúlafővel, illetve fényvetítő állással lehetséges.)

Az állványos gúla szerkezete országonként különböző, de valamennyire jellemző, hogy igen költségesek, mert a nagymennyiségű, drága, nehezen beszerezhető faanyagból készült gúla a szögmérések elvégzése után helyükön maradnak, s legtöbbször további felhasználás nélkül ott korhadnak el. Tájékoztatásul megemlíthető, hogy a mi ún. törttamaszú állványos gúlainkban hozzávetőleg annyi (vagy alig kevesebb) köbméter fa van, ahány méter magasan van a műszerasztal.



231.32.2 ábra

Az ideiglenes pontjelek építési költségeinek csökkentésére a szakemberek számos megoldást kerestek, és ezek közös jellemzője, hogy fában takarékosak.

A fával való takarékoság főleg három irányban hatott:

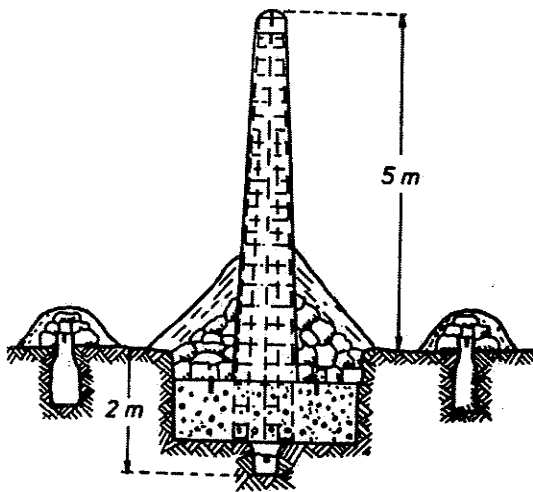
- a) más építőanyag alkalmazása,
- b) a faanyagszükséglet csökkentése,
- c) szétszedhető és újra összeállítható, azaz előre gyártott elemekből készült gúla szerkesztése.

Természetes, hogy egyes megoldások két vagy épp mindhárom lehetőséggel éltek egyidejűen.

Gyökeres megoldásnak indult - történeti sorrendben egyik legrégebbi megoldás - az amerikai Bilby-rendszerű acélgúla. Szakít teljesen a fával, az egész szerkezetet, tehát mind a műszerállványt, mind az észlelőállványt előre gyártott idomvasakból szerelik össze. Az elemek alkalmas megválasztásával a szerelés kézi erővel történhet, nincs 8 méternél hosszabb és 6 kp-nál súlyosabb darab, a szerelési idő 4-5 főből álló munkacsoporttal a legmagasabb típusnál is egy munkanapon belül van, az alapok azonban előre készítenők. A magasság 8 m-től 42 m-ig változtatható. A mérések elvégzése után a szerkezet lebontható, a pótkocsi 1,5 tonnás tehergépkocsival továbbállítható. Egy-egy szerkezetkészlet élettartama csaknem korlátlan.

Az amerikaiak nyomán Európában, elsősorban Belgiumban és Lengyelországban kísérleteztek sokat acélból készült észlelő és műszerállványokkal. A kísérletek nyomán azonban a tisztán acélszerkezetű gúlaikkal lassan felhagytak. Kiderült ugyanis a fa előnye az acéllal szemben. Igaz, hogy a fából készült műszerállvány helyzete sem állandó a nap folyamán a napsütés, a változó hőmérséklet, páratartalom és szél hatására. Ezek a hatások azonban csak kis mértékű és egyenletes gúla-forgást okoznak, a fa aránylag nagy tömege kellő állékonyságot biztosít rázkódással, lengéssel szemben. Az acél műszerállványoknál viszont azt tapasztalták, hogy csekély szélben is erős rezgésbe jönnek, hőmérséklet-változásra pedig gyakran ugrásszerű elfordulást szenvednek. Mindkét jelenség alkalmatlanná teszi felsőrendű szög mérésre az acélből készült műszerállványokat.

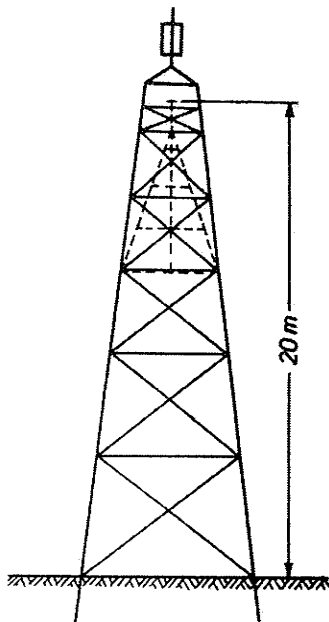
A fa helyettesítésére az acélnál alkalmasabbnak látszik a téglá, a kő vagy a beton. Így több helyen épült téglá- vagy betonpillér műszeroszlopnak és fa vagy acél észlelőállvánnyal ölelték körül, amely célszerűen szétszedhető és újra felhasználható elemekből készült. Franciaországban, Dániában épültek 20 m magas pillérek is téglából, betonból, nálunk is építettek néhány ilyen, de 5 m-nél nem magasabb pillért (231.32.3 ábra). Ezen felül még számos kísérletet folytattak nem faanyagú pontjel építésére, pl. a csehek kísérleteztek nagyméretű, 3-4 lábon álló vasbeton építménnyel is, ezek azonban a hőmozgás szempontjából nem mutatkoztak megfelelőeknek.



231.32.3 ábra

A faanyagszükséglet csökkentésére a négyoldalú gúla helyett szerkesztettek és építettek háromoldalú gúlákat. Kétségtelen, hogy a faanyagban van megtakarítás, de a gúlafő csak ritkán látszik a teljes gúlakép szimmetriatengelyében és ez távoli irányzaskor nagyon zavaró lehet.

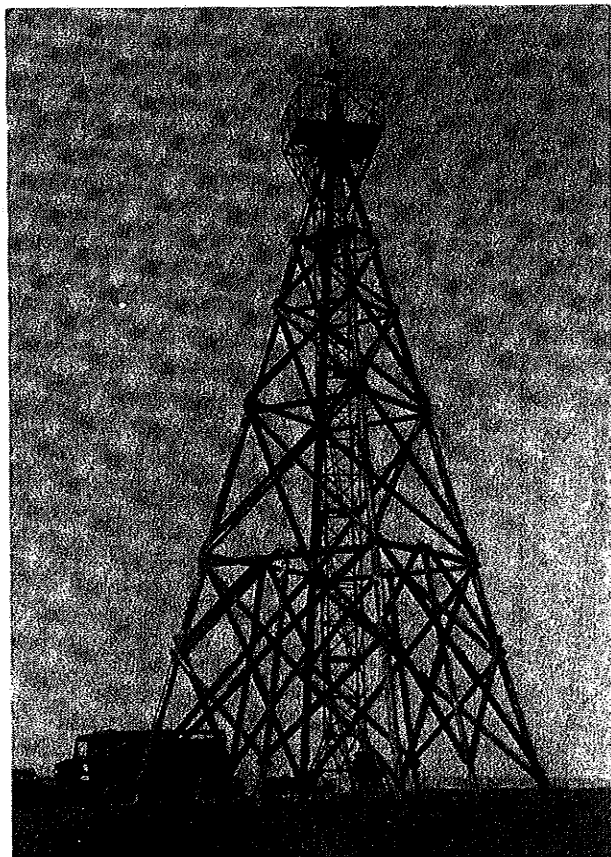
Olyan megoldások is születtek, hogy felhagyva az észlelő- és műszerállvány egymástól függetlenségének elvét, a műszeroszlopot az észlelőpadló alatt 1-2 emelettel beleépítik az észlelőállványba (231.32.4 ábra). Ezt a típust főleg a Szovjetunióban fejlesztették ki fában szegény vidékeik háromszögelésekor, de alkalmazták Finnországban és Franciaországban is. A famegtakarítás mértéke jelentős ugyan, de a tapasztalatok azt mutatták, hogy az észlelő elkerülhetetlen mozgása átterjed a műszeroszlopra és erősen zavarja a mérést.



231.32.4 ábra

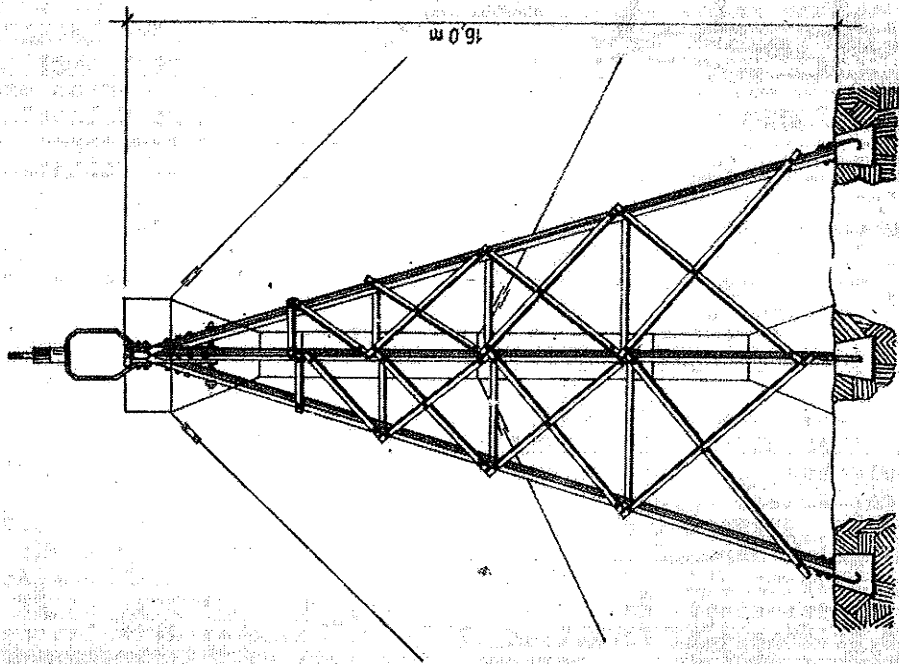
A műszeroszlop forgásának és rezgésének csökkentési törekvései ismét a faanyagra terelték a figyelmet. Olyan megoldások alakultak ki, amelyeknél részben vagy egészben faanyag kerül felhasználásra, de a többszöri felhasználás érdekében a szerkezeteket előre gyártott elemekből építik fel. Elsőként a lengyelek építettek ilyen állványos gúlákat. Náluk mind a műszer-, mind az észlelőállvány fából készült és meglehetősen bonyolult szerkezet volt. Az építést nehezítette az is, hogy az összeszerelés nagy részét állóhelyzetben, magasban kellett végezni.

Az 1949-ben elkezdett magyarországi háromszögelési hálózat munkálatai során Illés István készítette el egy előre gyártott elemekből építhető állványos gúla terveit, mely szerkezet maximumra fokozza a fával való takarékoságot és kihasználja a fa és az acél előnyeit. Az Illés-féle gúlának (231.32.5 ábra) ugyanis csak a műszerállványa készül fából, amely a helyszínen előre elkészített betonlaptesteken nyugszik, az észlelőállvány acélszerkezet. Összeszerelése egyszerű, a faszerkezeté a földön, fekvő helyzetben végezhető el. A gúlának építése gyors, míg egy 20 m magas régi típusú állványos gúla építése 12-15 főből álló munkacsoporttal mintegy 20 munkanap, addig egy ugyanilyen magas Illés-féle gúláé a szétszerelésével együtt 8 főből álló munkacsoporttal 9 munkanap. Az Illés-féle gúla faanyagszükséglete mintegy 40%-a a régi rendszerű gúláinknak. A faszerkezet élettartama is kedvező, 10-15 alkalommal is felállítható ugyanaz a szerkezet. Legkisebb felépíthető gúlamagasság 8 m, mely 4 m-ként növelhető.

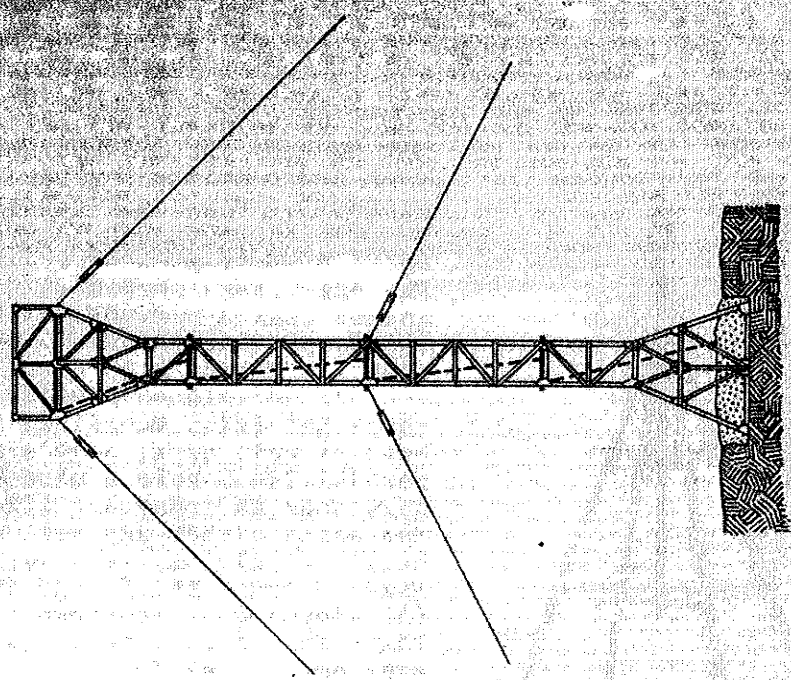


231.32.5/a. ábra

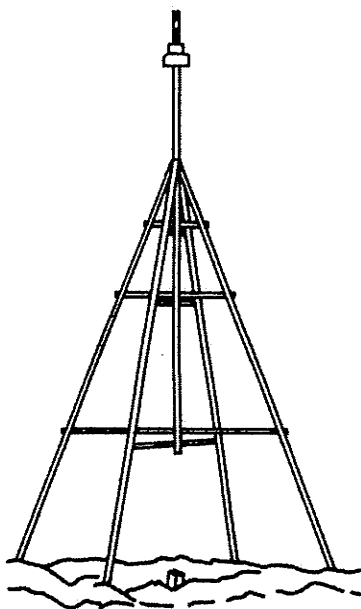
Műszerállvány fából.



Eszlelőállvány vasból.



A felsőrendű hálózatban csak jelként árbocot (231.32.6 ábra) akkor kell építeni, ha a pontról általában minden irányban jó a kilátás, csupán 1-2 olyan irány van, amelyek különleges látási akadályok miatt a pontról nem mérhetők, de mégis biztosítani akarjuk, hogy ezeket legalább kívülről, a másik pontról mérni lehessen. Ugyancsak árboc építhető a tisztán elő-



231.32.6 ábra

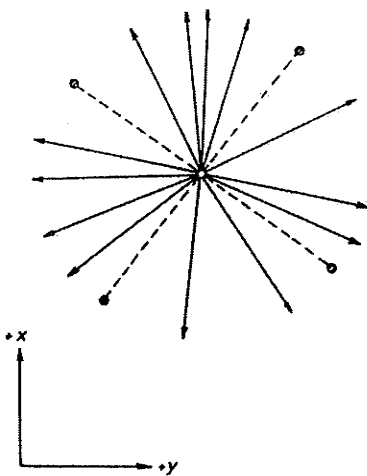
metszett pontok jelölésére. Mivel elsőrendű hálózatban feltétlenül, másodrendű hálózatban pedig csak egész kivételes eseteket nem tekintve, oda-vissza mérünk, ez a jeltípus inkább csak a harmad- és negyedrendű hálózatban használatos. Az árbocok mérete elérheti a 40 métert is.

Az ideiglenes pontjelek építésének helyszíni munkáinál gondosan ügyelni kell arra, hogy a felépült pontjel lábai majd a méréskor ne akadályozzák az irányzást illetve a fényadást. Tehát úgy kell a lábak helyét kijelölni, hogy egyikük se essék mérendő felsőrendű irányba. (Állványos gúla esetében az észlelőállvány lábai a mérvadók, mivel ezek emelkednek fel a műszeroszlop magassága fölé.)

A lábak elhelyezésére legalkalmasabb, egymásra merőleges négy irányt a következőkben leírtak szerint tűzhetjük ki. Ha rendelkezünk megfelelő méretarányú térképpel,

akkor azon meghúzzuk a mérendő irányokat, majd egy átlátszó papírt illesztünk álláspontunk fölé, és arra egymást derékszögben metsző két egyenest, iránykeresztet rajzolunk (231.32.7 ábra). Az átlátszó papírt addig forgatjuk a ponton, míg a megrajzolt iránykeresztnek mind a négy ága a lehető legtávolabbra kerül a mérendő irányoktól. Az így elhelyezett iránykereszt egyik ágának irányát a pontról egy jól látható másik pontra menő irányhoz képest a térképről lemérjük, és ennek alapján az egyik láb irányát (és a másik három láb irányát is) a cövekkel jelölt építési központból kitzűzzük. (Háromlábú jel építése esetén az eljárás ugyanez, azzal a különbséggel, hogy az átlátszó papírra egymással 120° -os szöget bezáró egyeneseket rajzolunk.)

Ha térkép nem áll rendelkezésünkre, de előzetes koordinátákból a mérendő irányok irányszöge ismert, akkor a lábak elhelyezését számítással is elvégezhetjük. Felírjuk sorjában az irányszögeket, majd a 90° -nál nagyobb irányszögeket az első szögnegyedbe forgatjuk (90° , 180° illetve 270° levonásával). A redukált szögértékeket nagyság szerint sorbarendezzük, és kikeressük azt a két szomszédos értéket (a leg-



231.32.7 ábra

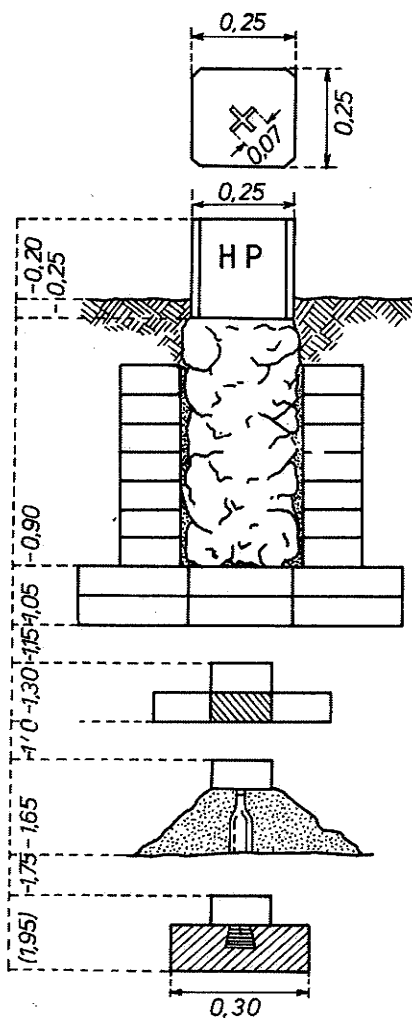
utolsóval a legelső szomszédos), amelyek különbsége a legnagyobb. Ennek a két értéknek a felezője jelöli ki az egyik láb elhelyezésére legalkalmasabb irányszöveget (a másik három értelemszerűen megkapható). A kapott irányszöveget tájékozott irányértékként, vagy busszolás teodolittal (esetleg iránytűvel) tűzhetjük ki.

231.33 A pontok végleges jelölése, állandósítás

A háromszögelési pontok végleges jelölése, az állandósítás a kiválasztott terepszintű pontokat teszi maradandóan láthatóvá. Célja a ponthely megőrzése későbbi munkálatok számára.

Az állandósításnak tehát olyannak kell lennie, amely a pont fennmaradását - még rongálás, erőszakos beavatkozás esetén is - feltétlenül biztosítja, vagy legalábbis lehetővé teszi a pont újraállandósítását. Éppen ezért a föld felszíne fölé nyúló megjelölés mellett szokásos föld alatti megjelöléseket is elhelyezni. Ezek részben központosak a föld feletti megjelöléssel, ezeket föld alatti jeleknek hívjuk, részben külpontosak: a felszíni megjelöléstől meghatározott irányban és távolságban vannak, ezek az örpontosok.

A mi elsőrendű pontjainkon eredetileg alkalmazott pontjelölést a 231.33.1 ábrán láthatjuk. (Az ábrán a mélységi méretek folyamatosak.) Az első- és másodrendű pontokon a föld alatt három jelet helyeztek el. A legalsó: termés- vagy betonkőbe öntött ólomba vésett kereszt, a középső: nyílásával felfelé állított üveg (palack), a felső pedig: téglába vésett kereszt. A föld feletti pontjelölés 90 cm hosszú, 25x25 cm keresztmetszetű fagyálló terméskő vagy vasbeton hasáb. A kő felső lapján kereszt van, egyik (kidolgozott) oldallapján HP betűk állnak, az ellentétes oldalán pedig az évszám.



231.33.1 ábra

A csonkagúla köré lejtős dombot készítenek. (Alsó rendű méréskor nem is szükséges a védőművet elbontani.)

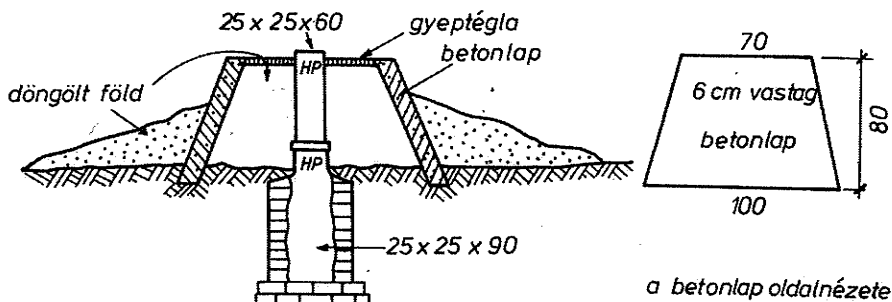
Az állandósítás adatait a pont törzskönyve tartalmazza.

A felsőrendű háromszögelés pontok végleges jelölésénél kell megemlíteni az ún. tájékoztató pontokat (iránypontokat), amelyeket utólag létesítettek hálózati pontjaink közelében. Minden állandósított háromszögelési ponthoz 2 tájékoztató pont tartozik: az egyiket É-i, a másikat K-i irányban, 500-1000 m-re (erdős területen legalább 250 m-re) kellett a ponthoz képest elhelyezni és meghatározni az irányzögeket. (A tájékoztató pontokat is föld alatti, föld feletti állandó jelöléssel kell megjelölni és védődombbal ellátni.)

A központban levő állandósításon kívül az első- és másodrendű pontokhoz 4 őrpontot is elhelyeztek a föld színe alatt 80 cm mélységben. Az őrpont 30x30x20 cm méretű, felső lapján keresztvéséssel (ill. ólom-, réz- vagy vascsappal) ellátott természetes vagy betonkő. A köveket bevésztett évszámmal és sorszámmal is ellátták. Az őrpontokat az égtájak irányában, a központtól legalább 5 m-re, legfeljebb 10 m-re kellett elhelyezni úgy, hogy az építendő ideiglenes jel lábai közelébe ne kerüljenek. (Ha őrpontokkal még el nem látott pontokra állás-féle gúlát építettek, akkor külön őrköveket nem helyeztek el, hanem a gúla beton alaptesteibe cementeztek be vascsapokat.)

A harmadrendű pontok állandósítása azonos az első- és másodrendű pontokéval azzal az egy eltéréssel, hogy csak két föld alatti jelet alkalmaznak.

A mérések befejezése után a felsőrendű pontok állandósítását pontvédő berendezéssel egészítik ki (231.33.2 ábra). A HP köre 2 téglát, majd egy másik, 25x25x60 cm méretű, furatos fémcsappal ellátott, HP feliratú vasbetonkövet állítanak központosan. A kő köré 4 db trapéz alakú, egyenként 150 kp súlyú vasbetonlapból csonkagúlát építenek, a közte levő teret döngölt földdel öltik ki.

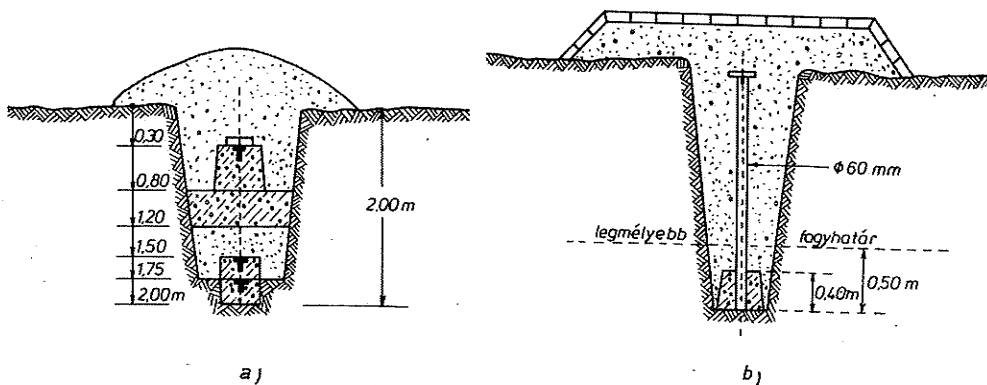


231.33.2 ábra

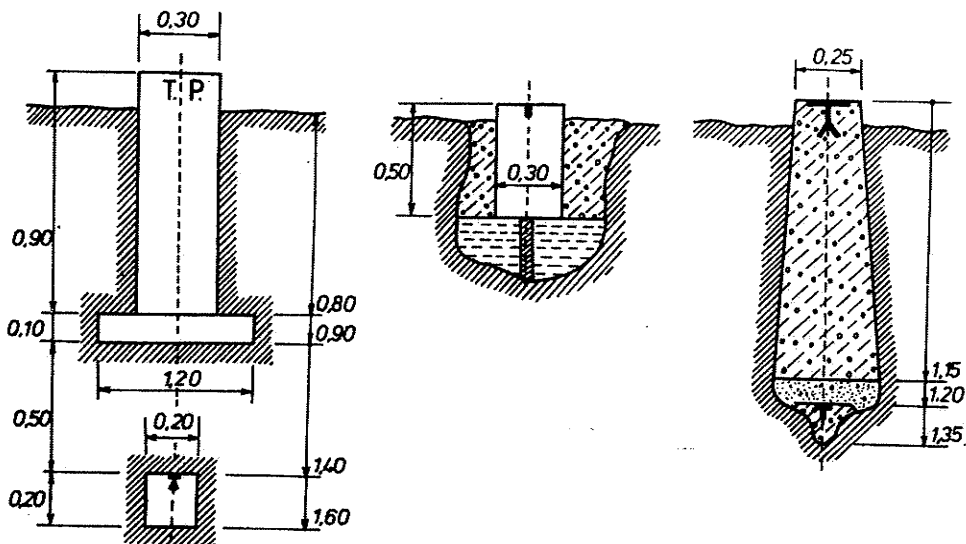
A tájékozó pontoknak az a szerepük, hogy a háromszögelési pontokon épített ideiglenes jelek lebontása után a háromszögelési ponton a további geodéziai munkálatokhoz, pl. sokszögeléshez újabb ideiglenes jel építése nélkül tájékozó irányok legyenek mérhetőek.

A háromszögelési pontok állandósításának módja országonként igen különböző. Függetlenül az állandósítás a talaj minőségétől, az éghajlati viszonyoktól, a lakosságnak a közvagyonnal szemben tanúsított magatartásától. Sok helyen az állandósítás környéke, egy 5-20 m² terület állami tulajdon, vagy pedig az állam bizonyos összegű évjáradékot fizet a terület tulajdonosának, aki ennek ellenében a pont környékét kőtelesen szabadon hagyni, az állandósítást óvni, esetleges elváltozás esetén a hatóságot értesíteni.

A következő ábrák néhány külföldi állandósítási módot mutatnak be. A 231.33.3 ábra két szovjet állandósítást mutat, bal oldalon az elsőrendű pontok szokásos állandósítása, jobb oldalon a tundrás vidék állandósítása szemlélhető. A 231.33.4 ábrán balról jobbra haladó sorrendben egy német, egy francia és egy amerikai állandósítás metszetét látjuk.



231.33.3 ábra



231.33.4 ábra

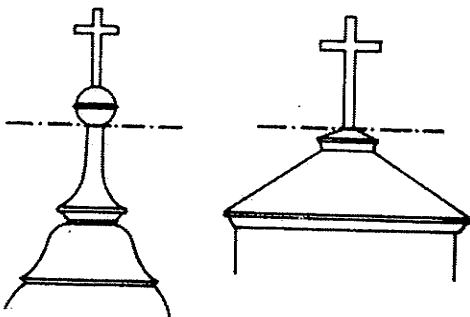
Sziklás vidékeken, ahol a szokásos állandósítást nem célszerű alkalmazni, általában lyukat mélyítenek a sziklába, és ebbe cementezik be a pontot jelző csapot, esetleg csövet. Ha az üde, ép szikla kissé mélyebben van, így a pontjel kisebb gödörbe kerül, akkor oda a pont megtalálásának megkönnyítésére egy kisméretű, rendszerint a helyszínen kinagyolt követ helyeznek el, és aztán a gödröt kövel, földdel kitöltik. Az északi államokban szokásos, hogy a pont fölé 1 méter magas körakást, ún. "köembert" hordanak össze.

231.34 Állandó jellegű építmények, mint vízszintes alaphálózati pontok

A háromszögelési pontok kiválasztásakor, jelölésekor gazdaságossági szempontból kézenfekvőnek látszik más célra készült magas, toronyszerű, szilárd, állandó jellegű építményeket felhasználni. Ezek közül az építmények közül a legfontosabbak és a leggyakoribbak a templomtornyok, de néha felhasználásra kerültek raktár- vagy gabonatarházak, kellő stabilitású, kőből épült falazott kilátók, kiemelkedő épületcsúcsok is. Ezeknek a háromszögelésbe való bevonását egyrészt az indokolja, hogy a magas jel és a magas műszerállás készen van, vagy csekély átalakítási költség árán elkészíthető, másrészt az, hogy a jel maradandó, tehát későbbi munkálatok során nem kell a költséges jelet újra és újra felépíteni. Ezzel szemben hátránya, hogy a mérést rendszerint külön pontosan végezhetjük, ami hibaforrást rejt magában, továbbá, hogy a felmelegedett falak káros oldalrefrakciót okozhatnak. Ha a torony észlelésre csak nagyobb átalakítással tehető alkalmassá, akkor a hálózatba való bekapcsolása nagyon megfon-

tolandó, mert ilyenkor az alsóbbrendű hálózatok fejlesztésekor rendszerint nincs mód az átalakítás ismételt elvégzésére, és így a pont az alsórendű hálózatba nem megfelelően kapcsolható be. (Éppen említett hátrányai miatt külföldön sok helyen nem engedik meg a tornyok felhasználását.)

Templomtorony esetében a jel a csúcs díszítésének megirányításra alkalmas helye, rendszerint a kereszt (kakas, buzogány) alatti gömböt tartó nyakrész, vagy ha ilyen nincs, akkor a kereszt (buzogány) töve. Ez egyúttal a központ is (231.34.1 ábra).



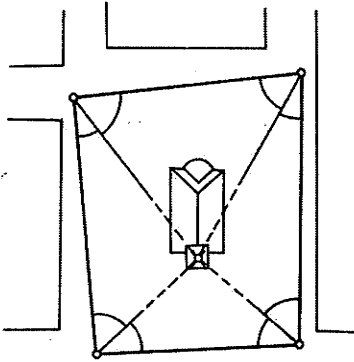
231.34.1 ábra

A mérés rendszerint az ablakokból, azaz közpon-
ton kívül történik. Az ab-
lak könyöklője csak kivé-
telesen alkalmas közvetle-
nül a műszer felállítására.
Rendszerint pillért kell
falazni, s e célból az ab-
lak faszerkezetét vagy tel-
jesen, vagy részben ki kell
emelni. Ha az ablakok ala-
csonyak, akkor szóba jöhet
a torony oromfalán épített
pillérről történő észlelés.
Ilyenkor a toronysisakot
is meg kell bontani, és
megfelelő padlózatot, védő-

korlátot kell a pillér köré építeni. Alföldi községeink, váro-
saink tornyainak körbenfutó erkélyei rendszerint észlelésre
alkalmasak, csak megfelelő magasságú pillér építendő rájuk.
Általában két átellenes sarkon épített pillérről az egész
láthatárt látjuk. (Megemlítjük, hogy a tornyok átalakítását
rendszerint az észlelő végzi közvetlenül a mérés előtt, ne-
hogy a torony sokáig legyen megbontott állapotban.)

A torony (vagy más állandó építmény) jelölte pont fenn-
maradását, ellenőrizhetőségét többrendbeli állandósítással
és őrponttal igyekszünk biztosítani. A műszerállások helyét
az építményen befalazott vas vagy bronz csapokkal jelöljük
meg. Az észlelőtérben - ha lehetséges - kijelöljük a közpon-
tot és állandósítjuk. Ha betonpadló van, akkor abba vas vagy
bronz csapot cementezünk a kijelölt központ helyén. Amennyi-
ben deszkából készült a padló, úgy szöveget ütünk a központba,
és a torony négy falába 20-30 cm-rel a padló szintje fölé
egy-egy vas vagy bronz csapot helyezünk el úgy, hogy a két-
két szemközti csapot összekötő egyenesek metszéspontja a köz-
pont függőlegesébe essen.

Ezeken túlmenően, minden esetben külső biztosító jelö-
lést, vagyis négy föld alatti őrpontot (30x30x20 cm méretű
betonkövet) helyezünk el az építmény körül. (Kiepített utcá-
ban őrpont a gyalogjáróba betonozott vas vagy bronz csap
is lehet.) Az őrpontok helyzetét egymáshoz és a központhoz
viszonyítva mérésekkel meghatározzuk (231.34.2 ábra).



231.34.2 ábra

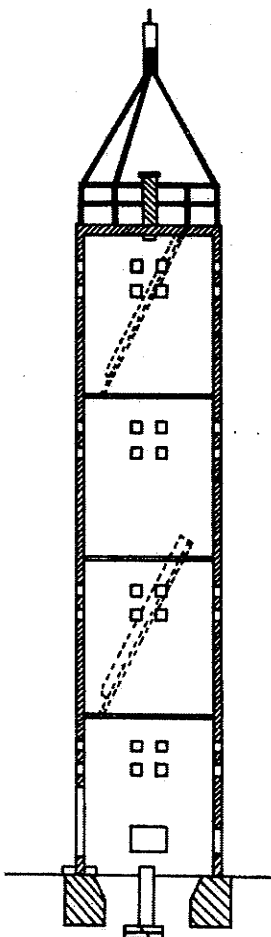
Mielőtt véglegesen döntenék, hogy valamely állandó építményt felhasználunk-e háromszögelési pontként, vagy sem, meg kell vizsgálni az építményt a stabilitás szempontjából is. Például a raktár- vagy gabonatarházak látszólag igen alkalmas építmények, azonban háromszögelési pontként csak nagy körültekintéssel használhatók fel. A nagytömegű építmény az oldalrefrakció szempontjából kedvezőtlen. Különösen kedvezőtlen lehet, ha valamely irány az épület teljes hosszában, közvetlenül a tető fölött halad. Szerencsésebb eset, ha a tetőnek van kiemelkedő része, (rendszerint a felvonó akna

tetőzete) és a pillér ide építhető. Másik szempont, ami a tárházak használhatóságának megvizsgálásakor nagyon is fontos: a tárház üzeme. A magtisztító és a felvonó berendezések ugyanis olyan állandó rázkódást idézhetnek elő, hogy az észlelési időt erősen korlátozni kell.

A tornyok és a karcsú, magas építmények is kényesek a stabilitás szempontjából. Két kérdésről lehet itt szó: lassú, maradandó helyzetváltozásról, és gyors, periodikus rezgésről vagy lengésről. Maradandó helyzetváltozást okozhat az építmény megdőlése, elferdülése, átépítése. A maradandó helyzetváltozás a későbbi időkben végzendő mérések szempontjából fontos, a változás mértékét az örponthálózat újramérésével tudjuk megállapítani. A gyors lefutású változások az építményen végzett méréseket zavarják, akadályozzák. Pl. tornyok erős szélben (harangozáskor) rezegnek, kilengenek. Az egyoldalú hőhatás, utcai közlekedés, gépek okozta rázkódás, szélnyomás stb. okozta rezgések ill. lengések mértéke néhány mm-től néhány cm-ig terjedhet.

Legutóbbi felsőrendű háromszögelési hálózatunk kifejlesztésekor nem építettek egyenesen a háromszögelés céljára maradandó építményt. A munkálatok befejezése után azonban, mintegy 15 év alatt hálózatunk csaknem minden I. rendű pontjára vasbeton mérőtornyot építettek (231.34.3. ábra).

A tornyok - magasságuktól függetlenül - 3,50 m átmérőjű hengeres vasbeton testek. A torony falvastagsága 20 cm. A hengert belül 3,0 méterenként födémelek osztják emeletekre, közöttük a közlekedést vaslétra biztosítja. A 20 cm vastag zárófödém közepén 1,10 m magas, 25x25 cm keresztmetszetű pillér áll, amelyet 40x40 cm méretű beton műszerasztal fed le. A pillér tengelyében függőleges vascső van, a vascső tengelyében (egyenesében) a torony talajszintjén levő állandósítási kő központja fekszik. Az észlelőteret vasból készült védőkorlát fogja körül.



231.34.3 ábra

lemezlapot, ritkán cölöpalapot és laza talajoknál kúpos (lemez) alapot. Magát a hengert a csúszózsálas technológiával vagy hagyományos állványozással és zsaluzással építették.

1987-ig több, mint száz mérőtornyot építettek fel. Magasságuk 8 m és 30 m között változik. (A torony magasságának mérete a zárófödémre vonatkozik.) A láncolatvázban a tornyok magassága az eredetileg felépített, majd lebontott Illés-féle gúlák magasságával azonos, a kitöltő hálózat fiktív I. rendű pontjaiban pedig összelátás-vizsgálat alapján állapították meg az építendő torony magasságát.

Eddigi tapasztalatok szerint a mérőtornyok stabilak, állékonyak, de folyamatos karbantartásukra van szükség.

A pontjel a felmenő falazat vasbetéteihez csatlakozó, vasszerkezetű négyoldalú gúla, melynek csúcsa a zárófödém fölött 5,10 méterre van. A gúlacsúcs hengerben végződik, melyet fekete-fehér festéssel láttak el. Távoli irányzások megkönnyítésére, továbbá a légi közlekedés biztonsági előírásainak eleget téve, a toronypalást felső végére 1-1 méter szélességben, piros-fehér-piros vízszintes sávot festettek.

A torony földszintjén zárható, vasból készült bejárati ajtó és három kisebb ablak van, ezeket a henger kerületén egyenletes elosztásban helyezték el. Az ajtó és a három ablak lehetővé teszi, hogy egymásra merőleges irányokból az állandósítási kő és a pillér közötti vetítéseket elvégezhessük. A torony alsó részén négy darab szintezési csapot helyeztek el. A torony körül, a négy égtáj irányában, mintegy 10 m-re az állandósítási kőtől, két-két kőből álló örköket találhatunk. A torony közelébe, 10-30 m-re, a toronytól teljesen független pillért építettek, és abba szintezési gombot is tettek. A pillér szerepe az, hogy egyrészt az építést lehetett róla irányítani, másrészt, hogy a későbbiekben ellenőrző méréseket végezhessünk róla.

A mérőtornyok építését egységes terv szerint végezték. Eltérés csak az alapozásban van, amelynek milyenségét az építést megelőző, három próbafúrással alátámasztott talajmechanikai szakvélemény figyelembevételével döntötték el. Az építések során alkalmaztak körgyűrűs sávalapot,

231.35 A pontok összelátásának biztosítása irányvágással

Az építés feladata annak megoldása, hogy a háromszöge-
lési pontok egymásról láthatók és irányozhatók legyenek.
Ennek értelmében az építés művelete nem ér véget a jel fel-
építésével, az építő kötelessége meggyőződni arról, hogy a
láthatóság, az összelátás a jelek között fennáll-e, s ha nem
lenne meg, úgy az ő feladata az összelátás előállítása.

Egyes helyeken az összelátási akadály létezését előre
tudjuk a tervezés vagy a szemlélés adataiból. Említettük a
tervezésnél, hogy ha valahol erdő akadályozza az összelátást,
akkor mérlegeljük, hogy magasabb gúlát építsünk-e, avagy az
erdőt vágjuk-e át az irány mentén. Nagyon gyakran azonban
csak a jelek felépítése után derül ki, hogy valahol erdőfolt,
fasor vagy egyes fák takarnak. Az ilyen természetű akadályok
eltávolítása az irányvágás.

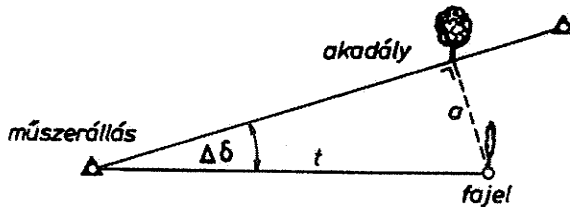
Ha összelátási akadály van, első teendő az akadály he-
lyének megkeresése. Evégett az irány végpontjainak előzetes
koordinátáiból kiszámítjuk az irányszöveget, majd az akadály-
hoz közelebb eső végponton teodolittal felállunk és a másik
végpontra mutató tájékozott irányértékre állítjuk teodoli-
tunk távcsövét. Ezután gondosan végigvizsgáljuk az irány
belátható szakaszát. E vizsgálat célja a látóhatárt lezáró
akadály körülbelüli távolságának és helyének megállapítása.
Ezért magunk előtt tartjuk térképünket, amelybe az irányt
behúztuk, s a felismerhető tereptárgyak, tornyok, majorok,
utak, vasutak, erdősarkok segítségével igyekszünk az aka-
dály helyét térképünkön azonosítani. Az irány szomszédságá-
ban látszó fák körvonaláiból jegyzőkönyvünkbe kis vázlatot
rajzolunk. (Sokszor megtörténik, hogy az akadály keresése-
kor felismerjük a terepen e rajz alapján a látóhatárt lezá-
ró facsoportot és a fák kivágásával az összelátást egy csa-
pásra sikerül létrehozni.)

Miután az akadály valószínű helyét megbecsültük (ter-
mészetesen felhasználjuk ehhez a szemlélés és a tervezés
erre vonatkozó esetleges adatait is), következik az akadály
felkeresése a terepen, és az irány kijelölése az akadály he-
lyén. Itt többféle megoldás lehetséges. Gyakorlat kérdése
adott esetben a legmegfelelőbb kiválasztása.

Eljárhatunk úgy, hogy a vélt akadályra, az irány köze-
lében pl. fajelet húzunk fel, majd az irány közelebbi vég-
pontján meghatározzuk e végpont és a fajel közti irányszö-
get. A kapott irányszög és a másik végpontra menő irányszög
($\Delta\delta$) különbségét kiszámítva, a fajel (t) távolságát tér-
képről levéve (vagy távmérővel lemérve), kiszámítjuk a fajel
(a) oldalállását az iránytól (231.35.1 ábra). Ezután újra
elme gyünk az akadály helyére és az irányra merőlegesen kimér-
jük az oldalállást, ezzel megkapjuk a hálózati irányt akadá-
lyozó fák pontos helyét.

Ha nem csak néhány fát kell eltávolítani, hanem nyila-
dékot kell vágni, akkor az erdő, erdősáv szélességétől függ-

gően néhány fajel, jel elhelyezésével és mérésével olyan pontokat kapunk, amelyek már benn vannak az irány egyenesében, tehát az érintett fák kivágása megszünteti az akadályt.



231.35.1 ábra

Ha hosszú, több száz méteres, esetleg kilométeres nyiladéka van szükség, akkor a nyiladék egyenesének közelében sokszögvonalat vezetünk, és erről mérjük ki a nyiladék helyét bizonyos távolságokban.

A nyiladék szükséges szélessége (ami lombtól lombig értendő) - a nyiladék hosszától függően - 8-15 m. A nyiladékban a levegő fizikai állapota ugyanis mindig különleges, így az irány oldaleltérése könnyen bekövetkezhet. Szélesebb nyiladékokban természetesen ez a veszély kevésbé fenyeget, ugyanígy rövid nyiladéknál sem. Ebből az következik, hogy épp a hosszú nyiladékot kell szélesre készíteni. A gazdasági kár csökkentése végett a hosszú átvágások helyét ezért igen gondosan kell kitűzni, hogy az irány a nyiladék közepén haladjon, s így a szélesség a lehető legkisebb legyen. Ugyanis különösen veszélyes az oldalrefrakció szempontjából, ha az irány - a pontatlan kitűzés miatt - ferdén metszi a nyiladékot. Ez esetben a már kivágott nyiladékot tovább kell szélesíteni.

Látási akadályok pontosításában nagy segítségre lehetnek a légifelvételtek és rövidhullámú adó-vevővel felszerelt helikopterek. Kellően fel nem tárt kontinensrészekben ezek az eszközök szinte nélkülözhetetlenek.

231.4 Az észlelés

A felsőrendű háromszögelési hálózatban - ahálózati terv szerint - az irányok által bezárt vízszintes szögeket meg kell mérni. A műszerrel való mérés műveletét észlelésnek is nevezik.

A szögek meghatározásában elérendő pontosságra nézve általános szempont, hogy a szomszédos pontok viszonylagos helyzete a szögmérésekből legalább 5-10 cm pontossággal legyen meghatározható. Ennek megfelelően a mérésre használt műszerek, a mérési módszerek és a mérési körülmények megválasztásánál arra kell törekednünk, hogy már a helyszínen végzett állomáskiegyenlítéseknél az irányközépbák az

elsőrendű hálózatban	$\pm 0,3'' - \pm 0,5''$
másodrendű hálózatban	$\pm 0,5'' - \pm 1,0''$
harmadrendű hálózatban	$\pm 1,0'' - \pm 2,0''$

értékeket túl ne lépjék.

A pontossági követelmény első-, másod-, harmadrendű megkülönböztetése nem jelent pontosságbeli különbséget a pont helyzetét tekintve, az irányértékek előírt különböző pontossága épp azért van, hogy a pontok különböző távolsága ellenére relatív helyzetük azonos megbízhatóságát biztosítsuk.

Az észleléssel kapcsolatban elvégzendő munkák a következők:

irodai előkészítés,
 észlelési terv készítése,
 előkészítő és kiegészítő munkák a terepen,
 az észlelés végrehajtása,
 az észleléssel kapcsolatos, terepen végzendő számítási munkák,
 zárómunkálatok.

Mielőtt az észlelés munkájával foglalkoznánk, meg kell ismerkednünk néhány, az észlelés műveletével kapcsolatos dologgal:

a mérés eszközeivel (a műszerrel és a mérőfelszereléssel),
 az észlelés hibaforrásaival és
 az észlelés módszereivel.

231.41 A felsőrendű szögmérés eszközei

A felsőrendű hálózat szögmérésénél használatos eszközök: a teodolitok és a fényvetítők. A felsőrendű szögméréshez általában a legnagyobb pontossági kategóriába tartozó, ún. szabatos (vagy felsőrendű) teodolitokat használunk. Ezek lényeges alkatrészei különleges kiképzésűek.

Ilyen ismertebb, ma használatos teodolitok: a Wild T3 (Heerbrugg, Svájc), Kern DKM 3 (Aarau, Svájc), a Zeiss Theo 002 (Jena, NDK), az Opton Th2 (Oberkochen, NSZK), a Watts microptic No.3 (Anglia), a T-1 (Szovjetunió) és az Ascania-Gigas (német) univerzális teodolit.

Régebben használatos felsőrendű teodolitok: Hildebrand -27 cm- teodolit (Freiberg, Sachén), Askania -27 cm- teodolit (Berlin-Friedenau), Bamberg-féle teodolit (német), Chasselon-féle teodolit (francia).

Az elsőrendű hálózatban a mérendő irányok általában igen hosszúak, átlagosan 30 km-esek. Ezért a teodolit távcsövének nagyítása és az objektív fókusztávolsága nagy, látómezeje ennek megfelelően kicsi. A nagy fókusztávolság nagy távcsőhosszat eredményez. A régebbi, hosszú távcsövű műszerek kezelése, szállítása nehézkes. A modern műszereken ezt a hátrányt úgy küszöbölik ki, hogy az objektívet egy konkáv

lencsével kapcsolják, mely optikai rendszer kis méretek mellett nagy gyűjtőtávolságot eredményez. A rendszer hátránya a nagy fényvesztés. A fényerő növelésére viszont minden lencse- és prizmafelületet a fény szóródását mérsékelő fénoxidos bevonattal (T bevonattal) látnak el. Ez a felületenként beálló kb. 5%-os fényvesztést 1%-ra csökkenti. Ezért van az, hogy egy 9 lencséből összeállított modern távcső fényvesztése kisebb (17%), mint egy régebbi 4 lencséből álló távcsőé (34%).

A távcső objektívnyílása nagy, rendszerint 40-60 mm, a nagyítás legalább 30-szoros, és pl. a Wild T3-nál az okulár kicserélésével a nagyítás változtatható, így a nagyítás 24-, 30- és 40-szeres lehet. Meg kell jegyezni azonban, hogy ha adott objektívhez a hozzá tartozó optimális okulárnál lényegesen nagyobb nagyítású okulárt használunk, akkor a távcsőnél nyert nagyítástöbblet csak ún. üres nagyítástöbblet, ami a feloldóképességet és az irányzási pontosságot már nem javítja. Ha az optimálisnál kisebb nagyítású okulárt alkalmazunk, akkor pedig nincs kihasználva az objektív adta lehetőség.

A távcső okulárisa ugyanis akkor van összhangban az objektívvel, ha nagyítása (N_o) akkora, hogy az objektív szétválasztó képességével (E) alkotott szorzata az emberi szem szétválasztóképességének átlagos értékét (60") adja:

$$N_o \cdot E = 60'' \quad (1)$$

Az objektív szétválasztóképessége az objektív szabad átmérőjétől (D) függ:

$$E = \frac{100''}{D}$$

és a szokásos átmérők mellett 2"-3".

A műszerekhez mellékelt cserélhető okulárisok használata a következő: kedvezőtlen fényviszonyok mellett a nagyítás csökkentésével a távcső fényerejét tudjuk növelni, a nagyítás alkalmazása pedig pontszerű fényforrás irányzásánál előnyös.

A felsőrendű teodolitok száллеmezének vonalrendszere sok esetben azonos a mérnöki teodolitoknál megszokott vonalrendszerrel: a vízszintes szál egyszeres vonal, a függőleges szál (I. távcsőállásban) a látómező felső felében egyszeres, az alsó felében pedig kettős vonal. Előfordul, hogy alul is, felül is kettős szál van, de különböző távolsággal, középen pedig egy rövidke egyszeres szál. Az egyszeres és a különböző távolságban levő kettős szálak kombinációja azt a célt szolgálja, hogy irányzásnál a különböző alakú és látszó-méretű jelek, tárgyak alakjának és nagyságának megfelelő szálat használhassuk.

Egyes országokban ún. okulármikrométeres műszert használnak, aminek lényege az, hogy a függőleges irányszál önmagával párhuzamosan eltolható és a mozgató mértéke a mozgató csavar dobján leolvasható. Ugyanez a hatás úgy is elérhető, ha az objektív gyújtósíkja közelében elhelyezett plánkonkáv lencsét, az ún. eltérítő lencsét mozgatjuk a vízszintes szál irányában. A lencse sík felületén beosztás van, mely a távcső látómezőjében látható, és az álló függőleges száznál, mint indexnél leolvasható. Az okulármikrométeres műszerek célja, hogy az irányzást egyszerűen, gyorsan meg lehessen ismételni, és ezáltal az irányzási hibák mértékét csökkenteni.

A vízszintes osztott kör (limbusz) ma kizárólag üvegből készül, a szokásos körátmérő: 140 mm (90 mm), a körosztógépekkel felvitt osztásvonások csupán néhány mikrométer vastagok. (Régebbi típusoknál a körátmérő 210-270 mm volt, a limbusz fémből készült, az osztásvonásokat az ebbe ágyazott ezüstszalagra hordták fel.) Az osztásköz a műszer pontossági kategóriájától, a leolvasó berendezéstől és a körátmérőtől függően változó. A felsőrendű teodolitoknál szokásos osztásközök: $1^{\circ}/3$, $1^{\circ}/6$, $1^{\circ}/12$, $1^{\circ}/15$ illetve $1^{\circ}/5$, $1^{\circ}/10$, pl. a Wild T3-nál a legkisebb osztásköz $4'$. A leolvasó berendezést ma már kizárólag optikai mikrométer alkalmazásával készítik, régebben mozgószálas mikroszkópot használtak. A közvetlenül leolvasható érték $1''$ (1°) vagy ennél kisebb szokott lenni, pl. a Wild T3-nál $0,2''$.

A magassági kör mérete rendszerint kisebb, mint a vízszintes köré, legkisebb osztásköze általában azonos a vízszintes körével, így ugyanazon az optikai mikrométeren lehet leolvasni mindkét fajta szöget.

Kedvezőtlen világítási viszonyok között, éjszakai méréskor a szállemez és a körleolvasás helyének megvilágítására világító berendezést alkalmaznak. Egyes műszereken a kört a leolvasás helyén nappal is mesterségesen világítják meg, hogy megvilágítása mindig egyenletes legyen.

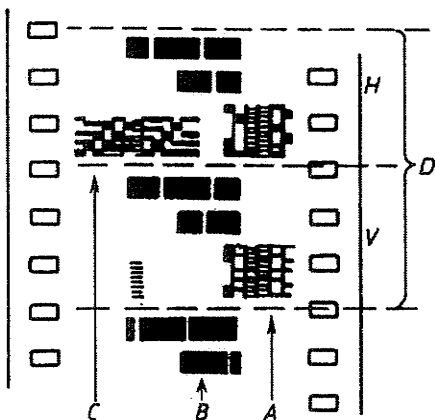
A szabatos teodolitok állótengelye rendszerint ismétlőrendszerű, hengeres alakú, golyóscsapágyazású. (A régebbi típusoknál az állótengely kúpos kiképzésű, és szorzórendszerű volt. Méreteit tekintve jóval hosszabb volt, mint a mai műszereknél, és így nagy műszerméretet (magasságot) eredményezett.) Az állótengely függőlegessé tételére $30''/2$ mm-től $5''/2$ mm-ig terjedő libellaállandójú alhidádélibella szolgál, a magassági kör indexlibellája hasonló vagy kisebb érzékenységgű ennél.

A mérésre alkalmas idő jobb kihasználása és ezzel a felsőrendű szögmérés meggyorsítása végett alkalmazták a leolvasás fotografikus rögzítését. E megoldással a német Ascania-cég E. Gigas által a 40-es évek elején kifejlesztett univerzális (csillagászati mérésekre is alkalmas) teodolitjánál találkozhatunk. A közvetlenül leolvasható érték $0,2''$, és méréskor egyidejűleg lehet hagyományosan leolvasni és fotografikusan regisztrálni is. A filmanyagot később, laboratóriu-

mi körülmények között a kiértékelő készülékkel lehet fel-
dolgozni.

A geodéziai munkák automatizálási törekvései teremtet-
ték meg a regisztráló (vagy kód) teodolitokat, amelyek hasz-
nálatával a vizuális körleolvasás és a jegyzőkönyvvezetés mű-
velete kiesik, a műszer a vízszintes és magassági körleolva-
sásokat, valamint az ezekhez tartozó néhány egyéb adatot au-
tomatikusan rögzíti. Az adatok közvetlen továbbíthatók fel-
dolgozás végett a kapcsolt számítógységbe.

Ilyen műszer az FLT3 (Fennel, Kassel NSZK) regisztráló
másodpercteodolit, kódolt vízszintes és magassági körén a
legkisebb osztásköz $0,2^S$, és a szokásos körszámozás helyett



231.41.1 ábra

Másik regisztráló teodolit a Ko-B1 (MOM, Budapest),
két fő részből áll: a teodolitból és az elektronikus egy-
ségből. A vízszintes és magassági kör alaposztása $10'$. A
diametriálisan összevetített osztásjeleket folyamatosan mű-
ködő optikai mikrométer hozza koincidenciába és méri ki. A
berendezés egy időmásodperc alatt 5 koincidencia jelet ad
mind a vízszintes, mind a magassági körről. A leolvasás
élessége $1''$. Mivel az optikai mikrométer folyamatosan műkö-
dik, a teodolit távcsövével mozgó célpontot is lehet követ-
ni és az adatokat $0,2$ időmásodpercenként lehet rögzíteni.
Az adatok rögzítése lyukszalagra történik, amelyről telex-
gép segítségével olvashatóvá is tehetjük a mérési eredmé-
nyeket.

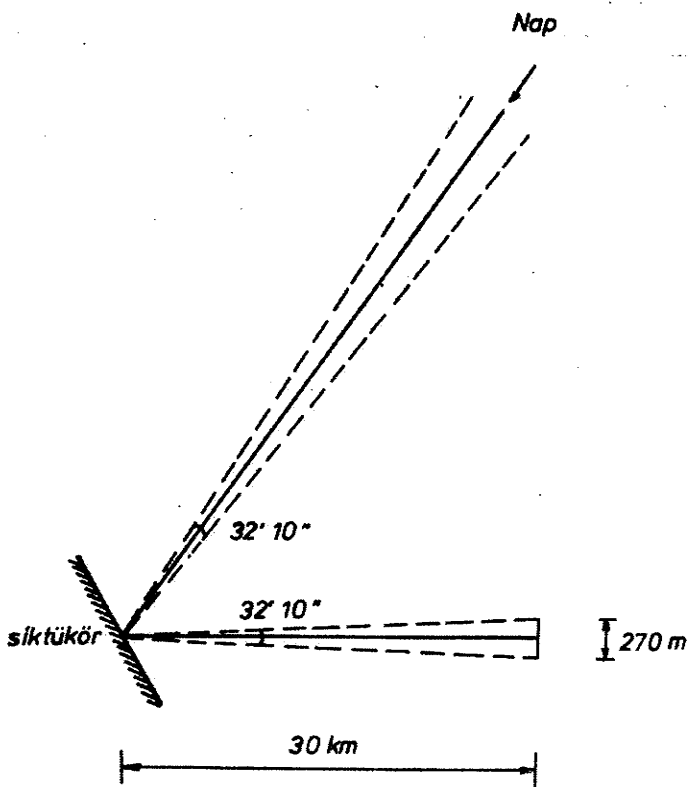
Az elsőrendű hálózatban a mérendő irányok átlagos hosz-
sza mintegy 30 km. Az ilyen távolságban levő pontjelek (tor-
nyok, gúlák stb.) csak igen kivételesen látszanak, akkor is
homályos, elmosódott a körvonaluk, ezért a pontjel helyett
fényt irányzunk. A napfényt vagy a mesterséges fényt fény-
vetítő készülékkel irányítjuk a megirányozandó pontról az

fekete-fehér jelkombinációkból
áll. A leolvasások; a kiegészítő
adatok rögzítése filmre történik
(231.41.1 ábra). Az ábrán A jelzi
a durva leolvasást $0,18$ élességgel,
B jelzi a csonka leolvasást
 1^{cc} élességgel és C mezőben a
méréssel kapcsolatos egyéb adatok
(álláspont, irányzott pont, időjárás
adatok stb.) található. A regisztrá-
túmon a H-val jelölt vízszintes és a
V-vel jelölt magassági értelmű, egyide-
jűleg rögzített leolvasások láthatók.
A rögzített információt a ZUSE Z 84
kiértékelő készülékkel értékelhetjük ki.

észlelő felé. Ezzel növeljük az irányzás pontosságát és csökkentjük a munka időtartamát.

A Nap fényét vetítő készüléket heliotrópnak, a mesterséges fényforrás fényét visszaverő készüléket reflektornak vagy fényszórónak nevezzük.

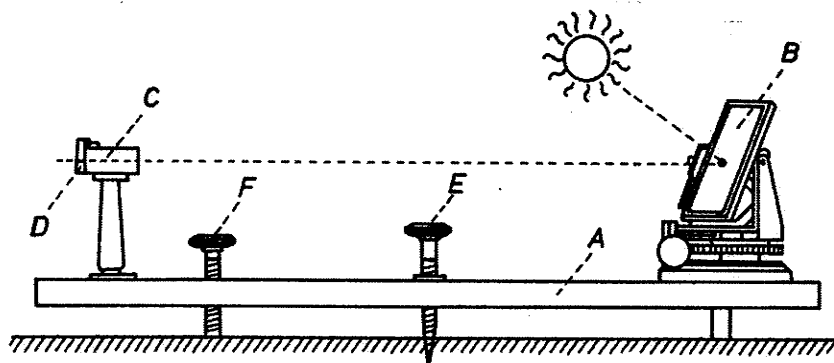
A heliotrópok alapelve az, hogy a napfényt síktükörrel a kívánt irányba veretjük vissza. A tükörrre eső napsugarak nem párhuzamosak, összehajlásuk a Nap látszólagos átmérőjétől függ. Ennek évi középértéke $32' 10''$ (231.41.2 ábra). Tehát a tükörről visszaverődő fénykúp alapjának átmérője 30 kilométer távolságban 270 méter. Ennek az a gyakorlati előnye, hogy a heliotróppal elég csak közelítően megirányozni a műszerállást, mert a visszavert fényt a fénykúp alapjának bármelyik pontjáról látni lehet.



231.41.2 ábra

Gauss, a heliotróp feltalálója (1820) többféle készüléket szerkesztett, őt követően is sokféle megoldású, napfényt vetítő berendezéssel találkozhatunk (Steinheil 1844, Bertram 1878, Reitz 1881 és 1883, amerikai heliotróp 1887 stb.).

Egyszerűségével, könnyen kezelhetőségével kiemelkedik a nálunk is használt Bertram-féle heliotróp (231.41.3 ábra). Az 50x11 cm méretű alaplemez (A) fából vagy könnyűfémből készült, ehhez rögzítik a B tükör tartókeretét. A tükör alatt az alaplemez két csúcsra támaszkodik. A B tükör durva és parány módon vízszintes és függőleges tengely körül forgatható és a két tengely metszéspontjában (a tükör közepén) át van fúrva. E furat és a C csövecskék levő szálkereszt alkotják a készülék irányvonalát, amelyet az E rögzítő csavar körüli forgatással és az F csavar által az alaplemez billentésével lehet a mérendő irány másik végpontja felé irányítani. Tekintettel a nagy távolságokra, az F csavarral való néhány fokos beállítási lehetőség több ezer méter magassági különbséget is át tud hidalni. A készülék felállításakor természetesen közvetlenül nem tudjuk megirányozni



231.41.3 ábra

a műszerállást, hanem az előzetes irányszög és a közelítő magasságkülönbség ismeretében teodolittal kitűzzük és jelöljük a közelben (pl. gúlakorlátba vert hosszú szöggel) a mérendő irány egy pontját, majd e pont segítségével állítjuk be a heliotróp irányvonalát a kívánt irányba. A heliotróp felállításakor az ábrán D-vel jelölt fedősapkát mindvégig levesszük vagy felhajtjuk. Ha a készülék már a kívánt irányban van, akkor visszahelyezzük a D sapkát a C cső végére és a B tükröt addig forgatjuk a vízszintes és függőleges tengelye körül, míg a tükör közepén levő lyuk árnyékképe a sapka közepére (a szálkeresztre) nem esik. Ekkor a tükör a műszerállás felé vetíti a fényt. Ha a műszerállás a Nappal képest úgy fekszik, hogy a Nappal ellenkező irányba kell a fényt vetíteni, akkor a napsugarakat segédtükör közbeiktatásával juttatjuk el a vetítőtükörhöz.

A Nap látszólagos mozgása miatt az árnyékpont hamar elmozdul a szálkereszt középpontjáról, ezért a vetítőtükröt a paránycsavarokkal percenként utána kell állítani. E művelet elvégzése rendkívül egyszerű, így a fényvetítést segédmun-

kásra bízhatjuk. A készülék felállítását azonban mindig mérnök végzi, egyrészt kitűzi az irányokat, amelyekre majd a fényt kell vetíteni, másrészt felállítja a készüléket és részletesen elmagyarázza a fényvetítés programját.

A műszerállás és a fényvetítő közt a mérés ideje alatt kapcsolatot kell fenntartani, ami manapság a legegyszerűbb ultrahullámú adó-vevő segítségével, korábbi időkben azonban elég sok gondot okozott az időnkénti információcsere. Pl. az angolok Indiában a Morse jelek segítségével érintkeztek, a németek pedig külön jelrendszert dolgoztak ki erre a célra.

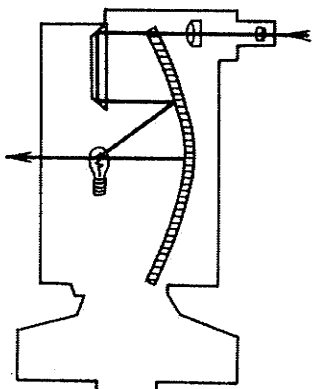
A fényvetítés folyamán üzenetváltással szabályoztatni lehet a küldött fény erősségét. Ha túl erős a vetített fény, akkor a tükör egy részét el kell fedni, vagy színes üveglapot kell a fény útjába tenni, a fény erősségét növelni pedig segédtükrök alkalmazásával lehet.

Egy kb. 10x10 cm méretű tükör fénye 50-60 km távolságból távcsőben még akkor is felismerhető és mérhető, ha enyhe pára miatt a terep (a hegy), ahol a fényvetítő van, már nem is látszik. Tiszta időben pedig ilyen távolságból még szabad szemmel is észrevehető.

A mesterséges fényvel világító készülékek bevezetését két ok indokolja: egyrészt a mérési idő kiterjesztése nappal borult időre és éjjelre, s ezzel az egy pont leméréséhez szükséges idő lerövidítése, másrészt ha a mérési munka felét nappal és másik felét éjszaka, tehát különböző légköri viszonyok közt végezhetjük, akkor méréseinkben a légköri viszonyok okozta hibák nagysága és előjele is változik és összességében csökken.

A mesterséges fényre történő (éjszakai) mérésekről először a francia Perrier írt 1875-ben, majd a német W. Werner 1883-ban. 1879-ben szintén éjszakai mérést végeztek a Spanyolországot és Algériát összekapcsoló diagonális észleléskor, ahol a leghosszabb irány 27 km volt.

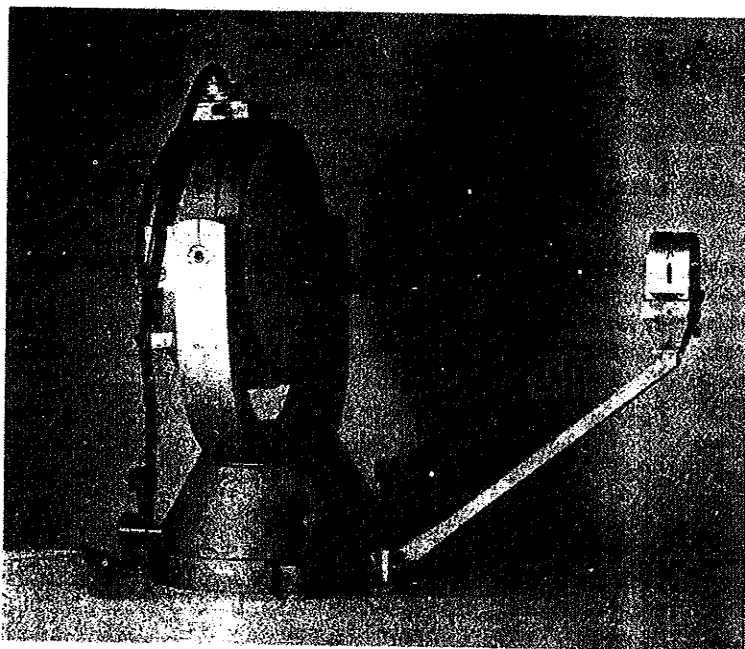
A kifejezetten háromszögelési munkákhoz szerkesztett reflektorokkal századunk első évtizedeiben találkozhatunk először, és azóta csaknem minden geodéziai műszereket gyártó cég előállít ilyeneket. A fényforrás rendszerint akkumulátorról táplált 6 V-os (2,5 V-os, 12 V-os) izzó. (Kivételesen acetilén fényt is alkalmaztak. Németországban használtak olyan készüléket is, amelynél az acetilén-oxigén keverék lángjával egy mészlemezket hoztak izzásba. Az erős sárga fény nappal 50, éjjel 100 kilométerre is látszott.) A fényforrás 20-25 cm átmérőjű parabolatükör fókuszában van elhelyezve. Az irányzásra különböző segédberendezések szolgálnak, általában távcső (vagy dioptra), melynek irányvonala párhuzamos a fénynyaláb tengelyével. A különböző típusú készülékek leginkább a segédberendezésben térnek el egymástól. Ennek egy megoldása a 231.41.4 ábrán látható. Lényege, hogy az izzószál képe be van vetítve a lámpaházra szerelt kis távcsőbe. A fény vetítése akkor történik helyes irányba, ha az izzószálat a távcsőbe nézve a kívánt irányban látjuk.



231.41.4 ábra

is és a fémbúra is középen át van fúrva. A fémbúra vízszintes és magassági kötő- és paránycsavarokkal van ellátva.

Ha az égbolt változóan felhős, akkor hol a heliotrópot, hol a fény-szórót kell használni. Ez a cserélgetés azonban körülményes, ezért általános törekvés a kétféle készülék egyesítése. Ilyen - a heliotróp és a reflektor egyesítéséből álló - berendezés a nálunk használatos Bence-Pusztay-féle fényvetítő készülék (231.41:5 ábra). Napfény vetítésekor a parabolatükör tartalmazó búra homloklapjára síktükör illeszthető. Ekkor az előrenyúló kar végén levő csövecskébe szerelt szálke-reszt és a tükör lényegében egy Bertram-rendszerű heliotrópot képez. Természe-tesen a síktükör is, a parabolatükör



231.41.5 ábra

A mesterséges fénnel működő készülék használatakor elvileg éjszaka nem szükséges kezelőszemélyzet. Több országban azonban - így nálunk is - a fényvetítőt érdemes őriztetni, ezzel jelentősen elősegíthetjük a mérési program zavar-talanságát. Olyan országokban, ahol számítani lehet arra,

hogy az ör'zetlenül hagyott fényvetítő ott marad, ahová felállították, érdemes volt önműködő készülékeket szerkeszteni és gyártani. Svédországban pl. a fényvetítőhöz óraszerkezetet kapcsoltak, amely az áramot naponta egy vagy két mérési szakaszra önműködően bekapcsolja. Az óra egyszeri felhúzásra öt hétig jár. Beállítás után a készüléket hetekig felügyelet nélkül hagyhatják a háromszögelési ponton. Még egyszer sem fordult elő, hogy avatatlanok hozzányúltak volna.

231.42 Az észlelés hibaforrásai

A teodolittal végzett szögmérés (iránymérés) eredményét befolyásoló ibaforrásokat a következők szerint szokás csoportosítani:

1. műszer gyártási és szerelési tökéletlenségei, valamint egyes alkatrészeinek kis elmozdulásai,
2. a műszer felállításának pontatlansága,
3. a mérés külső körülményei,
4. az észlelő személyi hibái.

Az 1. csoportot alkotó hibaforrások oka a műszerben rejlő hibákban keresendő. E hibák részben véletlen, részben szabályos mérési hibákat okoznak. Véletlen jellegű hibahatása van többek közt a mozgó alkatrészek holtjátékának, az osztásvonalak véletlen helyzeti eltéréseinek, a kötéseknél fellépő változó feszültségeknek és rugalmas deformációknak. Ezeket a hibahatásokat egyrészt a gyáraknak kell jó konstrukcióval, megfelelő technológiával, gondos szereléssel és szigorú ellenőrzéssel, másrészt a felhasználóknak helyes kezeléssel és jól megválasztott mérési eljárás alkalmazásával a minimumra csökkenteni.

A műszer szerkezeti tökéletlenségéből eredő hibák - a Geodézia c. tantárgyban már tanultak szerint is - a következők:

- a) A távcső irányvonala nem merőleges a fekvőtengelyre. A hiba neve: kollimációhiba. E hibával minden teodolitnál számolnunk kell. A hiba értéke a magassági szög cosinusa szerint változik.
- b) A távcső irányvonala külpontos az állótengelyhez képest. E hiba kollimációhiba jellegű, ezért első járulékos (vagy addicionális) kollimációhibának nevezzük. A hiba értéke az irányzási távolság növekedésével a nulla felé tart.
- c) A végtelenre és a véges távolságra állított távcső irányvonala egymással szöget alkot. E hiba szintén kollimációhiba jellegű, ezért második járulékos (vagy addicionális) kollimációhibának nevezzük. A hiba nagy irányzási távolságon közel nulla, a távolság csökkenésével növekszik.
- d) A fekvőtengely nem merőleges az állótengelyre. A hibát röviden fekvőtengelyhibának nevezik. Korszerű műszereknél e hiba hatása igen kicsi, és értéke a magassági szög tangense szerint változik.

Az a)-d)-ig leírt hibák hatása az iránymérésben együttesen mutatkozik, mégpedig a két távcsőállásban tett leolvasás (perc) másodperc értékeinek különbsége együttesen tartalmazza e négy hiba értékének kétszeresét. A hibahatás kiejtésének módja az, hogy a két távcsőállás (perc) másodperc értékeinek számtani közepét képezzük.

- e) Az állótengely (alhidádétengely) külpontos a limbuszkör tengelyéhez viszonyítva. E hibát röviden az állótengely külpontosságának is nevezik. A külpontosság maga igen kicsi, hatása azonban nagy lesz, ha csak egy indexen olvassunk le. A két, diametrálisan elhelyezett indexen tett leolvasás számtani középértékéből azonban kiesik. A ma használatos műszerek leolvasó berendezéseit úgy szerkesztették, hogy valamely osztásvonást diametrális megfelelőjével összevetítve szemlélhetünk a mikroszkópban, és maga a leolvasott érték közvetlenül már e két indexen történt leolvasás számtani középértéke.
- f) Az állótengely nem merőleges a limbusz síkjára, vagy más megfogalmazásban az állótengely nem párhuzamos a limbusztengelyével. Ismétlődő rendszerű teodolitoknál jelentéktelen hatású hiba, elsősorban szorzó rendszerű teodolitoknál fordulhat elő. Épp ezért a szorzó rendszerű teodolitokat - ha szorzó szögmérésre használjuk - mindig úgy kell felállítani, hogy a limbusztengelyt tesszük függőlegessé, és a távcső átforgatását is e körül végezzük.
- g) Az alhidádé tengelykörüli elfordításakor csekély mértékben a limbusz is elfordul vele. E jelenséget limbusz-együttmozgásnak nevezzük. A hiba abban nyilvánul meg, hogy a kezdőirányt a sorozat végén újra irányozva a leolvasás kisebb, mint a sorozat mérésének elején kapott érték. A hiba hatásának kiküszöbölésére, vagy legalább erős csökkentésére több mérési módszert dolgoztak ki. Pl. az egyiknek a lényege az, hogy méréskor az alhidádét állandóan - tehát mind az első, mind a második távcsőállásban - egy irányba, az óramutató járásával megegyező irányba forgatjuk.
- h) A limbuszkör osztáshibái. Hibás a körosztás, ha a legkisebb osztásközökhöz nem egyenlő nagyságú középponti szögek tartoznak, és ennek következtében a kör 0 vonása és n-edik vonása a kör középpontjában nem a névleges értéket zárja be. Az ettől való eltérés a kérdéses osztásvonás körosztási hibája.

A körosztási hibák részben elsődlegesek: a körosztógép működésének zavaraiából, az osztás művelete alatt bekövetkezett hőmérséklet-változásokból származhatnak. Másodlagos hibák keletkezhetnek: a beosztást viselő anyag molekuláris változásaiból (ugyanis az osztásvonások készítése megzavarja az anyag szerkezeti egyensúlyát, és az új egyensúlyi helyzet parányi, de nem elhanyagolható elmozdulásokkal járhat), továbbá a műszer szállításával járó rázkódás révén fellépő káros feszültségek is előidézhetik a beosztás egyenetlenségét.

Az említett körosztási hibák egy része kiterjed a kör nagyobb szakaszára, más része viszont helyi jellegű. Emiatt beszélhetünk szabályos és szabálytalan körosztási hibákról. A szabályos hibák periodikus jellegűek. Ha úgy rajzoljuk fel őket, hogy az abszcisszatengelyen a fokokat és a merőleges ordinátán a megfelelő körosztáshibát ábrázoljuk, akkor a kapott görbe több sinusgörbe eredője lesz.

A kör valamely φ helyén tett leolvasás tehát - egyéb okok mellett - hibás az osztásvonás hibája miatt. Ez a hiba a φ hely függvénye. Az $f(\varphi)$ függvény periódusos és a

$$f(\varphi) = \sum_{n=0}^{n=\infty} (a_n \cos n \varphi + b_n \sin n \varphi)$$

általános alakú Fourier-sorral írható le. E sort rendszerint csak valami $n = \nu$ rendszámú tagig szoktuk felírni, s az így kapott véges sorral kifejezett $f_1(\varphi)$ hibát tekintjük az

osztáshiba szabályos, a maradéktagot pedig az osztáshiba szabálytalan részének.

Az osztáshibákra vonatkozó vizsgálatoknak célja az, hogy megállapítsuk a hiba Fourier-sorát és így minősíthessük magát a limbuskört még a műszergyárban, a már használatban levő műszernél pedig ezáltal mérlegelhessük azt, hogy adott index és ismétlési szám mellett a műszer megfelel-e az előírt pontosági követelményeknek.

A legegyszerűbb körvizsgálat egyetlen adattal jellemzi a beosztás minőségét: ez a középdiametrális hiba. A középdiametrális hiba a diametrális hibák négyzetes középértéke. A diametrális hiba pedig a két-két diametrálisan fekvő osztásvonás hibájának együttes értéke (számtani közepe), amit laboratóriumi körülmények közt tudunk meghatározni.

A középdiametrális hiba meghatározására elvégzendő mérési munka aránylag csekély. A középdiametrális hiba azonban csak átlagos érték, a beosztás minőségének részleteiről nem ad felvilágosítást. Ha erről akarunk tájékozódni, részletesebb vizsgálatra van szükségünk. A hibák tényleges értékeinek megállapítását célzó mérések kétfélék lehetnek aszerint, hogy a vizsgálat végrehajtásához a beosztott kört ki kell-e szerelni a műszerből és külön berendezésen elvégezni a szükséges méréseket (Bruns, Fayet, Fritz-Uhing, Schreiber módszerek), avagy pedig magával a teodolittal, a szabályszerűen beszerelt körrel végezzük el a vizsgálatot (Heuwelink, Wild, Roelofs, Fialovszky módszerek).

Az osztáshibák hatása csökkenthető, részben kiküszöbölhető az osztásrendszer különleges kialakításával, a leolvasó rendszer megfelelő elrendezésével és mérési eljárás alkalmazásával. Pl. a Kern-gyár a teodolitjainak osztott körein két egymástól független munkamenetben készített, különböző átmérőjű osztásrendszert alkalmaz, és ezeket a leolvasó berendezésben egymásra vetíti.

A hibahatás csökkentésére régóta alkalmazzák a diametrálisan elhelyezett indexpárt. Az ezen való leolvasás középértékéből ugyanis a szabályos hibaösszetevők (legalább is a páratlan rendszámúak) hatása jórészt kiesik.

A hibahatást tovább csökkenti a szögmérés változtatott körfekvésben (limbuszhelyzetben) való ismétlése. E célt szolgálja a teodolitok ismétlő tengelyrendszere, vagyis a limbusz kör elforgathatósága. Az ismétlést úgy célszerű végezni, hogy a limbuszt minden mérési sorozat után

$$\frac{360^\circ}{2s}$$

nagyságú szöggel elforgatjuk, ha s fordulóban kell a mérést elvégeznünk (és műszerünk két diametrális indexes, vagy összevetített-képes leolvasó berendezésű).

- i) A leolvasó berendezés nagyítása nem megfelelő, vagyis a csonkaleolvasásra szolgáló segédskála tágassága nem egyezik meg a körosztás két szomszédos vonalának tágasságával. Ezt nevezzük run-hibának. Az optikai mikrométeres mikroszkópnál szabatos mérések végzésekor már tekintetbe szokták venni a run-t, ha az nagyobb az optikai mikrométer beosztása egy osztásközének felénél. Az ilyen típusú leolvasó berendezésnél a run-hibát a következőkben leírtak szerint kell meghatározni.

Állítsuk be a mikrométer 0 osztásvonalát a mikrométerbeosztás indexére, hozzuk ezután a teodolit vízszintes párnycsavarjával a főskála D osztásvonalát pontos ko incidenciába a $D + 180^\circ$ osztásvonallal (231.42.1/a ábra). Ezután az optikai mikrométer csavarjával hozzuk a $D-1$ osztásvonalat ko incidenciába a neki megfelelő osztásvonallal (231.42.1/b ábra), és olvassunk le a mikrométerbeosztáson $1/10$ osztásosság élességgel. Ha a megelőző osztásvonalhoz tartozó mikrométerskálán tett leolvasást jelöljük ℓ_M -mel, a következő osztáshoz tartozót ℓ_K -val és a limbuszosztás legkisebb részét a -val, akkor a run-hiba:

$$r = (\ell_M - \ell_K) - a$$

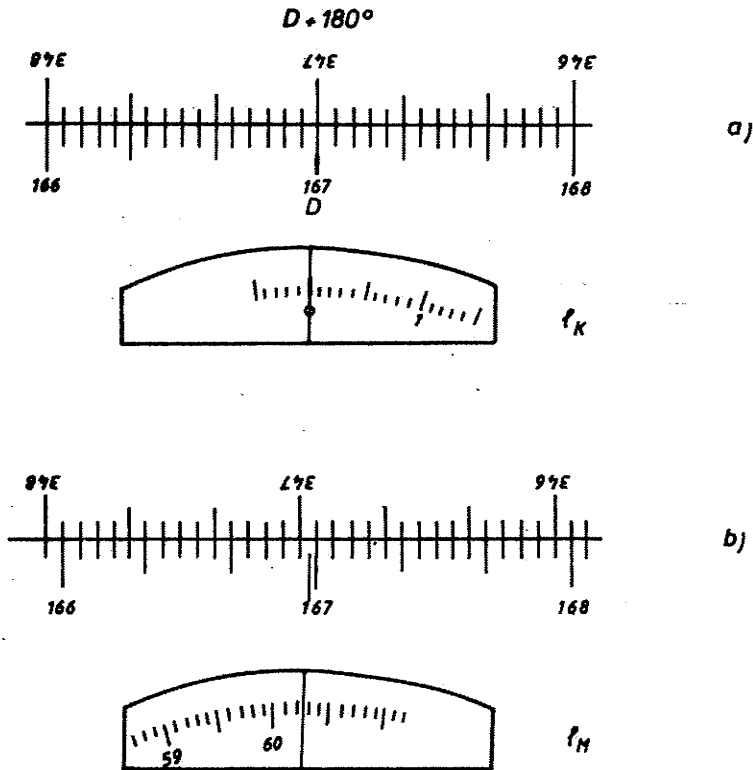
Ennek megfelelően a mikroszkópleolvasás egységét

$$\frac{a}{a + r}$$

együtthatóval szorozva kapjuk meg a helyes leolvasásértéket.

A korszerű műszerek run-hibája igen csekély, a műszert előállító gyárak a leolvasó berendezést beszabályozzák. A műszer erősebb igénybevétele, főleg a szállítás miatt azonban ez a beszabályozott helyzet megváltozhat és akkora run-

hiba jelentkezhethet, amit már figyelembe kell venni. A run-hiba mérési módszerrel nem ejthető ki, ezért szabatos mérések-nél meg szokták határozni és vele a mérések eredményét megfelelően javítani.



231.42.1 ábra

j) Az álló irányyszál nem merőleges a fekvőtengelyre. A hiba szálferdeség néven ismert. Korszerű műszereknél a gyártási és szerelési pontosság e hibát gyakorlatilag nullára csökkentette. A szálferdeség okozta szabályos hiba mérési módszerrel úgy ejthető ki, hogy mindkét távcsőállásban való irányzaskor az állószálnak ugyanazt a pontját használjuk.

A 2. csoportba tartozó hibaforrások a műszer felállításának pontatlanságából erednek, mégpedig a műszer pontraállításának hibájából és az állótengely függőlegessé tételének hibájából. E két hiba mérési módszerrel nem küszöbölhető ki.

a) A pontraállítás hibájának mértéke (η'') azonos a központozási javítás értékével és az

$$\eta'' = \frac{r}{c} \rho'' \sin \varepsilon$$

összefüggéssel számítható, ahol r a műszerközépponton átmenő függőleges egyenes távolsága az állásponttól, c a megírányzott pont vízszintes távolsága, végül ε a gúlpontos műszerálláspontról a központra menő irány és a megírányzott pontra menő irány által bezárt szög (e szög b. szára a központ felé mutat).

A felsőrendű hálózatban szokásos átlagos irány hosszak mellett a legkedvezőtlenebb helyzetű iránynál ($\sin \varepsilon = 1$) az 1 mm-es felállási hiba

$$\sim 30 \text{ km-es iránynál } \pm 0,007''$$

$$\sim 15 \text{ km-es iránynál } \pm 0,014''$$

$$\sim 7 \text{ km-es iránynál } \pm 0,027''$$

hibát okoz. Tehát a pontraállítás 1-2 mm-re pontosan elegendő, és ez pilléren a szokásos műszeraljzatot (toronyaljzatot) használva mindig el is végezhető. Állványos gúlán mérve a pontraállási hibához számítandó az állandósítási kő középpontjának a műszerasztalra való felvetítés hibája is.

A pontraállítás hibája az irányok jelentékeny hossza miatt, gondos munkavégzés mellett nem jelentős, és ha a mérés több napon át tart, akkor a műszer ismételt felállításával a hiba véletlen jellegűvé válik.

b) Az állótengely függőlegessé tételének hibája. Valamely mért irányt ebből adódóan c hiba terheli:

$$c = \frac{\varepsilon}{4} \operatorname{ctg} z \left[(\ell + \ell')_b - (\ell + \ell')_j \right]$$

ahol ε (az állótengely függőlegessé tételére szolgáló) libella állandója, ℓ és ℓ' a buborékvégek leolvasása első ($b = \text{balkörfekvés}$) és második ($j = \text{jobbörfekvés}$) távcsőállításban, z pedig az irány zenitszöge.

Mivel az elsőrendű irányok mindig csaknem a horizonton látszanak, a c hiba pl. $z = 88^\circ$ ($\operatorname{ctg} z = 0,035$) és $\varepsilon = 7''$ esetén $c = 0,122''$ lesz akkor, ha a libella buborékja csupán 1 pars értéket mozdult el a két távcsőállítás között.

A hiba mértéke gondos munkával csökkenthető, és ha minden forduló előtt az állótengely függőlegessé tételét megismételjük, akkor a hiba véletlen jellegűvé válhat.

Szélső pontosságra törekedve - egyes országokban - szokásos az állótengely függőlegességi hibáját számítással figyelembe venni. Ehhez viszont minden irányzás után libella-leolvasást is kell végezni, ami megnyújtja a mérés idejét és ebből adódóan több hátrány származhat.

A 3. csoportba foglalt hibaforrások a mérés külső körülményeiből származnak, ezek a műszerállvány mozgásai, a jel alakjának és megvilágítottságának hatása, a légrézgés és a léglengés valamint az oldalrefrakció.

a) A műszerállvány mozgásai. Ezek elsőrendű mérésekben az állványos gúla műszerállványának, a toronynak stb. mozgásai értendők. A hibára vezető mozgások lehetnek szél okozta kilendülések, rázkódtatások. Ezek szabálytalanok, és egyes méréseredmények kiugró eltéréseiben nyilvánulnak meg.

A műszerállásként szolgáló magas építmények a napsütés hatására egyoldalúan felmelegednek, a hőmérséklet és nedvességtartalom változása következtében elcsavarodnak, forognak. Ha a forgás egyenletes és az oda- és visszamérés üteme is egyenletes, akkor a forgás hatása a két mérés eredményének közepéből kiesik. Ebből viszont az is következik, hogy az ilyen műszerállásról mért, két távcsőállásban kapott eredmények eltérése magába foglalja az állványforgás hatását is. E két távcsőállásban mért irány sorozat értékeiben az állványforgás hatása úgy mutatkozik, hogy a sorozat elejétől a vége felé haladón az első és második távcsőállás különbsége fokozatosan fogy (esetleg növekszik).

Az állvány forgásának mértékére az irodalomban igen kevés adatokat találhatunk, ami érthető is, ha meggondoljuk, hogy az állványos gúla milyen különböző szerkezetűek az egyes országokban.

Német gúlaikon végzett mérések alapján Gigas szerint a forgás maximuma 5 percnyi idő alatt mintegy $1''$. Ezt az elfordulást a napsugarak fára gyakorolt hatása okozza. Az elfordulás jobbra történik. Napkeltekor indul meg, délben a leggyorsabb, majd estefelé fokozatosan csökken. Az észlelési idő alatt a gúla csaknem nyugalomban van. Éjjel a nedvesség hatására egy kis visszafordulás következik be, ez azonban csekélyebb, mint a nappali jobbra forgás. Erősebb lecsapódás hatására azonban ugrásszerű visszaforgás kezdődik és a műszerállvány néhány óra alatt visszakerül abba a helyzetbe, amelybe napokkal vagy hetekkel előbb volt.

Ellentétes tapasztalatokról számolt be Ölander finnországi megfigyelések alapján. Szerinte a forgás épp nappal volt csekélyebb, mint éjjel, és a forgás iránya független volt a Naptól. Sebessége $-0,40''/\text{óra}$ és $+0,45''/\text{óra}$ között változott a különböző gúlaikon.

A magyar gúlatípusok forgását eddig legrészletesebben Joo I. vizsgálta meg. Vizsgálatába több különböző magasságú régi típusú és Illés-féle állványos gúla volt bevonva. A régi típusú gúla forgását napi átlagban $1,0''$ -nek, az Illés-féle gúla átlagos forgását pedig $2,7''$ -nek találta 10 percnyi idő alatt. A forgás sebessége azonban függ a gúla magasságától és a napszaktól, pontosabban a hőmérséklet-változás előjelétől is. Magasabb gúla forgása nagyobb, például az Illés-féle gúlánál:

12 m műszeroszlop magasság mellett	$1,1''$
16 m műszeroszlop magasság mellett	$2,4''$
20 m műszeroszlop magasság mellett	$4,5''$

forgást tapasztaltak 10 percenként. Reggel és este a forgás kisebb mértékű, mint délben. Éjjel visszafordulás következik

de, na ez nem is éri el a nappali forgás mértékét. Kiegészítő tényező a nedvességtartalom erősebb változásával áll be.

Érdekeségként megemlítjük, hogy a műszerállvány forgásának mérvére vonatkozó első irodalmi adat 1884-ből, a budapesti alapvonalméréssel kapcsolatos munkálatokból ered. Ott arról olvashatunk, hogy a 7,7 m magas műszeroszlop mintegy 15 perc alatt közel 50"-et forgott el.

A szilárd építmények, tornyok, vasbeton mérőtornyok is változtatják periodikusan helyzetüket, elsősorban a Nap egyoldalú felmelegítő hatására. Pl. egy 20 m-es mérőtornynál végzett vizsgálati mérések azt eredményezték, hogy a mérési időszakában a torony "bólogatása" naponta mintegy 2 cm-es volt.

b) A jel alakjának és megvilágítottságának hatása. A mérés külső körülményei közé sorolható a pontjel alakja, színe és megvilágítottsága. A legkedvezőbb alak, szín megválasztását - a háttért is figyelembe véve - már az alappontul szolgáló tárgyak kiválasztásánál, illetve a jelek építésénél figyelembe kell venni. Általában jól beválnak a fekete-fehér színezésű jelek, és a gúlákon kedvezőbbek a hengerek, mint az ún. vitorlaszárnyak. A vasbeton mérőtornyoknál az építmény felső részére festett piros-fehér-piros sávok segítik elő a láthatóságot.

Igen előnyösen befolyásolja az irányzás pontosságát a sötétebb jelnél a világos háttér.

Tapasztalat szerint a modern távcsövekkel a kör alakú fényforrás nem irányozható élesen, mert a fényforrás képe egyetlen apró korongocska lesz. (Ennek oka abban keresendő, hogy ma már a távcsövek objektívjeinek optikai korrigálása pontos számításokkal történik, és így a kör alakú fényforrás képe a hibátlan leképzés folytán szintén kör. A régebbi lencsés optikákat empirikus adatok alapján csiszolták, ennek következtében a képek nem voltak tökéletesek, az elsődleges korong alakú képet a kromatikus aberrációból eredő koncentrikus gyűrűk vették körül, melyeknek jelenléte a korong pontos megirányzását, a szimmetria megítélését messzemenően megkönnyítette.) A modern lencséknek az éles kép, erős felbontóképesség, nagy látótér ellenében mutatkozó ezen hátrányán így lehet segíteni, hogy az objektívet le kell takarni oly módon, hogy csak egy vízszintes (osztrákoknál) vagy csak egy függőleges (nálunk) rés maradjon rajta. A fényelhajlás következtében a kör alakú fényforrás képe elnyúlik és így az irányzás pontosan végrehajtható.

c) A levegő rezgése és lengése. Meleg időben a tárgyak képe finom rezgő mozgást végez. Az állandó mozgás biztos megirányzást nem tesz lehetővé. A rezgés hatásának csökkentésére, azaz a megirányzások megismétlésének gyors elvégzésére használják egyes helyeken az okulármikrométert. Különösen nehézkes teszi az irányzást az, hogyha a levegő még párás is. Ilyenkor ugyanis nemcsak mozog a tárgy képe, de éle is elmosódottak. Fém mérésénél a fény szétterjedő, mozgó, töröses jellegű. Ilyenkor a mérés nem szabványos.

A levegő lengése más jelenség. Ekkor a képek nem mozognak állandóan, hanem látszólag nyugodtak, majd hosszabb idő után hirtelen eltolódnak és ott ismét megállnak. Míg a légrézgs a napnyugta körüli időben, és részben az oldalrefrakció jelenségével függ össze. Ezért napnyugta körüli időben és éjszakai méréskor éjjél után, amikor a páralecsapódás erősödik, mérni már nem tanácsos.

d) Az oldalrefrakció. A távcsövön át figyelt tárgyról jövő sugarak térben és időben igen változékony fizikai tulajdonságú közegen, a levegőn haladnak át. A különböző sűrűségű levegőrétegek törésmutatója különböző lévén, a fénysugár a térben görbe vonalon terjed. A fénysugárnak ezt a törését refrakciónak nevezzük. A refrakció mind a vízszintes, mind a magassági szögmérésnél jelentős hibaforrás.

A vízszintes szögmérés szabályos hibaforrásait vizsgálva, most csak a refrakciógörbének a vízszintes vetületével, az oldalrefrakcióval (vízszintes, azimutális, laterális refrakcióval) foglalkozunk. Az oldalrefrakcióból azért származik szögmérési hiba, mert a refrakció következtében a térbeli görbét alkotó irányvonal húrja helyett a görbe végérintőjének pillanatnyi helyzetét mérjük a vízszintes síkban.

A háromszöghálózatok pontosságának vizsgálatakor azt tapasztalták, hogy a háromszögek szögzáróhibáiból számított irányközépheibák rendszeresen nagyobbak, mint az állomáskiegyenlítésből számítottak. A háromszögek záróhibái a Gauss-féle hibatörvényt sem követik kielégítően. E jelenségekből arra következtettek, hogy a szögmérések eredményeit olyan szabályos hibák terhelik, amelyek az állomáskiegyenlítésből nem esnek ki. E hibák okát Struve már 1829-ben az oldalrefrakcióban kereste. Azóta sokan (Fischer, Bauernfeind, Jordan, Christiansen, Sokob, Kukkamáki stb.) foglalkoztak e kérdéssel, tapasztalataikat, megállapításaikat röviden a következőkben ismertetjük.

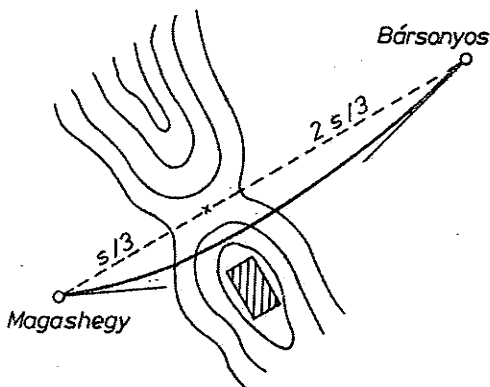
Noha a levegő fizikai, optikai tulajdonságai matematikailag alig követhetőek, a tapasztalat azt mutatta, hogy a refrakció a távolság négyzetével, a hőmérséklet-különbséggel egyenesen arányos, és egy bizonyos (mintegy 30 méteres) magasságig fordítottan arányos a talajfeletti magassággal. A hiba nagyságára minden esetre jellemző a refrakciógörbe sugara, illetve az oldalrefrakciónál annak a vízszintes vetülete. Ha az oldalrefrakció sugara r_h és n a levegő törésmutatója, akkor az oldalrefrakció görbülete a következő szimbólummal jellemezhető:

$$\pm \frac{1}{r_h} = \pm \frac{dn}{dh} \frac{1}{n} \quad (1)$$

A dn/dh a levegő törésmutatójának vízszintes (horizontális) gradiense. A levegő törésmutatója elsősorban a levegő hőmérsékletétől függ, de ezen kívül függ a légnyomástól és a le-

vegő páratartalmától is. Az (1) képlet kifejezi, hogy ha a törésmutató gradiense növekszik, akkor a görbületi sugár rövidül (a görbület növekszik).

Az oldalrefrakció okozta szögmérési hiba kedvezőtlen esetben másodperc rendű is lehet. Hatása módszerrel alig csökkenthető. A védekezés ellene csupán az, hogy azokban a napszakokban, amelyekben a refrakció túllépi a mérésnél megengedett határt, nem mérünk, és méréseinket lehetőleg különböző refrakcióhatások mellett többször megismételjük. A tapasztalatok azt bizonyítják, hogy napsütötte építmények, tornyok és egyéb tárgyak közelében tekintélyes hőmérséklet-emelkedés állhat elő, ezért ilyen helyen az oldalrefrakció számottevő lehet. Az oldalrefrakció hatásának csökkentése érdekében helyes tehát betartani azt a szabályt, hogy az irány ne menjen nagyobb építmények vagy egyéb tárgyak, valamint a terep közelében. Az ilyen tárgyak "maguk felé húzzák" az irányvonalat. Kerülendő továbbá, hogy az irányvonal tavak, mocsarak, erdők fölött alacsonyban menjen, folyókon az irányvonal lehetőleg merőlegesen, minél rövidebb úton haladjon át.



231.42.2 ábra

1,3 másodperccel. Az irányvonal tehát nappal az erősebben felmelegedett épülettömb felé tért el, és mivel ez a távolság $1/3$ -a körül volt, még a tapasztalt irányeltérések arányára is magyarázatot kapunk.

Számos külföldi példát is találhatunk a tapasztalt oldalrefrakció értékekre. Kukkamäki vizsgálatai szerint az irányvonal a melegebb tereprész felé hajlik el, így egy tengerparttal párhuzamos irány nappal a szárazföld, éjjel a tenger felé tért ki. A különbség mintegy $1,8''$. Danilov megemlíti egy rendkívüli refrakció értéket, amelyet a Szovjetunióban tapasztaltak. Egy mocsaras erdő felett elhaladó, csaknem 25 km hosszú irány értéke a sok mérésből levezetett középérték-

Egy példát említünk a magyarországi tapasztalatokból. A Magashegy-Bársonyos elsőrendű oldal Magashegytől kb. 7 km-re, azaz az irány hosszának kb. $1/3$ -ában egy domborsó egyik nyerge felett alacsonyban haladt át, emellett közel került a pannonhalmi apát-ság épülettömbjéhez (231.42.2 ábra). A mérések során a Magashegy-Bársonyos irány minden szögműkombinációban kb. 2,2 másodperccel nagyobbak adódtak nappal, mint éjjel. A Bársonyos-Magashegy iránynál viszont a nappali mérés volt kisebb, mint az éjszakai, mintegy

10. szeptember 28-án $-5,0''$ -cel, október 1-én, tehát 3 nap múlva $+0,11''$ -cel tért el.

A CNIIGAIK (Szovjetunió) munkatársai kiterjedt kutatásaikból azt a végkövetkeztetést vonták le, hogy az oldalrefrakció szempontjából az éjszakai mérések kedvezőtlenebbnek látszanak. Hangsúlyozták azonban, hogy megállapításaik az órághajlati stb. viszonyaikra jellemzőek, de nem feltétlenül érvényesek pl. déli fekvésű területekre. Hasonló tapasztalásokat szerzett Gigas Németországra vonatkozóan, szerinte is az éjszakai mérések kedvezőtlenebbek, csupán az időnyerésben van nagy jelentőségük.

Az oldalrefrakció számítására a kutatók egész sora vezetett le különböző feltevésekkel képleteket. Pl. Kukkamäki a függőleges hőgradienstől és a terepalakulattól függő képleteket szerkesztett. Ezekkel a képletekkel kiszámították a Finn elsőrendű hálózat 61 háromszögének valamennyi irányára vonatkozóan az oldalrefrakció javítást. A háromszögek átlagos záróhibája $+0,611''$ -ről $+0,470''$ -re csökkent, és a megjavított záróhibák eloszlása lényegesen jobban követte a Gauss-féle haranggörbét, mint a javítás előtt. Kukkamäki tanulmányában felhívta a figyelmet arra, hogy a műszertechnikai fejlődés mellett eredményeink pontosságának további növekedése már csak akkor lehetséges, ha az oldalrefrakciót számszerűleg meg tudjuk határozni és így eredményeinkből határozást ki tudjuk küszöbölni.

A 4. csoportot képező hibaforrások az észlelő személyétől függenek, az észlelő látási élessége és gyakorlottsága szabja meg a megirányzás és a leolvasás pontosságát.

a) A megirányzás pontossága elsősorban attól függ, hogy az észlelő személy hogyan látja a megirányzott tárgy és az irányzások relatív helyzetét. Az irányzás történhet kettős szállal való közrefogással és az egyes szállal való felezéssel (biszekálással). Mindkét esetben a szimmetriahelyzet minél tökéletesebb megítélése és beállítása az észlelő feladata.

A megirányzás pontosságát a személyi adottságok mellett számos tárgyi körülmény is befolyásolja. Tárgyi adottság pl. az irányzott tárgy alakja, láthatósága, háttere, fénylő vagy sötét, kompakt vagy szórt fényű volta. (Ezek már a pontosságot megszabó külső körülményekhez sorolhatók.) Hengeres alakú tárgyaknál azonban az észlelőnek ügyelni kell a szimmetriakép megítélésénél arra, hogy a henger árnyékos oldala mindig keskenyebbnek látszik, mint a fény felőli.

Tapasztalatok szerint egy jól látszó tárgy egyszerű megirányzásának középhibája (ugyanazon a helyen végzett ismételt irányzások eltéréseiből számítva kb. $\pm 0,5''$ - $\pm 0,6''$ -re tehető.

b) A leolvasás személyi hibája a leolvasóberendezéstől függetlenül különböző lehet, de minden esetben függ a szem szimmetriaérzékétől, továbbá a személy becslőképességétől. A leolvasásnál általában kétféle művelet egyikét kell végezni, vagy egy vonásnál a közepes helyzetű képet megbecsülni.

a főbeosztás legkisebb osztásközében, vagy pedig pontos összeesésbe (koincidenciába) kell hozni két (vagy több) vonást.

A leolvasás pontosságát erősen befolyásolja a beosztás megvilágítása. A leolvasómikroszkóp látómezeje legyen egyenesen világos, de nem fénylő. A különböző megvilágított-ságból eredő bizonytalanságok elkerülése végett célszerű már a mérés előtt is mesterséges megvilágítást alkalmazni.

231.43 Az észlelés módszerei

Az egy pontból kiinduló irányok relatív helyzetét kétféle módon határozhatjuk meg: irányméréssel vagy szögméréssel. A felsőrendű hálózat vízszintes szögeinek meghatározásánál mindkét módszert használjuk.

Irányméréssel a pontból kiinduló irányok által bezárt szögeket olyan módon határozzuk meg, hogy valamelyik - jól látszó, élesen irányozható - pont irányát kezdőiránynak választva, valamennyi pontot balról jobbra haladó sorrendben megirányozzuk és leolvassuk. Ezután a teodolitot második távcsőállásba állítjuk, és ismét elvégezzük a megirányzás és leolvasás műveletét jobbról balra haladó sorrendben. A leolvasás első távcsőállásbeli fok (perc) értéke és a két távcsőállás (perc) másodperc értékeinek számtani középértéke adja az illető irány irányértékét, az így levezetett irányértékek sorozatát nevezzük egy fordulónak. Az egy fordulóban megmért és levezetett irányértékek súlyát egységnek szokás venni. (Ez a súlymegállapítás azonban nem általános, pl. a francia hálózatban egy fordulón az irányok egyszeri - pl. csak oda - mérését értik és ennek súlyát veszik egynek.)

Az iránymérés a felsőrendű hálózatban mindig több fordulón történik. A fordulók, azaz az egyes ismétlések előtt a limbuszkört mindig átállítjuk úgy, hogy a kezdőleolvasások a kör mentén egyenletesen oszoljanak el. Ha s a fordulók előírt száma és $m = 2$ indexen olvasunk le, akkor az elforgatás szögértéke

$$\frac{360^\circ}{m \cdot s} = \frac{180^\circ}{s}$$

Az s számú fordulóban mért egy-egy irány végleges irányértéke az egyes fordulók vonatkozó irányértékeinek számtani közepe.

Az iránymérésnek két előnyét említhetjük a szögméréshez képest. Az egyik az, hogy a megmért irányértékekből különbségként számíthatjuk bármelyik szöveget, és ezek a szögek mindig azonos súlyúak, (bár nem függetlenek egymástól). A másik előny az, hogy összességében kevesebb irányzást és leolvasást kell végeznünk, mint ha szögmérést végeznénk, tehát a módszer gazdaságos.

Az iránymérés hátránya a szögméréssel szemben markánsan az elsőrendű hálózat mérésénél mutatkozik, ugyanis a távoli pontok egyidejűen a legritkább esetben látszanak jól. Elő-

fordulhat, hogy egyetlen forduló mérése alatt hosszabb-rövidebb ideig várni kell, míg jól megirányozható lesz valamelyik pont, és ezalatt megkívánjuk a műszer mozdulatlanságát. A várakozások megtörik a mérés egyenletes sebességét is, ami az állványelcsavarodás kiküszöbölését teszik kérdésessé. Összességében az iránymérés hosszadalmasabbá válhat, mint a szögmérés.

Az irányméréseknél - még ha ismétlő rendszerű teodolittal is végezzük méréseinket - figyelemmel kell lenni a limbuszegyűttmozgásra. E hibaforrás kiküszöbölésének szokásos módszerét - azt, hogy az alhidádét állandóan balról jobbra forgatjuk - már a hibaforrás tárgyalásánál megismertük. Egy másik, ide tartozó módszert nálunk vezettek be a kitöltő hálózat iránymérései folyamán.

A módszer lényege az, hogy az egyes fordulókat - a limbusz megfelelő ($180^\circ/s$) elforgatása után - mindig más kezdőiránnyal mérjük, azaz a sorozat irányait sorrendben kezdőiránynak választjuk. Ha a fordulók száma (s) nagyobb, mint az irányok száma (k), akkor bizonyos szabályok szerint újból végighaladunk az irányokon. Kimutatható, hogy ha az irányok egyenletesen oszlanak el a kör mentén, akkor a limbuszegyűttmozgásából származó hiba kiesik. Ha az irányok eloszlása nem egyenletes, akkor is a bennmaradó hibarész csak töredéke az eredetinek.

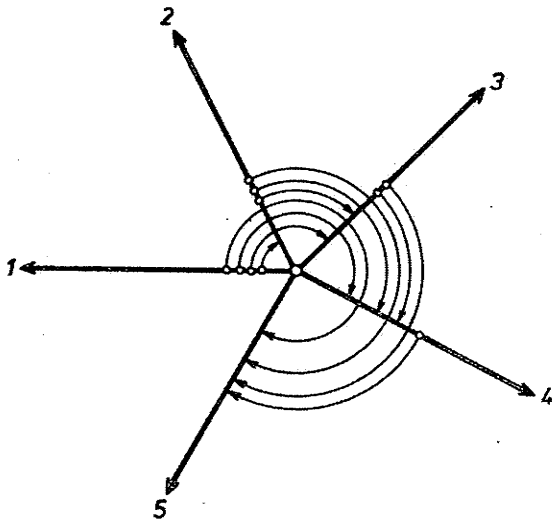
Irányméréskor mindig arra kell törekedni, hogy valamennyi mérendő irányt egy sorozatba foglaljuk. Az elsőrendű hálózatban ez mindig lehetséges is, a másod- és harmadrendű hálózatban azonban az egy állásponttól mérendő irányok száma igen nagy lehet. Egy sorozatban viszont nyolc iránynál többet - a menet közben fellépő szabályos és véletlen hibák miatt - nem ajánlatos mérni. Sok irány esetén a mérést két (vagy több) sorozatban végezzük. Az irányokat feloszthatjuk úgy, hogy a szomszédos sorozatok (szektorok) két szélső iránya azonos legyen, de úgy is eljárhatunk, hogy közös irányokkal (legalább hárommal) biztosítjuk a sorozatok összefüggését. Ha valamely forduló az összes irányt magába foglalja, akkor teljes, ellenkező esetben csonkafordulóról beszélünk.

A szögmérés művelete azt jelenti, hogy az egy pontból mérendő irányok közül kiválasztunk kettőt, és a köztük levő szöveget mérjük meg egyidejűleg. Egy forduló mérése tehát rövid ideig tart, az állványelcsavarodás csak igen kis hibát okozhat, továbbá módunkban áll az éppen jól látszó pontokat mérni. Ezek a szögmérés előnyei az irányméréssel szemben.

A szögmérés hátránya viszont az, hogy a közvetlenül mért szögek súlya ugyan egyenlő, de az összegzéssel vagy kivonással képzetteké már kisebb. Ennek a hiányosságnak a kiküszöbölésére többféle szögmérési módszert vezettek be.

a) A minden kombinációban való szögmérés az említett hátrányon úgy segít, hogy megméri mindazokat a szögeket, melyeket a pontból kiinduló k számú irány bezár, kivéve a 360° -ra kiegészítő szögeket (231.43.1 ábra). Így tehát minden

szög egyforma súlyú lesz, (természetesen minden szögnél a mérési fordulók számát azonosan választottuk meg). Mivel k irány minden kombinációban $\frac{k}{2}(k-1)$ szöget zár be, könnyen belátható, hogy - az irányméréssel összehasonlítva - a mérési munka igen megnövekszik.



231.43.1 ábra

Az elvégzett mérésekből valamely szögre k irány esetén $(k-1)$ különböző értéket tudunk előállítani úgy, hogy egy ezekből a közvetlen mért érték, $(k-2)$ pedig az egyéb mért értékekből összegként vagy különbségként kiszámítható értékek. Ha minden szöget s fordulóban mértünk, akkor az állásponttól kiinduló bármely két-két irány által bezárt szög súlya:

$$p_{\text{szög}} = s + \frac{s}{2}(k-2) = \frac{sk}{2}$$

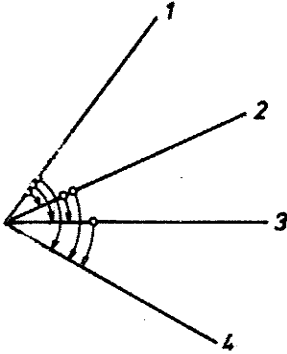
tehát függ az irányok számától. Ez igen nagy hátrány, mert így a szögek súlya álláspontonként más és más lesz, tehát a hálózat szögeire kapott értékek különböző súlyúak lesznek.

b) A Schreiber-féle szögmérés segít ez utóbb leírt hátrányon. Ugyanis a hálózat egészére vonatkozóan előre felveszi az irány súlyát:

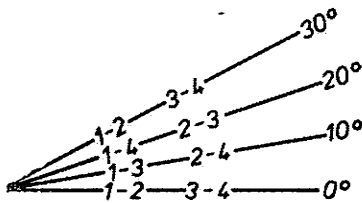
$$p_{\text{irány}} = p_i = sk = \text{konstans}$$

és hogy valamely ponton hány fordulóban kell megmérni a szögeket, az csupán az irányok számától függ. Mivel a fordulók száma egész szám, úgy kell p_i -t felvenni, hogy a gyakorlat-

a előforduló irányszámoknak közös többszöröse legyen. Schreiber nyomán általában $p_i = 24$, mert a leggyakoribb irányszámoknak ($k = 2$ -től $k = 6$ -ig) jól megfelel, csak 5 esetében lesz $p_i = 25$, de még $k = 7$ -nél sem lesz ilyen eltérés ($p_i = 4 \cdot 7 = 28$). (Szoktak még $p_i = 48$ -cal is megköszölni, de ekkor az ismétlések száma indokolatlanul nagy lesz, másutt $p_i = 20$ vagy $p_i = 18$ is használatos.)



43.2 ábra



43.3 ábra

Ugyanannak a szögnek a bal oldali szárát az egyes fordulókban a szegmens nagyságával eltolt körfekvésben mérjük. A különböző irányszámhoz tartozó mérési terveket Schreiber táblázatosan adta meg, a bécsi Katonai Földrajzi Intézet pedig grafikonokba foglalta.

A szögeket természetesen két távcsőállásban mérjük, de hogy a távcső áthajtását és a műszer átforgatását minél kevesebbszer kelljen elvégezni, az oda- és visszaméréseket változtatva végezzük első és második távcsőállásban így a mérés felosztása:

- | | | | | |
|-------------------|-----|--------|-----|---------------------|
| 1. fordulóban oda | I. | vissza | II. | távcsőállásban |
| 2. fordulóban oda | II. | vissza | I. | távcsőállásban |
| 3. fordulóban oda | I. | vissza | II. | távcsőállásban stb. |

A Schreiber-féle szögmérésnek nátránya, hogy igen sok a mérési munka, viszont ezt enyhíti az, hogy a mérésről előre elkészítünk egy tervet és a tervben szereplő mérendő szögeket már tetszés szerinti sorrendben mérhetjük. A mérési terv azt tartalmazza, hogy az s fordulóban mérendő összes szögnek a bal szárára milyen kezdőértéket kell a limbuszon beállítani. A kezdőértékeket nemcsak aszerint változtatjuk, hogy hány fordulóban történik a mérés, hanem aszerint is, hogy a különböző szögek szárát alkotó azonos irány leolvasási helye más-más részére kerüljön a limbusznak. Pl. ha $k = 4$ irányunk

van, amit $s = \frac{24}{4} = 6$ fordulóban kell lemérnünk, akkor a mérendő szögeket (231.43.2 ábra) egymástól $180^\circ/6 = 30^\circ$ -kal eltérő körfekvésben fogjuk megmérni úgy, hogy a 30° -os szegmenst még további $(k - 1) = 3$ (páratlan irány esetén k) részre felosztjuk és így jelöljük ki a különböző szögek bal oldali szárának kezdőértékét

Mint már szó volt róla: az, hogy a szögeket milyen sorrendben mérjük, nincs megszabva. Azt kell mérni mindig, amelyik legjobban látszik. Ha a légköri viszonyok változása miatt a látás az egyik mérendő pont irányában megromlik, akkor ennek mérését abbahagyjuk, és más szögeket veszünk sorra. Így a mérési időt jobban ki tudjuk használni. Ez a szögmérés előnye az irányméréssel szemben.

A Schreiber-féle szög mérés alap gondolata az, hogy a szögek súlya az ismétlések számától függ. A gyakorlatban azonban ez koránt sincs mindig így. A látási és légköri viszonyok sokszor sokkal lényegesebben befolyásolják egy szög megbízhatóságát, mint az ismétlési szám. Így előállhat az az eset, hogy egy irányérték középhibája jóval nagyobb, mint amit a műszerfelszerelés és az ismétlések száma ígér, de az is előfordul, hogy kedvező körülmények között mért, ki nem egyenlített szögekből jobb háromszög-záróhibát kapunk, mint a ki egyenlített szögekből.

A tapasztalatok és különböző meggondolások alapján néhány szög mérési eljárások is kialakultak.

c) A Wild-féle szektormódszert Svájcban már 1910 óta használják. A módszer lényege, hogy a mérendő irányokat szektorokra osztjuk fel úgy, hogy a szektorokat határoló irányok az ún. szektorirányok a legjobban látható irányokból kerüljenek ki. A szektorirányokat külön megmérjük és a szektoron belüli (rendszerint alsóbbrendű) irányokat pedig egy-egy szöggel a szektorirányokhoz kapcsoljuk. Az egyes szögek ismétlési számát úgy vesszük fel, hogy a teljes mérés együttes kiegyenlítéséből kapott középhiba egy előre megadott érték legyen. Ez elég bonyolult számítást jelent.

d) A Schreiber-módszernek azt a hiányosságát, hogy kegy jól látszó pont által meghatározott szög súlyát azonosnak vesszi két rosszul látszó pont által meghatározott szög súlyával, a franciák a közös kezdőirányú szög mérésnek nevezett eljárással akarják megszüntetni. A módszer lényege, hogy megfelelő távolságban létesítenek egy igen jól látszó pontot - a pont nem is része a hálózatnak - és az állásponttól csak e pont iránya és a hálózati pontokra menő irányok közti szögeket mérik meg. Így a megmért szögek minőségét csak a hálózati irány mérhetősége (láthatósága, irányozhatósága) szabja meg, és így ennek megfelelően, szögenként szabhatják meg a szükséges fordulóok számát.

A szükséges fordulóok számát előre nem is lehet megállapítani, viszont minden ismétlés után képezni kell az addig kapott szögértékek számtani közepét, és addig kell folytatni a mérést, míg a számtani középérték egy-egy újabb eredmény hozzáfűzésével (pl. 0,1"-nél nagyobb mértékben) már nem változik. Ez az ún. iterációs szög mérés. Az így kapott középértékek azonos súlyúaknak tekinthetők, akárhánv ismétlés után is érték el.

Mivel a szög mérésének elkezdésekor nem tudjuk még, hogy hány fordulóban fogjuk mérni, ezért a balszögszár kezdőértékeit sem tudjuk a szokásos $\frac{180^\circ}{s}$ kiszámításával megadni.

Ezért a kezdőirányokat úgy adjuk meg, hogy valamely forduló kezdőértéke mindig az előző forduló jobb szögszárának fokperc leolvasási értéke lesz. Az ilyen elrendezésű szögmérést részleges szorzó szögmérésnek nevezik. (Műszere nem szorzó, hanem ismétlő rendszerű teodolit. Legyen pl. az első mérés-kor a bal oldali szögszár leolvasása $0^\circ 0'$, a jobb oldalié $56^\circ 54'$, akkor a következő fordulóhoz a limbuszt $56^\circ 54'$ -cel fordítjuk el.)

e) Ha a hálózat számítása az előre átgondolt terv és a tervnek megfelelően végzett mérés eredményeivel történik, nem eshet meg az, hogy a számításban olyan szögre legyen szükség, amelyet közvetlenül nem mértünk és ezért értékét 2-3 más szögből kell előállítani. Illetőleg ha ilyen eset akad is (például a később megismerendő azimut feltételi egyenletekben), a súlykülönbség figyelembevételétől itt is mentesíthetjük magunkat, ha a feltételi egyenletbe nem a szögek összegét és az ehhez tartozó javítást vezetjük be, hanem az összeget alkotó szögeket külön-külön a maguk javításával. Ez a megfontolás indokolja azt, hogy ma visszatérnek sok helyen arra a megoldásra, hogy a k irány által alkotott egymás mellett fekvő k számú szöget mérik meg. Azaz a 231.43.1 ábra szerint az (12), (23), (34), (45) és (51) szöget. Így minden állásponton egy főlős mérés adódik, tehát a hálózat kiegyenlítésében szereplő feltételi egyenletek száma álláspontonként egy-egy állomásfeltételi-egyenlettel megnő.

231.44 A mérés végrehajtása

A mérés - észlelés - munkálatai három műveletcsoportra oszthatók:

- a) a mérés előkészítésére,
- b) a terepi mérésre,
- c) az észlelési eredmények összeállítására.

Ez a csoportosítás nem jelenti szigorúan a műveletek időbeli sorrendjét is, mivel a gyakorlati végrehajtásnál a teendők összefonódnak. A több napon át tartó mérési idő alatt végzünk előkészítő műveleteket is, de ugyanakkor már megkezdődik a számítás is.

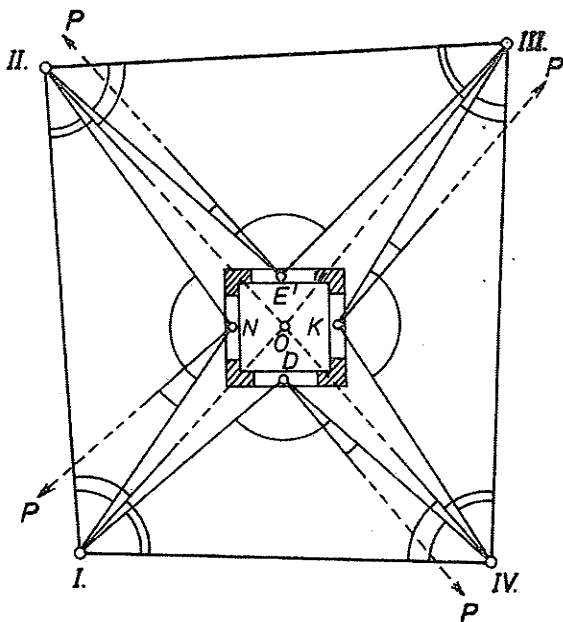
A teljes munka igen sokféle teendőből áll, és számos kisebb részletében - a hálózat rendűsége, a pontok eltérő jellege stb. miatt - hálózatonként különböző lehet. A műveletek részletes felsorolását, a betartandó előírásokat, az irányadó szempontokat a mindenkor és országonként különböző utasítások tartalmazzák. Az általános érvényű elvekkel, szempontokkal a következőkben foglalkozunk.

231.441 A mérés előkészítése

Az irodai előkészítés során a mérendő irányokat össze kell írni, közelítő irányszögüket ki kell számítani, az utasítás előírásainak megfelelő munkavázlatot, meghatározási tervet kell készíteni, össze kell gyűjteni az esetleges térképanyagot és a szemlélés, építés során készült olyan törzskönyvi bejegyzéseket, amelyek hasznosak lehetnek az észlelés munkája szempontjából.

A helyszíni előkészítés legfőbb teendője a műszerállás előkészítése, fényvetítők beállítása. A műszerállás előkészítése torony észlelésekor a pillérek építéséből, gúlákon történő méréskor a központ kijelöléséből és a gúlafő külponthossági elemeinek meghatározásából áll.

Ha külponthossági műszerállásban mérünk, akkor az előkészítés munkájához tartozik a külponthossági elemek meghatározása. Egyszerű az eset, ha a külponthossági elemek, a távolság (r) és a tájékozási szög (ϵ) közvetlenül mérhető. A tornyokban levő műszerállások és fényvetítőállások külponthossága azonban általában csak közvetve mérhető meg. Tekintettel arra, hogy a külponthossági (r) lineáris mértékét milliméter, tájékozási szögét (ϵ) pedig perc pontossággal kell meghatározni, a közvetett meghatározás kényes, hosszadalmas művelet. Leggyakoribb megoldás, hogy a toronytól megfelelő távolságra alapvonalat mérünk, és ennek két végpontjáról a központra és a külponthossági



231.441.1 ábra

állításra mérünk, továbbá a külpontos állásból mérjük az alapvonal látószögét, valamint az egyik - a mérési tervben szereplő - távoli pontot (231.441.1 ábra). A torony körül - ha lehetséges - az alapvonalakat úgy tűzzük ki, hogy egymáshoz csatlakozzanak. Az alapvonalak végpontjait rendszerint állandósítjuk, ezek lesznek egyben a torony őrpontjai is.

Végül az előkészítés során kereső fordulót mérünk, azaz a mérendő irányokat irányszögre állított teodolittal végigvizsgáljuk, és feljegyezzük a megfelelő leolvasásokat. Ez azt a célt szolgálja, hogy a mérés folyamán ne kelljen keresgélni az irányokat, a feljegyzett leolvasásértékek alapján előre ki lehet számítani, hogy a különböző körhelyzetekben milyen leolvasás közelében találjuk meg a pontot. Ha éjjel is mérünk, célszerű a magassági szöget is feljegyezni.

231.442 Mérés a terepen

A tulajdonképpeni mérés végrehajtásának korlátait a választott mérési módszer, a pontossági követelmények, a mérésre alkalmas időszak és napszak határozza meg. E témakörökkel az előzőekben már jórészt megismerkedtünk, csupán néhány általános megjegyzést fűzünk a mérésre alkalmas időpontok kérdéséhez.

A mérésre alkalmas időszak a terület éghajlati adottságaitól függ. Fontos tényezői tehát a földrajzi fekvés (a földrajzi szélesség, tengerektől való távolság, tengerszint feletti magasság), csapadék és szélviszonyok stb. Az ezekbe megnyilvánuló szélsőséges eltérések miatt a mérési időszak is igen különböző lehet.

A mérésre alkalmas időszaknak a mi éghajlatunk alatt mind évi, mind napi kiterjedése igen csekély. Általában májustól szeptember végéig tart, de a nyári nagy melegek idején a látási viszonyok kedvezőtlenebbek, mint az időszak elején és végén. Hosszú, száraz időszak alatt a levegő megtelik párával és finom, lebegő porral, s a láthatárt fátyolszerű köd üli meg, mely a látási távolságot sokszor 5-10 km-re csökkenti. Eső előtt azonban, gyakran néhány óra alatt, a levegő kitisztul, a látás éles, nagy kiterjedésű lesz. Ugyanúgy közvetlenül eső után is. Azt lehet mondani, hogy elsőrendű észlelésre csak az eső előtti és utáni pár nap alkalmas, tehát átlagos időjárású évben 2-3 hetenként 2-3 nap.

Ismert dolog, hogy tiszta időben sem lehet egész napot mérni. Sík vidéken észlelésre a reggeli órák nem alkalmasak, délben pedig erős a légrezgés. Nagyjában 3 órával napnyugta előtt válik alkalmassá az idő a felsőrendű mérésre és tart a napnyugtát megelőző fél óráig. Ekkor az erős pára-ki-csapódás következtében beálló léglengés miatt kell megszakítani a mérést. Napnyugta után kb. egy órával nyugalmasabb időszak következik, mintegy 2-3 óra hosszat lehet mérni, de éjjel felé a lehűlés már közel párateltté teszi a levegőt és a fénypontok szétfolyó, mozgó vörös folttá válnak. Ez az ál-

lapot najnalig meg is marad, és a refrakció szempontjából is igen kedvezőtlen.

A mérésre alkalmas időszaknak úgy évi, mint napi kiterjedése csekély, éppen ezért vezették be a jobb időkihasználás végett az éjszakai mérést.

Eredetileg a cél az éjszakai mérésekkel az volt, hogy az oldalrefrakció okozta hibát csökkentjük, de a sok és kiterjedt kísérlet azt mutatta, hogy az éjszakai mérések önmagukban nem kedvezőbbek a refrakció szempontjából. Ha az éjszakai mérések önmagukban nem is kedvezőbbek, a nappali mérésekkel keverve mégis jobb eredményeket adhatnak, mert az eltérő légköri viszonyok mellett az oldalrefrakció okozta szabályos hiba véletlen jellegűvé válhat és a mérési eredmények középértékében a hiba hatása mérséklődhet. A legnagyobb valószínűsége annak, hogy a refrakció okozta hiba kiegyenlítődik akkor van, ha a mérések derült és borult napokra oszlanak meg. Egyébként a tapasztalat szerint derült időben, erős szélben legjobbak a mérések. A műszerállvány stabilitása tehát rendkívül fontos, különben éppen a legkedvezőbb észlelési napok esnek ki.

Tájékoztatásul megjegyezzük, hogy a mi időjárési viszonyaink mellett egy elsőrendű pont méréséhez 20-25 naptári nap szükséges, egy másodrendű pont mérése 10-14 napig, egy harmadrendű 1-5 napig tart. E teljesítmények magukba foglalják a műszerállás előkészítésének munkáját is, magának a mérésnek ütemére viszont jellemző, hogy egy-egy irány két távcsőállásban való egyszeri megmérése 0,8 - 1,1 percet vesz igénybe.

A pontossági követelmények betartása végett igen nagy gondot kell fordítani a műszer kezelésére. A pontraállítás minden nehézség nélkül milliméter pontossággal elvégezhető.

Ha sima felületű pilléren mérünk, vagy ha műszerünk talpa nincs felszerelve karmokkal ellátott alátétlemezzel, célszerű a műszert kevés gipsszel lerögzíteni. Napsütés ellen a műszert ponyvával, vagy ernyővel kell védeni. Ügyelni kell arra, hogy a mérés egyenletes sebességgel történjék.

Ismétlések előtt meg kell győződni arról, hogy az állótengely függőlegessége nem változott-e, s ha igen, akkor a függőlegessé tételt újból el kell végezni. A megirányzásnál a kettős szállal való közrefogás az ajánlatos, és a függőleges szál esetleges ferdeségének kiküszöbölése végett úgy kell a megirányzást végezni, hogy odaméréskor a tárgy képe a vízszintes szál felett legyen, visszaméréskor pedig alatta, vagy fordítva. Nem szabad a paránycsavart ide-oda csavargatni, hanem meg kell becsülni a pont és a szálak látszó távolságát, és a megirányzást egyetlen mozdulattal kell elvégezni. Ha nem sikerült, kicsavarjuk a paránycsavart, és a műveletet megismételjük. A megirányzást mindig úgy kell végezni, hogy a paránycsavar befelé, a rugó ellenében hasson.

A leolvasásokat a jegyzőkönyvvezetőnek hangosan, tagolva kell diktálni, és meg kell követelni, hogy az értékek a jegyzőkönyvbe írásakor visszamondja a leolvasásokat.

A mérési jegyzőkönyvet igen gondosan kell vezetni, hiszen ez őrzi a mérési eredményeket. A jegyzőkönyv vezetésekor az kell legyen az irányadó szempont, hogy a feljegyzésekből bárki, bármikor nehézség és bizonytalanság nélkül megállapíthassa a mérés minden adatát, a mérés körülményeit akkor is, ha más forrásból nem ismeri, a pontokon nem járt, helyi ismeretei nincsenek.

A jegyzőkönyv vezetésekor mindig pontosan és részletesen le kell írni, kis vázlatot kell készíteni arról, hogy honnan, milyen műszerállásból mit mértünk. Tehát nem elég a pont helyének vagy számának feltüntetése, hanem ki kell írni, hogy a mérés központban, pilléren, vagy műszeroszlopon, esetleg külpontos állásból történt-e. Ez utóbbi esetben a vázlaton is feltüntetendők a külpontosági elemek. Az irányzott pont száma alá be kell írni az irányzott hely pontos megjelölését (pl. henger, fekete láda, gúlafő középrúdja, (D - i) toronycsúcs stb.), és ez alá kis rajzot kell készíteni az irányzott hely megjelölésével. Ha külpontos a jel, akkor a jegyzőkönyvben utalni kell arra, hogy a külpontoság elemei hol vannak feljegyezve.

A jegyzőkönyvben mindig fel kell tüntetni az észlelő nevét, a használt műszer típusát és számát, a mérés időpontját (dátum, óra perctől, óra percig) és körülményeit (légköri, látási viszonyokat).

231.443 Az észlelési eredmények összeállítása

Az észlelési eredmények összeállításának célja a műszerálláspont központjáról a jel központjára menő irányértékek képzése, az ún. szögkivonat előállítása. E feladatot a mérést kiegészítő segédszámítások elvégzésével oldjuk meg. Az elvégzendő számítások a következők lehetnek:

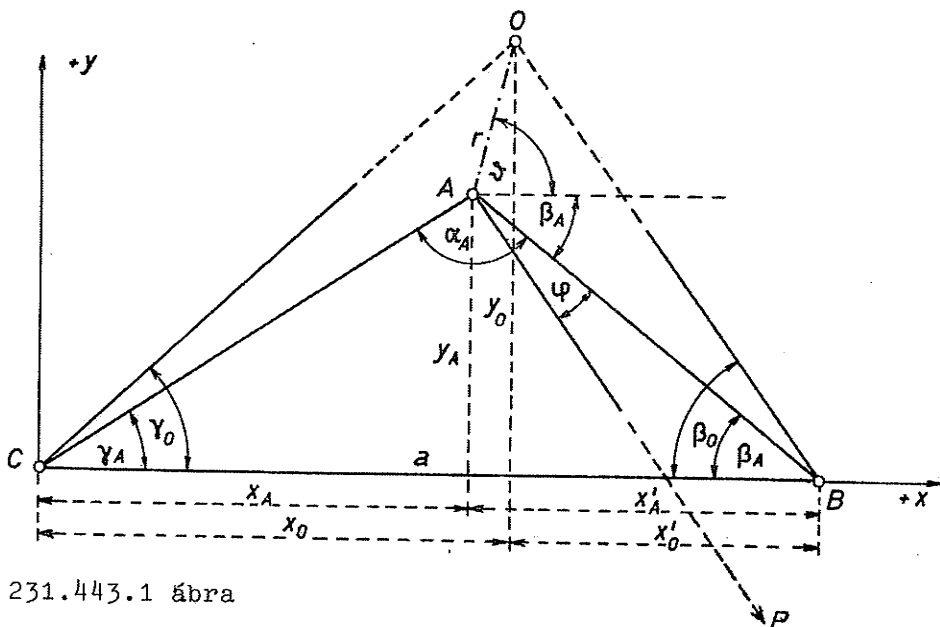
- a) a műszerállásról az irányzott jelre menő irányérték képzése,
- b) a külpontosági elemek számítása, amennyiben közvetett úton határoztuk meg őket,
- c) a központosítási javítások számítása és a mért irányértékek megjavítása a központosítási javításokkal,
- d) állomáskiegyenlítés vagy több sorozatban (szektorban) végzett mérés esetén a sorozatok (szektorok) egyesítése.

A műszerállásról az irányzott jelre menő irányérték képzését már a méréssel párhuzamosan el kell kezdeni. A jegyzőkönyvvezető egy-egy forduló végigmérése után kiszámítja távcsőállásonként a két leolvasás számtani közepét, majd elvégzi minden egyes fordulóban távcsőállásonként a nullára forgatást. A két távcsőállás középértékét képezve fordulónként módunkban áll mérlegelni az eredmény elfogadható voltát. Ha valamelyik forduló eredménye a megengedettnél nagyobb mértékben tér el a sorozattól, akkor az illető forduló mérést meg kell ismételni. Végül az elfogadott fordulók szám-

tani középértékét képezve megkapjuk az irányérték végleges mérési eredményét. Ez az érték a továbbiakban még különböző javításokat kaphat.

A külpontossági elemeket - úgy mint a külpontosság lineáris mértékét (r) és a külpontosság tájékozási szögét (ϵ) - abban az esetben kell kiszámítani, ha közvetlenül nem lehetett megmérni. Leggyakrabban toronymérés alkalmával találkozunk ezzel a problémával. Erre két megoldás szokásos: az alapvonalas (ez a gyakoribb) és a segédpontos.

Az alapvonalas módszer lényegét, elrendezését az előzőekben (a 231.441 pontban) már ismertettük. Kiragadva a teljes rendszerből az egyik ablakbéli műszerállást és a hozzá tartozó alapvonalat (231.443.1 ábra) a számításokat (ablakonként) a következőkben leírtak szerint végezzük. Az ábrán O a toronyközpontot (toronycsúcsot), A az ablakbéli műszerállást, B és C az alapvonal két végpontját, P valamelyik irányzott pontot jelöli.



231.443.1 ábra

Az alapvonalat egy helyi koordináta-rendszer $+x$ tengelyének tekintjük, és vegyük fel erre merőlegesen a $+y$ tengelyt, a koordináta-rendszer kezdőpontja legyen a C pont. E koordináta-rendszerben számítsuk ki A és O pontok koordinátáit.

$$y_A = a \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_A + \operatorname{ctg} \gamma_A} \quad x_A = y_A \operatorname{ctg} \gamma_A \quad (1)$$

$$y_0 = a \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_0 + \operatorname{ctg} \gamma_0} \quad x_0 = y_0 \operatorname{ctg} \gamma_0 \quad (1)$$

Ellenőrzéshez számítandó:

$$x'_A = y_A \operatorname{ctg} \beta_A \quad 2$$

$$x'_0 = y_0 \operatorname{ctg} \beta_0$$

Ellenőrzés:

$$x_A + x'_A = x_0 + x'_0 = a \quad (3)$$

Számítsuk ki AO irányszögét és távolságát:

$$\vartheta = \operatorname{arctg} \frac{y_0 - y_A}{x_0 - x_A} \quad (4)$$

$$r = \frac{y_0 - y_A}{\sin \vartheta} = \frac{x_0 - x_A}{\cos \vartheta}$$

Az r értékkel a külpontosság lineáris értékét kaptuk meg,
az ε_P pedig a következők szerint számítandó:

$$\varepsilon_P = \vartheta + \beta_A \pm \varphi_P \quad 5$$

Jelen esetben az ábrának megfelelően $x_A < x_0$ és φ pozitív. (A φ szög előjele akkor pozitív, ha az AP irány a φ szög jobb szára, ha AP a φ szög bal szára, akkor előjele negatív.)

Ha $x_A > x_0$, akkor

$$\xi = 180^\circ - \vartheta + \beta_A \pm \varphi \quad (6)$$

összefüggés szerint kell a külpontosság szögértékét kiszámítani.

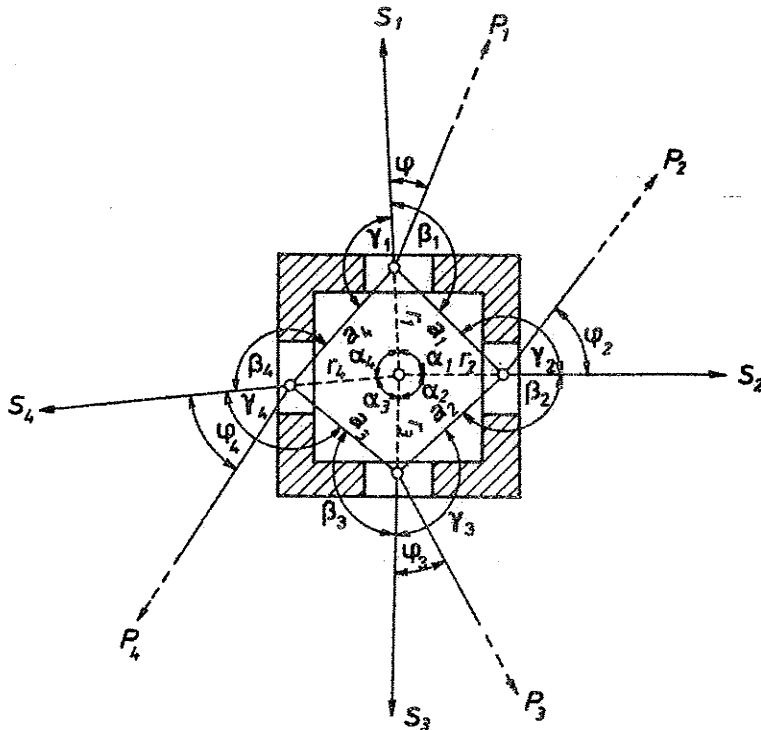
A segédpontos módszer (231.443.2 ábra) akkor alkalmazható, ha a toronyablakokban kijelölt műszerállások távolsága (a_i) a szomszédos ablakok közt megmérhető, továbbá teodolittal mindkét szomszédos ablak álláspontját meg lehet irányozni és leolvasni (γ_i, β_i). Ha e feltételek teljesíthetők, akkor a toronytól bizonyos távolságra (S) segédpontokat jelölünk ki. A segédpontokra felállítjuk a teodolitot és a toronycúcsot levetítjük az ablakokra, ezzel jelöljük ki az ablakpárkányon (pilléren) a műszerállások helyét. Az ábrán jelölt $\beta_i, \gamma_i, \varphi_i, a_i$ adatokat lemérve kiszámítható:

$$\alpha_i = \beta_i + \gamma_{i+1} - 180^\circ \quad (7)$$

és ezzel:

$$r_i = \frac{a_i}{\sin \alpha_i} \sin \gamma_{i+1} = \frac{a_{i-1}}{\sin \alpha_{i-1}} \sin \beta_{i-1} \quad (8)$$

a külpontosság lineáris értékei.



231.443.2 ábra

Ha a segédpontra menő irány a φ szög jobb szára, akkor:

$$\epsilon = 180^\circ - \varphi_i$$

ha pedig a bal szára, akkor:

$$\epsilon = 180^\circ + \varphi_i$$

egyszerű összefüggéssel számítható a külpontosság szögértéke

A központosítási javítások számítása egyszerű feladat akár a műszerállás, akár a jel, akár mindkettő külpontos volt. A központosítási javítások számítására a már ismert

$$\eta'' = \varrho'' \frac{r}{t} \sin \epsilon \quad (9)$$

képlet szolgál, ahol a t távolság központtól központig értendő. A (9) alatt felírt képlet közelítő. Szigorúan véve

$$\sin \eta = \frac{r}{t} \sin \epsilon \quad (10)$$

képletből kellene számítanunk a központosítási javítást. Kérdés, hogy mekkora r érték mellett okoz a (9) összefüggés használata $0,001''$ -nél nagyobb elhanyagolást. Bizonyítható, hogy $\epsilon = 90^\circ$ mellett $t = 20$ km irányhossz esetén csak akkor lépjük túl a $0,001''$ -et, ha $r = 62$ m. Ilyen mértékű külpontosság a gyakorlatban nem igen fordul elő. Más megfogalmazásban, ha η értéke a $15'$ értéket meghaladja, akkor a központosítási javítást a (10) képlettel kell számítani.

Egy másik kérdés a kettős központosítással kapcsolatban merülhet fel, vagyis az esetben, amikor mind a műszerállás, mind a jel külpontos. Ha kettős központosítást kell végeznünk, akkor a szokásos eljárás az, hogy először a műszerállást központossá tesszük (belső központosítás), majd a jelet (külső központosítás), de eljárhatunk fordítva is. A kérdés abban rejlik, hogy az egyik központosítást elvégezve változik-e a második központosításhoz felhasználandó t és ϵ olyan mértékben, hogy az az η értékében nem elhanyagolható változást okoz. A kérdést megvizsgálva: az ϵ értékét akkor kell javítani az első központosításból kapott η -val, ha η meghaladja a per cent értéket; és t távolság változását akkor célszerű kiszámítani, ha nagy r érték mellett a t viszonylag rövid.

Állomáskiegyenlítést kell végeznünk minden olyan esetben, amikor valamely állásponton fölös mérési eredményünk van. Iránymérést végezve a több fordulóban megmért teljes fordulókat kiegyenlítését a közvetítő mérések kiegyenlítésének módszerével (II. kiegyenlítési csoporttal) végezhetjük. Szögmérést végrehajtva - ha fölös számú szöget mérünk, és ez az eset a Schreiber-féle szögmérésnél - mérési eredményeinket többféleképpen egyenlíthetjük ki: vagy a közvetlen mérések feltételekre kiegyenlítési módszer (III. kiegyenlítési csoport) szerint, amikor is a közvetlenül mért és a két szögből képzett szögértékek egyenlőségét fejezzük ki a feltételi egyenletekkel, vagy kiegyenlíthető a közvetítő mérések kiegyenlítési módszere szerint is kétféleképpen. Az egyik megoldásnál a kezdőiránnyal alkotott szögek, a másik megoldásnál pedig az irányértékek a keresett mennyiségek. Szokásos a mért és a számított szögek súlykülönbsége szerint a súlyozott középértékekben meghatározni a kezdőiránnyal alkotott szögeket.

Tehát akármilyen módszerrel is mértünk, az állomáski-
egyenlítés elvégzésével valamely állásponttól minden megmért
irányra egyetlen, legvalószínűbb irányértéket állítunk elő.

Az egymáshoz csatlakozó sorozatok (szektorok) egyesíté-
sének módja a horizontzárás. Ha ugyanis a szektorok szélső
irányai által bezárt szögeket összeadjuk, akkor az összeg cse-
kély mértékben el szokott térni 360° -tól. Az eltérést hori-
zont-záróhibának nevezzük. A záróhibát (kiegyenlítésszerű
művelettel) az egyes szektorokra osztjuk el úgy, hogy csak
a csatlakozó irányértékeket javítjuk meg, a szektorok közben-
ső irányértékeit változtatás nélkül meghagyjuk.

Az egymást részben átfedő sorozatok (a csonka sorozatok)
egyesítése az összeforgatás. Elvégzése egy közelítő kiegyen-
lítési eljárással történik, az Engel-féle módszerrel. Az el-
járás részleteit a "Kiegyenlítő számítás" c. tantárgy ismer-
teti.

Azt, hogy a három műveletet: a központosítást, az állo-
máskiegyenlítést, a horizontzárást (vagy az összeforgatást)
milyen sorrendben kell elvégezni, azt az adott helyzet szab-
ja meg. Ha toronyablakból végeztünk pl. Schreiber-féle szög-
mérést vagy több fordulóban iránymérést, akkor először az ál-
lomáskiegyenlítést végezzük el, azután központosítunk és vé-
gül a horizontzárást végezzük el. Ha egy külpontos állásból
például három csonkasorozatot mértünk, akkor először végre-
hajtjuk az összeforgatást és ezután a központosítást. De ha
a közös irányok közül egyeseknél az egyik sorozatban a köz-
pontos jelet, a másik sorozatban külpontos fényt irányoztunk,
akkor előbb a központosítást kell elvégezni, hogy a közös
irányok valóban azonosak legyenek, s csak ezután kezdhetünk
az összeforgatáshoz.

Az állomáskiegyenlítést rendszerint az észlelési jegy-
zőkönyvben végezzük el, a többi műveletet (központosításokat,
összeforgatást, horizontzárást) egy külön nyomtatványban: a
szögkivonatban. Ennek rendeltetése az irányok végleges (te-
hát központról központra menő) irányértékeit pontonként ösz-
szefoglalni. A szögkivonat tehát feltünteti az álláspontot
annak részletes megjelölésével, az egyes mért irányértékeket
az irány nevének pontos leírásával, majd következnek a mérési
eredménnyel végzett egyes műveletek (központosítási javítá-
s, horizontzárási javítás stb.) úgy, hogy a végleges irány-
értékek keletkezése nyomon követhető legyen. A szögkivonat
tehát a végleges mérési eredményeket nyilvántartó okmány,
a mérési eredmények őrzője a további számítások számára. A
szögkivonatot mindig a törzskönyvi laphoz kell csatolni.

231.45 Az észlelés pontosságának mérlegelése

Mérésünk megbízhatóságát nyomban az egyes fordulók le-
mérése után mérlegeljük. Ha ugyanazon forduló két távcsőál-
lásának különbsége közel állandó, akkor a mérést jónak minő-
síthetjük.

Ha irányonként kisebb ingadozásokat tapasztalunk a két távcsőállás különbségében és ez az ingadozás több fordulón keresztül azonos jellegű, akkor méréseink még mindig jók, mert ez esetben a magassági szög cosinusa szerint változó kollimációhibáról, az irány hosszától függő első és második járulékos kollimációhibáról és a magassági szög tangense szerint változó fekvőtengelyhibáról lehet szó, e hibák hatása együttesen jelentkezik a két távcsőállás különbségében és hatásuk a két távcsőállás (perc) másodperc értékeinek középértékéből kiesik.

Ha azt tapasztaljuk, hogy a távcsőállások különbsége határozott változást mutat - nő vagy fogy - a sorozat irányainak sorrendjében, akkor állványforgásra kell gyanakodni és ezért fokozottabban kell ügyelni az oda-visszamerés egyenletes sebességére és nem szabad sok irányt foglalni egy sorozatba.

Az irányingadozás okai lehetnek még: az illető irány mentén levő különleges, változó légköri állapot, és az irányzás és leolvasás véletlen jellegű hibái is.

A távcsőállások középértékeit irányonként képezve, és minden fordulókat a $0^{\circ}0'0''$ értékű kezdőirányra vonatkoztatva megállapítható, hogy az egyes fordulók milyen mértékben térnek el az összes forduló középértékétől.

Igen sokat vitatott kérdés, hogy mit kell tenni, ha egyes fordulók a középértéktől erősen eltérő értékre vezetnek. Egyes vélemények szerint ezt a fordulót ki kell hagyni, újból le kell mérni és az ismétlésből nyert értéket kell a középértékképzésbe bevonni. Más vélemény szerint a kiugró értékek is mérési eredmények, a többiekkel egyforma megbízhatóságúak, tehát felhasználandók még akkor is, ha a forduló mérését megismételtük, s így az előírtnál több érték kerül be a középértékképzésbe.

Mindkét vélemény helyes lehet adott esetben. Ha a mérést kedvezőtlenebb körülmények között (ködös időben, igen erős szélben, erős rezgés mellett) végezzük, s ekkor kapunk kiugró értéket, akkor indokolt a sorozat elvetése és újbóli mérése. Ha azonban a körülmények nem rosszabbak, mint máskor, vagy épp rendkívül kedvezők a látási viszonyok, s még a kiugró forduló értékeit is meg kell tartani. Ilyenkor ellenőrzésképpen célszerű őket újból megmérni, vagy a többi fordulót is megismételni, és ha ezek a megelőzőkkel közel azonos eredményekre vezettek, valamennyi fordulót fel kell használni.

Azt, hogy a különböző fordulóknak kapott irányértékek eltérései meddig tekinthetők elfogadhatóknak, természetesen a méréssel kapcsolatos utasítások szabják meg, s így országonként különböző hibahatárok vannak előírva. Például a harmadrendű hálózatra vonatkozó utasítás szerint a mérés akkor elfogadható, ha a fordulók középértéke és az egyes fordulók között egyik iránynál sincs $+3''$ -nél nagyobb eltérés.

Az elsőrendű hálózat mérési munkáinál a pontossági követelményt a Schreiber-féle állomáskiegyenlítésből kapott irányközépheba nagysága szerint szabták meg, s

$$\mu_i = \sqrt{\frac{2 [vv]}{sk(k-1)(ks-2)}} \quad (1)$$

képletből számított μ_i irányközéphiha nem lehetett több $\pm 0,6''$ -nél. A képletben v az irányjavítást, k az irányok száma a fordulókat jelenti. További előírás volt, hogy egyetlen v irányjavítás sem lehet több $1''$ -nél, a háromszög szögzáróhibája pedig (a szögfelesleg levonása után) $2''$ -nél.

A horizontzárásnál megengedhető legnagyobb záróhiba a szektorok (műszerállások) számával függ össze. Például nálunk elsőrendű ponton a záróhiba legfeljebb $1,5''\sqrt{M}$ és harmadrendű ponton $2''\sqrt{M}$ érték lehet, ahol M a műszerállások számát jelenti.

Egész hálózatrészek lemérése után ki szokás számítani az ún. Ferrero-féle szögz középhihát a

$$\mu_F = \pm \sqrt{\frac{[\omega\omega]}{3n}} \quad (2)$$

összefüggésből, ahol ω (a szögfelesleg levonása után) a háromszög záróhibája, n pedig a háromszögek száma. A Ferrero-féle szögz középhiha jól jellemzi a hálózat szögmérésének megbízhatóságát, korszerű hálózatban $\pm 0,4''$ - $\pm 0,6''$ között van.

232. A hálózat méretének meghatározása

A 21. fejezetben említettük, hogy a háromszögelési hálózat szögeinek megmérésével csak a hálózat geometriai alakját határozzuk meg, kiterjedésének, az egyes pontok távolságának meghatározása végett elméletileg egy - de a hibák halmozódása, tovaterjedése miatt több - háromszögoldal hosszát kell meghatározni. A megmért hosszúságú háromszögoldal a hálózat kezdőoldalának nevezzük.

A geodéziában a távolságmeghatározásra vagy közvetlen vagy közvetett mérési módszert alkalmaznak. A közvetlen távolságmeghatározást nevezzük hosszmérésnek, a közvetett pedig táv mérésnek.

A hosszmérő eszközökkel való méréskor a mérőeszközön kijelölt alaphosszúságot közvetlenül hasonlítjuk össze a megméréendő távolsággal. Századunkban, az ötvenes évekig a háromszögelési hálózatok méretét kizárólag hossz mérő eszközökkel, közvetlen úton határozták meg.

A távmérés műszerei közül a háromszögelési hálózatok méretének meghatározása szempontjából forradalmi változást a hullámfizikai elven működő ún. fizikai távmérők hoztak. Az addig körülményesen, hosszadalmasan - és emiatt csekély számban - végzett hossz méréseket a távméréssel váltották fel, ennek megfelelően a megmért háromszögoldalok száma ugrásszerűen megnövekedett, sőt olyan hálózatrészek is születtek, amelyben csak a pontok távolságát mérték meg és a háromszögek (diagonálisok) belső szögeit nem. (Az ilyen hálózatot trilaterációs hálózatnak nevezzük.)

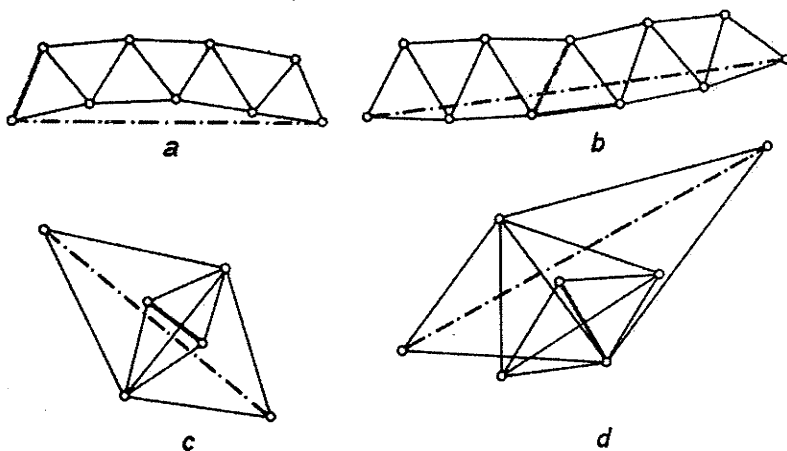
232.1 A kezdőoldal meghatározása hossz-méréssel

232.11 Az alapvonal-fejlesztő hálózatok

A hossz-mérés nehézsége miatt még csak a kezdőoldal teljes hosszát sem mérték meg közvetlenül, hanem egy rövidebb vonalnak, az ún. alapvonalnak (bázisnak) a hosszát. Ebből a kezdő háromszögoldal hosszát ún. alapvonal-fejlesztő hálózattal vezették le. A levezetett kezdőoldalt fejlesztett oldalnak nevezzük.

Az alapvonal-fejlesztő hálózatnak az idők folyamán két alapformája alakult ki (232.11.1 ábra). Az ábrán az a) és b) jelűt rácsos hálózatnak, a c) és d) jelűt rombuszos hálózatnak nevezzük. A rácsos hálózat lehetőleg egyenlő oldalú háromszögekből álló láncolat, amelyben vagy az egyik szélső vagy valamelyik középső oldal a megmért alapvonal. A fejlesztett oldal mindig a két legtávolabbi pont távolsága. A rombuszos hálózat egy vagy több egymásba épített teljes négyszögből áll, c) egy kettős d) egy hármas áttételű rombuszos hálózatot ábrázol. A négyszögekben rendszerint a rövidebb átló az, amelyet közvetlen megmértünk (vagy megelőző négyszögből már levezettünk), és a hosszabb átló a keresett, végül is a fejlesztett oldal két végpontja valamelyik elsőrendű háromszögoldal két végpontjával azonos. Az alapvonal b hosszának és a kifejlesztett oldal B hosszának aránya az N nagyítási viszony:

$$\frac{B}{b} = N$$



232.11.1 ábra

Természetes, hogy a kifejlesztett oldalnak az alapvonal-mérésből eredő hibája az alapvonal hibájának N -szerese. A fejlesztett oldalt azonban a fejlesztőhálózat szögméréséből eredő hibák is terhelik, mégpedig jelentős mértékben. E jelenségnek tulajdonítható az a törekvés, hogy igyekeztek N értékét minél kisebbre leszorítani.

232.12 Az alapvonalmérés története

Az alapvonalmérés kezdetei azonosak a háromszögelés kezdetével, hiszen minden háromszögelési láncolatnak, hálózatnak a méretét is meg kell határozni. Snellius 1615-ben mérte az első, mintegy 350 m hosszú alapvonalat a fokmérés céljára végzendő háromszögeléséhez. Az igen rövid alapvonalat rombuszos hálózattal nagyította fel és a levezetett háromszögoldal hosszát további alapvonal mérésével ellenőrizte. Magát az alapvonalmérést 2 toise ($\sim 3,898$ m) hosszú farudakkal végezték, a rudakat kihúzott zsinór mentén a földre fektették és végüket összeérintve haladtak tovább.

1669-ben Picard még mindig ugyanezt a mérőfelszerelést használta a Párizs közeli meridiánív mérésekor, de az alapvonal mérését már kétszer végezte el. A fából készült mérőlécek méretüket a hőmérséklet és a nedvességtartalom változására nehezen követhető módon változtatták, ezért 1683-tól a mérőléceket 4 láb hosszú, fémből készült rúddal rendszeresen összehasonlították. Időközben az alapvonalmérést sokféleképpen finomították, a mérőrudakat elegyengetett, döngölt földre fektették, a mérőpálya magasságkülönbségeit lépcsőzetes kiépítéssel küzdötték le, a zsinórt levert cövekek, karók között feszítették ki, az egyenesbe intést távcső segítségével végezték.

Az 1735-től kezdődő perui és lappföldi fokmérések idején továbbfokozták az alapvonalmérés pontosságát. Ebben az időben alkalmaztak először fémből készült mérőrudakat. A rudak végét vízszintes, illetve függőleges élben végződőre készítették, így ütköztetésnél azok csupán egy pontban érintkeztek, a rudakat libellával állították vízszintesre és naponta akár többször is összehasonlították hosszukat a normál fémrúddal. Menetközben mérték a hőmérsékletet is, de hőmérsékleti korrekciót nem számítottak. Végül az egész mérést többször is megismételték. 1740-ben Cassini 3 nap alatt egy 9251 toise hosszú alapvonalat mért le Franciaországban és ennél a mérésnél már hőmérsékleti korrekciót is alkalmaztak.

1769-ben - amint a 22. fejezetben már szó volt róla - Magyarországon is elvégezték az első két alapvonal mérését fokmérések céljára. Az alapvonalak méréséhez Liesganig a bécsi jezsuitakollégium jól kiszáradt tetőgerendáiból készített mérőrudakat.

A XVIII. század közepétől új mérési módszert dolgoztak ki, az ún. hézagmérést, amikor is a lefektetett léceket nem ütköztették, hanem a köztük hagyott hézagot mérték le szélső pontossággal. A hézag lemérésére sokféle megoldást dolgoztak

ki: körző és transzverzális lépték használata, mérőék használata, a rúd végére szerelt nóniuszos tolóka használata stb.

A mérőrúd hőmérsékletének minél pontosabb meghatározása végett a higanyos hőmérőt a rúd testébe építették be. A század végén pedig a francia Borda megalkotta az ún. bimetallikus mérőrudat, aminek a lényege az, hogy két olyan fémből készítette a mérőrudat, amelyeknek a hőtágulása erősen különböz. Az egyik fémből (pl. vasból) készült maga a mérőrúd, és a másik fémből (pl. rézből) készített rudat csak az egyik végén (vagy a közepén) rögzítették az alatta levő mérőrúddhoz, így mindkét fémrúd szabadon változtathatta méretét. Az alsó és a felső rúd közötti hosszkülönbség a hőmérséklettől függ, mértékét megfelelően kiképzett élek között ékkel, vagy nóniuszos tolókéval megmérték és ebből következtettek a mérőrúd tényleges hőmérsékletére. A XIX. század folyamán többen, többféle fém-pár alkalmazásával szerkesztettek ilyen mérőrudakat (Bessel 1834, Brunner 1878, Repsold 1882), sőt olyan megoldás is született (Colby 1827), hogy a két fémrúddhoz mindkét végén csuklós szerkezetet illesztettek, és a csuklók távolságának megfelelő megválasztásával elérhető volt, hogy a csuklós rudacsokkák végén levő végvonások távolsága nem változott a hőmérséklet változásával.

A XIX. sz. első évtizedeiben kezdték kialakítani az optikai koincidenciás mérőfelszerelést (1815 Hassler, 1824 Ibanez), aminek a lényege abból áll, hogy a végéles rudak helyett 1 db végvonásos rudat használtak és a rúd elől levő végvonásának helyzetét a rúd fölé állított mozgószálas mikroszkóp mozgószállával rögzítették. Ezután a lécet továbbvitték és most a hátsó végvonásra vezették rá a mozgószálat, a lécfekvések közti távolságot tehát a mikroszkóp mozgószállához kötött, osztással ellátott dob segítségével meg lehetett határozni.

A XIX. sz. elején azonban még mindig használatban voltak a fából készített alapvonalmérő felszerelések. 1801-ben München közelében 21,65 km hosszú alapvonalat mértek le 5 db egyenként 5 m hosszú, fából készített mérőléccel. 1806-ban a Welser Heide (Felső-Ausztria) alapvonalat 4 öl hosszú fenyőfarudakkal mérték, de a tapasztalatok nem voltak jók. Éppen ezért, amikor 1808-ban elrendelték, hogy Magyarországon új - legalább 8000 öl hosszú - alapvonalat kell mérni, a feladattal megbízott Babel őrnagy új mérőrudakat készíttetett. Az alapvonalmérő berendezés 4 db 2 öl hosszú, T keresztmetszetű vasrúdból állt és a rúdvégekre 3 coll hosszban 24 illetve 25 osztást készítettek, amely osztások nóniuszként szolgáltak a leolvasásnál. 1809-ben ezzel a készülékkel el is kezdték a Budán kitűzött alapvonal mérését, mintegy 5000 ölt le is mértek, de a helyenként mocsaras mérőpálya az év decemberében abbahagyta a munkálatokat.

1810-ben a munkák folytatásához újabb mérőfelszerelést készítettek, s ez olyan sikeres volt, hogy kisebb átalakításokkal még 1912-ben is mértek az eredeti mérőrudakkal. A Voigtländer-féle (Sadtlér bécsi mechanikus készítette) ké-

szülék 4 db 2 toise hosszú, véglapos acélrúdból állt. A kö-
zöket nóniuszos tolokával kellett mérni. A mérőrudakat fa-
bakokon álló, fagerendás aljzatra helyezték el, felülről
könnyű fatetővel védték. Minden rúdon két hőmérő volt, a
felső lapjára pedig irányzócsúcsokat helyeztek el. A rudak-
nak hőtágulási együtthatót határoztak meg. A rudak hosszát
normál toise rúddal (1760-ban Liesganig kapta Párizsból)
állapították meg.

Ezzel az új készülékkel akarták folytatni az előző évi
méréseket, de a terep oly rossznak bizonyult, hogy helyette
Győr környékén tűzték ki és mérték meg az alapvonalat. A győ-
ri alapvonal meridián irányú és 9175 toise (9429 bécsi öl
≈ 17 883 m) hosszú. A végpontokat és a középső pontot véset-
tel ellátott vörösmárványkövel állandósították, fölé gúla
alakú faragott követ helyeztek el. Földalatti jelölést nem
alkalmaztak. (A győri alapvonal 1820-ra már elpusztult, 1955
áprilisában az alapvonal pontjait jelölő kövek maradványait
megtalálták, ezeket nevezte a környékbeli lakosság "francia
kövek"-nek, mivel a kövek latin feliratán szerepelt Ferenc
császár neve is, ami latinul: Francisci. 1976-ban a Győr-
Sopron megyei Földhivatal épülete mellett, az egyik kis
parkban az északi végpont építményét összeállították és át-
adták Győr város Tanácsának, mint geodéziai emléket.)

Visszatérve a győri alapvonal méréseihez, 1810 augusz-
tusától október végéig mérték le az alapvonalat, napi 200-
240 toise-os adagokban. A napi szakasz végét ~ 50 kg súlyú
ólomtömbbel rögzítették, amelyet vésettel láttak el. A mér-
ést földön kifeszített kötél mentén végezték, dögölt ta-
lajra vászonszőnyeget fektettek, vászoncsíkkal árnyékolták
a mérőrudakat, minden leolvasásnál leolvasták a hőmérőket is.

A győri alapvonalat követően ezzel a készülékkel mérték
le 1818-ban Bukovinában a radautzi alapvonalat, 1840-ben
újabb komparálás után alapvonalat mérték Szt. Annán, 1849-ben
Tarnowban, 1851-ben Hallban, 1857-ben Bécsújhelyen stb. A
Monarchia területén összesen 18 alapvonalat mérték le vele.

A budapesti alapvonalat 1884-ben mérték le Ritter Von
Kalmár fregattkapitány vezetésével. A K-Ny-i elhelyezésű
alapvonal hossza 4248,059 m + 2,05 mm, ami 1/2 100 000 rela-
tív hibát jelent. (A két alapvonalvégpont Budapest háromszö-
gelésében (1932-36) IV. rendű pontként szerepelt. A közel-
múltban az alapvonal végpontjait feltárták - a Ny-i végpont
a Rákoskeresztúri Köztemető 70. sz. parcellájában, a K-i
végpont a XVII. kerület (Rákoshegy) Szilárd u. 31. számú ház
kertjében van - és AGA-6A távmérővel összemérték, eredményül
4248,049 m-t kaptak.)

Az 1884-ben végzett mérések teljesítményére vonatkozóan
annyit tudunk, hogy napi 6-700 m-t haladt előre a 4 észlelő-
ből és 14-16 segéd munkásból álló csoport.

1893-94-ben az eredeti készüléket méterrel komparálták
Párizsban. 1910-ben e készülékkel mérték meg a Ludovika Aka-
adémia kertjében kitérített 240 m hosszú alapvonalat is, ame-

lyet invárdrótok komparálása céljából létesítettek. E méréseket 1912-ben megismételték és ez volt a több mint 100 éven át használt készülék utolsó szereplése.

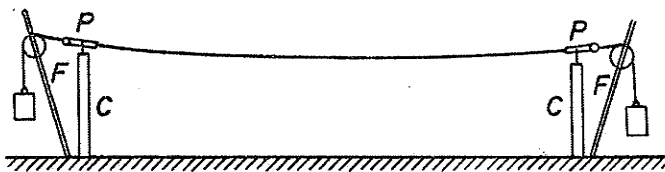
232.13 Az alapvonal mérése dróttal

A századforduló környékén az alapvonalakat mérődróttal kezdték mérni. Jäderin E. svéd tanár 1880-ban a merev mérőrudakat hajlékony mérőszervvel helyettesítette, a mérődrótot két végén elmozdíthatóan felfüggesztette és állandó erővel feszítette. Kezdetben a bimetalikus elvnek megfelelően acél és rézdrótot használt.

Döntő fordulat a drótmérés és vele az alapvonalmérés történetében akkor következett be, amikor 1896-ban a francia Guillaume - az ugyancsak francia Benoit alapkísérletei nyomán - felfedezte az invár-anyagot.

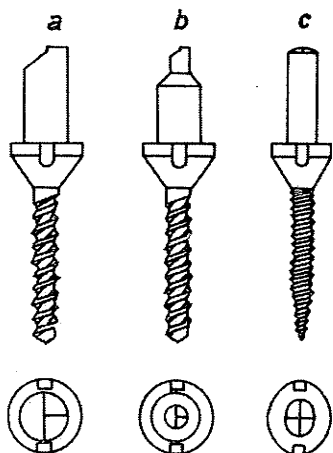
Az invár mintegy 36% nikkeltől és 64% acélból álló ötvözet. A hossz mérés szempontjából legfontosabb tulajdonsága, hogy hőtágulási együtthatója mintegy 0,1-szerese az acélénak, így a hőmérséklet mérése alárendeltebb szerepet játszhat, mint a korábban más fémekből készített mérőszervek használatakor.

A szabatos hossz mérésekhez használt invárdrótok hossza általában 24 m, átmérőjük 1,6-1,7 mm. A drót mindkét végéhez 8-8 cm hosszban egy-egy prizma van erősítve milliméter beosztással, (tehát 23,92 m és 24,08 m közé eső távolságok mérhetőek). A prizmák külső végén horog van, ide kell beakasztani a feszítő erőt kifejtő szerkezeti részt. Feszítésre általában egy-egy 10 kg-os tömeget használtak, amelyek az ún. feszítőállvány csigáin átvetett acélszalagon függtek (232.13.1 ábra). A feszítőállvány döntésével - emelésével a drót beosztásos vége a kívánt magasságra volt állítható.



232.13.1 ábra

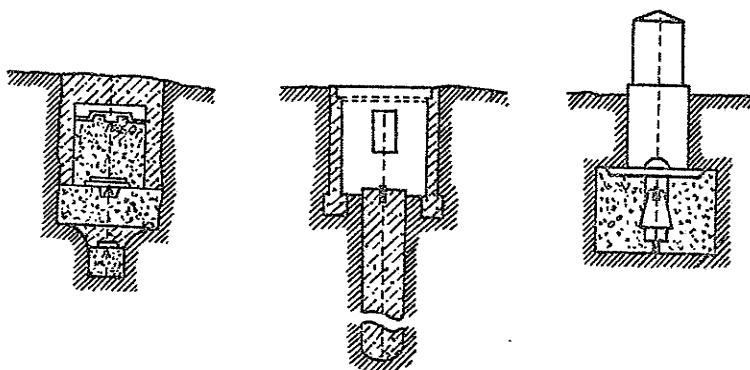
A milliméteres osztáson 0,1 mm becslésével kellett leolvasni egy finom, vésett vonás: az index helyzetét. Az indexet a talajból 70-90 cm-re kiálló facölöpök, az ún. indexcölöpök hordozták. Az indexcölöpöket az előkészületi munkák során kerék 24 m-ként helyezték el, és felső végükbe egy fémcsavart, ún. indexcsapot hajtottak bele (232.13.2 ábra). Az alapvonal két végpontján és a közbenső szakaszpontokon a pillérekbe betonozták bele az indexcsapokat.



232.13.2 ábra

felvetítése a pontot a felszínen ideiglenesen jelző pillérre.

Az alapvonalak végpontjait többszörösen jelölve, különös gonddal volt szokásos állandósítani. A 232.13.3 ábra egy cseh, egy német és egy francia állandósítást mutat be, a 232.13.4 ábra a budapesti háromszögelés (1932-36) alapvonalának végpontjain alkalmazott állandósítást ábrázolja, végül a 232.13.5 ábra az 1949-52 között létesített hat országos alapvonalon alkalmazott megoldást tünteti fel. Ez utóbbi állandósítás lényege egy kb. 35 cm átmérőjű, fúrt lyukba öntött beton test, amelynek felső végébe van bebetonozva a tulajdonképpeni pontjel. A betonoszlopot csonkagúla alakú betontest védi, ennek ablakain át történt a pontjel

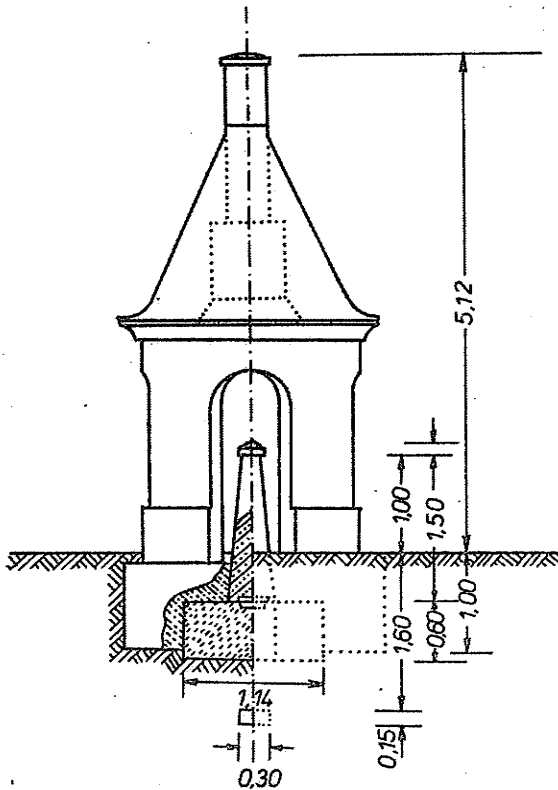


232.13.3 ábra

A teljes vonalat közbenső szakaszpontokkal 2000-2500 m-es darabokra bontották és a szakaszpontokat téglá vagy betonpillérrel jelölték.

Nálunk, az 1949-52. évi mérésekhez Carpentier gyártmányú Jäderin-féle invárdrótot és Witram-féle feszítőállványt használtak. A drótmérő felszerelés egy készlete 4 drótból áll, ezeket kb. 50 cm átmérőjű dobra tekerve tárolják.

Méréskor 1 dróttal 1 mérőcsoport mérhet. Egy mérőcsoporthoz 9 fő tartozott: 2 észlelő, 1 jegyzőkönyvvezető, 1-1 hőmérést és szélmérést végző személy, 2 állványkezelő, 2 súlykezelő. Dróttal óránként 1200-1500 m-t tudtak mérni. A hat alapvonalat mintegy 55 km hosszban 3 mérőcsoporttal odavissza 85 munkanap alatt mérték meg, a teljes munkacsoport



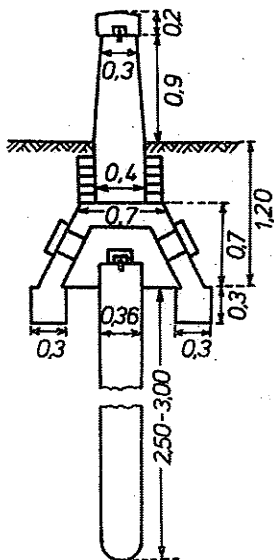
232.13.4 ábra

létszáma 50-52 fő volt. A hossz-méréssel párhuzamosan e munkacsoport végezte el a mellékmunkákat is.

A mellékmunkák a következők voltak:

- a) Az indexek közötti magasságkülönbség meghatározása szabatos szintezéssel, más néven a magassági kigyózás meghatározása.
- b) Az indexek kitérésének, ún. oldalállásuknak meghatározása az alapvonal egyenesétől, más néven a vízszintes kigyózás meghatározása. E mérés az alapvonal egyenesébe felállított teodolittal történt, szabatos szögmérést végezve az indexekre és az alapvonalvégpontra (szakaszvégpontra), így a távolságok ismeretében számítható az egyenestől való kitérés.
- c) A földalatti pontjelek felvetítése a pillérekre, illetve a pilléreken levő index és a föld alatti pontjel közötti hossz- és oldalirányú eltérés meghatározása.

Külön feladat volt a drót valódi hosszának megállapítása, a drót komparálása. A drótok komparálását közvetlenül a mérés előtt és a mérés után is el kellett végezni, s természetesen a két mérés középértéke alapján számították a komparálási javítást.



232.13.5 ábra

A drótok valódi hosszának meghatározása történhet laboratóriumban és a terepen is, megfelelő helyen létesített komparáló, ún. összehasonlító alapvonalon. (Éppen e célból létesítették 1910-ben a Ludovika Akadémia kertjében a 240 m hosszú próbabázist, ez azonban nem bizonyult elég hosszúnak, és feltehetően a forgalom miatt a végpontok is elmozdultak.)

Az 1949-52. évi alapvonalmérések összehasonlító alapvonalát Gödöllőn létesítették 1938-1940 között. A 864 m hosszú próbaalapvonalat egy végig bevágásban haladó, felhagyott vasúti pályaszakaszon tűzték ki, föld alatti és föld feletti állandósítással 3 egyenlő szakaszra osztották. (A II. világháború alatt a pillérek kidőltek, a földalatti jelek azonban sértetlenek maradtak.) Az alapvonal hosszát 1940-ben a potsdami 960 m hosszú alapvonalból vezették le hosszösszehasonlítással.

Az 1949-52. évi alapvonalmérés drótkomparálását úgy végezték, hogy közvetlen az alapvonal mérését megelőzően és követően a drótokkal a gödöllői alapvonalat lemérték. Ha a próbaalapvonal ismert hossza B_0 , és az alapvonalak méréséhez használt dróttal mérve L_0 , akkor az alapvonal hosszára kapott L_i értéket $\frac{B_0}{L_0}$ hányadosával kell megszorozni:

$$\frac{B_0}{L_0} L_i = B_i \quad (1)$$

és így az alapvonal B_i hosszát a próbaalapvonal méteregységében kapjuk meg. Ilyen módon a hálózat valamennyi alapvonalának méteregysége azonos lesz, igaz, hogy hosszukat a komparáló alapvonal korábban meghatározott méteregységében kapjuk meg.

Annak érdekében, hogy a mérődrótok etalonhibája minél kisebb legyen, Európa-szerte kísérletsorozat indult meg, hogy a drótok laboratóriumi komparálásakor a drót hosszát szélső pontossággal határozzák meg a nemzetközi méter egységében. Az első sikeres kísérletek századunk húszas éveiben történtek és a legeredményesebb a finn Väisälä nevéhez fűződik (1923).

A Väisälä-féle interferencia-komparátor relatív távmérésre alkalmas műszer, az igen nagy szabotossággal meghatározott normál méter hosszát optikai sokszorozással a drót komparálásához szükséges távolságra növeli. Már 1929-ben a 24 méteres bázis hosszát $\pm 0,0044$ mm középphibával meg tudták határozni.

Hamarosan felismerték azonban, hogy az egy drótfekvésben végzett komparálásból nem esnek ki azok a szabályos hibák, amelyek az alapvonalmérés többszáz drótfekvéséből kiküszöbölhetők, továbbá sok drótfekvés esetén a végpontok esetleges kisfokú elmozdulása is sokkal kisebb hibát okoz. E megfontolásból létesítettek Európa-szerte többszáz méter hosszú összehasonlító alapvonalakat. Időközben a fényinterferenciás mérési módszert is annyira tökéletesítették, hogy az összehasonlító alapvonalak hossza a méter-etalonnal közvetlenül meghatározható lett. Először 1947-ben a finn nummelai alapvonal hosszát sikerült a Väisälä-féle készülékkel közvetlenül meghatározni. Az első finn kísérletek óta egyre több komparáló alapvonal hosszát mérték meg a Väisälä-féle műszerrel, és bebizonyosodott, hogy ezeknek a méréseknek pontossága $1/10\ 000\ 000$ nagyságrendű.

Az összehasonlító alapvonalak minél pontosabb meghatározása céljára meg kell említeni még az abszolút távmérést is, amikor is a mérés mértékegysége a fény hullámhossza. (Ugyanis - mint ismeretes - egy pontosan meghatározott sugárzás állandó hullámhosszúsága és ennek többszöröseként fogadták el a métert a XI. Nemzetközi Mérték- és Súlykonferencián 1960-ban.) A hullámhosszegységben kifejezett távolságot utólag kell átszámítani általánosan használt hosszegységben kifejezett távolságra. Az abszolút mérés legelterjedtebb eszközei a Michelson-féle aszimmetrikus interferométer, továbbá a lézeres fényforrásokkal működő lézerinterferométerek.

Végül is a dróttal végzett alapvonalmérés eredményének kiszámításakor a következő javításokat kell figyelembe venni:

- vetítési javítás (a végpontok föld alatti és föld feletti jelének eltérése miatt),
- hőmérsékleti javítás (a komparálás és a mérés hőmérséklet-különbsége miatt),
- egyenesre mérési javítás (a vízszintes kigyózás miatt),
- magasságkülönbségből származó javítás (a magassági kigyózás miatt, továbbá, mert a mérődrót láncgörbéjének az alakja és hossza a magasságkülönbség miatt megváltozik),
- drótkomparálásból származó javítás ($\frac{B}{L_0}$ szorzó alkalmazása),
- a nehézségi erő különbségéből származó javítás (a komparálás helyén és a mérés helyén a nehézségi gyorsulás különbözősége miatt).

Mindazok a mérések, amelyek a javítások meghatározásához szükségesek - az elkerülhetetlen mérési hibák révén - a drótmérés végeredménye szempontjából hibaforrások. Ezen kívül hibát okozhat még:

- a feszítőerő megváltozása mérés közben (a feszítő tömegekre, a drótra lecsapódó pára, szennyeződés miatt),

- a drót hosszának megváltozása mérés közben (a helytelen kezelés következtében a dróton keletkezett kis maradandó görbületek miatt),
- az indexek elmozdulása (a feszítőállvány túl közeli elhelyezése és a közeli járkálások miatt),
- a helytelen leolvasás (az osztásvonás hibája, a rossz megvilágítás, a parallaxis és a tizedesbecslés miatt),
- a helytelen hőtágulási együttható használata (annak időközbeni megváltozása miatt).

Az alapvonal mérésénél a folyamatosan mért szélességből javítást nem számítottak, hanem - az idevágó vizsgálatok alapján - ha a szélesség elérte a 4 m/s értéket, akkor a mérést beszüntették.

232.14 Az alapvonal-fejlesztő hálózat szögmérése

Amint a 232.11 pontban is már említettük, az alapvonal hosszának a hibája N-szeresen adódik át a fejlesztett oldal hosszára. Ennél az értéknél lényegesen nagyobb azonban az a hiba, amely a fejlesztett oldalt a fejlesztőhálózat szögméréseinek bizonytalansága miatt terheli. Ennek a hibának a csökkentése végett igen sok vizsgálat foglalkozott a fejlesztőhálózat legkedvezőbb alakjának kérdésével.

A vizsgálatok szerint az alapvonallal szemközti szög hegyes volta erősen rontja az áttétel megbízhatóságát. Ezt a káros hatást a szögmérés súlyának növelésével lehet ellensúlyozni.

Rombuszos hálózatnál (232.11.1/c, d ábra), ha a nagyítási viszony 3-nál nagyobb, akkor egyszeres áttétellel levezetve a fejlesztett oldalt, annak középhibája rendszerint nagyobb, mint kétszeres áttétellel. Az áttételek számát háromnál növelni azonban nem célszerű.

Ha a rácsos hálózatnak a közepén van az alapvonal (232.11.1/b ábra), akkor kedvezőbb lesz ez az alakzat a rombuszoshoz képest; különösen kedvező lesz a rácsos hálózat akkor, ha az alapvonal annak közepén van és haránt irányban fekszik a fejlesztett oldalhoz viszonyítva. Fordított a helyzet akkor, ha a rácsos hálózat alapvonala az alakzat szélén van (232.11.1/a ábra). Ilyenkor a hibaterjedés szempontjából mindig az azonos nagyítású rombuszos hálózat a kedvezőbb.

A gazdaságosság szempontjából mindig a rombuszos hálózat a kedvezőbb: a mérendő szögek vagy irányok száma a rombuszosnál lényegesen kevesebb, mint rácsos hálózatnál.

Az alapvonal-fejlesztő hálózat elméletileg megállapított, ideális alakjának kitűzhetőségét a terepviszonyok erősen korlátozzák, ugyanis - mint arról már a 231.1 szakaszban szó volt - az alapvonalak helyét egyenletes eloszlásuk, láncolatvázis hálózatokban a láncolatok találkozására, törésére, kiszögellésére eleve meghatározza. Éppen ezért, azok a vizsgálatok, amelyek a legkedvezőbb alakzat adatainak megállapításá-

ra irányulnak, egy hálózat kitűzésénél csupán irányadó szempontot jelentenek.

A már adott, kitűzött alakzattal kapcsolatban azonban elvégezhető annak vizsgálata, hogy hogyan kell abban a méréseket úgy elosztani, hogy a leggazdaságosabb legyen. E kérdést az irodalom a "legkedvezőbb súlyelosztás problémájának" nevezte régebben, mai szóhasználattal élve "hálózatoptimalizálásnak" hívjuk.

A mérés gazdaságosságának kérdése kétféle alakban jelenhet meg:

- a) Adott előre az egész hálózat szögméréseire fordítható munka (ill. költség), meg kell állapítani, hogy hogyan kell a méréseket az egyes szögekre elosztani (ill. milyen lesz a méréselrendezés) ahhoz, hogy a kifejlesztett oldal súlya a lehető legnagyobb legyen.
- b) A fejlesztett oldalra előre adott a még elfogadható közép-hiba, kérdés, hogy ezt figyelembe véve milyen méréselosztás mellett lehet a hálózat mérési munkáját (ill. költségét) a minimumra szorítani.

A kérdések megoldásának számos módja ismert, de itt is ugyanaz a kifogás tehető, amire már a szögmérési módszerek tárgyalásakor is rámutattunk, éspedig az, hogy egy szög megbízhatósága nemcsak az ismétlések számától függ, hanem sok esetben sokkal inkább a terep helyi adottságaitól is függő oldalrefrakciótól, továbbá a mérés ideje alatt a terep időjárás, látási körülményeitől és azok változásaitól. Így a geometriai alakzatnak legjobban megfelelő súlyelosztás gyakorlatilag nem biztos, hogy a legjobb lesz, mivel az adottságok ismeretében kívánatos lenne a különböző kedvezőtlen szárú szögeket esetleg többször megmérni, mint amilyen ismétlési szám a matematikai összefüggésekből kiadódik. (Szélső esetben nulla ill. százszoros ismétlésszám is adódott.)

Az 1949-52. évi hat alapvonal fejlesztőhálózatában sem a legkedvezőbb súlyelosztás elve szerint választották meg az ismétlési számot, hanem $p = 48$ súllyal Schreiber-féle szögmérést végeztek. A mérést kizárólag központos műszerállásból, központosan elhelyezett fényre végezték, felét nappal, felét éjszaka. A méréshez az elsőrendű hálózat méréséhez is alkalmazott teodolitot használták, és fokozottabb gondal törekedtek a hibaforrások kiküszöbölésére.

232.2 A kezdőoldal meghatározása távméréssel

A fizikai távmérők egyik csoportjáról, az interferenciaelv alapján működő távmérőműszerekről már szó volt a mérődrótok és összehasonlító alapvonalak komparálásával kapcsolatban. E távmérési módszerrel lehet jelenleg a legpontosabb eredményeket elérni, de ilyen alapelvű távmérőket ma még sorozatban nem gyártanak, csak konkrét mérésekhez terveznek és készítenek egyedi berendezéseket.

A tömegesen gyártott, terepi körülmények között is használható távmérők az elektronikus távmérők. Működésük alapelve a következő: a meghatározni kívánt távolság egyik végpontján elhelyezett készülék elektromágneses sugárzást bocsát ki, amely sugárzás a másik végponton elhelyezett készülékről visszaverődve visszajut a kisugárzás helyére. A sugárzás egy meghatározott részének kibocsátása és visszaérkezése között eltelt idő, az ún. futási idő, amelynek mérésével a két végpont közötti ferde távolság meghatározható. Az elektronikus távmérők szerkezeti felépítésével, működési módjuk különböző megoldásaival, a mérés végrehajtásával részletesen a "Geodéziai műszerek" c. tantárgy foglalkozik.

A kezdőoldal közvetlen megméréseire elsősorban azok az elektronikus távmérőműszerek jöhetnek számításba, amelyek hatótávolsága 60-70 km-ig terjed, ezek az ún. nagy hatótávolságú műszerek. A közepes hatótávolságú távmérők mérési tartománya mintegy 10 km-ig terjed.

A mai, korszerű, nagy hatótávolságú műszerek gyári pontossága eléri már a megmért távolságtól függően a $+(0,5 \text{ mm} + 1 \text{ mm/km})$ értéket. A közepes hatótávolságú távmérők gyártó-cég szerinti pontossága mintegy $+(0,2 \text{ mm} + 0,2 \text{ mm/km})$ nagyságú lehet.

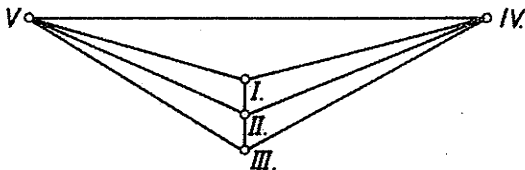
Az elektronikus távmérők különböző típusainak első példányai századunk középső harmadában születtek, széles körű használatuk a hatvanas évek közepére tehető.

Nálunk 1962-ben végeztek először mikrohullámú távmérővel (a GET-B1 prototípusával) kísérleti jellegű mérést. A le-mért távolságok rendre 3, 7, 16, 43 és 69 km hosszúak voltak, és valamennyi végpont ismert koordinátájú pont volt. A kísérleti mérések különböző javításokkal és korrekciókkal ellátott eredményeit összehasonlították a koordinátákból kiszámított távolságokkal és pl. a ~ 43 km hosszú (Nagyszál-Bajtemetés) távolságon a számított érték 46 mm-rel adódott nagyobb-nak a mért értéknél. Az eltérések alapján relatív pontosságot számítottak, ezek 1/50 000 - 1/200 000-ig szórtak.

Ugyancsak háromszögelési pontok távolságát, illetve in-várdróttal korábban már megmért egyik alapvonalunkat mérték újra a távmérővel (AGA-NASM-6) 1965-66-ban. A távmérő össze-adó-állandóját a gödöllői országos összehasonlító alapvonalon határozták meg. A korábbi és a távmérővel kapott távolságok eltéréseiből számított relatív pontosságok 1/320 000 és 1/6 670 000 értékek közé estek.

E kísérleti mérések kedvező tapasztalatai nyomán megindultak a hálózat finomítását célzó távmérések, az eredeti (6 db, alapvonalal, fejlesztőhálózattal meghatározott) kezdőoldalok számát közvetlen méréssel 1973-ig 23-ra növelték és napjainkban ez a szám már eléri a 70-et.

A távmérők hitelesítésére, működésük folyamatos ellen-őrzésére 1979-80-ban a penci Kozmikus Geodéziai Obszervató-rium területén és környékén hitelesítő alapvonal-hálózatot létesítettek (232.2.1 ábra). A hálózat hosszait a Finn Geodéziai Intézet munkatársai Mekometer ME-3000 (Kern, Svájc)



232.2.1 ábra

elnevezésű távmérővel mérték le, mely távmérő műszer hitelesítését mérés előtt és után a Nummela Nemzetközi Alapvonalon végezték el. A penci alapvonal-hálózattal új, nagypontosságú, hitelesítéshez alkalmas alaphosszakhoz jutottunk. E hálózat hosszai

a nummelai Nemzetközi Alapvonal méteregeységét őrzik.

A távmérőműszerek hitelesítő méréseit minden mérési idény megkezdése előtt és befejezése után, valamint a mérési idény közben legalább egyszer el kell végezni. Hitelesítő mérést kell végezni akkor is, ha a mérési eredmények fokozódó szórása mutatkozik, továbbá minden nagyobb műszerjavítás után, ha az alkatrészcserevel járt.

A méréseket - ha csak összelátási akadályok ezt nem gátolják - központról központra szokták végezni. Az ismétlések számát a mindenkori utasítások előírásainak megfelelően kell megállapítani.

A mérési napszak megválasztásának fő szempontja, hogy a légkör állapota és a megvilágítási viszonyok nyugodt és elég erős mérőjelet és ezáltal egyértelmű mérést biztosítsanak. A mérésre alkalmas napszak általában napnyugta előtt kezd kialakulni és rendszerint egész éjszaka tart. Olyan oldalaknál, ahol különleges légköri viszonyokra lehet számítani (pl. az irányvonal nagyobb vízfelület felett halad át), az előírt mérשמennyiséget több napra célszerű elosztani.

A távmérés meteorológiai javításainak kiszámításához - legalább a vonal két végpontján - többször mérni kell a levegő hőmérsékletét mintegy $0,2^{\circ}\text{C}$ pontossággal és úgyszintén a légnyomást is mintegy $0,2 \text{ Hgmm}$ pontossággal. A meteorológiai műszereket hitelesítő műszerekkel szokták komparálni a mérési idény előtt és után.

Előfordul, hogy a távmérőműszert vagy a prizmat (reflektort) külpontosan kellett elhelyezni. Ilyenkor vázlatot is készítve, gondosan meg kell mérni a külpontossági elemeket (r és ϵ).

A mérések befejezése után a távolság minden egyszeri megméréséhez külön-külön kell kiszámítani a méréshez tartozó meteorológiai adatokból az atmoszférikus javítást. Az atmoszférikus javítást numerikusan szokták számítani és nomogrammal ellenőrizni, mivel a nomogramról levett javításérték élessége nem megfelelő. A meteorológiai javítás, a távmérőműszer összeadó állandója és a reflektor állandójának együttes figyelembevételével kapjuk meg a műszerálláspont és a reflektorálláspont közötti ferde távolságnak egy-egy értékét, amiket kiközepelelünk.

A térbeli ferde távolságot első lépésként vízszintesre redukáljuk:

$$S = D - \frac{\Delta H^2}{2D} - \frac{\Delta H^4}{8D^3} \quad (1)$$

ahol D a ferde távolság, H a távolság két végpontjának magasságkülönbsége, S pedig a vízszintesre redukált távolság a vonal középmagasságában. A második korrekciós tagot csak akkor kell kiszámítani, ha a mért távolság kisebb, mint 4 km és az első korrekciós tag eléri vagy meghaladja a 2 m-t.

A vízszintesre redukált távolságot külpontos mérés esetén a következő összefüggés szerinti központosítási javítással kell ellátni:

$$\Delta = -r \cos \varepsilon + \frac{r^2}{2S} \sin^2 \varepsilon \quad (2)$$

ahol r és ε a külpontosság elemei, S pedig az (1) összefüggéssel kapott vízszintes távolság.

A javítások, redukciók meghatározásának pontossága, a számítás élessége - mint minden geodéziai korrekciónál általában - olyan kell legyen, hogy feltétlen elérje, de inkább egy nagyságrenddel túlhaladja a méréssel elérhető pontosság nagyságrendjét. A közepes terepmagasságban levő, vízszintes, központtól központig menő távolságot a számítás alapfelületére kell még vetíteni, ennek mikéntjét azonban a későbbiekben tárgyaljuk.

232.3 A kezdőoldal meghatározásának pontossága

Valamely hálózat kezdőoldalának megbízhatóságát két összetevő határozza meg. Az egyik, hogy a mérőeszköz komparálásához, hitelesítéséhez használt etalonmennyire megbízható, a másik pedig, hogy az etalonról milyen megbízhatósággal tudjuk átvinni a mértékegységet a kezdőoldalra.

Az első kérdés az összehasonlító alapvonalaknak a nemzetközi méterrel és egymással való összhangját kutatja. Magának a nemzetközi méternek a mai műszaki és tudományos igényeket kielégítő pontosságú meghatározását először csupán 1960-ban rögzítették. Ezt követően 1983-ban a Mértékügyi Konferencia Párizsban ismét új definíciót fogadott el a hosszúság mértékére, ezúttal a fény vákuumbeli terjedésének az 1 méterre eső idejét rögzítették. A változtatás azonban nem jelent semmiféle problémát a geodéziai gyakorlatban, mert az új egységet a régihez igazították.

1960-at megelőzően a távolság nemzetközileg elfogadott mértékegységét: a métert a Párizs mellett, Sévres-ben őrzött iridium-platina rúd őrizte. Megállapítást nyert azonban, hogy a fémrudak hosszúsága - feltehetően a molekuláknak a belső kontrakciók hatására bekövetkező lassú helyzetváltozása miatt - előre meg nem állapítható módon változik. Így hosszú évtizedeken keresztül e fém normálméterből - rendszerint többszöri áttétellel - levezetett összehasonlító alap-

vonalak hosszai magukban hordozzák a normálméter esetleges hosszváltozását is.

Magukat az összehasonlító alapvonalakat hosszú időn át rendszerint úgy határozták meg, hogy a drótokat mindig laboratóriumban komparálták, következésképpen az összehasonlító alapvonal hosszát szabályos hibaként terheltek mindazok a hibák, amelyek az egy dróthosszban bennmaradtak. Kétségtelen, hogy ha különböző drótokkal, különböző időben, különböző komparálásokkal ellátva mérték végig az összehasonlító alapvonalakat, akkor a sokféle hibahatás részben elmosódott, részben keveredett. Épp emiatt megállapíthatatlanná vált, hogy mennyiben sikerült az összehasonlító alapvonal hosszegységével a nemzetközi méter hosszát megközelíteni.

Első alkalommal 1947-ben sikerült a nummelai alapvonal hosszát a Väisälä-féle fényinterferenciás távmérővel közvetlenül megmérni. Az alapvonal hossza a fénymérés szerint az addig használt hosszától mindössze 0,04 mm-rel tért el. A későbbi években más összehasonlító alapvonalak hosszát is meghatározták Väisälä készülékével (pl. Buenos-Aires, München, Nummela ismét stb.) és megállapították, hogy az összehasonlító alapvonalak relatív pontossága: 1/10 000 000 nagyságrendű.

A gödöllői alapvonal hosszát a potsdami alapvonalból vezették le hosszösszehasonlítással. Az 1940-ben végzett mérések célkitűzése az volt, hogy egy olyan szélső pontosságú összehasonlító alapvonalat létesítsenek, amelyen a későbbiekben a mérődrótokat komparálva az egész hálózat összes alapvonalát 1/1 000 000 vagy annál kisebb relatív megbízhatósággal meg lehessen határozni. (Feltételezhető volt, hogy a gödöllői alapvonal pontossága - a drótméréssel végzett hosszátvitel következtében - kisebb lesz, mint a potsdami alapvonal pontossága.) A gödöllői alapvonal hosszát - 8 dróttal, többször mérve - végül is 863,979 016 m + 0,309 mm értékben adták meg, mely középhiba 1/2 796 049 relatív pontosságot jelent. Nem szabad azonban elfeledkezni arról, hogy összehasonlító alapvonalunk hossza a potsdami alapvonal méteregységében vált ismeretessé.

Az 1949-52. évi 6 alapvonal mérésekor minden alkalommal a gödöllői összehasonlító alapvonalon komparálták a mérődrótokat, ezzel biztosították az egész hálózat mértékegységének homogenitását. Belátható, hogy az összehasonlító alapvonal meghatározásában elkövetett hiba a hálózat háromszögelési pontjainak összhangját nem zavarja, hatása csupán abban nyilvánul meg, hogy a hálózat hosszegysége nem azonos a nemzetközi méterrel.

A 6 alapvonal hossz mérésének - és általában a drótmérésnek - a pontosságát kétféleképpen vizsgálták. Az elsőben az egyes drótokkal az oda- és a visszamérés eredményeként kapott értékek különbségét használták, és így olyan középhiba-értékhez jutottak, amelyekben a mérés véletlen hibái jutnak kifejezésre. A másodikban az egyes drótokkal kapott mérési eredményeket (tehát az oda- és visszamérés eredményének szám-tani közepét) hasonlították össze az összes mérési eredmény

közéértékével, és képezték az ettől való eltéréseket drótonként. Az így kiszámított középhibában már a drótok különböző viselkedése is megnyilvánult. Ezért az elsőként említett adatokból számított középhibát közép-véletlen hibának (μ_v), az utóbbiakból kapottat közép-teljes hibának (μ_t) tekintették. Ezekből számítható a közép-szabályos hiba (μ_s) az ismert összefüggés alapján:

$$\mu_s = \sqrt{\mu_t^2 - \mu_v^2} \quad (1)$$

Az oda-vissza mérés különbségei kiszámíthatók szakaszonként is, ekkor az n számú s_i szakaszhozhoz n számú d_i különbség tartozik, és ezekből számítható az egyszeri oda-vissza mérés közéértékének kilométeres középhibája:

$$\mu'_{km} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{n} \left[\frac{d_i d_i}{s_i} \right]} \quad (2)$$

ahol s_i kilométerben értendő. Ilyen érték minden dróra képezhető, és ha m számú dróttal mértek, akkor számítható ezek négyzetes közéértéke:

$$\mu''_{km} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{m} \frac{1}{n} \left[\frac{d_i d_i}{s_i} \right]} \quad (3)$$

Amennyiben az oda-vissza mérések különbségét nem szakaszonként, hanem a teljes vonalra számították ki (tehát $n=1$), úgy a kilométeres középhiba képlete:

$$\mu'''_{km} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{m} \left[\frac{d_i d_i}{s} \right]} \quad (4)$$

amelyben s az alapvonal teljes hossza.

A teljes alapvonal közép-véletlen hibája pedig:

$$\mu_v = \mu'''_{km} \sqrt{s}$$

illetve

$$\mu_v = \mu'''_{km} \sqrt{s} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{m} \left[d_i d_i \right]} \quad (5)$$

A közép-teljes hiba levezetéséhez képezték az egyes drótokkal kapott s_i értékek s közéértékét, továbbá ezek különbségeit:

$$v_i = s - s_i$$

ekkor egyetlen mérés közép-teljes hibája:

$$\mu_e = \sqrt{\frac{[v_i v_i]}{m-1}} \quad (6)$$

ahol m ismét a drótok száma.

A végleges hossz közép-teljes hibája pedig:

$$\mu_t = \sqrt{\frac{[v_i v_i]}{m(m-1)}} \quad (7)$$

Tájékoztatásul táblázatosan bemutatjuk háromszögelési hálózatunk invárdróttal megmért 6 alapvonalának adatait (232.3.1 táblázat). A táblázat első felében az alapvonalakra vonatkozó adatok szerepelnek, a második felében a nagyítási viszonyok (N), a fejlesztett oldalak (N_S), az irányok méréséből származó hálózati középhibák (μ_i), a fejlesztett oldalak közép-teljes hibái (μ_T) és ezek relatív középhibái (μ_T/N_S).

Megjegyezzük, hogy a külföldi alapvonalméréseknél hasonló pontossági értékekről tájékoztatnak a leírások.

A háromszögelési hálózat kezdőoldalai közvetlen mérésének pontosságát vizsgálva megállapítható, hogy az első sorban a távmérő műszerek pillanatnyi fejlettségi fokától függ. Ezt csökkenti még a távmérő hitelesítésének hibája (és természetesen a hitelesítő bázis etalonhibája), a műszer paramétereinek esetleges megváltozásából származó hiba, a meteorológiai korrekció korlátozott meghatározhatóságából származó hiba stb.

A távmérőkkel kapott eredmények középhibái - a gyári pontossági mutatókhoz hasonlóan - a távolságtól függenek. Példaként említjük a pencí hitelesítő alapvonal-hálózat méréséhez használt mekométer mérési eredményeit, ahol is az 500 m feletti távolságokra egy mérés középhibája a kiegyenlítés után:

$$m = [\pm 0,493 + 0,460 S \text{ (km)}] \text{ mm}$$

értéknek adódott, ahol S a megmért távolság.

A távmérők használatával ma már általában elérhető az a pontosság, amit az invárdrótméréssel az alapvonalakon el lehetett érni. Ha távmérő műszerünk hatótávolsága akkora, hogy a kezdőoldalt közvetlen meg tudjuk vele mérni, akkor a fejlesztőhálózat okozta jelentős pontosságcsökkenés elmarad, ezáltal ugrásszerűen megnövekszik a kezdőoldal meghatározásának pontossága.

232.3.1 táblázat

	s km	μ_y + mm	μ_t +mm	μ_t/s	N	Ns km	μ_i +mm	μ_T +mm	μ_T/Ns
Magyaróvár	9,9	0,96	6,5	1/1 520 000	2,2	21,8	24,1	28,2	1/776 000
Nagykanizsa	8,0	0,30	5,0	1/1 616 000	3,1	24,8	143,2	144,0	1/173 000
Baja	8,4	1,12	3,2	1/2 650 000	3,5	29,6	106,9	107,5	1/274 000
Orosháza	10,2	0,64	3,6	1/2 840 000	2,8	28,2	48,6	49,7	1/576 000
Mátészalka	10,4	1,44	5,6	1/1 850 000	2,8	29,5	56,9	59,1	1/493 000
Hatvan	8,0	2,27	3,2	1/2 500 000	2,5	20,1	78,5	78,9	1/253 000
			átlag:	1/2 300 000				átlag:	1/326 000

232.4 Hosszhálózatok

Az olyan háromszögelést, amelyben szögek helyett csak az oldalhosszakát mérjük, hosszmeréses háromszögelésnek vagy trilaterációnak nevezzük.

A háromszög meghatározásához - mint ismeretes - mindig 3 adat szükséges, és ha csupán az oldalhosszakát mérjük, akkor egyetlen háromszögben valamint egyszerű láncolatban főlős mérés, tehát ellenőrzési és kiegyenlítési lehetőség nincs. Ilyen formában alaphálózati pontok meghatározására a trilateráció nem alkalmas.

Centrális rendszer ill. diagonális mérésekor centrálisoként ill. diagonálisoként egy-egy főlős méréshez jutunk, tehát az ilyen alakzatokból felépített láncolat vagy homogén hálózat minden egyes centrálisára ill. diagonálisára egy-egy oldalfeltételi egyenlet felírható. A trilaterációnak ez a formája már a gyakorlatban is megtalálható. Példaként említhető az NSZK háromszögelési hálózata, ahol a hálózatot 1973-ig a klasszikus háromszögelési eljárással fejlesztették, majd 1976-78-ig az északi részen trilaterációs hálózattal egészítették ki és fejezték be. E hálózatrészekben az oldalhosszúság általában 40-60 km közötti érték, (a közbelső I. rendű pontok 20-30 km távolságra vannak). A hosszálózat oldalai számos esetben a tenger fölött haladnak, kiterjesztve a hálózatot az Északi-tenger és a Balti-tenger szigeteire is. E hosszálózzattal egyúttal a nyugat-európai háromszögelési hálózatok együttes kiegyenlítése céljára stabilabb átmenetet létesítettek Dánián keresztül Skandinávia felé. E hosszálózzat relatív pontosságát 1/500 000 körüli értékben adták meg.

Nálunk a trilaterációt a IV. rendű pontsűrítésre használják.

A trilaterációs hálózatok tervezése és szemlélése lényegében megegyezik a triangulációs hálózatokéval azzal az eltéréssel, hogy elmarad az alapvonalak ill. a kezdőoldalak helyének kiválasztása. Az összelátás vizsgálatokor, az építendő ideiglenes jelek típusának és magasságának megállapításakor mindig a vonatkozó utasítások a mérvadóak, megjegyezzük azonban, hogy trilaterációs hálózatoknál a távolságok megmérésekor rendszerint megelégszenek egyirányú mérésekkel, ezért az egyik ponton az észlelőállvány építése elmaradhat. A műszerálláspontul szolgáló jelek stabilitásával, elsősorban elfordulásmentességével szemben sokkal kisebbek a követelmények, mint a háromszögelés esetén. A gyakorlatban kedvező tapasztalatokat szereztek mérőállványként az - eredetileg szemlélőlétrának használt - alumínium létraállványok alkalmazásával.

A trilateráció mérési munkája a háromszögeléssel összehasonlítva kevesebb szervezést igényel, az oldalakat tet-szőleges sorrendben, más-más időpontban mérhetjük, sőt még arra is van lehetőség, hogy ha valamely oldal mérése a másik végpontról előnyösebbnek látszik, akkor azt onnan mérjük meg.

A trilateráció tehát sok szempontból gazdaságosabb, mint a háromszögelés. Ezzel szemben többletmunkát jelent a meteorológiai adatok minél jobb meghatározása, a távmérő műszerparamétereinek gyakori ellenőrzése ill. újra meghatározása. Gazdaságosság szempontjából hátrányt jelent a távmérők - és a szükséges egyéb járulékos készülékek, mint pl. meteorológiai mérőműszerek, rádió adó-vevők - beszerzésének magas költségigénye, továbbá az, hogy a mérések elvégzéséhez magasabb számú szakképzett munkaerő alkalmazása szükséges.

Az eddig felsorolt előnyök és hátrányok összessége a tapasztalatok szerint a trilateráció jelentős előnyét igazolja. E lényeges gazdasági előny azonban azzal párosul, hogy a tisztán hosszmeréses hálózatokban a fölös mérések száma jóval kevesebb, mint a szögméréses hálózatokban, ami végeredményben pontosságcsökkenést jelent.

Gyakoribb a példa a szögméréses és a hosszmeréses hálózatok kombinált, vegyes alkalmazására, vagyis a szögek mellett az oldalhosszak megmérését is elvégzik, vagy legalább a hálózat egyes oldalaiából összeállított sokszögvonalban gemérik - a szögeken kívül - az oldalhosszakat. Jó példa erre a felsőrendű hálózatunk középső láncolati pontjain végighaladó sokszögvonal. E sokszögvonal részét képezi a Potsdamtól Szófiáig nyúló nagy, nemzetközi ívnek, melyet a mesterséges holdak észlelésével és tudományos hasznosításával kapcsolatban létesítettek.

Országos alaphálózat létesítésére a sokszögelést már századunk eleje - az invádrót-mérés elterjedése - óta használják. Különösen Amerikában, az angol gyarmatokon, majd a Szovjetunióban használták széles körben. Rendszerint a szögméréses háromszögelési láncolatokkal vegyesen használták. A Szovjetunióban például a távoleső láncolatokkal körülzárt, nagyméretű (400x400 km-es) kitöltő hálózati mezőket osztottak meg középen egy-egy láncolatot pótló sokszögvonallal.

A mai távmérők birtokában a sokszögelés jelentősége és gazdaságossága fokozódik. Már 1960-61-ben nagyszabású kísérletet végeztek Kanadában a háromszögelési hálózatnak sokszöghálózattal való pótlására. Itt a háromszögelési hálózatot klasszikus módszerrel annyira sűrítették, hogy a pontok közötti átlagos távolság 20 km legyen, majd a további sűrítést sokszögeléssel végezték. Az oldalhosszakat tellurométerrel ill. geodiméterrel mérték meg. Meglepő e sűrítő eljárás idő- és költségigénye. A klasszikus eljárással szemben a megtakarítás munkaidőben 66%, költségekben pedig 63% volt. A vonatkozó hosszirányú záróhiba átlagos értéke 1/37 000, a keresztirányú pedig 1/53 300 volt.

A Szovjetunióban 1958-ban kísérletképpen a távmérővel elvégzett sokszögelés pontjait klasszikus háromszögeléssel is meghatározták. A sokszögelési hálózatot egészben kiegyenlítették, és oldalhossz meghatározására 1/125 000 relatív középhibát kaptak. Munkaidőben mintegy 25%, jelmagasságban mintegy 60% megtakarítás mutatkozott a sokszögelés javára.

Nálunk a III. rendű hálózat korszerűsítése során (1976) alkalmaztunk sokszögvonál-hálózatot, illetve III. rendű pontokat irány- és távolságmérések kombinációjával is meg lehetett határozni. Jelenleg a IV. rendű pontsűrítés egy részét végezzük sokszögeléssel.

A sokszögelés előnyei elsősorban sík és fedett területen mutatkoznak. Az ilyen területeken a háromszögelés rendszerint magas jeleket kíván meg, általában valamely háromszögelési ponton a horizonton egyenletesen elosztva 5-7 irányt kell megmérni az összelátás megteremtése után. Sokszögvonálban ezzel szemben minden pontból - a csomópontot most nem tekintve - csak két, egymástól közel 180° -ra különböző irányban kell a láthatóságot biztosítani. Így hatalmas kiterjedésű erdőségek alaphálózatának kifejlesztése nagyobb vágatások nélkül megoldható az átszelő nyiladékok, utak, vasútvonalak, esetleg folyópartok mentén végzett sokszögeléssel. Mivel a sokszögvonalakkal jobban tudunk simulni a terephez, ezért a szükséges építmények lényegesen alacsonyabbak lehetnek.

Kétségtelen hátránya a sokszögelésnek, hogy a létesített alappontok egy-egy vonal mentén helyezkednek el, és a szomszédos, közeli vonalakban levő pontok között közvetlen mérési kapcsolat nincs. Ezért a sokszöghálózati pontok meghatározásának pontossága alatta marad a háromszögelési pontokénak, mivel a háromszögelés inkább felületi kiterjedésű hálózatot ad.

A tapasztalatok azt mutatják, hogy hosszúoldalú sokszögelés - valamint hosszmeréses háromszögelés - leginkább akkor alkalmazható, ha triangulációs hálózathoz csatlakozhatunk, illetve azt kell sűrítanünk.

233. A vízszintes alaphálózat elhelyezése és tájékozása az alapfelületen

A vízszintes alaphálózatok kialakulásáról szóló 21. fejezetben már említettük, hogy a mindennapi műszaki gyakorlat a Föld felszínéhez kötődő ún. felületi koordináta-rendszer használatát kívánja meg. A Föld elméleti alakját jellemző felület - gyakorlatilag a tengerszintjének megfelelő szintfelület - a geoid.

A geoid azonban térben és időben is változó szabálytalan felület, ezért koordináta-rendszerünk alapfelületeként egy, a geoidot jól közelítő szabályos, matematikailag leírható felületet használunk, rendszerint forgási ellipszoidot. Az alapfelület meghatározásának lehetséges módjait a felsőgeodézia tárgyalja.

Feladatunk az alapfelületeként elfogadott forgási ellipszoidon vízszintes alaphálózatunk legalább egy pontjának ellipszoidi szélességét és hosszúságát, valamint legalább egy

háromszögoldal ellipszoidi azimutját meghatározni. Ezt a célt szolgálják a geodéziai csillagászati mérések, más néven a földrajzi helymeghatározások.

233.1 A földrajzi helymeghatározás

A földrajzi helymeghatározás eljárásaival egyes földi (hálózati) pontok koordinátáit határozzuk meg a csillagokra végzett észlelésekből a csillagok helymeghatározó adataira (koordinátáira) támaszkodva. A földrajzi helymeghatározás mérési műveletei időmérésekből (időpont megállapításokból), valamint vízszintes és magassági szögmérésekből tevődnek össze. Mivel műszerünk állótengelye - helyes felállítás után - a helyi függőleges irányában helyezkedik el, ami eltérő az ellipszoidi normálistól, a mérések szolgáltatotta szélesség, hosszúság és azimut nem ellipszoidi lesz, hanem szintfelületi. Ezért a földrajzi helymeghatározással a földi pontokra kapott koordinátákat

szintfelületi (földrajzi) szélességnek,
szintfelületi (földrajzi) hosszúságnak és
szintfelületi azimutnak nevezzük.

A földrajzi helymeghatározás mérési eredményeinek ellipszoidra vonatkoztatott értékét a 235.1 szakaszban leírtak szerint számítjuk ki.

A földrajzi helymeghatározás műszereit, mérési módszereit a Kozmikus geodézia tantárgy részletesen ismerteti, csupán arra kívánjuk felhívni a figyelmet, hogy a hálózatban felhasználandó szintfelületi koordináták összes korrekcióit a mérést követően mintegy félév-egyév eltelte után lehet csak véglegesen kiszámítani. Ez arra figyelmeztet, hogy a földrajzi helymeghatározás méréseit úgy kell ütemezni, hogy a korrekcióra való várakozás ne hátráltassa a hálózat kiegyenlítési, számítási munkáinak megkezdését.

233.2 A földrajzi helymeghatározási mérések osztályba sorolása, a mérési pontok helyének kiválasztása

Valamely vízszintes alaphálózatban földrajzi helymeghatározást a hálózat 120-150 km-ként kiválasztott pontjaiban, rendszerint az alapvonalakból kifejlesztett oldalak, vagy a közvetlen megmért kezdőoldalak egyik vagy mindkét végpontján szokásos legalább végezni. A méréseket számos hálózati, lehetőleg egyenletes eloszlású pontban elvégezve, azok eredményeit az alapcélkitűzésen - vagyis a hálózat elhelyezésén és tájékoztatásán - túlmenően még további feladatok megoldására használhatjuk.

Ezek a következők:

- az azimut és a hosszúságértékek felhasználhatók arra, hogy a hálózat egyes részeinek egymáshoz viszonyított elcsavarodását - ami a szögmérési hibák következménye - megakadályozzuk, vagy legalább csökkentsük;
- nagyobb számú pontban végezve földrajzi helymeghatározást, mód van a hálózat helyén a geoidhoz legjobban simuló ellipszoid méreteinek meghatározására, avagy egy már adott paraméterű ellipszoid olyan elhelyezésére, amely a hálózat helyén a lehető legjobban simul a geoidhoz;
- végül a földrajzi helymeghatározás eredményei alapján levezethetők a geoid és a számítás alapjául szolgáló ellipszoid közötti távolságok a mérés helyein és ezzel bizonyos mértékig megismerhetjük a geoid alakját.

Ez utóbbi két feladat a felsőgeodézia témakörébe tartozik, ezért mi ezekkel nem foglalkozunk, de mint majd látni fogjuk, a másodikként említett feladat részben összefonódik az alapfeladattal, vagyis a hálózat elhelyezésének és tájékozásának feladatával.

A hálózat tervezéséről szóló 231.1 fejezetben már szó volt a csillagászati pontok, illetőleg a Laplace-pontok, egy szóval a földrajzi helymeghatározás pontjainak a hálózatban, a láncolatvázban való kijelöléséről. A csillagászati pont és a Laplace-pont elnevezés azonban nem ugyanazt jelenti. A földrajzi helymeghatározás során ugyanis nem mérünk minden kijelölt pontban minden elemet. Azokat a pontokat, amelyekben hosszúságot és azimutot mérünk, nevezzük Laplace-pontoknak. E két adat megméréssel válik ugyanis lehetővé az ún. Laplace-egyenlet felírása:

$$A - \alpha = (\Lambda - \lambda) \sin \varphi \quad (1)$$

ahol A jelöli a szintfelületi azimutot, Λ a szintfelületi földrajzi hosszúságot, α és λ ugyanezek az adatok az ellipszoidon, végül φ ellipszoidi földrajzi szélesség, de értékét helyettesíthetjük a földrajzi helymeghatározással nyert szélességgel is.

A Laplace-egyenlet átalakításával kiszámítható az illető irány ellipszoidi azimutja

$$\alpha = A - (\Lambda - \lambda) \sin \varphi \quad (2)$$

amit Laplace-azimutnak nevezünk.

Mivel a szélesség mérése a most említett összefüggésekhez nem szükséges, a Laplace-pontokon nem kívánjuk meg a szélesség mérését is, bár rendszerint elvégezzük.

A földrajzi helymeghatározás azon pontjait, amelyeken csak szélességet és hosszúságot, vagy csak szélességet és azimutot mérünk, nevezzük csillagászati pontoknak, más néven függővonal-elhajlási pontoknak. Ez utóbbi elnevezés eredete röviden a következő.

Mint már említettük, a helyesen felállított teodolit állótengelye a helyi függőleges (a helyi szintfelületi normális) irányába mutat. A helyi függőleges irány az állásponton átmenő ellipszoidi normális irányával néhány (esetleg néhányszor tíz) másodpercnyi szöget zár be, amit függővonal-elhajlásnak nevezünk. Mivel a szintfelület geometriailag nem szabályos felület, ezért a függővonal-elhajlás számértéke és térbeli helyzete pontonként változik.

A függővonal-elhajlás síkja - tehát az előbb szóban forgó két normális alkotta sík - általában szöget zár be a meridián síkjával. Ha ez a szög ϵ , a függővonal-elhajlás pedig ívmásodpercben Θ , akkor a függővonal-elhajlás meridián-síkra eső vetülete, amit ξ -vel jelölünk:

$$\xi = \Theta \cos \epsilon \quad (3)$$

és az η -val jelölt, első vertikális síkra való vetülete pedig:

$$\eta = \Theta \sin \epsilon \quad (4)$$

Mérésekkel és számításokkal e két összetevőt tudjuk meghatározni a földrajzi helymeghatározás műveletével:

$$\xi = \Phi - \varphi \quad (5/a)$$

$$\eta = (\lambda - \lambda) \cos \varphi \quad (5/b)$$

$$\eta = (A - \alpha) \operatorname{ctg} \varphi \quad (5/c)$$

ahol a jelölések azonosak az (1) összefüggés jelöléseivel és Φ -vel pedig a szintfelületi földrajzi szélességet jelöljük. Mint látható, a csillagászati pontokon akár Φ -t és A -t, akár Φ -t és λ -t mérünk, mérési eredményeink felhasználásával kiszámítható a függővonal-elhajlás meridiánirányú és az első vertikális irányába eső valamelyik összetevője, ezért jogos e pontokat függővonal-elhajlási pontoknak is nevezni.

Megjegyezzük, hogy az (5/b) és (5/c) összefüggések egybevetéséből rendezés után az (1) alatti Laplace-egyenlethez jutunk.

Visszatérve a földrajzi helymeghatározási pontok kiválasztásának kérdéséhez, általános irányelv az, hogy a fejlesztett (kezdő) oldal két végpontján a méréseket olyan beosztással végzik, hogy az egyik végpont a főállomás, ahol mindhárom adatot (Φ , λ , A) mérik, a másik végpont a mellékállomás, amelyen csak a Laplace-egyenlet felírásához feltétlenül szükséges λ és A értéket határozzuk meg. Természetes, hogy ilyenkor az azimutot (A) mindkét pontban az őket összekötő oldalra, azaz oda-vissza mérjük.

Mindez azonban csak irányelv, mert a pontok kiválasztásába döntő módon szólhatnak bele helyi adottságok. Itt elsősorban arra kell gondolni, hogy a földrajzi helymeghatá-

rozás mérőfelszerelése meglehetősen terjedelmes, súlyos, a több napon (héten) át tartó mérések alatt a műszerek felállítva maradnak, ezért sátorral kell védeni őket, a mérések természetesen éjjel folynak, így a ponton kell táborozni. Tehát csak olyan pont jöhet szóba, amely szállítóeszközzel jól megközelíthető és táborozásra is alkalmas. A műszerek rendszerint pilléren vannak elhelyezve, tehát olyan pontra van szükség, amely terepszintről is megfelelő kilátást biztosít. Fával, erdővel körülnőtt tisztás nem nagyon alkalmas - még ha a csillagok észlelése lehetséges is - mert a zártabb térben a levegő fizikai állapota merőben más, mint az erdő koronája felett, így kedvezőtlen refrakciós viszonyok állhatnak elő. Nem célszerű pontként templomtornyot sem választani, ha azimutot is kell mérni, ugyanis ugyanabból az ablakból kell láthatónak lenni a Sarkcsillagnak és egy elsőrendűiránynak is, és ez a feltétel csak ritkán teljesül. (Ezt a nehézséget áthidaló Niethammer-féle azimutmérési módszerrel szemben pontossági szempontból vannak aggályok.)

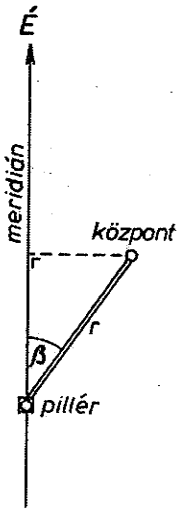
Természetesen az a helyes munkamódszer, amelynél a hálózat tervezése során kijelöljük a leendő Laplace-pontokat, és a szemléléskor ezeket a pontokat már a földrajzi helymeghatározás mérései szempontjából is megvizsgáljuk, és ennek alapján döntünk a pontok helyéről. Az elsőrendű hálózat mérésével párhuzamosan szokták elvégezni azokat a csillagászati méréseket is, amelyek a geoid meghatározásához szükségesek, tehát a Laplace-pontokon felül egy sor függővonal-elhajlási pontot is bevonnak a mérési tervbe.

233.3 A mérési eredmények központosítása

Mint említettük már, a földrajzi helymeghatározás mérései rendszerint épített pilléreken történnek. A pillérek külpontos helyzetűek és pontonként általában kettő épül. Az egyik pillérről végzik a szélesség és a hosszúság meghatározását, a másiktól az azimutot mérik. Ha olyanok a helyi viszonyok, hogy terepszintről az azimut-mérésbe bevont másik elsőrendű pont semmiképp nem látszik, akkor az azimutmérést az állványos gúla műszeroszlopára (torony pillérére stb.) felállított műszerrel végzik, és ekkor a második pillér építése természetesen elmarad.

A mérések tehát általában külpontos állásokból történnek, ezért a külpontossági elemeket meg kell mérni és a helyszín elhagyása előtt a központosítási javításokat ki kell számítani.

A szintfelületi földrajzi szélesség és hosszúság központosításához szükséges adatok a 233.3.1 ábra szerint: r a külpontosság lineáris mértéke, és β a meridián északi ága és a központra menő irány által bezárt szög. Ha β bal oldali szögszára mindenkor a meridián északi ága, akkor mind a szélesség, mind a hosszúság központosítási javítását előjelre helyesen a következő képletekből kapjuk meg:



233.3.1 ábra

$$\Delta \Phi = \rho'' \frac{r}{R} \cos \beta \quad (6)$$

illetve

$$\Delta A = \frac{r \sin \beta}{R \cos \Phi} \frac{\rho''}{15} \quad (7)$$

ahol Φ a műszerállás szintfelületi földrajzi szélessége, R a Földet helyettesítő gömb sugara. (A (7) képletből Δ időmásodpercben adódik.)

A külpontos állásról, rendszerint pillérről végzett azimutmérés eredményét is központosítani kell. A központosítási javítás két részből áll (233.3.2 ábra), az első rész a földi irány szokásos központosítási javítása, a második rész pedig abból keletkezik, hogy a műszerálláson és a központon áthaladó meridiánok nem párhuzamosak egymással. A 233.3.2 ábra jelölései értelmében a mért azimut A_m , a földi irány központosítási javítása η , a két meridián közötti meridián-konvergencia γ , ezek összege a központra vonatkozó azimutot eredményezi:

$$A = A_m + \eta + \gamma \quad (8)$$

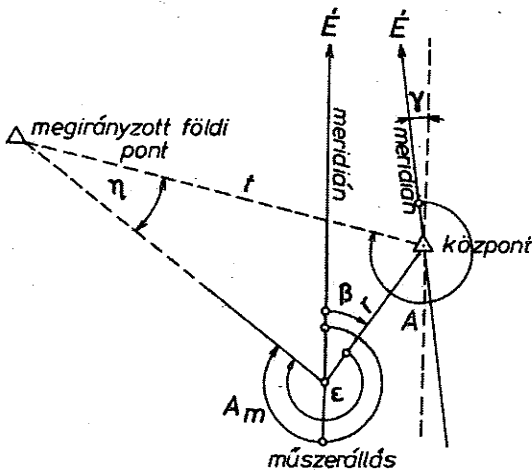
ahol

$$\eta = \rho'' \frac{r}{t} \sin \epsilon$$

és

$$\gamma = \rho'' \frac{r \sin \beta}{R} \operatorname{tg} \Phi$$

Itt Φ a műszerállás szintfelületi földrajzi szélessége és R a Földet helyettesítő gömb sugara.



233.3.2 ábra

233.4 A földrajzi helymeghatározás pontossága

A földrajzi helymeghatározás méréseit szélső, szabatos pontossággal elvégezve az elérhető megbízhatóság a szélességben és hosszúságban mintegy $+0,1'' - +0,3''$ közötti érték, az azimut pedig mintegy $+0,3'' - +0,5''$ középhibával jellemezhető. A pontmeghatározás lineáris pontossága lényegesen elmarad a háromszögeléssel, hossz-méréssel (táv-méréssel) elérhető pontosság mögött. Ez érthető, ha meggondoljuk, hogy a mi földrajzi szélességünkön egy ívmásodpercnek észak-dél irányban (azaz a földrajzi szélességben) mintegy 30 m, kelet-nyugati irányban pedig (azaz a földrajzi hosszúságban) lineárisan körülbelül 20 m felel meg.

Az azimutértékben elérhető pontosság közel azonos nagyságú a háromszögelési hálózatok szögmérésének megbízhatóságával, és miután mindkét megbízhatóság a hálózati háromszögdalakra vonatkozik, ezért lineáris megfelelőik is közel azonosak.

Az eddigiekből következik, hogy a földrajzi helymeghatározás módszerei geodéziai alappont meghatározására önállóan csak erősen közelítő jelleggel alkalmazhatók, viszont e módszerek egyszerűsített változataival végezték hosszú időn át a hajók, repülőgépek pillanatnyi helyzetének meghatározását.

234. Számítások az alapfelületen. Alapfogalmak

A vízszintes alaphálózatok alapfelületeként rendszerint forgási ellipszoidot használunk. E forgási ellipszoidot úgy állítjuk elő, hogy valamely ellipszist a kistengelye körül körbeforgatunk. A továbbiakban e forgási ellipszoidot röviden ellipszoidnak nevezzük.

Az ellipszoid geometriai paraméterei és a köztük levő összefüggések nemzetközi jelölései és elnevezései a következők:

a fél nagytengely,

b fél kistengely,

$c = \frac{a^2}{b}$ görbületi sugár a pólusokban,

$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ az első excentricitás négyzete,

$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$ a második excentricitás négyzete,

$f = \frac{a - b}{a}$ lapultság,

f^{-1} a lapultság reciproka.

Az ellipszoid egyértelmű meghatározásához két adat elegendő úgy, hogy az egyik adat a nagyság legyen. Leggyakrabban az ellipszoid fél nagytengelyét és lapultságát szokták számszerűen megadni.

Az ellipszoid felületén levő pontok földrajzi koordinátáinak nemzetközi jelölése a következő:

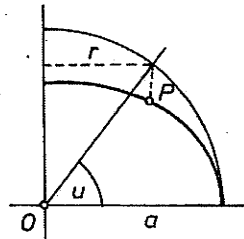
- φ - ellipszoidi földrajzi szélesség,
- λ - ellipszoidi földrajzi hosszúság,
- α - ellipszoidi azimut, amelyet a meridián északi ágától értelmezünk.

A különböző ellipszoidi görbületi sugarakra, paralelkör sugarára az Alaphálózatok I. (Vetülettan) tantárgyban megismert összefüggések annyiban módosulnak, hogy ott a Φ -vel jelölt ellipszoidi földrajzi szélességet φ -vel jelöljük.

A későbbiekben szükségünk lesz a redukált szélesség fogalmára (234.1 ábra). Valamely pont redukált szélességét úgy

szerkeszthetjük meg, hogy a meridiánellipszis középpontjából a fél nagytengelyvel körívet húzunk, erre a körívre vetítjük a pontot a kistengellyel párhuzamosan. A kimetszett körív pontot összekötvé az ellipszis középpontjával, e sugár és a nagytengely bezárta szög a redukált szélesség, melyet u -val jelölünk.

A redukált szélesség kiszámítható az ellipszoid fél nagytengelyének és a ponthoz tartozó paralelkör sugarának ismeretében:



234.1 ábra

$$\cos u = \frac{r}{a} \quad (1)$$

szerint.

234.1 Az ellipszoid felületi görbéi

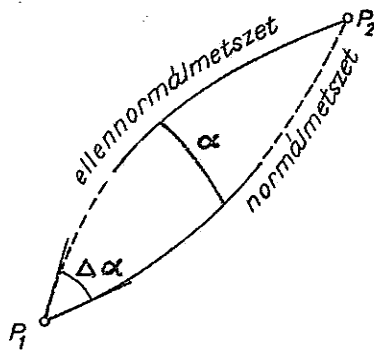
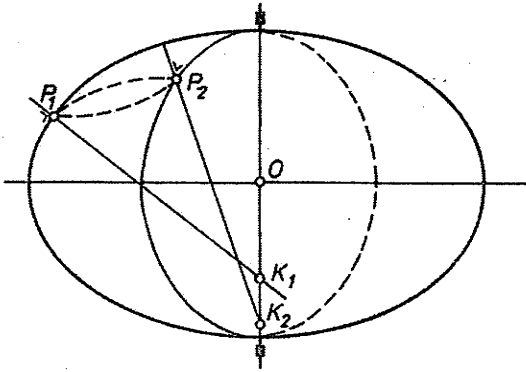
234.11 A normálmetszet és az ellennormálmetszet

Az ellipszoid minden egyes pontjához tartozik egy-egy felületi normális. A felületi normálison átfektetett síksor metszi az ellipszoid felületét, a metszetek neve: normálmetszetek. A normálmetszetek általában ellipszisek, ha a pont azonban az egyenlítőn van, akkor kör is van a metszetek között.

Általában az ellipszoid felületi normálisai - így a 234.11.1 ábrán P_1K_1 és P_2K_2 is - kitérő egyenesek.

Ezért a $P_1K_1P_2$ sík nem azonos a $P_2K_2P_1$ síkkal, ebből adódóan az ellipszoid felületén más-más lesz a metszészonaluk. P_1 pontra vonatkoztatva a P_1 normálisai és P_2 pont alt

kotta sík metszetét normálmetszetnek, és a P_2 normálisa és P_1 pont alkotta sík metszetét ellennormálmetszetnek vagy a normálmetszet konjugáltjának nevezzük.



234.11.1 ábra

Az ellipszoid két általános helyzetű P_1 és P_2 pontja közötti normálmetszet és ellennormálmetszet síkja egymással $\Delta\alpha$ nagyságú szöveget zár be:

$$\Delta\alpha = \frac{1}{4} \varphi'' \frac{s^2}{a^2} e^2 \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha \quad (1)$$

ahol φ'' az analitikus szögegység másodpercben kifejezett értéke, s a normálmetszet ívhossza, a az ellipszoid fél nagytengelye, e^2 az első numerikus excentricitás négyzete,

φ_1 a P_1 pont ellipszoidi földrajzi szélessége, α a P_1 pontra vonatkozó normálmetszet ellipszoidi azimutja.

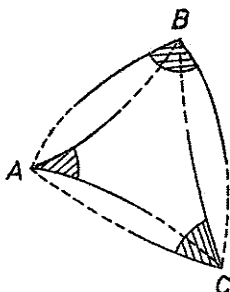
A normálmetszet és konjugáltja maximális lineáris távolságát a két görbe divergenciájának nevezzük és d -vel jelölve:

$$d = \frac{1}{16} \frac{s^3}{N_1^2} e^2 \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha \quad (2)$$

ahol N_1 a P_1 pontban a harántgörbületi sugár, a többi betűjelölés megegyezik az előbbi (1) összefüggés jelöléseivel.

Ha P_1 és P_2 azonos meridiánon, azonos paralelkörön vagy az egyenlítőn van, akkor a normálmetszet és az ellen-normálmetszet egybeesik. Ha a két pont azonos meridiánon van, akkor a normálmetszet maga a meridián, az egyenlítőn levő pontok esetében a normálmetszet az egyenlítő. Az azonos paralelkörön levő pontok esetében a normálmetszet nem az illető paralelkör lesz, hanem az a paralelkörnek az egyenlítő-től ellentétes oldalára esik.

Legyenek A, B és C általános helyzetű pontjai az ellipszoidnak. Ha ezeken felállunk teodolittal, akkor az állótengegy mindig a ponthoz tartozó felületi normálissal esik egybe. Így méréseink eredménye (234.11.2 ábra), az lesz, hogy nem azonos háromszögnek a szögeit mértük meg. Eredményeink ellentmondásosak, ezért a pontok összekötésére más felületi görbét kell használni.

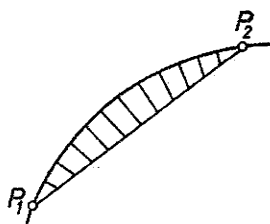


234.11.2 ábra

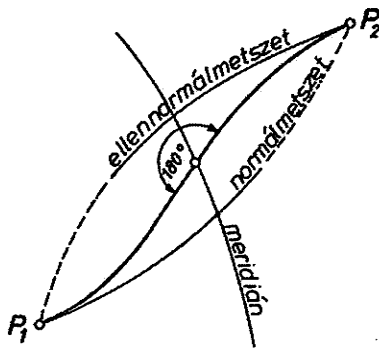
234.12 A kitűzési vonal

A kitűzési vonal az ellipszoidi háromszög oldalainak definiálására nálunk kevésbé használt felületigörbe, inkább az angolszász geodéziai irodalomban találkozhatunk vele.

Legyen P_1 és P_2 két általános helyzetű pont az ellipszoidon. Ha P_1P_2 húr minden egyes pontjából az ellipszoidra merőlegest bocsátunk, akkor a dőféspontok sora a kitűzési vonalat képezi (234.12.1 ábra). Ha a kitűzési vonal bármely pontjában meghúzzuk a felületi normális, és ezen át fektetünk egy vertikális síkot úgy, hogy az tartalmazza a P_1 pontot, akkor ez a sík átmegy a P_2 ponton is, mert maga a sík P_1P_2 húr is tartalmazza. Mondhatjuk tehát, hogy a kitű-



234.12.1 ábra



234.12.2 ábra

szögeknek tekinthetők.

Megjegyezzük még, hogy ha P_1 és P_2 azonos meridiánon, vagy az egyenlítőn van, akkor a kitűzési vonal a meridián illetve az egyenlítő. Ha a két pont ugyanazon a paralelkörön van, akkor a kitűzési vonal a paralelkörtől és a normálmetszettől is az egyenlítőtől átellenes oldalra esik.

234.13 A geodéziai vonal

Az ellipszoidon fekvő háromszög oldalainak egyértelmű voltát legáltalánosabban úgy biztosítják, hogy az ellipszoidi háromszög oldalaként a geodéziai vonalat használják.

Mint ismeretes, valamely térgörbe minden pontjához tartozik egy ún. kísérő triéder, azaz három, egymásra kölcsönösen merőleges irány (234.13.1 ábra). Ezek egyike a görbe érintője a kérdéses pontban. A másik erre merőleges, s ebbe az irányba esik a görbe görbületi sugara, ez a főnormális. Az érintő és a főnormális síkjára merőleges a binormális. A főnormális és az érintő képezi a görbe simulósíkját, a binormális és az érintő pedig a görbe rektifikáló síkját. A rektifikáló síkra merőleges a főnormális.

234.13.1 ábra

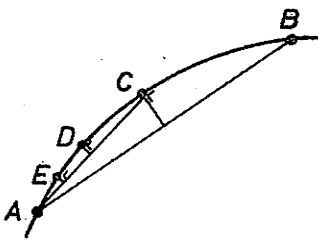
Ezek ismeretében a geodéziai vonal úgy definiálható, hogy egy olyan felületi görbe, amelynek minden pontjában a görbe főnormálisa összeesik a felületi normálissal. Definíciónk úgy is fogalmazható, hogy a geodéziai vonal minden pontjában a simulósík egyben a felület vertikális síkja is,

zési vonal ama pontok geometriai helye az ellipszoidon, amelyekben a görbe két végpontja felé haladó normálmetszetek azimutkülönbsége éppen 180° (234.12.2 ábra).

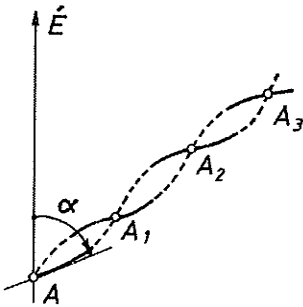
A kitűzési vonal két végpontjában az illető normálmetszetekhez érintőlegesen csatlakozik, azaz P_1 -ben érinti a P_1 -hez tartozó, P_2 -n áthaladó normálmetszetet, P_2 pontban pedig ennek konjugáltját. Ebben rejlik a kitűzési vonalak nagy előnye, ugyanis így a szögmérési eredmények redukció nélkül a megfelelő kitűzési vonalak közti

avagy a felületi érintősík egybeesik a geodéziai vonal rektifikáló síkjával.

Ha adott görbült felületen rajta fekvő egyenes található, akkor az minden esetben geodéziai vonal. Ilyen felület például a henger, amelynek alkotói geodéziai vonalak, de geodéziai vonal a hengerre írható valamennyi csavarvonal is. Szokás a geodéziai vonalat úgy is definiálni, hogy a felület két adott pontja között képezhető végtelen sok felületi görbe közül az a geodéziai vonal, amelyiknek hossza a legrövidebb. Az ívhosszúság legrövidebb volta azonban csak elégséges, de nem szükséges követelmény. Azaz, ha egyszer bebizonyítottuk egy görbéről, hogy az a legrövidebb ív az adott két pont között, akkor biztos, hogy az a görbe geodéziai vonal. Viszont lehetséges, hogy két pont között nemcsak a legrövidebb összekötés geodéziai vonal. Ilyen geodéziai vonal például a henger azonos alkotóján levő két pontot összekötő csavarvonal, ami egészen biztos, hogy hosszabb, mint a két pontot összekötő alkotó-szakasz.



234.13.2 ábra



234.13.3 ábra

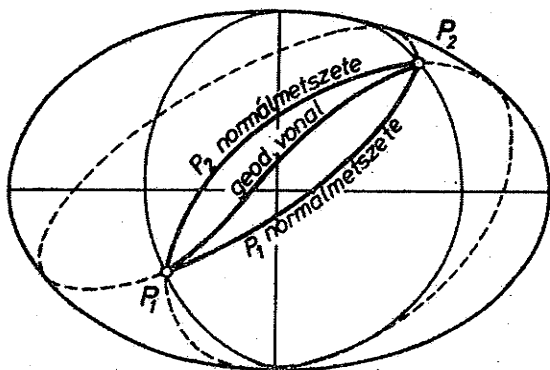
A geodéziai vonalat az ellipszoidon a következőképpen származtathatjuk (234.13.2 ábra). Legyen A és B az ellipszoid két pontja. AB húr felezőpontjából húzzunk merőlegest az ellipszoidra, a dőléspont legyen C . CA húr felezőpontjából ismét bocsássunk merőlegest az ellipszoidra, akkor kapjuk D -t, majd DA felezőpontjából merőlegest húzva kapjuk E pontot és így tovább. E dőléspontok sora alkotja az ellipszoid felületén a két pont közötti geodéziai vonalat.

Gondolati kísérlettel is előállíthatjuk az ellipszoidon a geodéziai vonalat (234.13.3 ábra). Felállunk teodolittal a vonal A kezdőpontjában úgy, hogy a teodolit állótengelye a felületi normális irányában legyen. Távcsővünket ráállítjuk arra az azimutértékre, amelyet ki akarunk tűzni. Ezután a függőleges irányokban A -tól elemi távolságra kitűzünk egy A_1 pontot. Most

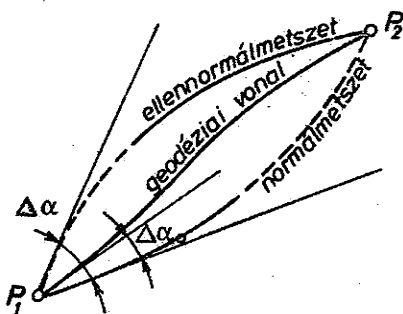
átállunk A_1 pontra - az állótengelyt az A_1 pontbeli normális irányába állítjuk - és megirányozzuk az A pontot. Ezután az alhidádét pontosan 180° -kal elfordítjuk, és a függőleges irányokban

kitűzzük A_2 pontot és így tovább. Az A, A_1, A_2, \dots, A_n pontok sora adja a geodéziai vonalat.

Az ellipszoid két általános helyzetű pontját összekötő geodéziai vonal a két ponthoz tartozó normálmetszet és ellennormálmetszet között halad (234.13.4 ábra). Kivételt képeznek azok az esetek, amikor a két pont ugyanazon a paralelkörön, azonos meridiánon vagy az egyenlítőn van. A paralelkör nem geodéziai vonal, az azonos paralelkörön fekvő két pont esetében a geodéziai vonal a két ponthoz tartozó normálmetszetnek az egyenlítővel ellentétes oldalán halad. Az egyenlítő maga is geodéziai vonal, ugyanígy a meridiánok is, mert normálisuk egyben felületi normális is.



234.13.4 ábra



234.13.5 ábra

Az ellipszoid két általános helyzetű P_1 és P_2 pontját összekötő geodéziai vonal és normálmetszet P_1 pontbeli érintőinek $\Delta\alpha_0$ iránykülönbsége (234.13.5 ábra) a következő:

$$\Delta\alpha_0 = \Delta\alpha \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots \right) \quad (1)$$

$$\Delta\alpha_0 = \frac{1}{3} \Delta\alpha$$

ahol $\Delta\alpha$ a normálmetszet és konjugáltja közötti szög. A 234.11 pont (1) összefüggését felhasználva:

$$\Delta\alpha_0'' = \frac{1}{12} \varphi'' \frac{s^2}{a} e^2 \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha \quad (2)$$

másodpercben kifejezve.

A geodéziai vonal és a megfelelő normálmetszet ívhosszá-
nak különbsége:

$$\Delta s = \frac{1}{360} e^4 \frac{s^5}{a} \cos^4 \varphi_1 \sin^2 2\alpha \quad (3)$$

ahol a betűjelölések a 234.11 pont (1) összefüggésben szereplő mennyiségek magasabb hatványú megfelelői.

A lineáris keresztirányú eltérés, a divergencia az ív közepén a normálmetszet és a geodéziai vonal között:

$$d' = \frac{1}{32} e^2 \frac{s^3}{a^2} \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha \quad (4)$$

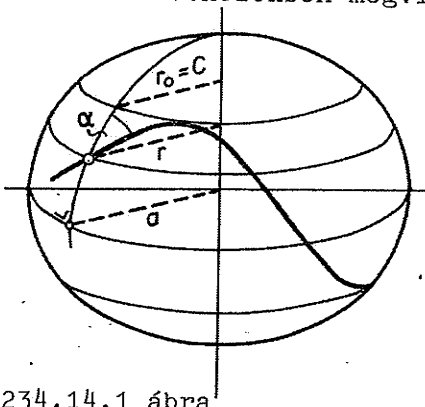
234.14 A geodéziai vonal forgásfelületen

A forgásfelület geodéziai vonalára vonatkozóan levezet-
hető a következő összefüggés:

$$r \sin \alpha = C \quad (1)$$

ahol r a paralelkör sugarát, α azimutot és C állandót
jelöl. Vagyis az (1) összefüggés szerint valamely forgásfe-
lületen a geodéziai vonal minden pontjában a görbe azimutjá-
nak sinusából és a ponthoz tartozó paralelkör sugarából kép-
zett szorzat állandó. Ez az összefüggés a Clairaut-féle egyen-
let. A Clairaut-féle egyenletet szokás a forgásfelületen
fekvő geodéziai vonal egyenletének is nevezni. Meg kell azon-
ban jegyezni, hogy ennek az egyenletnek fennállása a forgás-
felület valamely felületi görbéjével kapcsolatban csak szük-
séges, de nem elégséges feltétele annak, hogy a görbe geodé-
ziai vonal legyen. Például a paralelkörök nyilván kielégítik
a Clairaut-féle egyenletet, de mégsem geodéziai vonalak, mert
főnormálisuk (a paralelkör sugara) szöveget zár be a felületi
normálissal.

A következőkben megvizsgáljuk, hogy hogyan helyezkednek
el a geodéziai vonalak egy forgá-
si ellipszoidon. Haladjon át egy
geodéziai vonal az északi félte-
ke valamely kiválasztott pontján
(234.14.1 ábra). E pont meridián-
jával a görbe α szöveget (azimu-
tot) alkot. A kiválasztott pont
paralelkörének r sugara ismeret-
ében a Clairaut-féle egyenlet
 C állandója kiszámítható. Ha
most a kiválasztott pontból ki-
indulva É felé követjük a gör-
bét, akkor r értéke egyre csök-
ken, tehát $\sin \alpha$, illetőleg



234.14.1 ábra

az α egyre nő, hogy az $r \sin \alpha = C$ egyenlőség fennálljon. Ha elérjük azt a paralelkört, amelyre

$$r = C = r_0$$

érték igaz, akkor

$$\sin \alpha = 1$$

és

$$\alpha = 90^\circ$$

kell legyen. Vagyis a $C = r_0$ sugarú paralelkört elérve a geodéziai vonal merőlegesen metszi a meridiánt, azaz érinti az r_0 sugarú paralelkört. A geodéziai vonal tovább észak felé nem haladhat, mivel $\sin \alpha$ nem lehet 1-nél nagyobb, és a paralelkörben sem folytatódhat, mert az nem geodéziai vonal. Tehát érintve az r_0 sugarú paralelkört, $\alpha > 90^\circ$ azimuttal az egyenlítő felé halad. Az egyenlítőt elérve r értéke az ellipszoid fél nagytengelye lesz, tehát $\sin \alpha$ értéke kicsi, ezért a görbe az egyenlítőt meredeken metszi át, majd a meridiánnal alkotott szöge ismét 90° -hoz (illetőleg 270° -hoz) közeledik, míg el nem éri az egyenlítő déli oldalán az r_0 sugarú paralelkört, amit érintve ismét visszafordul az egyenlítő felé.

Valamely geodéziai vonalnál jelölje α_0 azt az azimutot, amely alatt a geodéziai vonal az egyenlítőn áthalad, és u_{\max} az r_0 szélső paralelkörnek megfelelő redukált szélességet. A 234. fejezet (1) összefüggés ekkor értelemszerűen:

$$r_0 = a \cos u_{\max} \quad (2)$$

Az r_0 sugarú paralelkört a geodéziai vonal érinti, az érintési pontban $\sin \alpha = 1$, így e pontban az (1) alatti egyenlet:

$$a \cos u_{\max} = C \quad (3)$$

lesz, és mivel a (az ellipszoid fél nagytengelye) maga is állandó, ezért írható:

$$\cos u_{\max} = C_0 \quad (4)$$

Az egyenlítőn α_0 azimuttal halad át a geodéziai vonal, és mivel itt $u = 0$, illetve $\cos u = 1$, ezért e pontban az (1) összefüggés:

$$\sin \alpha_0 = C_0 \quad (5)$$

lesz. A (4) és (5) alatti összefüggések összevonásával azt kapjuk, hogy:

$$\cos u_{\max} = \sin \alpha_0 \quad (6)$$

Ez az egyenlőség csak úgy lehetséges, hogy

$$u_{\max} + \alpha_0 = 90^\circ \quad (7)$$

vagyis a maximális redukált szélesség és az egyenlítői (minimális) azimut egymásnak pótszöge.

A geodéziai vonal tehát - mint valami felületre írt sinusgörbe - az északi és a déli r_0 sugarú paralelkörök között kígyózva körbejárja az ellipszoidot. Egyetlen körbejárással azonban a görbe nem záródik. A periódus - tehát egy sinushullámszerű rész - hossza:

$$2\omega = 2\pi(1 - f \cos u_m \dots) \quad (8)$$

ahol f az ellipszoid lapultsága, u_m pedig az r_0 szélső paralelkörnek megfelelő redukált szélesség. A félperiódusra, vagyis a félhullámra a korlátok:

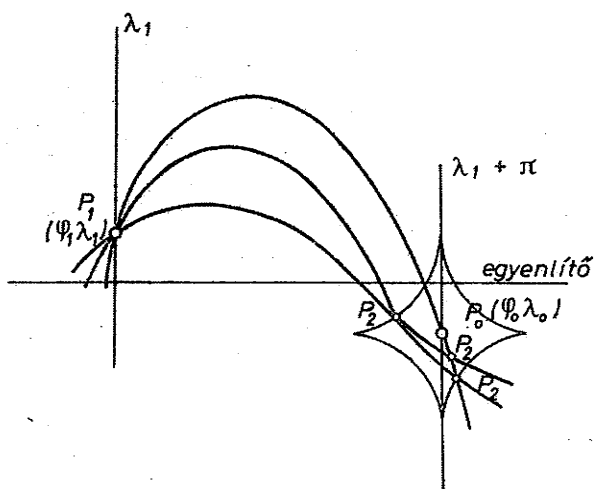
$$\pi(1 - f) \leq \omega \leq \pi \quad (9)$$

ahol az alsó határ az egyenlítőre ($u_m = 0$), mint geodéziai vonalra, a felső pedig a meridiánokra, mint geodéziai vonalakra érvényes.

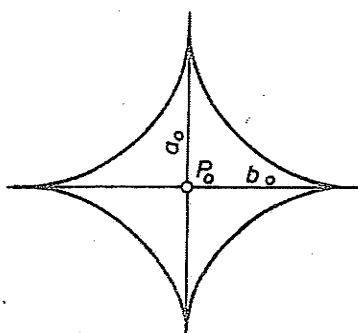
Válemely tetszőleges P_1 pontból különböző azimutokkal indított geodéziai vonalakhoz az (1) összefüggés értelmében más-más r_0 értékek, így más-más ω értékek tartoznak. Eből következik, hogy az ilyen geodéziai vonalak egy félperiódus leírása után metsződnek (234.14.2 ábra). A P_2 metszéspontok burkológörbéjét megrajzolva aszteroidszerű görbét kapunk, melynek középpontja P_0 (234.14.3 ábra). A P_0 koordinátái a következők:

$$\varphi_0 = -\varphi_1 \quad (10)$$

$$\lambda_0 = \lambda_1 + \pi$$



234.14.2 ábra



234.14.3 ábra

koordinátáit, akkor a burkoló görbe egyenlete:

$$\begin{aligned}
 & (\varphi_b + \varphi_1)^{2/3} + \left\{ [\pi - (\lambda_b - \lambda_1)] \cos \varphi_1 \right\}^{2/3} = \\
 & = \left(\frac{e^2}{2} \pi \cos^2 \varphi_1 \right)^{2/3} \quad (12)
 \end{aligned}$$

ahol e^2 az ellipszoid excentricitása.

Ha P_1 kezdőpont az egyenlítőn van, akkor

$$\varphi_1 = 0 \text{ és } a_0 = b_0 = f\pi$$

tehát a burkoló görbe tengelyhosszai és a görbe körülhatárolta terület a legnagyobb lesz.

A burkológörbe tengelyei a P_0 -n áthaladó meridián, illetve paralelkör irányába esnek, és hosszuk a meridián irányában:

$$a_0 = f\pi \cos^2 \varphi_1 \quad (11a)$$

a paralelkör irányában pedig:

$$b_0 = f\pi \cos \varphi_1 \quad (11b)$$

Ha φ_b -vel és λ_b -vel jelöljük

a burkoló görbe valamely pontjának

koordinátáit, akkor a burkoló görbe egyenlete:

234.2 Az ellipszoidi háromszög megoldása

234.21 Az ellipszoid helyettesítése gömbbel

Az alaphálózati, felsőgeodéziai számításokban - ha a számítási pontosság megengedi - sok esetben az ellipszoidot gömbbel helyettesítjük. Ezért a következőkben felsorolunk néhány olyan adatot, amelyet az ellipszoidot helyettesítő gömb sugaraként szokásos használni.

Ha számításainkat nem az ellipszoid egészére végezzük, akkor a helyettesítő gömb R sugarát Gauss-tétele értelmében számítjuk ki. A Gauss-tétel ugyanis kimondja, hogy bármely felület (így az ellipszoid) elemi darabja helyettesíthető annak a gömbnek az elemi darabjával, amelynek sugara azonos a kérdéses felület felületeleme súlypontjában levő középgörbületi sugárral. Tehát elemi környezetben:

$$R = \sqrt{MN} \quad (1)$$

ahol M a meridián irányú, N pedig a haránt görbületi sugár.

A helyettesítő gömb sugaraként szolgálhat a középgörbületi sugárnak az egész felületre vonatkozó értéke: R_0 .

$$R_0 = a \left(1 - \frac{1}{6} e^2 + \frac{31}{360} e^4 + \frac{1697}{15 \cdot 120} e^6 + \dots \right) \quad (2)$$

ahol a és e^2 az ellipszoid ismert paraméterei.

Az ellipszoid paramétereit felsoroló nemzetközi irodalomban [24] a következő helyettesítő gömbök sugarai adottak:

$$\text{a közepes sugár: } R_1 = \frac{2a + b}{3} ;$$

$$\text{az azonos felületű gömb sugara: } R_2 ;$$

$$\text{az azonos köbtartalmú gömb sugara: } R_3 .$$

234.22 Az ellipszoidi háromszög szögfeleslege

Bármely görbe felületen a felület három pontjával kijelölt háromszögben a szögek összege 180° -tól különbözik, és pedig pozitív görbületű felületeken - amilyen az ellipszoid, a gömb is - nagyobb 180° -nál. A különbség a szögfelesleg, vagy excesszus, jele: ξ .

A geodéziai alaphálózatokban szokásos nagyságú háromszögek az ellipszoid egészéhez viszonyítva elemi méretűek, így Gauss 234.21 pontban leírt tétele értelmében az ellipszoidi háromszögeket az

$$R = \sqrt{MN}$$

sugarú gömbön fekvő háromszögekkel helyettesíthetjük. Gauss-tétele értelmében R értékét mindig az ellipszoidi háromszög súlypontjára kiszámított M és N főgörbületi sugarakból kell számítani.

A gömbi szögfelesleg az

$$\varepsilon'' = \varrho'' \frac{F}{R^2} \quad (1)$$

képlettel számítható ki, ahol F a gömbháromszög területe. Közepes R -rel számítva, ϱ'' értékét beírva:

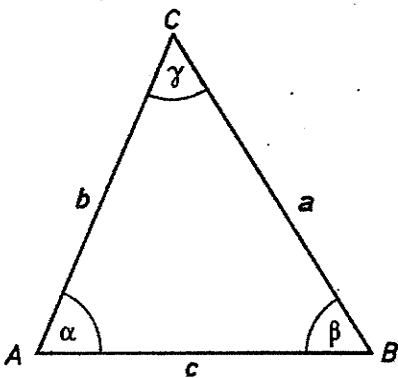
$$\varepsilon'' = 0,005 F$$

ha F -et négyzetkilométerben fejezzük ki.

Ha a háromszög mérete a Föld méreteihez viszonyítva csekély, akkor F értéke egyszerűen a síkháromszög területének valamelyik képletével számítható, például:

$$F = \frac{1}{2} b c \sin \alpha \quad (2)$$

ahol b és c a háromszög két oldala és α a közbezárt szög (234.22.1 ábra). A (2) összefüggés helyettesítésével, továbbá a háromszög b oldalát



$$b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma}$$

alakban kifejezve, a gömbi szögfelesleget a következők szerint számíthatjuk:

$$\begin{aligned} \varepsilon'' &= \varrho'' \frac{F}{R^2} = \varrho'' \frac{b c \sin \alpha}{2R^2} = \\ &= \varrho'' \frac{c^2 \sin \alpha \sin \beta}{2R^2 \sin \gamma} \end{aligned} \quad (3)$$

234.22.1 ábra

Elvben ε kiszámításához mindig a háromszög súlypontjához tartozó R -et kell használni, gyakorlatban azonban nagyobb területen azonos R használható. Ha ugyanis előírjuk, hogy ε -t $0,001''$ -re pontosan kell megkapnunk, akkor a háromszöghöz tartozó R helyett mindaddig átlagos értéket vehetünk, amíg az így elkövetett $\Delta \varepsilon$ hiba $0,0005''$ -nél kisebb. Mivel R a φ ellipszoidi földrajzi szélesség függvénye, levezethető, hogy mekkora $\Delta \varphi$ eltérés engedhető meg a háromszög súlypontjához tartozó φ értéktől ahhoz, hogy $\Delta \varepsilon$ a megengedett értéken belül maradjon:

$$\Delta \varepsilon = 2\varepsilon'' \frac{e^2 \sin 2\varphi}{1 - e^2 \sin^2 \varphi} \Delta \varphi \quad (4)$$

ahol e^2 az ellipszoid első excentricitásának négyzetét jelenti. Ha $\Delta \varepsilon = 0,0005''$ értékben adott, akkor $\Delta \varphi$ Magyarország közepes szélességén:

$$\Delta \varphi = \frac{125}{\varepsilon''} \quad (5)$$

és e képletből $\Delta \varphi$ -t percekben kapjuk meg, ha ε'' -t másodpercben helyettesítjük.

Mivel a gyakorlatban előforduló háromszögek területe ritkán nagyobb 1000 km^2 -nél, így $\varepsilon'' = 5''$ szélső értéknek vehető, és így

$$\Delta \varphi = 25'$$

értéket kapunk. Ez annyit jelent, hogy nagyjából 1° szélességű övben az öv közepes szélességének megfelelő R-rel számíthatjuk valamennyi háromszög szögfeleslegét, amely ebbe az övbe esik.

Ha a háromszögek méretei rendkívül nagyok, akkor a szögfelesleg számításához már nem használhatjuk a gömbre vonatkozó (1) összefüggést, hanem a következő képletet kell felhasználni:

$$\varepsilon'' = \varphi'' \frac{F}{R^2} \left(1 + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{24 R^2} \right) \quad (6)$$

ahol a , b és c a háromszög három oldalának hossza. Megjegyzendő, hogy a korrekciós tag értéke $F = 5000 \text{ km}^2$ -nél csupán $0,001''$ lesz.

234.23 Az oldalhossz számítása Legendre tételével

Az ellipszoidon fekvő háromszögek oldalhosszainak számításakor a háromszögeket Gauss-tétele alapján gömbháromszögeknek tekintjük, amelyeknek szögei azonosak az ellipszoidi háromszög szögeivel.

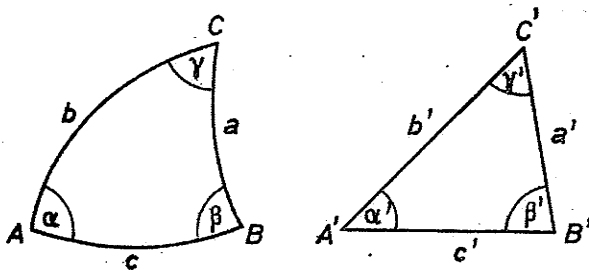
Legendre viszont kimutatta, hogy mindaddig, amíg a gömbháromszög oldalhosszai csekélyek a Föld méretéhez viszonyítva, az oldalak hossza a síkháromszögre vonatkozó összefüggésekkel vezethető le, ha a gömbi szögeket a szögfelesleg harmadával csökkentjük.

Azaz Legendre-tétele szerint az ABC gömbháromszög oldalainak hosszát olyan A'B'C' segédháromszögből (234.23.1 ábra) nyerhetjük a síkgeometria összefüggései szerint, amelyeknek α' , β' , γ' szögeit a következők szerint számítjuk a gömbháromszög α , β , γ szögeiből:

$$\begin{aligned}\alpha' &= \alpha - \frac{\varepsilon''}{3} \\ \beta' &= \beta - \frac{\varepsilon''}{3} \\ \gamma' &= \gamma - \frac{\varepsilon''}{3}\end{aligned}\quad (1)$$

ahol ε'' a kérdéses háromszög gömbi szögfeleslege. E feltétel kielégítése mellett a gömbháromszög oldalhosszai azonosak lesznek a síkháromszög oldalhosszaival:

$$a' = a \quad b' = b \quad c' = c \quad (2)$$



234.23.1 ábra

Tehát ha például a c oldal gömbi (ellipszoidi) hossza már ismert, akkor:

$$a = c \frac{\sin \alpha'}{\sin \gamma'} \quad \text{és} \quad b = c \frac{\sin \beta'}{\sin \gamma'}$$

sinus tétellel számítható.

Ha a gömbi (ellipszoidi) háromszög nem tekinthető elemi nagyságúnak, akkor - a 234.23.1 ábra jelöléseit tartva - a gömbi és a síkháromszög szögeinek különbségét a következő képletek szerint kell számítani:

$$\begin{aligned}\alpha - \alpha' &= \frac{\varepsilon}{3} \left(1 + \frac{m^2 - a^2}{20 R^2} \right) \\ \beta - \beta' &= \frac{\varepsilon}{3} \left(1 + \frac{m^2 - b^2}{20 R^2} \right) \\ \gamma - \gamma' &= \frac{\varepsilon}{3} \left(1 + \frac{m^2 - c^2}{20 R^2} \right)\end{aligned}\quad (3)$$

$$\text{ahol } m^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$$

Megjegyezzük azonban, hogy a korrekciós tag mintegy 200 km-es oldalhosszak esetén éri csak el a 0,001" értéket, de ugyanakkor ϵ értékét a 234.22 pont (6) összefüggése szerint kell számítani.

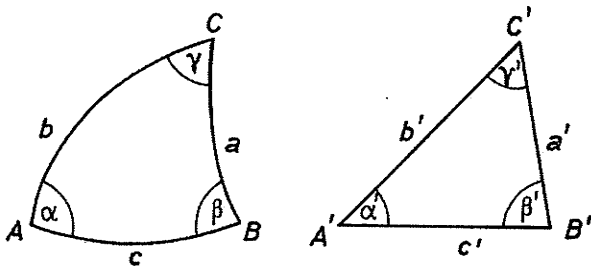
234.24 Az oldalhossz számítása Soldner tételével

Soldner módszerének kiindulása azonos az előzőben megismert módszer kiindulásával, vagyis Gauss-tétele alapján az elemi nagyságú ellipszoidi háromszöget gömbháromszögnek tekintjük, amelynek szögei azonosak az ellipszoidi háromszög szögeivel.

Soldner számítási eljárásában szintén síkháromszöggel helyettesíti a gömbháromszöget, de úgy, hogy a gömbháromszög szögeit változtatás nélkül a síkháromszög szögeinek tekinti. Így viszont nem kapjuk meg a gömbháromszög keresett oldalhosszát, hanem úgy kell eljárni, hogy a síkháromszög összefüggéseivel levezetett oldalhosszat korrekcióval látjuk el. Ez a korrekció a hosszpótlék vagy additament.

Azaz Soldner tétele szerint az ABC gömbháromszög oldalainak hosszát olyan A'B'C' síkháromszög (234.24.1 ábra) adataiból számíthatjuk ki, amelynek oldalai:

$$\begin{aligned} a' &= a - \frac{a^3}{6R^2} \\ b' &= b - \frac{b^3}{6R^2} \\ c' &= c - \frac{c^3}{6R^2} \end{aligned} \quad (1)$$



234.24.1 ábra

ahol a második tag mindig az illető oldalra vonatkozó A_a , A_b és A_c lineáris additament érték:

$$A_a = \frac{a^3}{6R^2}; \quad A_b = \frac{b^3}{6R^2}; \quad A_c = \frac{c^3}{6R^2} \quad (2)$$

és R mindig a háromszög súlypontjához tartozó középgörbületi sugár.

Tehát a gömbi oldalhosszból úgy kapjuk a megfelelő síkháromszög oldalhosszát, hogy belőle az additamentet levonjuk és fordítva, vagyis a síkháromszögből kiszámított oldalhossz gömbi oldalhossza az additament hozzáadásával alakítható.

Az oldalhosszakra vonatkozó ezen feltételek kielégítése mellett a gömbháromszög és a síkháromszög szögei azonosnak tekinthetők:

$$\alpha' = \alpha \quad \beta' = \beta \quad \gamma' = \gamma \quad (3)$$

Felmerül a kérdés, hogy az additament képletében szereplő R középgörbületi sugár értékét milyen pontosan kell ismernünk, vagy másképp fogalmazva: milyen elhanyagolást követünk el, ha R -et nem számítjuk ki minden háromszögre külön-külön, hanem egy közepes R értékkel számolunk. Mivel R az ellipszoidi földrajzi szélesség függvénye, azt kell tehát vizsgálnunk, hogy milyen széles övben használható az öv közepes szélességéhez tartozó R érték, hogy ΔA értékét 1 mm pontosan megkapjuk, vagyis ΔA elhanyagolás kisebb legyen 0,5 mm-nél.

Az additament (2) alatti kifejezését φ szerint deriválva, véges elemekre áttérve kapjuk:

$$\Delta A_c = \frac{c^3 e^2 \sin 2\varphi}{3R^2(1 - e^2 \sin^2 \varphi)} \Delta \varphi \quad (4)$$

ahol c a háromszög oldalhossza, e^2 az excentricitás, φ a háromszög súlypontjára vonatkozó ellipszoidi földrajzi szélesség. Beírva (4)-be ΔA megadott értékét és az állandókat, azt kapjuk, hogy a mi szélességünkön:

$$\Delta \varphi = \frac{52,2}{c^3} \cdot 10^4 \quad (5)$$

tehát $\Delta \varphi$ nagyobb oldalhosszaknál kedvezőtlenebb lesz. Ha $c = 60$ km-t, mint szélső értéket helyettesítünk be, akkor

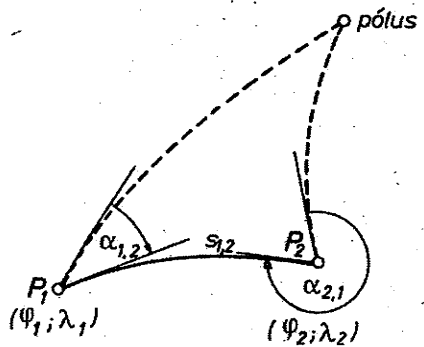
$$\Delta \varphi = 2^{\circ}25'$$

lesz, vagyis mintegy 5° szélességű övben az additament kiszámításához az öv közepes szélességéhez tartozó középgörbületi sugár használható. Éppen ezért az additament értékek gyors előállításához táblázatokat is lehetett készíteni, amelyeket csak 5° szélességekként kellett külön szerkeszteni.

Megemlítjük még, hogy régebbi irodalomban, korábbi számításokban a logaritmikus hosszpótlék vagy additamenttel is találkozhatunk, amely lényegében azonos a lineáris additamenttel, csak számítását a teljesen logaritmussal végzett számításhoz tették alkalmassá.

234.3 Koordináta-számítás az ellipszoidon

Azokat a koordinátaszámításokat, amelyeket a forgási ellipszoidon, mint a Föld alapfelületén végzünk, geodéziai főfeladatoknak nevezzük. Alapvetően kétféle feladatot kell megoldanunk.



234.3.1 ábra

Az I. geodéziai főfeladatról (234.3.1 ábra) akkor beszélünk, amikor ismerjük a P_1 pont $(\varphi_1; \lambda_1)$ ellipszoidi földrajzi koordinátáit, a P_1 és P_2 pont közötti felületi görbe $s_{1,2}$ hosszát, valamint e görbe P_1 pontbeli érintőjének $\alpha_{1,2}$ azimutját. Kiszámítandók a P_2 pont $(\varphi_2; \lambda_2)$ koordinátái és a görbe P_2 pontbeli érintőjének $\alpha_{2,1}$ azimutja.

A II. geodéziai főfeladat az I. főfeladat inverze: adottak a P_1 és a P_2 pont ellipszoidi földrajzi koordinátái, és meghatározandó a P_1 és P_2 pont közötti felületi görbe $s_{1,2}$ hossza, valamint az $\alpha_{1,2}$ és az $\alpha_{2,1}$ azimutok (234.3.1 ábra).

Szokásos az első főfeladatot direkt, a másodikat indirekt feladatnak is nevezni.

Mindkét főfeladat számításakor lényegében a $P_1; P_2$ ellipszoidi pólusháromszöget (234.3.1 ábra) kell megoldanunk.

A feladatok leírásában eddig nem neveztek meg, hogy a P_1P_2 ív milyen felületi görbe ívdarabja. Az általános eset az, hogy az ívdarabot geodéziai vonalnak tekintjük, és ekkor az azimutok is természetesen a geodéziai vonalra vonatkoznak (Gauss, Legendre, Schreiber). Számos esetben azonban - és az angolszász irodalomban ez az általános - a főfeladatok olyan megfogalmazásával és megoldásaival találkozhatunk, amikor is a két pont közötti távolság a normálmetszet ívdarabja, és az azimutok a normálmetszetre vonatkoznak (Bomfort, Andersen, Cimbalnik, Lehn, Szádeczky-Kardoss). Egyik-másik

normálmetszetre történő megoldás korrekció formájában a geodéziai vonalra való áttérést is tartalmazza.

A geodéziai főfeladatok számítási felülete minden esetben az ellipszoid. Egyik-másik megoldásban találkozunk ugyan a gömbbel, de csak számítási segédfelületként, a végeredményt az ellipszoid és a gömb közötti eltérésekből számítható korrekciók alkalmazásával kapjuk meg. Akár közvetlen az ellipszoidon, akár más úton végezzük számításainkat, azok mindenképp nehézkesek, bonyolultak, többféle közelítést tartalmaznak, rendszerint nem zártak, ez a magyarázata annak, hogy az idők folyamán mindkét főfeladatra számos megoldás született.

A főfeladatok megoldásait rendszerezve első csoportba azokat az eljárásokat soroljuk, amelyek a két pont közötti legfeljebb 200 km-es távolságig használhatók. Az e tartományba eső távolságokra jó megoldásokat adnak az olyan hatvány-sorok, amelyek az említett alkalmazási körön belül hamar konvergálnak, és vagy az első, vagy a második főfeladatra közvetlen megoldást adnak. Ilyenek: a Legendre-féle hatvány-soros megoldás, a Gauss-féle középszélesség-módszer, Schreiber segédháromszöges megoldása és a felsorolt módszerek valamelyikéből kiinduló számos más eljárás (Andrae, Helmert, Börsch, Krüger, Tardi, Kraszovszkij, Hirvonen, valamint Schoeps, Gerstbach szerint). A számítások végrehajtásához számos segéd táblázat áll rendelkezésre, vagy azok jó gépesíthetők.

A főfeladatok megoldásainak második csoportját alkotják azok, amelyek közepes távolságokra, mintegy 1000 km-es ívhosszakig használhatók. Ezeket főleg a korszerű távmérések hívták életre és megoldásuk általában a normálmetszetek alapulvételével történik (Rudoe, Clarke, Cunningham és mások).

A megoldások harmadik csoportja nagy távolságokra, mintegy 20 000 km-ig alkalmazható. Ezeket a módszereket a légi közlekedés és a távirányítás fejlődése hozta létre. Rendszerint két igen távoli pont legrövidebb távolsága és e távolság azimutja a keresett, tehát a második főfeladatról van szó. A megoldások alapját Bessel módszere képezi, aki Clairaut egyenletét valamely legnagyobb gömbi körre, mint geodéziai vonalra alkalmazza és korrekciókat számít az ellipszoid és a gömb közti különbségre. Ide tartoznak még Krüger, Levallois-Dupuy, Lilly és mások eljárásai.

A felsorolt eljárások közül a geodéziai gyakorlatban leginkább előfordulókkal, azaz az első csoportba soroltakkal foglalkozunk részletesebben, ott is a geodéziai vonalat használó eljárásokkal. E számítások élességét az I. rendű háromszögelés pontossági igényei szabják meg. A szokásos számítási élességek:

$$\Delta \varphi, \Delta \lambda \leq 0,0001''$$

$$\Delta \alpha \leq 0,001''$$

$$\Delta s \leq 0,001 \text{ mm}$$

ami a vízszintes koordinátákban $+3$ mm-nek, az azimutban $s = 20$ km esetére $+1$ mm-nek felel meg.

234.31 Az I. geodéziai főfeladat néhány megoldása

a) A Legendre-féle hatványsoros módszer abból indul ki, hogy ha ismert $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ pont és az e pontból kiinduló geodéziai vonal P_1 pontbeli $\alpha_{1,2}$ azimutja, akkor ezen a geodéziai vonalon fekvő valamely P_2 pont (φ_2, λ_2) koordinátái, valamint a P_2 pontbeli $\alpha_{2,1}$ azimut csupán az s ívhosszúságtól függenek. Felírható tehát, hogy:

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= f_1(s) \\ \lambda_2 &= f_2(s) \\ \alpha_{2,1} &= f_3(s) \end{aligned} \quad (1)$$

E függvényeket ($s = 0$ helyen) MacLaurin sorba fejtve kapjuk:

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= f_1(s)_0 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial s}\right)_0 s + \left(\frac{\partial^2 f_1}{\partial s^2}\right)_0 \frac{s^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 f_1}{\partial s^3}\right)_0 \frac{s^3}{6} + \dots \\ \lambda_2 &= f_2(s)_0 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial s}\right)_0 s + \left(\frac{\partial^2 f_2}{\partial s^2}\right)_0 \frac{s^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 f_2}{\partial s^3}\right)_0 \frac{s^3}{6} + \dots \\ \alpha_{2,1} &= 180^\circ + f_3(s)_0 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial s}\right)_0 s + \left(\frac{\partial^2 f_3}{\partial s^2}\right)_0 \frac{s^2}{2} + \\ &+ \left(\frac{\partial^3 f_3}{\partial s^3}\right)_0 \frac{s^3}{6} + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

A 3. sorban szereplő 180° arra utal, hogy az $f_3(s)$ függvény sorbafejtett alakja az $(\alpha_{2,1} - \alpha_{1,2})$ azimutok különbségének csupán 180° -tól való eltérését adja meg.

Az $f_1(s)$, $f_2(s)$, $f_3(s)$ függvények $s = 0$ helyen rendre a P_1 pont (φ_1, λ_1) koordinátáit és az $\alpha_{1,2}$ azimut értékét veszik fel:

$$\begin{aligned} f_1(s)_0 &= \varphi_1 \\ f_2(s)_0 &= \lambda_1 \\ f_3(s)_0 &= \alpha_{1,2} \end{aligned} \quad (3)$$

A sorbafejtett alakokban szereplő első deriváltakra levezethető, hogy:

$$\frac{\partial f_1}{\partial s} = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{\cos \alpha}{M}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial s} = \frac{d\lambda}{ds} = \frac{\sin \alpha}{N \cos \varphi} \quad (4)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial s} = \frac{d\alpha}{ds} = \frac{\sin \alpha \operatorname{tg} \varphi}{N}$$

ahol M és N a meridián illetve a haránt görbületi sugár. A (4) alatti három egyenlet egyúttal a geodéziai vonal differenciálegyenlet-rendszere.

Az első differenciálhányadosokból a differenciálás folytatásával előállíthatjuk a (2) alatti sorbafejtett alakban szereplő magasabb rendű differenciálhányadosokat. A differenciálás folytatásával és a keletkező egyre bonyolultabb kifejezések részletes bemutatásával nem foglalkozunk.

Meg kívánjuk jegyezni, hogy a számítás nehézkes, a sorok elég lassan konvergálnak, a kellő számítási pontosság biztosítása érdekében pl. $s = 100$ km esetén a (2) alatti sorokat az ötödfokú tagokig ki kell számítani, és $s = 30$ km körüli értéknél is még általában szükség van a negyedrendű tagokra. Nagyobb szélességeken kedvezőtlenebb a helyzet, mert a képletekben szereplő $\operatorname{tg} \varphi$ a sarkok felé rohamosan nő.

A Legendre-féle hatványsorokat felhasználva több számítási eljárást dolgoztak ki gyakorlati célokra. Az egyik felhasználó Schoeps (1960), aki a differenciálhányadosok együttthatóira táblázatokat készített, amelyek φ szerint változnak. A táblázatok értékeit olyan sűrűséggel számította ki, hogy közöttük lineárisan interpolálhatunk.

Gerstbach (1974) a Legendre-féle hatványsorokat felhasználva kisszámítógépekre (HP 45, 55, 65) alkalmas munkaképleteket vezetett le, amelyek a (2) alatti sorokat a 4. rendű tagokkal bezárólag tartalmazzák. Gerstbach szerint a munkaképletekkel

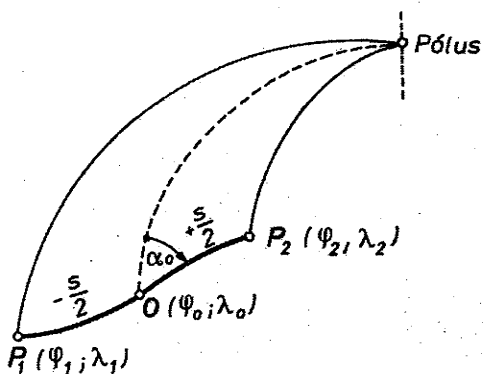
$$s < 60 \text{ km és}$$

$$45^\circ < \varphi < 54,5^\circ$$

korlátan belül, az előbb említett kisgépeket használva, a 0,0001" számítási pontosságot el tudjuk érni.

b) A Gauss-féle középszélesség módszer a Legendre-féle hatványsor kedvezőtlen konvergenciaviszonyain kíván segíteni. Gauss eljárásának lényege, hogy a $P_1 P_2$ ívet felező 0

pontot választja kiindulópontnak (234.31.1 ábra), s feltételezve, hogy ennek $(\varphi_0; \lambda_0)$ koordinátái és a geodéziai vonal e pontbeli α_0 azimutja ismert, a Legendre-féle sorokkal felírja P_1 és P_2 pontok koordinátáit, valamint e két ponthoz tartozó azimutokat. Az így felírt hatványsoroknak nem kell olyan magas hatványú tagjait kiszámítani a megkívánt számítási pontosság biztosítására, mintha az ív teljes hosszára íránk fel a sorokat. Tehát a konvergencia kedvezőbbé vált.

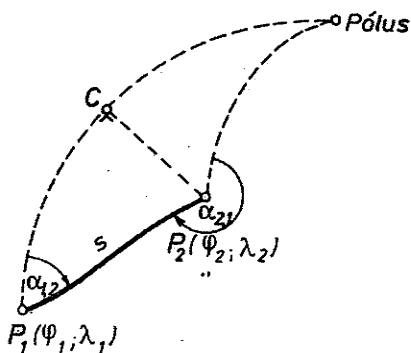


234.31.1 ábra

és az újabb eredmény különbsége az előírt számítási élesség alá csökken.

Tehát Gauss-módszere az első geodéziai főfeladatra nem ad közvetlen megoldást, a keresett értékek csak iterációval, fokozatos közelítéssel érhetők el.

c) Schreiber segédpontos módszere P_2 pont koordinátáinak és az α_{21} azimutnak meghatározására a P_1P_2C derékszögű



234.31.2 ábra

A számításoknál azonban nehézséget okoz, hogy a differenciálhányadosok értékét $s = 0$ helyen, azaz $\varphi_0, \lambda_0, \alpha_0$ értékéhez kell megadnunk, amelyek azonban még nem ismertek. Ezért közelítő értéket kell felvenni P_2

keresett adataira, ezek felhasználásával kell számítani φ_0 -t, λ_0 -t, α_0 -t, majd meghatározni P_2 -re a már jobban közelítő adatokat. Ezután a számítást mindaddig ismételni kell, amíg a korábbi

felületi háromszöget (234.31.2 ábra) használja, amelyben C pont a P_2 -ből kiinduló és P_1 pont meridiánjára merőleges geodéziai vonal talppontja.

A keresett mennyiségek kiszámításának elvi lépései a következők:

1. P_1P_2C háromszög P_1C és CP_2 oldalának levezetése Legendre-tétellel;

2. P_1C meridiánívhossznak megfelelő $\Delta\varphi_0$ szélességkülönbség kiszámítása;
3. P_2C ívnek megfelelő $\Delta\lambda$ hosszúságkülönbség és P_2C ív azimutjának levezetése;
4. P_2 és C szélességkülönbségének meghatározása, mivel nem ugyanazon a paralelkörön fekszenek;
5. P_2P_1 ív keresett α_{21} azimutjának levezetése a P_1P_2C háromszög segítségével.

A számítás gyakorlati végrehajtásában az egyes lépések összefonódnak, a közbenső eredmények sokszor sorbafejtésekkel, közelítésekkel nyerhetők. Épp ezeknek a lépéseknek különböző megoldásaiban térnek el egymástól a Schreiber-féle módszeren alapuló - már említett - különböző eljárások (Andrae, Helmert, Börsch, Krüger, Tardi, Kraszovszkij, Hirvonen).

d) Hradilek az első főfeladat megoldását a $40 \text{ km} \leq s_{12} \leq 15 \text{ 000 km}$ tartományban használható, zárt képletekkel adja meg. A főfeladatot az ellipszoidi húrhosszra számítja ki, majd levezeti az összefüggéseket az ellipszoidi húrhossz és a geodéziai vonal ívhossza közötti átszámításra.

234.32 A II. geodéziai főfeladat néhány megoldása

a) Gauss középszélesség módszere az első geodéziai főfeladatra nem ad közvetlen megoldást, de a második főfeladat megoldására közvetlen módszer, mivel ez esetben φ_0, λ_0 középértékek számításához mindkét végpont koordinátái ismertek (234.31 pont 1 árbája).

Ha felírjuk a 234.31 pont (2) alatti sorokat $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ pontra és az $\alpha_{1,2} = \alpha_{1,0}$ azimutra úgy, hogy az $s = 0$ az ív középpontjában kijelölt P_0 pontra vonatkozik, akkor:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & f_1(s)_0 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial s}\right)_0 \left(-\frac{s}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f_1}{\partial s^2}\right)_0 \left(-\frac{s}{2}\right)^2 + \\ & + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 f_1}{\partial s^3}\right)_0 \left(-\frac{s}{2}\right)^3 + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 = & f_2(s)_0 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial s}\right)_0 \left(-\frac{s}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f_2}{\partial s^2}\right)_0 \left(-\frac{s}{2}\right)^2 + \\ & + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 f_2}{\partial s^3}\right)_0 \left(-\frac{s}{2}\right)^3 + \dots \end{aligned}$$

$$\alpha_{1,0} = f_3(s)_0 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial s}\right)_0 \left(-\frac{s}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f_3}{\partial s^2}\right)_0 \left(-\frac{s}{2}\right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 f_3}{\partial s^3}\right)_0 \left(-\frac{s}{2}\right)^3 + \dots$$

összefüggéseket kapjuk.

Ugyanígy P_2 -re felírva a sorokat:

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= f_1(s)_0 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial s}\right)_0 \left(\frac{s}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f_1}{\partial s^2}\right)_0 \left(\frac{s}{2}\right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 f_1}{\partial s^3}\right)_0 \left(\frac{s}{2}\right)^3 + \dots \\ \lambda_2 &= f_2(s)_0 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial s}\right)_0 \left(\frac{s}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f_2}{\partial s^2}\right)_0 \left(\frac{s}{2}\right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 f_2}{\partial s^3}\right)_0 \left(\frac{s}{2}\right)^3 + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

$$\alpha_{2,0} = f_3(s)_0 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial s}\right)_0 \left(\frac{s}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f_3}{\partial s^2}\right)_0 \left(\frac{s}{2}\right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 f_3}{\partial s^3}\right)_0 \left(\frac{s}{2}\right)^3 + \dots$$

ahol

$$f_1(s)_0 = \varphi_0$$

$$f_2(s)_0 = \lambda_0 \quad (3)$$

$$f_3(s)_0 = \alpha_{0,1} - 180^\circ = \alpha_{0,2} = \alpha_0$$

Ha képezzük (1)-ből és (2)-ből a

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$$

$$\Delta\alpha = \alpha_{2,0} - \alpha_{1,0} - 180^\circ = \alpha_{2,1} - \alpha_{1,2} - 180^\circ$$

különbségeket, akkor

$$\Delta\varphi = \left(\frac{\partial f_1}{\partial s}\right)_0 s + \frac{1}{24} \left(\frac{\partial^3 f_1}{\partial s^3}\right)_0 s^3 + \dots$$

$$\Delta\lambda = \left(\frac{\partial f_2}{\partial s}\right)_0 s + \frac{1}{24} \left(\frac{\partial^3 f_2}{\partial s^3}\right)_0 s^3 + \dots \quad (4)$$

$$\Delta \alpha = \left(\frac{\partial f_3}{\partial s} \right)_0 s + \frac{1}{24} \left(\frac{\partial^3 f_3}{\partial s^3} \right)_0 s^3 + \dots$$

összefüggéshez jutunk.

A (4) összefüggés első két sorának bal oldala ismert:

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (5)$$

$$\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$$

továbbá a sorok együtthatóiban szereplő φ_0 értékre:

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \quad (6)$$

igen jó közelítést ad; ezen értékek felhasználásával a (4) első két sora:

$$s \cos \alpha_0 \quad \text{és}$$

$$s \sin \alpha_0 \quad (7)$$

mennyiségekre megoldható. Vezessük be az

$$X = s \cos \alpha_0$$

$$Y = s \sin \alpha_0 \quad (8)$$

jelöléseket, az X és Y mennyiségek tehát a kiinduló adatokból számíthatók. A (8) alatti képletekből kapjuk:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{Y}{X}$$

$$s = \frac{X}{\cos \alpha_0} = \frac{Y}{\sin \alpha_0}$$

Végül a (4) alatti 3. sorból számítható:

$$\Delta \alpha = \alpha_{2,1} - \alpha_{1,2} - 180^\circ$$

ennek felhasználásával:

$$\alpha_{1,2} = \alpha_0 - \frac{\Delta \alpha}{2} \quad (10)$$

$$\alpha_{2,1} = \alpha_0 \pm 180^\circ + \frac{\Delta \alpha}{2}$$

kapjuk meg a keresett értékeket.

A második geodéziai főfeladat megoldásainak alapját általában a Gauss-féle összefüggések képezik. E módszer felhasználásával vezette le Gerstbach a kissozítógépekre alkalmas munkaképleteket is. A képletek - az első főfeladat képleteihez hasonlóan - zártak, és az ívhosszra, szélességre korlátozva lehet kissozítógépekkel 0,0001" számítási pontosságot elérni.

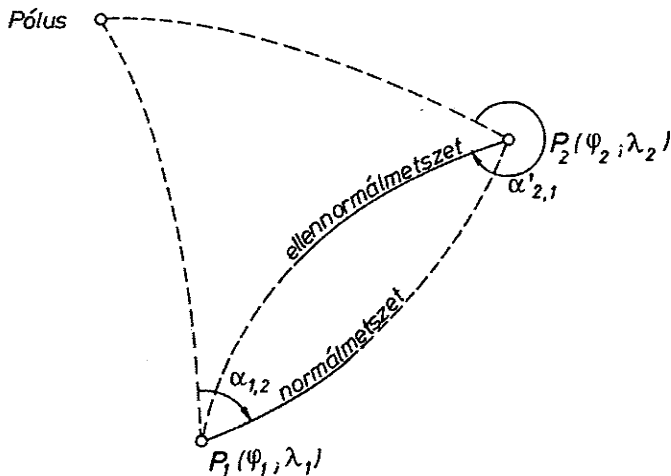
b) A II. főfeladat megoldása normálmetszettel

A következőkben Szádeczky-Kardoss Gy. (1956) eljárásának vázlatát ismertetjük.

A P_1P_2 normálmetszet P_1 pontbeli α_{12} azimutját igen egyszerűen állíthatjuk elő (234.32.1 ábra). Végeredményben itt két sík - a P_1 meridiánsíkja és a P_1 normálisa P_2 pont által meghatározott sík - által bezárt szögről van szó. Ha a síkok egyenletét az

$$A_1x + B_1y + C_1z = D_1 \quad (11)$$

$$A_2x + B_2y + C_2z = D_2$$



234.32.1 ábra

alakban írjuk fel, akkor a téranalitika ide vonatkozó tétele szerint:

$$\cos \alpha_{12} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad (12)$$

Ha az X, Y, Z koordináta-rendszert úgy vesszük fel, hogy P_1 pont a kezdőpontja és P_1 meridiánsíkja az xz koordinátasík, akkor a meridiánsík egyenlete:

$$0 \cdot x + 1 \cdot y + 0 \cdot z = 0$$

tehát

$$\cos \alpha_{12} = \frac{B_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad (13)$$

A 2 indexű sík a normálmetszet síkja, melynek együtthatói (index nélkül) a következők:

$$\begin{aligned} A &= -\operatorname{tg} \varphi_1 \sin \Delta \lambda \\ B &= \operatorname{tg} \varphi_1 \cos \Delta \lambda - e^2 \frac{N_1 \sin \varphi_1}{N_2 \cos \varphi_2} - (1 - e^2) \operatorname{tg} \varphi_2 \\ C &= \sin \Delta \lambda \\ D &= -e^2 N_1 \sin \varphi_1 \sin \Delta \lambda \end{aligned} \quad (14)$$

Négyzetre emelve a (13) összefüggést és egyszerűsítve kapjuk:

$$\cos^2 \alpha_{12} = \frac{1}{1 + \frac{A^2 + C^2}{B^2}} \quad (15)$$

A (14) összefüggéseket felhasználva és bevezetve a

$$\frac{\sin \Delta \lambda}{B} = H$$

jelölést, α_{12} -re a következő képletet kapjuk:

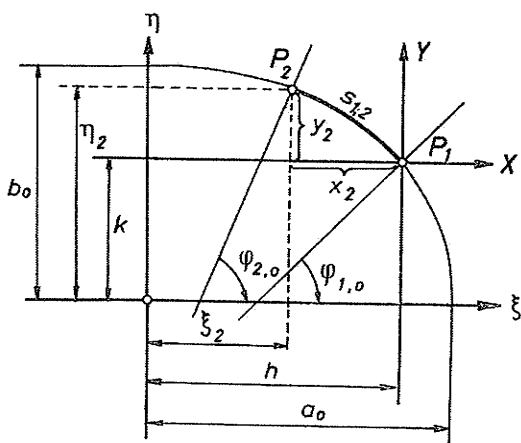
$$\operatorname{tg} \alpha_{12} = \frac{H}{\cos \varphi_1} \quad (16)$$

Ha a (14) összefüggések B-re vonatkozó képletében az indexeket felcseréljük (és ezzel számítunk egy H' -t), akkor megkapjuk az ellennormálmetszet P_2 -beli azimutját (tehát nem a P_1 -hez tartozó és P_2 -n átmenő normálmetszet P_2 -beli azimutját!):

$$\operatorname{tg} \alpha'_{21} = \frac{H'}{\cos \varphi_2} \quad (17)$$

(A kettő különbsége a 234.11 pont (1) képletében megadott $\Delta\alpha$ értéket kell adja.)

A P_1P_2 normálmetszet ív s hosszának kiszámítása bonyolultabb. Evégett előbb ki kell számítani a normálmetszet-ellipszis (234.32.2 ábra) paramétereit: az a_0 fél nagytengelyt és az e_0^2 első numerikus excentricitás négyzetét, továbbá az ellipszis középpontjának h és k koordinátáit a metszési síkban levő X, Y koordináta-rendszerben (melynek P_1 a kezdőpontja). Ugyanerre a koordináta-rendszerre kell a P_2 pontnak az x_2, y_2, z_2 koordinátáit is (amely koordináta-rendszert a normálmetszet azimutjának számításakor vettünk fel P_1 meridiánsíkjában).



234.32.2 ábra

A metszési ellipszis 234.32.2 ábrán feltüntetett rajzáról leolvasható, hogy P_1 és P_2 koordinátái a ξ, η rendszerben:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= h & \xi_2 &= h - X_2 \\ \eta_1 &= k & \eta_2 &= k + Y_2 \end{aligned} \quad (18)$$

Ezek után számítható P_1 és P_2 normálisának a ξ tengellyel bezárt φ_{10} és φ_{20} szöge és a φ_{10} és φ_{20} szélesség közé eső ellipszis ívhossz:

$$\begin{aligned} s_{12} &= a_0(1 - e_0^2) [A(\varphi_{20} - \varphi_{10}) + B \sin(\varphi_{20} - \varphi_{10}) \cdot \\ &\cdot \cos(\varphi_{10} + \varphi_{20}) + \frac{C}{2} \sin 2(\varphi_{20} - \varphi_{10}) \cos 2(\varphi_{10} + \varphi_{20}) + \dots] \end{aligned} \quad (19)$$

ahol

$$A = 1 + \frac{3}{4} e_0^2 + \frac{45}{64} e_0^4 + \dots$$

$$B = \frac{3}{4} e_0^2 + \frac{15}{16} e_0^4 + \dots \quad (20)$$

$$C = \frac{15}{64} e_0^4 + \dots$$

A (19) és (20) összefüggésekben a nulla index a normálmetszet-ellipszis paramétereire illetve ezen ellipszis középpontjára vonatkozó ξ , η koordináta-rendszerbeli szélességekre utal. A normálmetszet-ellipszis paramétereinek kiszámítási módját, a ξ , η koordináta-rendszerbe való transzformálási képleteket nem részletezzük, ezen összefüggések a megfelelő szakirodalomban [36, 81] megtalálhatók.

234.33 A geodéziai főfeladatok megoldásának egyértelmősége

Az első geodéziai főfeladatot illetően a feladat megoldása egyértelmű, ugyanis egy adott pontból, adott azimuttal csakis egy geodéziai vonal indítható, és a geodéziai vonal adott hossza egyértelműen megszabja a másik pont koordinátáit.

A második főfeladat nem ilyen egyértelmű. Már a geodéziai vonal tárgyalásánál is szó volt arról, hogy az azonos pontból elindított különböző azimutú geodéziai vonalak fél periódus megtétele után metsződnek.

Ha a II. főfeladat kiinduló adatai olyanok, hogy a két pont diametrálisan szemben fekszik egymással, akkor a II. főfeladat megoldása nem egyértelmű. Ilyen esetben a főfeladatnak legalább két megoldása van, és ezek közül azt a geodéziai vonalat kell kiválasztani, amelyik a legrövidebb, és ennek kell megadnunk a hosszát és a P_1 , P_2 pontokhoz tartozó azimutját illetve ellenazimutját.

A geodéziai vonalról szóló fejezetben arról is beszéltünk, hogy az ellipszoid felületének az a darabja, ahol az egy pontból induló különböző azimutú geodéziai vonalak metsződnek, egy aszteriodszerű görbével határolható el. Ha az egyik pontunk $P_1 (\varphi_1, \lambda_1)$, akkor az aszteriodszerű burkológörbe P_0 középpontjának koordinátái:

$$\varphi_0 = -\varphi_1$$

$$\lambda_0 = \lambda_1 + \pi$$

lesznek, a burkológörbe tengelyhosszai pedig:

$a_0 = f \pi \cos^2 \varphi_1$ a meridián irányában és

$b_0 = f \pi \cos \varphi_1$ a paralelkör irányában,

ahol f az ellipszoid lapultsága.

A burkológörbe által körülhatárolt terület és a görbe tengelyhosszai akkor lesznek a legnagyobbak, ha P_1 az egyenlítőn van. Ekkor

$$a_0 = b_0 = f \pi \approx 36,4'$$

lesz, ami azt jelenti, hogy a második főfeladat egyértelmű megoldását illetően mindazok az esetek vizsgálandók, amikor a két pont hosszúságkülönbsége 180° -tól $36,4'$ -nél kisebb értékben különbözik, és szélességük ellentétes előjelű és abszolút értékben $+36,4'$ -en belül egyenlőek. Az ilyen eseteknek a száma mindenesetre igen csekély.

Ha ilyen eset adódik, akkor legcélszerűbb a burkológörbét megszerkeszteni, a P_2 pontot felrakni. Ha P_2 a görbére vagy azon belül esik, akkor legrövidebbnek azt a geodéziai vonalat tekintjük, amelyik nem metszi a burkológörbének egyik tengelyét sem. (A legrövidebb geodéziai vonal kiválasztása után az ennek megfelelő azimutot kell kiválasztani, melyhez Helmert nomogramot szerkesztett.) Ha P_2 pont a paralelkör irányú tengelyre esik, akkor a második főfeladat megoldása két egyenlő hosszúságú geodéziai vonalat eredményez.

234.34 A geodéziai vonal differenciális összefüggései

A geodéziai számításokban előfordul, hogy pl. egy háromszögelési hálózatban az I. főfeladat sorozatos megoldásával kiszámították valamennyi pont koordinátáit. A számítások elvégzése után azonban valamilyen okból adódóan meg kell változtatni a kiindulópont koordinátáit, a kiinduló oldal azimutját, esetleg a kiinduló oldal hosszát. Vagyis a hálózatot eltoljuk, elforgatjuk, a hálózat méretét megváltoztatjuk.

Azokat az összefüggéseket, amelyek megadják, hogy a geodéziai vonal ívének kezdőpontjában és az ív hosszában történt elemi változás milyen hatással van a végpont koordinátáira és a végpontbeli azimutra: a geodéziai vonal elsőrendű differenciális összefüggéseinek nevezzük.

Ha a hálózatot változatlanul hagyjuk, (vagyis a kezdőpont koordinátáit és a kezdőoldal azimutját megtartjuk), de az alapfelületként szolgáló ellipszoid méretein változtatunk, a végpont koordinátái akkor is megváltoznak.

Azokat az összefüggéseket, amelyek a geodéziai vonal végpontjára vonatkozóan a koordináták és az azimut megváltozását adják az ellipszoid megváltoztatása következtében: a

geodéziai vonal másodrendű differenciális összefüggéseinek nevezzük.

Legyen $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ és $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$ a geodéziai vonal kezdő- és végpontja, α_1 a P_1 pontbeli azimut, α_2 a P_2 pontbeli ellenazimut, s a geodéziai vonal hossza, a és f pedig az ellipszoid paraméterei (fél nagytengely és lapultság). Az elmondottak szerint P_2 koordinátáira és az α_2 azimutra a következő írható:

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= f_1(\varphi_1, \lambda_1, \alpha_1, s, a, f) \\ \lambda_2 &= f_2(\varphi_1, \lambda_1, \alpha_1, s, a, f) \\ \alpha_2 &= f_3(\varphi_1, \lambda_1, \alpha_1, s, a, f) \end{aligned} \quad (1)$$

Ha az f_1, f_2, f_3 függvények változói elemi mértékben megváltoznak ($d\varphi_1, d\lambda_1, d\alpha_1, ds, da, df$), akkor a $\varphi_2, \lambda_2, \alpha_2$ változásai:

$$\begin{aligned} d\varphi_2 &= \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} d\varphi_1 + \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} d\lambda_1 + \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} d\alpha_1 + \frac{\partial f_1}{\partial s} ds + \frac{\partial f_1}{\partial a} da + \\ &+ \frac{\partial f_1}{\partial f} df \\ d\lambda_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial \varphi} d\varphi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} d\lambda_1 + \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} d\alpha_1 + \frac{\partial f_2}{\partial s} ds + \frac{\partial f_2}{\partial a} da + \\ &+ \frac{\partial f_2}{\partial f} df \\ d\alpha_2 &= \frac{\partial f_3}{\partial \varphi} d\varphi_1 + \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} d\lambda_1 + \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} d\alpha_1 + \frac{\partial f_3}{\partial s} ds + \frac{\partial f_3}{\partial a} da + \\ &+ \frac{\partial f_3}{\partial f} df \end{aligned}$$

Ezek az összefüggések magukba foglalják az elsőrendű és a másodrendű változásokat is.

A korrekciók kiszámításához szükséges parciális differenciálhányadosok részben ismertek a geodéziai vonal differenciálegyenlet rendszeréből, részben különböző megfontolásokkal levezethetők. A hosszadalmas levezetések eredményei a következők:

$$\frac{\partial f_1}{\partial \varphi} = \frac{M_1}{M_2} \cos \Delta \lambda$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \varphi} = \frac{M_1}{N_2} \frac{\sin \Delta \lambda}{\operatorname{ctg} \varphi_2}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \varphi} = \frac{\sin \Delta \lambda}{\cos \varphi_2} (1 - e^2 \sin^2 \varphi_2 \cos^2 \varphi_2)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \lambda} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \lambda} = 1$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \lambda} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \alpha} = \frac{m}{M_2} \sin \alpha_2$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \alpha} = -\frac{m}{N_2} \frac{\cos \alpha_2}{\cos \varphi_2}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \alpha} = 1 - \frac{s^2}{2N_2^2} - s \frac{1}{N_2} \cos \alpha_2 \operatorname{tg} \varphi_2$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial s} = -\frac{\rho''}{M_2} \cos \alpha_2$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial s} = -\frac{\rho''}{N_2} \frac{\sin \alpha_2}{\cos \varphi_2}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial s} = -\frac{\rho''}{N_2} \sin \alpha_2 \operatorname{tg} \varphi_2$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial a} = -\frac{\Delta \varphi}{a}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial a} = -\frac{\Delta \lambda}{a}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial a} = -\frac{\Delta \alpha}{a}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial f} = \Delta \varphi (2 - 3 \sin^2 \varphi_k)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial f} = -\Delta \lambda \sin^2 \varphi_k$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial f} = -\Delta \alpha \sin^2 \varphi_k$$

ahol a betűk jelentései az előzőekben is használt jelölésekkel azonosak, m pedig a geodéziai vonal redukált hossza, és a következő összefüggés szerint számíthatjuk:

$$m = s \left[1 - \frac{1}{6} \frac{s^2}{N_1^2} (1 + e'^2 \cos^2 \varphi_1) + \frac{1}{3} \frac{s^3}{N_1^3} e'^2 \cos^2 \varphi_1 \cdot \right. \\ \left. \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 \cos \alpha_1 + \frac{1}{120} \frac{s^4}{N_1^4} \right]$$

A geodéziai vonal elsőrendű differenciális összefüggéseinek most felírt együtthatói egészen $s = 250$ km-ig használhatók, ennél rövidebb ($s = 40$ - 50 km-es) távolságoknál az összefüggések egyszerűbbé válnak.

A másodrendű differenciális összefüggéseket először Helmert használta. Az ő képletei pár száz km hosszú geodéziai vonalakra alkalmazhatók, ennél hosszabb vonalakra Kraszovszkij összefüggései használandók.

235. A vízszintes alaphálózat számítási munkái

A számítási munkák megkezdésekor rendelkezésünkre állnak a felsőrendű háromszögelési hálózat terepi pontjain végzett vízszintes szögmérések központosított eredményei, a kezdő oldal (fejlesztett oldal) vízszintes hossza a mérés terepmagasságában a központokra vonatkozóan, valamint a Laplace- és csillagászati pontokon a földrajzi helymeghatározások központosított eredményei a terepmagasságában.

A számítási munkák során ezekből a mérési eredményekből a hálózati pontok koordinátáit kell meghatározni. Az elvégzendő műveletek a következők:

- a) a számítás alapfelületének felvétele,
- b) a mérési eredmények átvitele a terepről az alapfelületre,
- c) a hálózati háromszögek szögfeleslegének és oldalhosszának számítása,

- d) a koordinátaszámítás kezdőpontjának felvétele,
- e) a hálózati pontok előzetes koordinátáinak számítása,
- f) a hálózat kiegyenlítése,
- g) a végleges koordináták számítása.

235.1 A számítás alapfelületének felvétele

A számításokat általában azon az alapfelületen szokás végezni, amelyen a pontok végleges koordinátáit is megadjuk.

Az alapfelület ma mindig ellipszoid. Korábban a felsőrendű geodéziai munkák alapfelületeként több, nemzetközileg is elfogadott ellipszoidot (pl. Bessel, Hayford, Kraszovszkij) használtak, de az alapadatok egységesítésére irányuló törekvések következtében ma már az egész Földre az IUGG 1967. referencia ellipszoid használata ajánlott. Régebbi munkálatok felújításakor azonban lehetnek szempontok, melyek a régi alapfelület megtartása mellett szólnak.

Az alapfelület felvétele egyszerűen abból áll, hogy a kiválasztott ellipszoid paramétereit (pl. fél nagytengelyének hosszát és a lapultságot) átvesszük, és a későbbi számításokban az ellipszoid méreteitől függő mennyiségeket ezekből az adatokból számítjuk. (Jól meg kell jegyezni, hogy az ellipszoid kiválasztása még nem jelent döntést a hálózat és az alapfelület egymáshoz viszonyított elhelyezéséről, ez majd a koordinátaszámítás kezdőpontjának felvételével történik meg.)

Végül megjegyezzük, hogy előfordulnak esetek, amikor valamilyen oknál fogva az elsőrendű hálózat számítását nem magán az ellipszoidon, hanem annak gömb- vagy sík vetületén végezzük el. Ilyenkor az előzőekben felsorolt műveletek értelemszerűen módosulnak, pl. az ellipszoidra redukált mérési eredményeket vetületi redukciókkal ellátva visszük át a számítási gömb- vagy sík felületre.

235.2 A mérési eredmények átvitele az alapfelületre

235.21 A szögmérési eredmények redukálása az ellipszoidra

A vízszintes szögmérést terepi pontokról terepi pontokra irányozva végezzük. A méréssel meghatározott irányértékek az álláspont helyi függőlegese és az irányzott pontok által alkotott vertikális síkok helyzetét rögzítik. Ha első közelítésként a helyi függőlegest azonosnak tekintjük a műszerállásponton áthaladó ellipszoidi normálissal, akkor mondhatjuk, hogy a függőleges irányúsík metszéspontja az ellipszoidon normálmetszet lesz, tehát az irányérték az ellipszoid normálmetszetének az irányértékét is jelenti.

Az általános helyzetű ellipszoidi pontok normálisai - mint ismeretes - kitérő egyenesek. Így a megirányzott terepi ponthoz húzott ellipszoidi normális eltér a függőleges iránysíktól. Ezért, ha a megirányzott pontot az ellipszoid normálisá mentén az ellipszoid felületére vetítjük, akkor az nem lesz rajta a normálmetszeten. Ezt az eltérést a normálmetszet irányértékének megváltoztatásával tüntetjük el.

A normálmetszet azimutjának (irányértékének) A_1 változása a külső (irányzott) pontnak az ellipszoid normálisá mentén való eltolása miatt a következő:

$$\Delta A_1'' = \frac{1}{2} \rho'' e^2 \frac{h}{a} \cos^2 \varphi_1 \sin 2A \quad (1)$$

ahol e^2 , a az ellipszoid paraméterei, h a megirányzott pont ellipszoid feletti magassága, φ_1 a műszerálláspont ellipszoidi (de lehet szintfelületi is) földrajzi szélessége, A a normálmetszet azimutja.

A 234.1 pontban már szó volt arról, hogy az ellipszoidi háromszög oldalaként nem a normálmetszetet, hanem a geodéziai vonalat használjuk. Ezért a normálmetszetre vonatkozó irányértékeket a normálmetszet és a geodéziai vonal iránykülönbségével is meg kell változtatni. Ha s az oldalhossz, akkor ez a javítás:

$$\Delta A_0'' = \frac{1}{12} \rho'' \frac{s^2}{a^2} e^2 \cos^2 \varphi_1 \sin 2A \quad (2)$$

Az (1) és (2) alatti javítás számítása rendszerint összevontan, egyidejűleg történik a:

$$j_1 = (c_1 h + c_2 s^2) \sin 2A \quad (3)$$

összefüggés szerint, amelyben c_1 és c_2 az előbbi két képlet állandóit foglalja össze, beleértve ezekben a $\cos^2 \varphi_1$ tényezőt is, mivel egy-egy szélesebb (fél fokos) övben azonos értékkel lehet számolni, (c_1 és c_2 értékekre táblázatot is készítettek). A képletben a h ellipszoid feletti magasság helyett a H tengerszint feletti magasságot szokták használni. Az s oldalhosszat elegendő térképről vagy vázlatról lemérni. Ha térkép vagy vázlat nem áll rendelkezésre, akkor az oldalhosszak közelítő értékét közvetlenül a mért szögek alapján lehet kiszámítani. Az A azimutot a hálózat tervezéséhez használt térképről, vagy a hálózatnak valamely központos fekvésű pontjában mért azimut alapján tájékozott mérési vázlatról lehet lemérni szögfelrakóval. Ha a hálózat nagyobb kiterjedésű, akkor több olyan részletben kell a vázlatot felrakni és tájékozni, hogy a valódi meridiánkonver-

gencia elhanyagolása által elkövetett hiba ne okozzon j_1 értékében a számítási élességet meghaladó hibát.

A háromszögelési hálózatok klasszikus számításában a terepen kitűzött hálózat ellipszoidi megfelelőjét úgy állították elő, hogy egy kezdőpontból kiindulva folytatólagosan számították a j_1 korrekcióval redukált mérési eredményeket, majd ezekből az ellipszoidi koordinátákat. A tereppontok és az ellipszoidi pontok egymáshoz rendelését tehát a hálózatnak az ellipszoidon végzett kifejlesztése oldotta meg. Ezért a szögmérési eredmények ellipszoidra való átvitelének ezt a módszerét kifejlesztési módszernek vagy transzlatív módszernek nevezzük.

A kifejlesztési módszernek több alapvető hibája van:

- a) Nem veszi figyelembe, hogy a teodolit állótengelye méréskor nem az ellipszoid normálisra, hanem a helyi függőleges irányában helyezkedik el, tehát a mért szög az ellipszoid érintősíkjaához képest egy ferde síkban (a helyi vízszintes síkjában) fekszik.
- b) A tereppont ellipszoid feletti magassága helyett a pont tengerszint feletti magassága szerepel, így elhanyagoljuk a geoid és az ellipszoid közötti távolságot.
- c) A pontok ellipszoidi normálisát használja vetítővonalaként, ami által az eltérő magasságban levő terepi pontok alkotta geometriai alakzat kismértékben ugyan, de szabálytalanul torzult vetületét kapjuk meg az ellipszoid felületén. A valóságos hálózat kevésbé torzult vetületét úgy állíthatjuk elő, ha vetítővonalaként a függővonalat - a Föld nehézségi erőterének az erővonalát - használjuk. Ha a tereppont ellipszoidi megfelelőjét viszont a függővonalal állítjuk elő (Pizetti-féle vetítés), akkor mind a műszerállítás, mind a megirányzott pont ellipszoidi megfelelője pontos lesz az ellipszoidi normálissal előállított pontokhoz (Helmert-féle vetítés) képest.

Magáról a függővonalról majd a Felsőgeodéziában lesz bővebben szó. Most csak annyit kell megjegyeznünk, hogy a függővonal egy térgörbe, jó közelítéssel a szabadon függő, végtelen vékonynak képzelt, súlyos és hajlékony fonál egyensúlyi alakja, ha rá csak a nehézségi erő hat. Bármely pontjához húzott érintő a helyi függőleges irányát jelöli ki.

A teodolit állótengelyének az ellipszoid normálisához viszonyított ferdesége (α pont) miatt szükséges korrekció a következő:

$$j_2 = - \operatorname{ctg} z (\xi \sin A - \eta \cos A) \quad (4)$$

ahol z a mért irány zenitszöge, ξ és η a függővonal-elhajlás (1. 233.2 pont) meridián irányú illetve első vertiká-

lis irányú összetevője a műszerállás-pontban, A pedig a mért irány azimutja.

Ha mérési eredményeinket a j_1 és j_2 korrekcióval elláttuk, akkor a tereppontok ellipszoidi megfelelőjét az ellipszoidi normálissal történő vetítéssel (Helmert-féle vetítéssel) állítottuk elő. Ahhoz, hogy a pontoknak a függővonalal vetített (Pizetti-féle vetítés) ellipszoidi megfelelőjét megkapjuk, mérési eredményeinket egy további j_3 korrekcióval kell ellátnunk, amely korrekció egyúttal figyelembe veszi az ellipszoid feletti és a tengerszint feletti magasságok különbségét is (b) és c) pont miatti javítás):

$$j_3 = \frac{h_1}{2s} (\xi_1 \sin A - \eta_1 \cos A) - \frac{h_2}{2s} (\xi_2 \sin A - \eta_2 \cos A) \quad (5)$$

ahol az egyes index a műszerállásra, a kettes index a megírányzott pontra vonatkozik, a h ellipszoid feletti magasság:

$$h = H + n$$

összefüggés szerint értendő. Itt H a tengerszint (geoid) feletti magasságot, n az ellipszoid és a geoid magasságkülönbségét jelöli.

A szögmérési eredmények ellipszoidra való átvitelének azt a módszerét, amikor a mérési eredményeket mindhárom (j_1 , j_2 , j_3) korrekcióval ellátjuk, a redukálás vetítési vagy projektív módszerének nevezzük.

Ha számításainkban a projektív eljárást követjük, akkor a szögmérési eredmények redukálásához szükségünk van a függővonal-elhajlások értékére a háromszögelési hálózat valamennyi pontjában. Ez eddigi ismereteink szerint kettős nehézségbe ütközik. Először is a függővonal-elhajlás összetevőit ugyanazon pont ellipszoidi és szintfelületi koordinátáinak különbsége adja meg, tehát a számítás első lépéséhez olyan adatok - ellipszoidi koordináták - szükségesek, amelyeket a számítás utolsó lépésében kapunk meg, hiszen ezek előállítására éppen a számítás célja. Másodsor valamennyi pontban földrajzi helymeghatározást kellene végezni, hogy rendelkezésre álljanak a pontok szintfelületi koordinátái is. Ez a háromszögelési hálózat létesítésének költségeit és időszükségletét igen megnövelné.

A nehézség áthidalásának egyik - igen munkaigényes - útja az, hogy a háromszögelési hálózatot kétszer számítjuk végig. Először a kifejlesztési eljárás szerint redukált mérési eredményekkel avégett, hogy a földrajzi helymeghatározási pontok ellipszoidi koordinátáit meghatározva, ezekben a pontokban a függővonal-elhajlás összetevőit megkaphassuk. A többi pontra a függővonal-elhajlás összetevőit valamilyen számítással (interpolálással, kollokációval stb.) vezetjük le.

Ezután már számíthatjuk a projektív eljárásnak megfelelő korrekciókat, és ezt követően a hálózat teljes számítását megismételjük. Ilyen kettős számítás eddig még nem történt, csak tervezik az európai egységes háromszögelési hálózat újraszámításával kapcsolatban, mivel e hálózat számítása a transzlatív módszer szerint korábban már megtörtént.

A projektív eljáráshoz szükséges függővonal-elhajlás értékekhez azonban más úton - majd a Felsőgeodéziában tárgyalandó módszerekkel - is hozzájuthatunk, amikor is a Föld fizikai jellegű adatait használjuk fel. Így lehetségessé válik a projektív módszer korrekcióinak az ellipszoidi koordinátáktól független meghatározása.

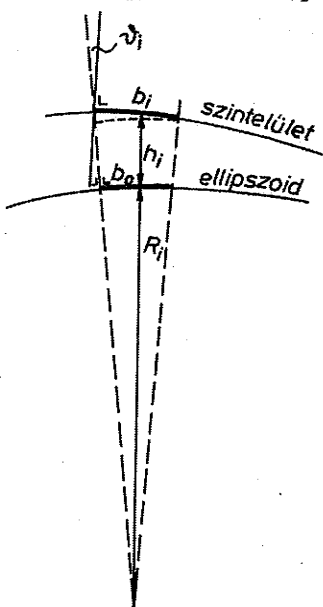
235.22A kezdőoldal átvitele az ellipszoidra

235.221 Az alapvonal hosszának redukálása

Az alapvonal hosszának az ellipszoidra redukálásával meg akarjuk kapni annak az ellipszoidon fekvő ívdarabnak a hosszát, amelynek végpontjai az alapvonalvégpontok ellipszoidi megfelelői. Az alapvonal redukálása szempontjából is lényeges tehát, hogy hogyan rendeljük egymáshoz a tereppontokat és ellipszoidi megfelelőiket.

Elsőként a feladatot úgy oldjuk meg, hogy az alapvonalvégpontok ellipszoidi megfelelőit az ellipszoidi normálisok jelölik ki, majd ezután megadjuk azt a korrekciós tagot, amit az ellipszoidi normálissal és a függővonalal történő vetítés különbözősége miatt kell figyelembe venni.

Legyen az alapvonalnak egy elemi darabja, például egy



b_i dróthossz, a vízszintesre való redukálás után az ellipszoid felett h_i magasságban (235.221.1 ábra), az ellipszoidív görbületi sugara az alapvonal irányában R_i , és jelöljük φ_i -vel a b_i elemhez hozzárendelt ellipszoidi és szintfelületi normálisok által bezárt szögnek az alapvonal irányába eső összetevőjét. Ekkor a 235.221.1 ábra alapján a b_i -nek megfelelő b_o ellipszoidi ívhossz:

$$b_o = b_i \left(\frac{R_i}{R_i + h_i} \right) \cos \varphi_i \quad (1)$$

Mivel φ_i szélső esetben is csak néhány másodperc, így $\cos \varphi \approx 1$ közelítéssel élhetünk. Az

235.221.1 ábra

$$\frac{R_i}{R_i + h_i} = \frac{1}{1 + \frac{h_i}{R_i}}$$

kifejezést sorbafejtve kapjuk:

$$\frac{1}{1 + \frac{h_i}{R_i}} = 1 - \frac{h_i}{R_i} + \left(\frac{h_i}{R_i}\right)^2 - \dots$$

a másodfokú tagot már elhanyagolhatjuk, mivel h_i jóval kisebb R_i -nél. Így írhatjuk, hogy:

$$b_o = b_i \left(1 - \frac{h_i}{R_i}\right) \quad (2)$$

és a redukció elemi része pedig:

$$k_i = - b_i \frac{h_i}{R_i} \quad (3)$$

Az egész vonal redukciója:

$$K = - \sum k_i = - \frac{h}{R} \sum b_i = - B \frac{h}{R} \quad (4)$$

ha az alapvonal mentén R_i és h_i állandónak tekinthető. Kimutatható, hogy a szokásos alapvonalhosszon (10 km-en) belül R_i állandónak vehető, így értéke az

$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{R} = \frac{\cos^2 A}{M} + \frac{\sin^2 A}{N} \quad (5)$$

összefüggés szerint számítható, ahol A az alapvonal azimutja, M és N pedig a két főgörbületi sugár az alapvonal közepes szélességére számolva.

A h_i itt is, mint a szögmérési eredmények redukálása-kor:

$$h_i = H_i + n_i$$

és a H_i tengerszint feletti magasság és az n_i ellipszoid-geoid közti magasságkülönbség összegét jelenti. Régebben e redukciónál is a $h_i \approx H_i$ közelítéssel éltek, ma azonban igyekszünk n_i -t, vagy az alapvonalra vett átlagos n_o -t valahogy meghatározni. (Az n meghatározásával szintén a Felsőgeodézia foglalkozik, csak annyit kívánunk megjegyezni, hogy meghatározásának egyik módszere a függővonal-elhajlás összetevőit használja fel.)

A H_i a b_i hosszúságú mérőszerv tengerszint feletti magassága. Kimutatható, hogy ha H nem is állandó az alapvonal mentén, akkor sem kell minden elemi b_i hosszt a maga H_i értékével redukálni, hanem az alapvonalat olyan szakaszokra kell osztani, amelyekben a közepes H_k magasságtól legfeljebb 1-2 méterrel különböznek az egyes H_i értékek. Ha egy ilyen szakasz vízszintes hossza B_k , akkor az egész vonal redukciója az ellipszoidra:

$$K = - B_k \frac{H_k + n_o}{R} \quad (6)$$

A közepes H_k magasságot drótmérés esetén az egyes indexcölöpök szintezéssel nyert magasságkülönbségeiből és a vonalnak az országos szintezési hálózatba való bekapcsolásával kapjuk meg.

Tehát a (6) vagy a (4) összefüggés szerint kiszámított redukcióval az alapvonal hosszának az ellipszoidi normálissal előállított ellipszoidi vetületi ívhosszát kapjuk meg. Ha azonban a tereppontok ellipszoidi megfelelőit a függővonalal állítjuk elő, akkor a (6) ill. a (4) összefüggés szerinti redukciót a következő k' javítással kell kiegészíteni:

$$k' = \frac{h_1}{2\varphi''} (\xi_1 \cos A_{12} + \eta_1 \sin A_{12}) - \frac{h_2}{2\varphi''} (\xi_2 \cos A_{12} + \eta_2 \sin A_{12}) \quad (7)$$

ahol az indexek az alapvonal két végpontjára vonatkoznak, ξ és η a függővonal-elhajlás összetevői, A az alapvonal azimutja. Ha az alapvonal mentén lényeges magasságkülönbség nincs, akkor $h_1 = h_2 = h$ közelítéssel élve:

$$k' = \frac{h}{2\varphi''} [(\xi_1 - \xi_2) \cos A_{12} + (\eta_1 - \eta_2) \sin A_{12}] \quad (8)$$

Pl. ha az 1000 m magasságban fekvő alapvonal mentén a függővonal-elhajlás összetevői 2" változást mutatnak, akkor a legkedvezőtlenebb $\alpha_{12} = 45^\circ$ azimut mellett $k' = 14$ mm lesz, ami a mérésben elérhető pontosságot meghaladja.

235.222 A közvetlenül megmért kezdőoldal hosszának redukálása

A kezdőoldal teljes hosszának fizikai távmérővel való megmérésekor (232.2 szakasz) már számításokkal előállítottuk a közepes terepmagasságban levő, vízszintes távolságot (S). Most az S távolságnak megfelelő ellipszoidi ívhosszat akarjuk kiszámítani.

A redukálás összefüggéseit itt is - mint az alapvonalnál - úgy vezetjük le, hogy az eredményként kapott ellipszoidi ívhossz az ellipszoid normálisával történő vetítésnek felel meg, majd ezt követően a 235.221 pont (7) képlettel kiszámítjuk a k' korrekciót, hogy megkaphassuk a függővonnallal vetített ellipszoidi ívhosszat.

Az S távolság ellipszoidra redukálása lényegében két lépésben történik. Először az S távolságból kiszámítjuk a kezdő- és végpont ellipszoidi megfelelői közötti S_0 egyenes hosszát:

$$S_0 = S \left(1 - \frac{h_1 + h_2}{2R} \right) \quad (1)$$

ahol h_1 és h_2 a végpontok ellipszoid feletti magassága, R pedig az S távolság irányába eső ellipszoidi görbületi sugár a 235.221 pont (6) összefüggés szerint a kezdőoldal közepes szélességére számolva.

A második lépésben kiszámítjuk az S_0 távolsághoz, mint húr hosszhoz tartozó S_e ívhosszat az ellipszoidon:

$$S_0 = S_e \left[1 - \frac{1}{24} \frac{S_e^2}{N_1^2} (1 + 2 \eta_1^2 \cos^2 A_{12}) + \frac{1}{8} \frac{S_e^3}{N_1^3} \eta_1^2 \operatorname{tg} \varphi_1 \cos A_{12} + \frac{1}{1920} \frac{S_e^4}{N_1^4} \right] \quad (2)$$

és

$$\eta_1^2 = e^2 \cos^2 \varphi_1$$

A korrekciós tagokban S_e felcserélhető S_0 -val, S_e -t kifejezve, sorbafejtés után a magasabb rendű tagokat elhanyagolva kapjuk:

$$S_e = S_o + \frac{1}{24} \frac{S_o^3}{N_1^2} (1 + 2 \eta_1^2 \cos^2 A_{12}) - \frac{1}{8} \frac{S_o^4}{N_1^3} \eta_1^2 \operatorname{tg} \varphi_1 \cos A_{12} \quad (3)$$

ahol az egyes és kettes index az ív két végpontjára vonatkozik, A azimutot jelent, N a harántgörbületi sugár, φ az ellipszoidi szélesség, η_1^2 azonos a (2) összefüggésnél felírtakkal és e'^2 a második numerikus excentricitás négyzete. A (3) összefüggés vezető tagját megtartva az S_o húrhossz S_g simuló gömbön levő ívhosszát kapjuk:

$$S_g = S_o + \frac{1}{24} \frac{S_o^3}{R^2} \quad (4)$$

ahol az R az S távolság irányába eső ellipszoidi görbületi sugár hosszával azonos. Kimutatható, hogy a mi szélességünkön $S = 30$ km-es $A = 0^\circ$ azimut mellett S_e és S_g értéke csupán 0,2 mm-rel különbözik egymástól.

A (3) képlettel kiszámított ellipszoidi ívhossz az ellipszoidi normálissal történt vetítésnek felel meg. A függővonalal való vetítésre a 235.221 pont (7) ill. (8) összefüggéssel számítható k' korrekció hozzáadásával térhetünk át.

235.23 A földrajzi helymeghatározás eredményeinek átvitele a geoidra

A földrajzi helymeghatározás mérési eredményei (Φ, λ, A) mind a terepponton áthaladó szintfelület normálisára (a helyi függőlegesre) vonatkoznak. A méréssel meghatározott mennyiségek ellipszoidi megfelelőit az alapfelületre való redukáláskor közvetlenül nem állítjuk elő. Jelenleg csak az a kérdés, hogy a tereppontra vonatkozó adatokat milyen javításokkal kell ellátni ahhoz, hogy a geoidon (mintegy a tengerszint magasságában) végzett mérés eredményeinek tekinthessük őket. Azt, hogy a geoid normálisára vonatkoztatott mérések segítségével hogyan illesztjük az egész háromszögelési hálózatot az ellipszoid normálisai közé, majd a későbbiekben vizsgáljuk meg.

Nézzük először a szélesség és a hosszúság javításait. Mivel a függővonal térgörbe, a H magasságban levő érintőjének iránya nyilván különbözik a függővonal geoidon fekvő talppontjához tartozó érintő irányától. A különbség Pizetti szerint:

$$\Delta \varnothing = \frac{H}{ag} \left(\frac{\partial g}{\partial \varnothing} \right) \text{ és} \quad (1)$$

$$\Delta \lambda = \frac{H}{ag} \left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} \right)$$

ahol a az ellipszoid fél nagytengelye, g a nehézségi gyorsulás a tereppontban, $\left(\frac{\partial g}{\partial \varnothing} \right)$ és $\left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} \right)$ pedig ennek meridián ill. paralel irányú gradiense. Az

$$\frac{1}{ag} \left(\frac{\partial g}{\partial \varnothing} \right) \text{ és } \frac{1}{ag} \left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} \right) \quad (2)$$

kifejezések lényegében a függővonal meridiánba, illetőleg első vertikálisba eső vetületének görbületi sugarai a tereppontban. Ezek az értékek Eötvös-inga mérésekkel meghatározhatók. Azonban a Pizetti-féle képletek (1) csak folytonos sűrűségváltozás esetén állnak fenn, s így a helyi rendellenességek - maguknál a $\Delta \varnothing$ és $\Delta \lambda$ redukcióknál is - nagyobb eltéréseket okozhatnak.

A redukciók nagysága azonban - a forgási szintszferoidokra (majd a Felsőgeodéziában tárgyalandó, fizikai megfogalmazású Földmodellre) vonatkozó összefüggések alapján - megbecsülhető. A vonatkozó közelítések értelmében:

$$\Delta \varnothing = 0,00017 \cdot H \cdot \sin 2 \varnothing \quad (3)$$

és $\Delta \lambda = 0$

ahol H -t méterben helyettesítve a redukciót másodpercben kapjuk meg. A szintfelületi földrajzi szélesség értékeket a (3) képlet szerinti javítással mindig ellátjuk, az (1) alatti javítások kiszámítására csak kivételesen kerül sor.

A földrajzi helymeghatározás harmadik mért mennyiségét, a szintfelületi azimutot a szögmérési eredmények redukálásánál alkalmazott j_1 , j_2 és j_3 javítással szokás ellátni.

A javítások kiszámításakor figyelembe kell venni, hogy a transzlatív vagy a projektív eljárást kell követnünk.

235.3 A hálózati háromszögek szögfeleslegének és oldalhosszának számítása

A szögeknek (irányoknak) és a kezdőoldaloknak a terepről az ellipszoidra való átvitele után hálózatunk az ellipszoid felületén levő pontokból kialakított ellipszoidi háromszögekből álló hálózatként kezelendő.

A hálózat háromszögeinek ε szögfeleslegére két okból van szükségünk: először a szögfelesleg birtokában tudjuk csak megállapítani a háromszögek záróhibáját, másodszer a szögfe-

lesleg teszi lehetővé a háromszögek oldalainak kiszámítását Legendre-tételével.

A szögfeleslegét a 234.22 pontban megadott képlettel, az ott leírt módon számítjuk. Ott említettük, hogy az (1) ill. (3) képletben szereplő R középgörbületi sugarat nem számítjuk ki külön minden egyes háromszögre, hanem egy-egy kb. 1° szélességű övbe eső háromszögek szögfeleslegét ugyan ahhoz a φ szélességhez tartozó R értékkel számítjuk. A háromszögelési hálózatot tehát 1° szélességű övekre kell osztani. Ha a területről már vannak térképek, akkor ez semmi nehézséget nem okoz. Ha a területen korábban nem készült háromszögelés, akkor az övekre osztás megoldható az egyes pontokban végzett földrajzi helymeghatározás eredményeinek és a 235.21 pontban már említett mérési vázlatnak a segítségével.

Az oldalhosszak számítása a 234.23 és a 234.24 pontokban leírt Legendre-féle eljárással ill. Soldner hosszpótlékos módszerével végezhető. Mivel az oldalhossz-számítás eredményeire támaszkodik a további számítási műveletek javarésze, ezért az oldalhosszak levezetésekor mindkét módszerrel szokásos a számításokat elvégezni és az eredményeket csak azok egyeztetése után felhasználni.

Amikor a kiegyenlítés céljára a háromszögek előzetes oldalhosszait számítjuk, akkor a háromszögek szögzáróhibáit nem szabad felosztanunk. Vagyis ha Legendre módszerével számítunk, akkor csak az ε szögfelesleg harmadával csökkentjük az ellipszoid felületére redukált mérési eredményeket, Soldner módszerével számítva pedig az ellipszoid felületére redukált szögértékeket közvetlen felhasználjuk.

235.4 A koordináta-számítás kezdőpontjának felvétele

A hálózati pontok koordinátáinak számításához egy kezdőpont koordinátáit, továbbá egy, a pontból kiinduló oldal azimutját előre fel kell venni. Ez a pont: a csillagászati kezdőpont. A kezdőpont és a kezdőazimut felvételével tulajdonképpen arról döntünk, hogy hol van hálózatunk az ellipszoid felületén és hogyan helyezkedik el az égtájakhoz viszonyítva. Ez a lépés lényegében a hálózat elhelyezése és tájékozása az ellipszoidon. Ha hálózatunkat merev, eleve adott alakzatnak tekintjük, akkor úgy is fogalmazhatunk, hogy az ellipszoidot (az alapfelületet) helyezük el a hálózathoz viszonyítva.

Az alapfelület elhelyezéséhez szükséges adatokat a csillagászati kezdőpontra vonatkozóan kétféleképpen lehet megadni: vagy a kezdőpont $\varphi_0, \lambda_0, h_0$ ellipszoidi földrajzi koordinátáit, vagy a kezdőpontbeli ξ_0, η_0 függővonal-elhajlás összetevőket és a n_0 geoid-ellipszoid távolságot adjuk meg. A kezdő-azimut felvétele a 233.2 szakasz (2) összefüggése szerint történik.

Az alapfelület elhelyezésének kérdését, a gyakorlati megoldásokat részletesen a Felsőgeodézia tananyaga tárgyalja.

235.5 A hálózati pontok előzetes koordinátáinak számítása

A koordinátaszámítás kezdőpontjának és kezdőazimutjának felvételével van egy olyan pontunk, amelynek ellipszoidi földrajzi szélességét, hosszúságát és egy belőle kiinduló oldal ellipszoidi azimutját ismerjük. Ezek ismeretében az ellipszoidra redukált szögekkel és oldalhosszakkal a koordinátaszámítás elvégezhető.

Mivel ebben a számításban a háromszögek záróhibáira nem vagyunk figyelemmel, az oldalhosszak is a még hibával terhelt szögekkel számított értékekkel szerepelnek, a kapott koordináták előzetes értékek lesznek. Ebből következik, hogy ha a kezdőpontból kiindulva és pontról pontra haladva visszaérkezünk a kezdőponthoz, akkor a hibátlan számítás ellenére is eltéréseket kapunk. Ezek megszüntetése majd a kiegyenlítés feladata lesz.

Az előzetes koordináták számítása előtt azonban már döntünk kell arról, hogy a kiegyenlítést korreláta-, vagy koordinátamódszerrel fogjuk-e végrehajtani.

Koordinátamódszerrel végezve a kiegyenlítést, valamennyi pont előzetes koordinátáit ki kell számítani. Ezt a kezdőpontból és a kezdőazimuttal kiindulva az I. geodéziai főfeladat sorozatos alkalmazásával végezhetjük el.

Korreláta-kiegyenlítés esetén elsősorban a Laplace-pontok azok, amelyeknek koordinátáira szükségünk van. Hogy felesleges számítást ne kelljen végeznünk, ilyenkor a Laplace-pontokat egy, a csillagászati kezdőpontból kiinduló és oda befutó sokszögvonalba foglaljuk, s csupán e sokszögvonal (nagyobb hálózatban sokszögvonal-hálózat) pontjainak koordinátáit számítjuk ki.

235.6 A hálózat kiegyenlítése

235.61 A kiegyenlítés általános feladata

Az elsőrendű háromszögelési hálózat kiegyenlítésének célja - a változatlan mennyiségekre végzett mérések esetét feltételezve - a következőképp fogalmazható meg:

Az ellipszoidon fekvő háromszöghálózatban mint mérési eredmény ismert:

- a) valamennyi háromszögoldal irányértéke,
- b) egyes oldalak (fejlesztett, illetőleg kezdő oldalak) hossza,
- c) egyes pontok geoidra redukált földrajzi szélessége és hosszúsága, és egyes oldalak geoidra redukált azimutja.

Keresendő valamennyi pont koordinátája egy referencia-ellipszoidra vonatkoztatva.

A keresett mennyiségek az ellipszoidra vonatkoznak, a földrajzi helymeghatározás mérési eredményeit viszont a geoidra (ill. szferoidra) redukáltuk. A kettő közötti kapcsolatot a függővonal-elhajlás (ill. annak összetevői) segítségével vesszük figyelembe:

$$\begin{aligned}\varphi_i &= \varphi_i - \xi_i \\ \lambda_i &= \Lambda_i - \eta_i \frac{1}{\cos \varphi_i} \\ \alpha_i &= A_i - \eta_i \operatorname{tg} \varphi_i\end{aligned}\quad (1)$$

Igy tehát a függővonal-elhajlások értékrendszerének bevezetésével a földrajzi helymeghatározás geoidra (szint-szferoidra) vonatkoztatott $\varphi_i, \Lambda_i, A_i$ mérési eredményeit $\varphi_i, \lambda_i, \alpha_i$ ellipszoidi értékekkel alakítjuk át.

A hálózatban megmért adatok fölös számban vannak, ezért az elkerülhetetlen mérési hibák miatt a feladat megoldásakor ellentmondásokra jutunk. Az n számú mennyiségre végzett L_1, L_2, \dots, L_n méréseket a kiegyenlítés során v_1, v_2, \dots, v_n javításokkal kell ellátni, hogy az U_1, U_2, \dots, U_n kiegyenlített mennyiségek

$$\begin{matrix} U & = & L & + & v \\ (n,1) & & (n,1) & & (n,1) \end{matrix}\quad (2)$$

ellentmondás mentes értékrendszeréhez jussunk. Ez a kiegyenlítés feladata.

A hálózat geometriai (és fizikai) összefüggéseit leíró funkcionális modell feltételi (III. kiegyenlítési csoport) vagy közvetítő (II. kiegyenlítési csoport) egyenletekkel fejezhető ki. Ezen egyenleteket a (2) összefüggés szerinti U_1, U_2, \dots, U_n kiegyenlített mennyiségek elégítik ki.

Mármost Gauss nyomán a v_1, v_2, \dots, v_n értékrendszert, valamint a ξ_i, η_i értékrendszert úgy kell meghatározni, hogy a velük megjavított mérési eredmények ellentmondásmentesen kielégítsék a geometriai (és fizikai) modellt és emellett a következő két minimumfeltétel is teljesüljön:

$$\begin{aligned}[\text{pvv}] &= \min \\ [\xi^2 + \eta^2] &= \min\end{aligned}\quad (3)$$

ahol p a mérési eredmények súlya. A két minimumfeltétel között lényeges különbség van: míg az első azt fejezi ki, hogy a kiegyenlített értékrendszer valószínűsége a legnagyobb, addig a második egy geofizikai feltevést burkol.

A feladat megoldásával - Helmert megfogalmazása szerint - a következő műveletek végezhetőek el:

- a) a hálózat területén a legjobban simuló ellipszoid paramétereinek meghatározása;
- b) a hálózat elhelyezése és tájékozása, más néven a csillagászati kiegyenlítés;
- c) magának a hálózatnak a kiegyenlítése.

Ennek a hármas feladatnak egyidejű, együttes megoldása rendkívüli számítási nehézségeket okoz, nem is annyira az ismeretlenek nagy száma, hanem a közöttük fennálló bonyolult kapcsolatok miatt. Ezért inkább csak elméleti jelentőségű. A gyakorlatban a feladat első része eleve elesik akkor, amikor nem kívánunk új ellipszoid-paramétereket levezetni, hanem egy már ismert paraméterű ellipszoidot vezetünk be alapfelületnek.

A másik két feladat közötti kölcsönhatás is összetett. Ugyanis a csillagászati pontok ellipszoidi koordinátáit a hálózat ki nem egyenlített szögeivel és hosszával vezetve le, azokra csak előzetes értékeket kapunk, mert a kiegyenlítés majd megváltoztatja a szögeket és a hosszakat. Így a kiegyenlítés után mások lesznek az ellipszoidi koordináták a csillagászati pontokban, tehát mások lesznek a függővonal-elhajlások értékei is, amelyek négyzetösszegének minimuma szabja meg végül is a kezdőpont és a többi csillagászati pont végleges ellipszoidi koordinátáit.

A hálózat oldaláról nézve a kérdést, a kapcsolat úgy jelentkezik, hogy a földrajzi helymeghatározás során mért azimutot szembeállítjuk a csillagászati kezdőpontból a mért szögek közvetítésével levezethető azimuttal. A közöttük mutatkozó eltérés nagy része a levezetéshez használt szögek mérési hibáiból adódik, ezért felhasználható a szögek javításának meghatározásában. Nyilvánvaló, hogy az eltérés attól is függ, hogy hogyan vettük fel a csillagászati kezdőpontban a kezdő azimutot. Ha változnak a csillagászati kezdőpont $(\varphi_0, \lambda_0, \alpha_0)$ értékei, akkor változnak a mért azimutok és a levezetett azimutok között kimutatott eltérések is, s ennek következtében más javításokat fognak kapni az azimutok levezetésében szereplő szögértékek is.

Mindebből az következik, hogy a csillagászati kiegyenlítést és a hálózati kiegyenlítést együttesen, egy számítási folyamatban kellene elvégezni, hogy a kölcsönhatás szabadon érvényesüljön.

Azonban a kölcsönös visszahatás meglehetősen laza, és mivel szigorú érvényre juttatása a számítási munkát tetemesen megnöveli, ebből következik az a gyakorlati megoldás, hogy a kétféle kiegyenlítést külön végezzük el. Külön lépés-

ben végezzük el a hálózat elhelyezését és tájékozását, és külön lépésben határozzuk meg a hálózat alakját és méretét. A kölcsönhatást azután olyan módon vesszük figyelembe, hogy a két kiegyenlítést változtatva, ismételten elvégezzük. Mivel a kétféle kiegyenlítés között a kapcsolat laza, rendszerint 1-2 ismétlés után a változások már elhanyagolhatóak lesznek.

A hálózat elhelyezésének és tájékozásának műveletével a Felsőgeodézia tananyaga foglalkozik. Itt csupán annyit szeretnénk megjegyezni, hogy lényeges kérdés, hogy a hálózati kiegyenlítés előtt a csillagászati kezdőpont ξ_0, η_0 értékére jó közelítő (1"-en belüli) értéket vegyünk fel, mert csak ez esetben lesz a kiegyenlített hálózat adataival levezethető kezdőpont változása olyan kicsi, hogy nem kell a hálózati kiegyenlítést megismételni.

A továbbiakban az általános feladatnak harmadik részével, a hálózat kiegyenlítésével fogunk foglalkozni.

A hálózat kiegyenlítésének klasszikus módszerei még azokból az időkből származnak, amikor az alkalmazható számítástechnikai eszközök csupán 60 ismeretlenes normálegyenletrendszer megoldását tették lehetővé. E nehézség leküzdésére igen sok módszert dolgoztak ki. A legáltalánosabb megoldás a hálózat részekre tagolása volt. A felületi kiterjedésű, homogén hálózatot - épp a számítástechnikai nehézségek miatt - már a tervezési-mérési szakaszban láncolatvázra és kitöltő hálózatra bontották, de ha a láncolatváz maga is nagyon nagy kiterjedésű, akkor ennek kiegyenlítésekor is különböző számítási fogásokhoz fordultak, hogy a nagytömegű munkát részekre bontsák. (Pl. Bowie és Adams az észak-amerikai hálózat nyugati részére alkalmazott módszere, vagy a Szovjetunió hálózatára illetve a balti államok közös munkájával létrehozott ún. balti gyűrű kiegyenlítésére alkalmazott módszer, amelyet egyrészt Kraszovszkij, másrészt Ölander dolgozott ki.)

A hálózatok, láncolatok részekre bontása mellett kidolgoztak olyan számítási eljárásokat, amelyekkel a normálegyenletrendszer mérete, tehát ismeretlenjeinek száma növelhető. (Pl. Cholesky módszerével az ismeretlenek száma 100-150 is lehet, Boltz ún. kifejlesztési és helyettesítési módszerével a német hálózat kiegyenlítésében 600 ismeretlent tudtak egyidejűleg meghatározni.)

Így természetes, hogy a hálózat kiegyenlítésének klasszikus módszere a korreláta-kiegyenlítés, mivel - ugyanazt a hálózatot tekintve - az ismeretlenek száma kisebb, mint koordináta-kiegyenlítéskor.

A korszerű számítógépek birtokában viszont nem okoz nehézséget néhány ezer ismeretlent tartalmazó normálegyenletrendszer megoldása sem. Ezért előtérben kerülhetett a koordináta-kiegyenlítés, ami a számítás egészét tekintve jobban programozható.

A számítástechnika fejlődése a kiegyenlítő számítás lehetőségeit alapvetően megnövelte, (bár a normálegyenletek nagy száma és a számítógépek véges kapacitása továbbra is szükségessé teszi, hogy a nagy hálózatokat részekre osszuk fel, és ezeket különállóan egyenlítsük ki).

A nagy hálózatok egyetlen egységben való kiegyenlítésekor azonban más jellegű problémák vetődtek fel. A legkisebb négyzetek módszerének egyik sajátossága, hogy a nagyobb hibákat szétosztja a kisebb hibákra, különösen a geometriailag gyengébb meghatározottságú helyekre (pl. peremekre). A hibának ez a szétosztása a nagy hálózatok pontossági inhomogenitásához vezet, a szomszédos országok hálózatához csatlakozva pedig törés mutatkozik a csatlakozásnál.

Különösen káros a módszernek ez a tulajdonsága, ha méréseink egy részét durva hiba terheli, illetve ha valamilyen célból az ellentmondások tovább terjedését meg akarjuk akadályozni. (Ilyen célok lehetnek: a kiugró hibák kiszűrése, vagy a szabályos hibák szétválasztása a véletlen hibáktól.)

A kérdés megoldása a legkisebb négyzetek elvének módosításához vezetett: az ún. robusztus kiegyenlítések ill. becslések olyan kiegyenlítési eljárásokat jelentenek, amelyeknek a nagyobb hibákkal szembeni ellenálló-képessége robusztusabb, vagyis erősebb. Huber (1964) a legkisebb négyzetes becslést úgy módosította, hogy csak a kis hibáknál (egy bizonyos hibahatárig) számol a hibák négyzetével, utána lineáris hibákkal számol. Újszerűen oldja meg a problémát "a legjobb alternatíva" nevű kiegyenlítési módszer, amely iteratív eljárás. Úgyszintén iteratív eljárás az ún. dán módszer, amely a hagyományos kiegyenlítéssel kapott mérési javításoktól függően egy visszacsatoló súlyozást alkalmaz a kiegyenlítés ismételt elvégzéséhez. Így természetesen a legkisebb négyzetek módszerre (és a kiegyenlítő számítás meglevő képletrendszerére) minden változtatás nélkül alkalmas a robusztus kiegyenlítések elvégzésére.

A következőkben a legkisebb négyzetek módszere szerinti kiegyenlítés korreláta- és koordináta-módszérének általános ismétlése után foglalkozni fogunk a láncolatvázak és a felületi hálózatok kiegyenlítésének néhány kérdésével, majd a kitöltő hálózatok kiegyenlítésének néhány megoldásával. A normál-egyenletrendszerek megoldásának tisztán számítástechnikai kérdéseivel nem foglalkozunk.

Mivel a hálózatok kiegyenlítésében mindenkor különböző jellegű mérések eredményei (szögmérések ill. iránymérések, hossz-mérések, azimutmérések) szerepelnek, mindennek előtt ezek súlyviszonyaival kell foglalkoznunk.

235.62 A kiegyenlítésben szereplő mennyiségek súlya

A kiegyenlítésben szereplő mérési eredmények súlyát azért kell meghatároznunk, mert a

$$[p_{vv}] = \min$$

feltételt akarjuk kielégíteni, vagyis a mérési javítások súlyozott összegének minimumát kell meghatároznunk.

A hálózat szögméréseit egységesen egy bizonyos p súly (Schreiber-féle szögmérés esetén $p = 0.24$) felvételével végezzük, így az irányértékek egyenlő súlyúak. Mivel a hálózatban a mérési eredmények jelentős részét a szögmérések képezik - és ezek egymás között egyenlő súlyúak - indokolt ezért ezek súlyát a továbbiakban egységnek venni, és a többi mérési eredmény súlyát ehhez viszonyítva adni meg.

A hosszmerések súlyát illetően különbözőek a felfogások, illetve az idők folyamán ezek változtak. Régebben a fejlesztett oldal hosszát hibátlan értéknek tekintették, azaz a fejlesztett oldalakat mint kényszereket vezették be a kiegyenlítésbe. (Ez azonos értékű azzal, hogy súlyukat végtelennek tekintjük.) Ez az eljárás nyilvánvalóan nem helyes. A fejlesztett oldal maga is mérésből származik, tehát feltétlenül hibával terhelt mennyiség, így súlyát a szögmérésekhez képest meg kell határozni, s ennek megfelelően minden fejlesztett oldalhoz javítást kell rendelni.

A fizikai távmérők használatával a kezdőoldal közvetlen megmérhetővé vált. Ez ugrásszerűen megnövelte a kezdőoldal meghatározásának pontosságát a fejlesztett oldal pontosságához képest. Ezért ismét előtérbe került az az elgondolás, hogy a kezdőoldalakat hibátlan mennyiségként kezeljék, azaz a kiegyenlítés során javítást ne kapjanak. Ez az elgondolás szintén nem látszik indokoltnak, mert ha a távmérés középhibája kedvezőbb is a szögmérési középhibához képest, akkor sem jogos a kezdőoldalak közötti ellentmondásokat csupán a közöttük levő háromszögek szögeinek javításával megszüntetni.

A fejlesztett oldalakat ill. a kezdőoldalakat hibával terhelt mennyiségként kezelve a hosszmerés p_H súlyát a hosszmerésre (távmérésre) és a szögmérésre levezetett μ_H és μ_S középhibák felhasználásával számíthatjuk ki:

$$\frac{p_H}{p_S} = \frac{\mu_S^2}{\mu_H^2}$$

ahol p_S a szögmérések súlya, és megállapodásunk értelmében $p_S = 1$. Tehát:

$$p_H = \frac{\mu_S^2}{\mu_H^2} \quad (1)$$

Megjegyezzük, hogy itt a szögmérés középhibájaként a hálózat háromszögeinek záróhibájából számított Ferrero-féle középhibát szokás használni.

A földrajzi helymeghatározás mérési eredményei közül elsősorban az azimut, de a Laplace-egyenlet felépítése miatt a hosszúság is szerepet játszik a kiegyenlítésben. Mivel az azimut és a hosszúság javítását a kiegyenlítésből mindig egymástól szét nem választható kapcsolatban, a később tárgyalandó csillagászati aggregátum formájában kapjuk meg, ezért súlyukat is együttesen célszerű megadni, vagyis az U csillagászati aggregátum súlyát kell meghatároznunk. Ha az azimut és a hosszúságmérések állomási középhibája ismert, akkor U hibáját az

$$U = (\delta A - \delta \Lambda \sin \varphi) \quad (2)$$

összefüggés alapján a hibaterjedés törvényének megfelelően vezetjük le:

$$\mu_U^2 = \mu_A^2 + \mu_\Lambda^2 \sin^2 \varphi \quad (3)$$

Szokásos μ_A és μ_Λ helyébe valamennyi Laplace-ponton kapott középhiba megfelelő középértékét beírni, s ekkor az így levezetett μ_U középhiba valamennyi Laplace-pontra érvényes lesz. A p_U súlyt az előzőekhez hasonlóan a

$$p_U = \frac{\mu_S^2}{\mu_U} \quad (4)$$

összefüggés szerint számítjuk.

A μ_U másféleképpen is levezethető. Az esetben, ha a Laplace-pontok ikerpontok, akkor a pontpár csillagászati mérési eredményei között fenn kellene állnia a következő összefüggésnek:

$$A_{1,2} = A_{2,1} \pm 180^\circ + (\Lambda_2 - \Lambda_1) \sin \varphi \quad (5)$$

A mérési hibák miatt azonban egy kis v különbség fog mutatkozni. Ha n számú ikerpontpár van, akkor az azimutmérés középhibáját a következő összefüggés szerint számíthatjuk:

$$\mu_A = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[vv]}{n}} \quad (6)$$

Mivel az így levezetett μ_A értékben a szabályos hibák jobban megnyilvánulnak, ezért a vele levezethető μ_U jobban összemérhető az ugyancsak szabályos hibákat is tartalmazó Ferrero-féle vagy hálózati μ_S középhibával.

235.63 A korreláta-kiegyenlítés feltételi egyenletei

Korábban a hálózatkiegyenlítés csaknem egyedüli módszere a korreláta-kiegyenlítés volt, akár láncolatváz, akár felületi hálózatról volt szó. A módszer sajátossága tulajdonképpen a feltételi-egyenletek felírásában rejlik. A feltételi egyenletek - mint ismeretes - a következő formában írhatók fel:

$$\begin{matrix} B^* \\ (f,n) \end{matrix} \begin{matrix} \vee \\ (n,1) \end{matrix} + \begin{matrix} l \\ (f,1) \end{matrix} = \begin{matrix} O \\ (f,1) \end{matrix} \quad (1)$$

ahol B^* az n számú javítás együttható mátrixa, l pedig az ellentmondások vektora. A független feltételi egyenletek f száma a főlös mérések számával egyezik. A feltételi egyenletek felírását követően a normálegyenletek képzése, ezek megoldása, a kapott korreláták felhasználásával a mérések javításainak számítása, majd a javított mérési eredményekből a hálózati pontok végleges koordinátáinak számítása a kiegyenlítő számítások témakörébe tartoznak, ezek részletes ismételésével nem foglalkozunk. Itt csupán a különböző típusú - homogén hálózatban és láncolatvázban előforduló - feltételi egyenletek tartalmát és formáját tárgyaljuk meg.

Előljáróként megjegyezzük, hogy miután hálózatunkat ellipszoidon levőnek tekintjük, természetes, hogy a mérési eredmények között fennálló kapcsolatokat - a feltételi egyenleteket - az ellipszoid geometriai összefüggéseivel kell megfogalmazni.

Mind a homogén hálózatban, mind a láncolatvázban a feltételi egyenletek következő csoportjai fordulnak elő:

- a) szögfeltételi egyenletek,
- b) oldalfeltételi egyenletek,
- c) hossz- (alpvonal-, bázis-) feltételi egyenletek és
- d) Laplace-feltételi egyenletek.

A láncolatvázban ezek mellett még megkülönböztetjük a e) koszorúfeltételi egyenleteket.

Ha a hálózat már meglevő hálózathoz csatlakozik, és ennek adatait változatlanul át kell venni, akkor különböző kényszerfeltételi egyenletek lépnek fel. Ezek felírásával nem foglalkozunk, a következőkben úgy tekintjük, hogy a kiegyenlített hálózat alaphálózat, önálló és első a kérdéses területen.

Az előzőekben felsorolt feltételi egyenletek tartalma a következő:

A szögfeltételi egyenletek azt fejezik ki, hogy az egyes háromszögek kiegyenlített szögeinek összege 180° + az ellipszoidi szögfelesleggel egyenlő. Minden zárt (minden csúcsá-

megmért szögű) háromszög egy-egy szögfeltételi egyenletet ad.

Az oldalfeltételi egyenletek azt biztosítják, hogy a kiegyenlített értékekkel egy és ugyanannak az oldalnak a hosszát más-más úton számítva azonos eredményhez jutunk, ill. másképp megfogalmazva az ugyanarra a pontra mért irányok a kiegyenlítés után egy pontban metsződnek. Az egy azonos oldalnak a két úton való számítása centrális (és diagonális) rendszerekben lehetséges. Ennek megfelelően a hálózatban anynyi oldalfeltételi egyenlet írható fel, ahány centrális (diagonális) rendszer van a hálózatban. Mivel minden egyes centrum eredményez egy oldalfeltételi egyenletet, így az egymást részben fedő centrális rendszerek külön-külön adnak egy-egy oldalfeltételt.

A hosszfeltételi (alapvonal-feltételi) egyenlet azt fejezi ki, hogy ha kiegyenlítés után valamelyik kezdőoldal (alapvonal) hosszát egy másikból levezetjük, akkor a kezdőoldalra (alapvonalra) kapott hossz azonos lesz a kiegyenlített hosszal. Tehát a hosszfeltételi egyenletek felírásával a kezdőoldalak (alapvonalak) összhangját biztosítottuk. Mivel egyetlen kezdőoldal (alapvonal) ismerete elegendő a hálózat méretének meghatározásához, ezért a hosszfeltételi egyenletek száma eggyel kevesebb, mint a kezdőoldalaké (alapvonalaké). A hosszfeltételi (alapvonal-feltételi) egyenleteket úgy kell felállítani, hogy a hosszmérési eredményeket is hibával terhelt mennyiségeknek tekintsük.

Amennyiben a megmért kezdőoldalak (alapvonalak) hosszát változatlan mennyiségeknek tekintjük, úgy a megmért hosszak között felírható feltételi egyenleteket bázisfeltételi egyenletnek nevezzük.

A Laplace-feltételi egyenletek a hálózat egyes részeinek egymáshoz viszonyított elcsavarodása ellen védenek. Lényegük az, hogy az egyik Laplace-ponton megmért és a kiegyenlítés során javítással ellátott azimutból a kiegyenlített szögekkel levezetjük a szomszédos Laplace-pontban az azimutmérésbe bevont oldal azimutját, akkor erre az itt megmért és a kiegyenlítés során javítással ellátott azimutértéket kell kapnunk.

Mivel a hálózat tájékozására egy azimutérték szükséges, ezért eggyel kevesebb Laplace-feltételi egyenlet van, mint ahány Laplace-pont.

A Laplace-feltételi egyenletekkel a Kiegyenlítő számítás tananyaga nem foglalkozott, ezért a következőkben kissé részletesebben tárgyaljuk.

P_i pontban a Laplace-azimut a következő:

$$\alpha_i = A_i - (A_i - \lambda_i) \sin \varphi_i \quad (2)$$

ahol α_i a kérdéses oldal azimutja az ellipszoidon, φ_i és λ_i a pont ellipszoidi földrajzi szélessége és hosszúsága,

végül A_i és Λ_i a földrajzi helymeghatározás módszerével meghatározott (és alapfelületre redukált) szintfelületi azimut és hosszúság. Jelöljük az ellipszoidi földrajzi hosszúság és azimut előzetes értékének változását $\Delta\lambda_i$ és $\Delta\alpha_i$ -vel, a mérési eredményekhez tartozó javítást δA_i és $\delta\Lambda_i$ -vel, ekkor a kiegyenlítés után a Laplace-azimut a következő lesz:

$$\alpha_i + \Delta\alpha_i = A_i + \delta A_i - [(\Lambda_i + \delta\Lambda_i) - (\lambda_i + \Delta\lambda_i)] \sin \varphi_i \quad (3)$$

ami rendezve így is írható:

$$\delta A_i - \delta\Lambda_i \sin \varphi_i - \Delta\alpha_i + \Delta\lambda_i \sin \varphi_i + \omega_i = 0 \quad (4)$$

ahol

$$\omega_i = [A_i - (\Lambda_i - \lambda_i) \sin \varphi_i] - \alpha_i \quad (5)$$

az ún. Laplace-ellentmondás.

Mivel itt a jobb oldalon a szögletes zárójelbe tett érték a Laplace-azimut a kiegyenlítés előtt, α_i pedig az ellipszoidi azimut ugyancsak a kiegyenlítés előtt, a Laplace-ellentmondás lényegében a kiindulópontból az ellipszoidon levezetett azimut és a földrajzi helymeghatározás módszerével megkapható Laplace-azimut közötti különbség.

A (4) összefüggés első két tagját U_i -vel szokásos jelezni:

$$U_i = (\delta A_i - \delta\Lambda_i \sin \varphi_i) \quad (6)$$

amely mennyiséget, a szintfelületi azimut és hosszúság legmegbízhatóbb javításaiból álló kifejezést, asztronómiai aggregátumnak nevezünk. (Aggregál latin eredetű szó, jelentése összegyűjt, csoportosít, halmaz.) Az elnevezés arra vonatkozik, hogy a két javítás külön nem kapható meg a kiegyenlítésből, hanem csak az U_i -vel jelölt mennyiség.

A (4) egyenletben szereplő $\Delta\alpha_i$ és $\Delta\lambda_i$ változás két okból ered. Az első, hogy a csillagászati kezdőpont α_0 és λ_0 kezdeti értéke megváltozik a kiegyenlítés folyamán. A kiegyenlítés általános feladatáról szóló 235.61 pontban már említettük, hogy a csillagászati kiegyenlítés és a hálózati kiegyenlítés között kölcsönös egymásra hatás áll fenn. Ezt a kölcsönhatást a csillagászati adatok hálózati felé

a $\Delta\alpha_i$ és a $\Delta\lambda_i$ változásoknak az említett első okból eredő része közvetíti. De említettük azt is, hogy ha ez a változás csekély, akkor visszahatása a hálózatra már elhanyagolható. Mivel feltételezhető, hogy kiegyenlítésünket megelőzően a csillagászati kezdőpont koordinátáinak jól közelítő értékét állapítottuk meg, ezért a $\Delta\alpha_i$ és $\Delta\lambda_i$ változásoknak az említett első okból származó részét figyelmen kívül hagyhatjuk.

A $\Delta\alpha_i$ és $\Delta\lambda_i$ változások másik oka a hálózat alakváltozása a kiegyenlítés v irányjavításai következtében.

Ha a Laplace-egyenletet a P_i ponttal szomszédos P_k Laplace-pontra is felírjuk, és a két összefüggést egymásból kivonjuk, akkor az

$$U_i - U_k - (\Delta\alpha_i - \Delta\alpha_k) + \Delta\lambda_i \sin\varphi_i - \Delta\lambda_k \sin\varphi_k + \\ + \omega_i - \omega_k = 0 \quad (7)$$

egyenletet kapjuk. Mivel itt a Laplace-összefüggések P_i és P_k közötti különbségét képeztük, ezért a $\Delta\alpha_i$ és $\Delta\alpha_k$ ill. a $\Delta\lambda_i$ és $\Delta\lambda_k$ változások különbségét a P_i és P_k közötti hálózatrész kiegyenlítésben kapott alakváltozása okozza, vagyis ezek a két pont közé eső v javításokból adódnak. Tehát a javítások összege az alakváltozás jellemzője. E megfontolás nyomán a P_i és P_k pontok között felírt Laplace-feltételi egyenlet a következő lesz:

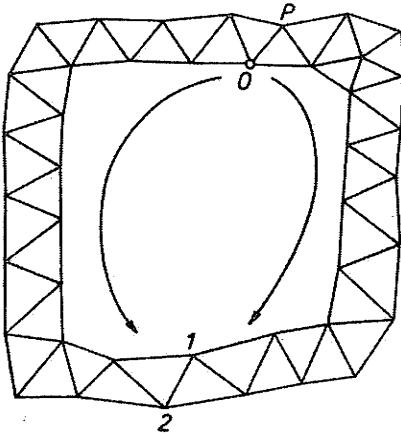
$$U_i - U_k + [v]_i^k + \omega_i - \omega_k = 0 \quad (8)$$

ahol a szögletes zárójel az említett v javítások összegét jelképezi.

Megjegyezzük még, hogy a Laplace feltételi egyenletnek ez az egyszerű alakja jól közelítő α_0 és λ_0 mellett is csak akkor érvényes, ha a Laplace-pontok távolsága bizonyos határon (100-150 km-en) belül van.

Az eddig tárgyalt feltételi egyenletek egyaránt előfordulnak mind homogén hálózatokban, mind láncolatvázakban.

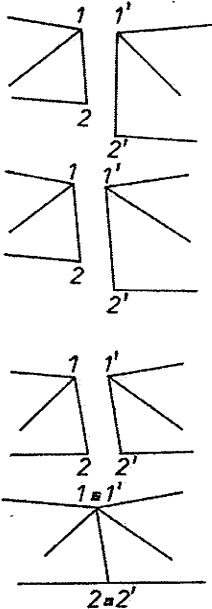
A koszorúfeltételi egyenletek a láncolatvázak különleges feltételi egyenletei. Ha a 235.63.1 ábrán feltüntetett zárt láncolatban, az ún. koszorúban - a kiegyenlítőszámításból ismert összefüggések segítségével - a mért irányok és a pontok számából kiszámítjuk a felírható feltételi egyenletek számát, akkor 1 szögfeltételi és 3 oldalfeltételi egyenlettel több adódik, mint amennyit szemlélet alapján megállapíthatunk. Az 1 szög és a 3 oldalfeltételi egyenlet, amelyek többletként jelentkeznek, közös néven a koszorúfeltételi



235.63.1 ábra

egyenletek. Geometriai jelentésük a 235.63.2 ábra segítségével szemlélhető. Ha ugyanis a 235.63.1 ábra egy tetszőleges 0 pontjából kiindulva és PO oldalhosszat elfogadva, a nyilak irányában kiszámítjuk 1 és 2 pontok koordinátáit, akkor a szögmérési hibák miatt az 1 pontra is és a 2 pontra is két-két koordinátapárt kapunk. Tehát számításaink az 1' és 2' pontokat is eredményezik, így a koszorú nem zárt.

Ahhoz, hogy a koszorú záródjék, biztosítani kell, hogy:



235.63.2 ábra

- az (1-2) és az (1'-2') irány párhuzamos legyen,
- az (1-2) és az (1'-2') oldal egyenlő hosszú legyen,
- az 1 és az 1' (vagy a 2 és 2') pont fűdésbe kerüljön.

Az a) követelmény lényegében szögfeltételi, a b) oldalfeltételi egyenlet felírásával elégíthető ki. A c) követelmény azt jelenti, hogy például

$$\varphi_1 = \varphi_1' \text{ és } \lambda_1 = \lambda_1'$$

kell legyen, ezt két koordináta-feltételi egyenlet felírásával elégíthetjük ki. E két utóbbi feltételi egyenlet felírása ellipszoidon történő kiegyenlítésnél elég nehézkes, körülményes.

Valamely láncolatvázban annyiszor 4 koszorúfeltétel van, ahány zárt koszorúból áll a láncolatváz, vagy ahány kitöltő hálózatrészt ölelnek körül a koszorúk.

235.64 A koordináta-kiegyenlítés javítási egyenletei

Amint a kiegyenlítés általános feladatáról szóló szakaszban már említettük, a koordináta-kiegyenlítés módszerének alkalmazása alaphálózatok kiegyenlítésére csak a korszerű számítógépek használatával terjedt el.

A rendelkezésünkre álló n számú mérési eredmény felhasználásával r számú ismeretlen legvalószínűbb értékét

kell meghatároznunk. A vízszintes hálózatok koordináta ki-egyenlítésénél - mint ismeretes - pontonként három ismeretlent kell meghatározni: az előzetes koordináták változásait és a tájékozási állandó előzetes értékének változását. A mért mennyiségek és a meghatározandó mennyiségek közötti kapcsolatot a közvetítő egyenletek fejezik ki. A közvetítő egyenletekből a következő alakú javitási egyenletekhez jutunk:

$$\underset{(n,1)}{V} = \underset{(n,r)}{A} \underset{(r,1)}{X} + \underset{(n,1)}{l} \quad (1)$$

ahol $\underset{(n,1)}{V}$ az n számú méréshez rendelt javítások vektora, $\underset{(n,r)}{A}$ a közvetítő egyenletek együttható mátrixa, $\underset{(n,1)}{l}$ a tisztatagok vektora és végül $\underset{(r,1)}{X}$ az ismeretlenek vektora, amelyet az

$$\underset{(r,1)}{X} = \underset{(r,1)}{X_0} + \underset{(r,1)}{X} \quad (2)$$

összefüggés szerint, az $\underset{(r,1)}{X}$ ismeretlenek kiegyenlített értékére felvett $\underset{(r,1)}{X_0}$ előzetes értékek $\underset{(r,1)}{X}$ változásaként határozunk meg.

Ezt követően az (1) szerint felírt javítási egyenletekből a súlyok figyelembevételével - szokásosan - felállítjuk a normálegyenlet-rendszert, ezt megoldva kiszámíthatjuk a mérési javításokat, az ismeretlenek legvalószínűbb értékét és a középhibákat. Az itt felsorolt számítási folyamat a kiegyenlítő számításokból már ismert, ezért a részletek ismétlésével nem foglalkozunk. A következőkben csupán az ellipszoid felületén végzendő számítások javítási egyenleteinek felírását ismertetjük. Javitási egyenlet annyiféle van, ahányféle mérest végeztünk.

Elsőként tekintsük át a szögmérési (iránymérési) eredményekre felírandó javítási egyenleteket:

A hálózat két tetszőleges szomszédos pontja legyen P_i és P_k , a köztük levő oldal ellipszoidi azimutja α_{ik} . A kiegyenlítés után fenn kell állnia az

$$l_{ik} + z_i + v_{ik} = \alpha_{ik} \quad (3)$$

egyenletnek, amelyben l_{ik} a P_i pontról a P_k felé mért irány irányértéke, z_i a P_i ponthoz tartozó tájékozási állandó és v_{ik} az l_{ik} mérési eredmény legmegbízhatóbb javítása.

A pontok előzetes koordinátáit az ellipszoidon kiszámítottuk, tehát (a második geodéziai főfeladat valamelyik eljárását követve) kiszámítható az azimut α_{oik} előzetes értéke. Ez a kiegyenlítés során a végpontok koordinátáinak $\Delta\varphi_i, \Delta\lambda_i, \Delta\varphi_k, \Delta\lambda_k$ változása miatt $\Delta\alpha_{ik}$ értékkel megváltozik. A tájékozási állandó z_{oi} előzetes értéke a kiegyenlítés során Δz_i értékkel változik meg. Mivel az azimut a végpontok koordinátáinak valami

$$\alpha_{ik} = f_{ik}(\varphi_i; \lambda_i; \varphi_k; \lambda_k)$$

függvénye, ezért írható, hogy:

$$\begin{aligned} \ell_{ik} + z_{oi} + \Delta z_i + v_{ik} &= \alpha_{oik} + \Delta f_{ik} = \alpha_{oik} + \frac{\partial f_{ik}}{\partial \varphi_i} \Delta \varphi_i + \\ &+ \frac{\partial f_{ik}}{\partial \lambda_i} \Delta \lambda_i + \frac{\partial f_{ik}}{\partial \varphi_k} \Delta \varphi_k + \frac{\partial f_{ik}}{\partial \lambda_k} \Delta \lambda_k \end{aligned} \quad (4)$$

A (4) rendezése után, f mellől az ik indexet elhagyva, a javítási egyenlet a következő:

$$\begin{aligned} v_{ik} &= -\Delta z_i + \frac{\partial f}{\partial \varphi_i} \Delta \varphi_i + \frac{\partial f}{\partial \lambda_i} \Delta \lambda_i + \frac{\partial f}{\partial \varphi_k} \Delta \varphi_k + \\ &+ \frac{\partial f}{\partial \lambda_k} \Delta \lambda_k + t_{ik} \end{aligned} \quad (5)$$

ahol

$$t_{ik} = \alpha_{oik} - (\ell_{ik} + z_{oi})$$

a tisztatag.

A parciális differenciálhányadosok természetesen a második geodéziai főfeladat megfelelő egyenleteire vonatkoznak, nyilvánvalóan bonyolult függvények. Előállításukat nem is részletezzük, csupán az (5) összefüggés végleges alakját írjuk fel:

$$\begin{aligned} v_{ik} &= -\Delta z_i + \frac{\sin \alpha_{ik}}{s_{ik}} M_i \Delta \varphi_i - \frac{\cos \alpha_{ik}}{s_{ik}} N_i \cos \varphi_i \Delta \lambda_i + \\ &+ \frac{\sin \alpha_{ki}}{s_{ik}} M_k \Delta \varphi_k - \frac{\cos \alpha_{ki}}{s_{ik}} N_k \cos \varphi_k \Delta \lambda_k + t_{ik} \end{aligned} \quad (6)$$

Az együtthatókban az azimutot és ellenazimutot, a két pont s_{ik} távolságát az előzetes ellipszoidi földrajzi koordinátákból számítjuk ki a második geodéziai főfeladat meg-

oldásával, ezek tehát mind előzetes értékek lesznek. Úgy-
szintén az előzetes koordinátákból számíthatók az M , N fő-
görbületi sugarak. A $\Delta z_i'$ annyiban különbözik a Δz_i -től,
hogy a koordinátaváltozások okozta különbségen felül még a
 P_i pont előzetes helyének eltolódásával bekövetkező meridi-
ánkonvergencia-változást is tartalmazza.

A hálózat kezdő- (fejlesztett) oldalaira a következő
hosszjavítási egyenlet írandó fel:

$$v_{ik}^{(s)} = - \cos \alpha_{ik} M_i \Delta \varphi_i - \sin \alpha_{ik} N_i \cos \varphi_i \Delta \lambda_i - \\ - \cos \alpha_{ki} M_k \Delta \varphi_k - \sin \alpha_{ki} N_k \cos \varphi_k \Delta \lambda_k + t_{sik} \quad (7)$$

ahol

$$t_{sik} = s_{oik} - s_{ik}$$

és s_{oik} előzetes távolságot szintén a végpontok előzetes
koordinátáiból számítjuk.

Végül azokra az oldalakra, amelyek azimutját megmértük
(Laplace-azimutok), a javítási egyenlet a következő:

$$v_{ik}^{(\alpha)} = + \frac{\sin \alpha_{ik}}{s_{ik}} M_i \Delta \varphi_i - \frac{\cos \alpha_{ik}}{s_{ik}} N_i \cos \varphi_i \Delta \lambda_i + \\ + \frac{\sin \alpha_{ki}}{s_{ik}} M_k \Delta \varphi_k - \frac{\cos \alpha_{ki}}{s_{ik}} N_k \cos \varphi_k \Delta \lambda_k + t_{\alpha ik} \quad (8)$$

ahol

$$t_{\alpha ik} = \alpha_{ik} - [A_{ik} - (\lambda_i - \lambda_i) \sin \varphi_i]$$

A javítási egyenletben szereplő valamennyi együttható
és a tisztatag az azimut két végpontjának előzetes koordiná-
táiból számítható, a tisztatagban nagybetűvel jelölt mennyi-
ségek természetesen a mérési eredmények.

235.65 Nagykiterjedésű háromszögelési hálózatok kiegyenlítése

A kiegyenlítés általános feladatáról szóló 235.61 pont-
ban már leírtuk, hogy az elektronikus számítógépek megjele-
nése előtt általában problémát okozott csaknem minden orszá-
gos kiterjedésű hálózat együttes kiegyenlítése. Bizonyos mé-
retekén túl azonban e probléma jelenleg is megoldatlan. Ezért
indokoltnak látszik az e téren alkalmazható eljárások fejlő-
dését áttekinteni és vázolni a ma kimunkálás alatt álló mód-
szereket.

Az együttes kiegyenlítés okozta nehézségek leküzdésének legkézenfekvőbb módja: a hálózat felosztása különálló részekre, ezek különálló kiegyenlítése, majd a részek összeillesztése úgy, hogy a csatlakozások lehetőleg ellentmondásmentesek legyenek.

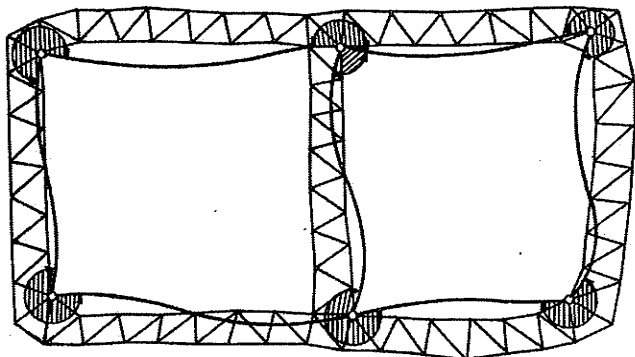
A hálózat felosztásának legrégebbi formája az, amikor az egész területet beborító hálózatot láncolatokra és kitöltő hálózatokra bontjuk. E módszer a szabatosság szempontjából nem a legmegfelelőbb, mert a kitöltő hálózatban végzett - a láncolatbéli mérésekkel azonos értékű - mérések nem szólnak bele a láncolatbéli pontok koordinátáinak, helyzetének meghatározásába, hanem a kitöltő hálózat kiegyenlítése során a láncolatkeret adta kényszerhez idomulnak. Mégis hossz időn keresztül e módszernek megfelelően osztották meg a hálózatokat, sőt még a láncolatváz együttes kiegyenlítése sem volt sok esetben megoldható, ami tovább csökkentette a teljes hálózat homogenitását.

A láncolatváz felosztásának legrégebbi és legkevésbé szabatos módja az volt, hogy a láncolatokat az alapvonalak környékén kijelölt vonalak mentén (esetleg átfedő csatlakozó részeket hagyva) felosztották, mindegyik részt külön kiegyenlítették, majd a csatlakozásnál mutatkozó ellentmondásokat empirikusan elosztották.

A részekre szabdaltnál láncolatváz részeinek összeillesztésére elfogadhatóbb módszert vezetett be az amerikai hálózat kiegyenlítésekor 1930-ban Bowie és Adams. Az ő módszerük bizonyos mértékben módosított változatát alkalmazták 1949-50-ben a nyugat-európai egységes hálózat kiegyenlítésére. Lényegesen fejlesztette Bowie módszerét Ölander a Balti-tengert körülölelő láncolatrendszer, az ún. balti gyűrű kiegyenlítésekor. (Ezt a láncolatrendszert a Balti-tengert övező államok nemzetközi együttműködés keretében hozták létre a két világháború között). Mivel ez az eljárás továbbfinomított változatában még ma is szóba jöhet, ezért gondolatmenetét a következőkben ismertetjük.

A láncolatrendszert az egyes részek találkozásánál, csomópontjainál és lényeges töréseinél kijelölt ún. csatlakozó oldal(ak) mentén szakaszokra osztjuk (235.65.1 ábra). A szakaszokat a bennük levő összes feltételeket figyelembe véve külön-külön kiegyenlítjük. Ezután levezetjük a szakaszok kezdő és végpontjait összekötő geodéziai vonalak hosszát és ezeknek mindkét végénél a csatlakozó oldalakkal bezárt szögeket. A láncolatrendszer főkiegyenlítése a geodéziai vonalak alkotta sokszöghálózat szabatos kiegyenlítéséből áll, melynek végeredményeként az egyes geodéziai vonalak hosszának és a csatlakozó szögeknek végleges értékét kapjuk meg. A kiegyenlítés harmadik lépése az egyes láncolatszszakaszok újabb különálló kiegyenlítése azzal a kényszerrel, hogy a főkiegyenlítésből kapott geodéziai vonalhosszak és a csatlakozási szögek változatlanok maradjanak.

Ölander módszerét Eggert annyiban finomította, hogy a főkiegyenlítéshez a geodéziai vonalak hosszát és a csatlako-



235.65.1 ábra

zási szögeket a szakaszok első, különálló kiegyenlítéséből levezetett súlyokkal látta el.

Az az igény, hogy a mérések szempontjából homogén hálózat a kiegyenlítés során ne szakadjon egy elsődleges láncolatvázra és ennek alárendelt kitöltő hálózat(ok)ra,

leginkább Hazay ún. domináns pontok módszerével elégíthető ki. A módszer alap gondolata az, hogy a homogén hálózatból kiválasztunk 150-200 km távolságban fekvő ún. domináns pontokat (ezek célszerűen a Laplace-pontok), amelyekből egy (150-200 km oldalhosszúságú) háromszöghálózatot képezünk (235.65.2 ábra). E képzelt háromszöghálózat szögeit az eredeti háromszöghálózatból úgy vezetjük le, hogy a domináns pontok között kijelölt sokszögvonalakkal feldaraboljuk a hálózatot, a kapott hálózatrészeket külön-külön kiegyenlítjük, majd ezekből számítjuk a fiktív hálózat szögeit. A kiegyenlítés második lépése a nagyháromszögekből álló hálózat kiegyenlítése. A kiegyenlítés harmadik lépése az eredeti háromszöghálózat részleteit kiegyenlíteni úgy, hogy a nagyháromszögeknek az együttes kiegyenlítésből kapott szögei és oldalhosszai változatlanok maradjanak.

235.65.2 ábra

Az elmondottak szerint a nagyháromszögek kiegyenlítésében már kiegyenlítésből származó mennyiségek szerepelnek fiktív mérési eredményként, így felmerül az az elvi ellenvetés, hogy a kiegyenlítésre kerülő adatok nem függetlenek, pl. a 235.65.2 ábrán jelölt ABC háromszög szögei a közbezárt

hálózatrész kiegyenlítéséből származnak, tehát egymástól füg-
genek. A probléma megoldására több javaslat született. Egyik
járható út a fiktív mérési eredményeket súlyokkal ellátni
Eggert módszere szerint. A másik megoldás az is lehet, hogy
az eredeti hálózatrész mérési ismétléseit három részre fel-
osztani, (pl. a 12 fordulóban végzett iránymérést 4-4-4 for-
dulóra) és a nagyháromszög minden egyes szögét más-más méré-
si eredmények különálló kiegyenlítéséből levezetni, (pl. az
A szöveget az első, a B szöveget a második, a C szöveget a
harmadik 4 fordulós hálózat kiegyenlítésével meghatározni).
Így a háromszög három szögének függetlensége feltétlenül
biztosítva lesz.

E felvetett kérdést mérlegelve Hazay arra hívta fel a
figyelmet, hogy egy-egy domináns pont körül keletkező vala-
mennyi szög más és más hálózatrész kiegyenlítéséből száрма-
zik, ennél fogva kézenfekvő, hogy összegük nem lesz 360° ,
ezért a fiktív hálózat kiegyenlítése előtt állomáskiegyenlí-
tést kell végezni, mely gyakorlatilag megszünteti az egy
kiegyenlítésből eredő szögek függőségét. Feleslegesnek lát-
szik tehát a függetlenség biztosításának még az ismétlések
felosztásán alapuló második módszer is, ennél fogva a kiegyen-
lítés munkája erősen mérséklődik.

Hazay módszerének előnye, hogy a felületdarabon fekvő
hálózat feltételi egyenleteinek lényegesen nagyobb számát
veszi figyelembe, mint a láncolatváz, s emellett a számítási
munka aránylag csekély. A módszer kontinentális méretű háló-
zat kiegyenlítésére alkalmas, így a már meglevő önálló (nem-
zeti) hálózatok együttes kiegyenlítésének egyik módja is lehet.

A nagykiterjedésű háromszögelési hálózatok kiegyenlí-
tésénél meg kell említeni még Pranisiz-Pranievics módszerét,
amikor is a homogén hálózatot háromszögdarabok mentén több
részre bontjuk. Mindegyik hálózatrészre fel kell írni a szo-
kásos feltételi egyenleteket, majd az olyan feltételi egyen-
leteket is, amelyek átnyúlnak az egyik hálózati részből a
másikba, vagy végighaladnak a hálózat egészén, ezek az ún.
összekapcsoló feltételi egyenletek. Ezután az összekapcsoló
feltételi egyenleteket fel kell darabolni a hálózatrészeknek
megfelelően, és a hálózatrészekre már felírt szokásos feltételi
egyenletekhez hozzáírni. A kiegyenlítést hálózatrészenként,
egymással párhuzamosan lehet egy darabig végezni, majd az
összekapcsoló feltételi egyenletekhez tartozó hálózati korre-
látákat a részkiegyenlítések egyesítésével lehet kiszámítani.
Az ilyen módon megállapított korreláták ugyanzok, mintha az
egész kiegyenlítést egyszerre, valamennyi egyenletet együtt
kezelve végeztük volna el.

A közép-európai egységes háromszögelési hálózat kiegyen-
lítéséhez a Nemzetközi Geodéziai Szövetség annak idején ezt
a módszert ajánlotta.

235.66 Az alaphálózat számításának zárómunkái

Lényegében a hálózati pontok végleges ellipszoidi és síkkoordinátáinak kiszámítását és dokumentálását kell elvégezni zárómunkaként.

Ha a hálózat kiegyenlítését koordináta-módszerrel végeztük, akkor a kiegyenlítés közvetlen eredményei az előzetes koordinátaváltozásai. Ezeket a megfelelő előzetes értékekhez adva, megkapjuk valamennyi pont végleges ellipszoidi koordinátáit.

Korreláta-kiegyenlítés esetén a végleges koordináták kiszámítása nem ilyen egyszerű. A kiegyenlítés közvetlen eredményei a korreláták, tehát ezekkel a szokásos módon előbb ki kell számítani a mérési eredmények javításait, és meg kell javítani a mérési eredményeket. A megjavított mérési eredményeket felhasználva el kell végezni a hálózat valamennyi háromszögében az oldalhosszak számítását, majd ezeket a végleges oldalhosszakokat és a kiegyenlített szögértékeket használva a pontok végleges ellipszoidi koordinátáit kell kiszámítani.

Amennyiben a kezdőpont koordinátáit a függővonal-elhajlások négyzetösszegének minimummá tételével vettük fel, úgy a végleges koordináta-számítás előtt meg kell fontolni, hogy a kezdőpont előzetes koordinátáit változatlanul elfogadjuk-e, vagy inkább újból képezzük a négyzetösszeg minimumot. Ez utóbbit választva, csupán a Laplace-pontok koordinátáit kell a megjavított mérési eredményekből kiszámítani, majd a csillagászati kiegyenlítés megismétlése után, a kezdőpont megváltozott koordinátaival kell elvégezni az összes pont végleges ellipszoidi koordinátáinak kiszámítását.

Ha a kezdőpont előzetes koordinátáin nem is változtattunk - éppen a részben háromszori koordinátaszámítás elkerülése végett - a kezdő-azimutot rendszerint mégis módosítjuk a kezdőponthoz a kiegyenlítésből kiadódó U_0 asztronómiai aggregátummal, vagy azzal, hogy a kezdőpontban a Laplace ellentmondás zérus.

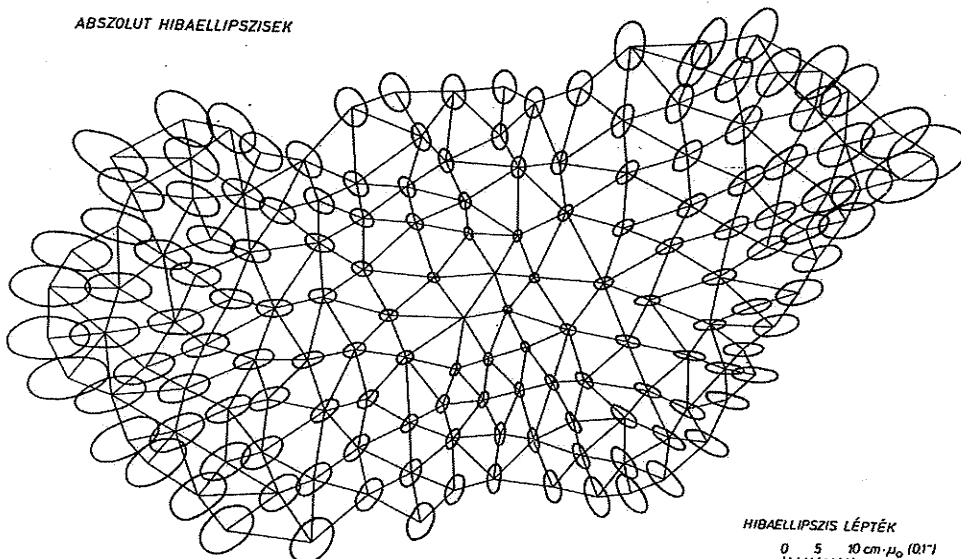
A végleges ellipszoidi koordinátákat a választott vetületi rendszer egyenletei alapján a vetületi síkra kell átszámítani.

A dokumentálás során "Katalógust" kell szerkeszteni, amely a kiegyenlítésben felhasznált adatok gyűjteményét, a végleges ellipszoidi koordináták jegyzékét és a síkvetületi koordináták jegyzékét tartalmazza.

A hálózatok számításának zárómunkái közé tartoznak a pontossági vizsgálatok. Külön is figyelmet érdemelnek azok a vizsgálatok, amelyek abszolút, illetőleg relatív hibaellipszisek meghatározását eredményezik.

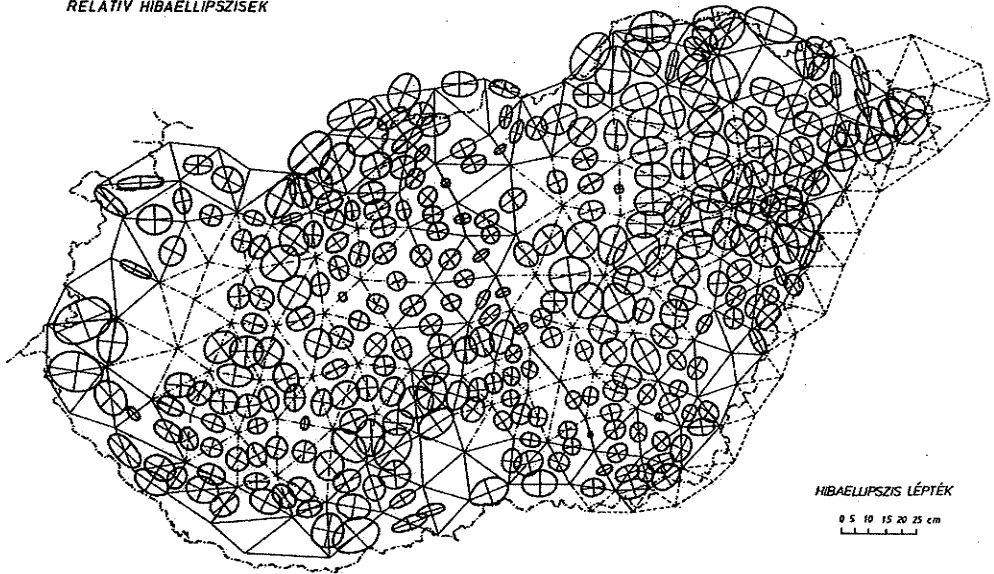
Az abszolút hibaellipszisek (és talppontgörbéjük) alakra és elhelyezésre nézve a konkrét mérési adatok felhasználása nélkül, csupán a hálózat alakja, illetőleg a mért mennyiségek elhelyezkedése alapján is meghatározhatók. (Így a várható középhibák aránya a különböző irányokban már a mé-

rések végrehajtása előtt is megállapítható.) A hibaellipszisek számszerűen a hálózat kiegyenlítése után, a μ_0 súlyegységre kapott középhiba ismeretében értelmezhetők. A 235.66.1 ábra Magyarország I. rendű háromszögelési hálózatának abszolút hibaellipsziseit mutatja, ahol a hibaellipszisek $\text{cm} \cdot \mu_0$ (0,1") értelemben használandók, vagyis az ábrán értelmezhető jellemző hosszát meg kell még szorozni a 0,1" egységben felvett μ_0 értékkel.



235.66.1 ábra

A relatív hibaellipszisek féltengelyei a konkrét mérések révén egymáshoz kapcsolódó szomszédos pontok közötti megbízhatósági viszony maximális ill. minimális értékét jelenítik meg. A relatív hibaellipszisek alapján következtetni lehet arra, hogy a hálózatban csupán lokális hatások vannak-e jelen, vagy kimutatható esetleg az ún. peremhatás is. Jó támpontot kaphatunk ahhoz, hogy a későbbiekben hol végezzünk további javító, finomító méréseket. A 235.66.2 ábrán Magyarország I. rendű háromszögelési hálózatának relatív hibaellipsziseit láthatjuk.



235.66.2 ábra

235.67 A kitöltő hálózat kiegyenlítése

A kitöltő hálózat kiegyenlítésekor a hálózat alapját képező láncolatváz már ki van egyenlítve, a kitöltő hálózat keretét képező sokszögvonal oldalainak hossza és törésszögei adott mennyiségek, azaz a sokszögvonal töréspontjainak koordinátái ismertek. A kitöltő hálózatot tehát egy meg nem változtatható keretbe kell beilleszteni.

E keretbe való beillesztés - korrelátás kiegyenlítést választva - különleges és viszonylag nagyszámú kényszerfeltételek figyelembevételével végezhető el. Ha viszont a kiegyenlítést a közvetítő mérések kiegyenlítése szerint végezzük, akkor ez a kényszerfeltételek figyelembevétele nélkül történhet. Ez az oka annak, hogy a kitöltő hálózatok szokásos kiegyenlítési módszere a koordináta-kiegyenlítés.

A koordináta-kiegyenlítésről viszont az előzőekben már megállapítottuk, hogy ellipszoidon nehezkesebben végezhető, mint síkon, mert a pontok kapcsolatát kifejező összefüggések ellipszoidon lényegesen bonyolultabbak. Éppen ezért a kitöltő hálózatokat a síkon szokás kiegyenlíteni, és mivel a kitöltő hálózat elsősorban a gyakorlati célokat szolgálja, így a kiegyenlítésből közvetlenül nyerhető síkkoordináták az igényeket kielégítik.

A kitöltő hálózat kiegyenlítése előtt a hálózatot síkra vetítjük, tehát kiszámítjuk a mért irányértékek irányredukcióit, valamint a kerületen levő (láncolatvázbeli) pontok síkvetületi koordinátáit a megfelelő vetületi összefüg-

gések segítségével. Ezt követően a síkra redukált irányértékekkel előzetes koordinátákat kell számítani, majd ezek felhasználásával előzetes irányszögeket, és képezni kell a javítási egyenletek együtthatóinak mátrixát és a tisztatagok vektorát. Ezután magát a kiegyenlítést végezzük el, majd a kapott koordinátaváltozások segítségével képezni kell a koordináták végleges értékét.

A számítással kapcsolatban még a következő megjegyzést tesszük:

A számítás síkja célszerűen a gyakorlati geodéziában egyébként is használt vetületi rendszer síkja. Ha azonban a kitöltő hálózat területét vetületi sávhatár (pl. Gauss-Krüger-vetület sávhatára) metszi, akkor kiegyenlítési síkként azt a sávot kell választani az egész területre, amelybe a terület nagyobb része esik. Így a hálózat egy részén jelentékeny lesz a hossztorzulás, ez azonban a kiegyenlítés szempontjából közömbös. A kiegyenlítés befejezése után - természetesen - a koordinátákat át kell számítani a pontok fekvésének megfelelő vetületi sávba.

Magyarország kitöltő hálózatának számítása lényegesen eltérő az eddig ismertetett eljárástól. Ugyanis már a két kitöltő hálózat létesítésére új gondolatot vetett fel Regőczi. Javaslatainak megfelelően a láncolatkeretet olyan homogén hálózattal töltötték ki, amelyben a pontok távolsága a harmadrendű pontok távolságának (6-8 km) felel meg. E rövid oldalak mentén a pontok összelátása jóval alacsonyabb pontjelekkel volt biztosítható, és a mérés is gyorsabbá vált, mert az egy-egy pontból kiágazó négy-nyolc 6-8 km hosszú irány egy-két nap alatt is megmérhető volt. Igaz, hogy adott területen a mérendő pontok száma megnövekedett, de a munkálatok idő- és anyagszükséglete így is lényegesen kevesebb volt, mintha a területet a szokásos oldalhosszúságú I-II-III. rendű hálózattal látták volna el. (A teljesség kedvéért megjegyezzük, hogy a kitöltő hálózat pontjainak tervezését az I. rendű hálózat előírásainak megfelelően végezték, a pontok közti oda-vissza mérést minden esetben megkívták. A pontok között iránymérést végeztek 12 fordulóban a 231.43 pontban már ismertetett módszer szerint.)

A harmadrendű sűrűségű hálózat használatával egy-egy láncolatkoszorúval körülzárt területen a meghatározandó pontok száma annyira megnövekedett, hogy a kitöltő hálózat egy egészben való kiegyenlítését még koordináta-módszerrel is nehézkesé tette. Ezért Regőczi a hálózat kiegyenlítésére a Hazay-féle domináns pontok módszerének alkalmazását javasolta. A domináns pontok általában azok a harmadrendű pontok lettek, amelyek a régi hálózatfejlesztési eljárás szerint elsőrendűek lettek volna. Mivel főlegessé vált annak szükségessége, hogy a domináns pontok egymás között összelátásnak, ezért úgy lehetett kiválasztani azokat, hogy a lehető legjobb alakú háromszögek keletkezzenek.

A kiegyenlítés további lépései a 235.65 pontban elmondottak értelemszerű alkalmazásával történt. A számítás során keletkező fiktív nagyháromszögek szögeinek függetlenségét a már ott említett legegyszerűbb módon, a pont körül keletkezett szögek állomás-kiegyenlítésével biztosították. A nagyháromszögek területére eső hálózatrészek második kiegyenlítése és a koordináták kiszámítása után a csatlakozó pontokra természetszerűen eltérő koordinátákat kaptak. Ezeknek egyszerűen középértékét tekintették a pontok végleges koordinátáinak.

Kitöltő hálózatunk dunántúli részét ennek megfelelően ki is egyenlítették, a "Tiszai rész" kiegyenlítése azonban már elektronikus számítógéppel, a harmadrendű sűrűségű homogén hálózat együttes kiegyenlítésével történt.

235.68 A másod- és harmadrendű hálózat számítása

A magyarországi felsőrendű háromszögelési hálózat kitöltő hálózati részében másodrendű pontok nincsenek, a harmadrendű pontok pedig maguk a kitöltő hálózat pontjai, melyeknek koordinátáit a 235.67 pontban leírtak szerint már kiszámítottuk.

A háromszögelés klasszikus megoldásában (pl. a magyarországi láncolatvázban) azonban az elsőrendű hálózatot előbb háromszögenként egy-egy pont közbeiktatásával sűrítjük, majd ebbe a másodrendű hálózatba illeszkedik be a harmadrendű hálózat egymástól 6-8 km-re levő pontjaival a 231.1 szakaszban leírtak szerint. A másod- és harmadrendű hálózatban nálunk iránymérést végeztek 8 illetve 4 fordulóban. (Később, a harmadrendű hálózat korszerűsítése során a harmadrendű pontokat sokszögeléssel, vagy irány- és távolságmérések kombinációjával is meg lehetett határozni, amint erről a 232.4 szakaszban már szó volt.)

A másod- és harmadrendű pontok számítása már mindenkor a felmérés számára bevezetett vetületi síkon történik. A kiegyenlítést mindig a közvetett mérések kiegyenlítésének módszerével, azaz koordináta-módszerrel végezték, általában pontonként, de néha két vagy több pontot egy csoportba foglaltak össze. Ilyen többpontos kiegyenlítésre rendszerint ott került sor, ahol az elsőrendű háromszögben 2 vagy esetleg több másodrendű pontot kellett kitűzni.

Irányméréssel meghatározott harmadrendű pontok többpontos kiegyenlítése egészen kivételesen fordult csak elő. Később, a harmadrendű hálózat korszerűsítésekor, az elektronikus számítógépek birtokában a harmadrendű hálózati pontokat tömbökre, hálózatrészekre osztva lehetett kiegyenlíteni. A terület számítási tömbökre felosztásában, a tömbök számítási sorrendjének kialakításában jól hasznosítható a gráfelmélet, melynek segítségével elérhetjük az optimális tömbnagyságot és a gyengébb mérések hibaátadását korlátozhatjuk.

Mivel a kiegyenlítést a vetületi síkon végezzük, ezért előbb ki kell számítani a másod- (harmad) rendű hálózat irá-

nyainak irányredukcióit - amihez esetleg egy közelítő koordináta-számítást is kell végezni - majd az irányok vetületi síkra vonatkoztatott értékeiből a kiegyenlítés számára jól közelítő előzetes koordináták számítandók.

A másodrendű pontok kiegyenlítéséhez ismert pontként szerepelnek az elsőrendű és a már kiegyenlített másodrendű pontok; a harmadrendű pontok esetében az első- és a másodrendű pontok, és a már korábban kiegyenlített harmadrendű pontok. Ez azt jelenti, hogy a másodrendű pontokon mért iránysorozatokat az elsőrendű- és a már kiszámított másodrendű pontokra mért irányok segítségével tájékozunk, míg a harmadrendű pontokon mért iránysorozatokat tájékozásához az első-, a másod- és a már meghatározott harmadrendű pontokra mért irányokat használjuk fel.

A kiegyenlítés végrehajtása a kiegyenlítő számításokból ismert, ezzel külön nem foglalkozunk.

236. Egységes nemzetközi háromszögelési hálózatok

A háromszögelési hálózatok általában az országhatárok által elkülönített egységekben készülnek. Ha vannak is a határok mentén közös pontok, ezek koordinátáit mindkét hálózatban külön-külön számítják ki, így a valóságban, a terepen összefüggő hálózatok között a felhasznált mérések különbözősége, a különböző csillagászati kezdőpontok, esetleg a különböző alapfelületek miatt a számított adatok szerint törés, szakadás mutatkozik.

Századunk technikai fejlődése, a nemzetközi tudományos, gazdasági, közlekedési, műszaki együttműködés megkívánja, hogy egységes geodéziai hálózatot hozzunk létre.

Az egyes háromszögelési hálózatok összekapcsolásának több módja lehetséges, részben a már kész hálózatok átszámításával, részben további hagyományos hálózati mérések végzésével történhet, azonban a kontinensek hálózatainak összekapcsolása a klasszikus háromszögelés módszereivel nem oldható meg. Az egységes geodéziai hálózat megteremtése a kozmikus geodézia mérési és számítási eszköztárával látszik megvalósíthatónak.

A geodéziai alapadatok egyesítése érdekében az első lépés a Hayford-ellipszoid nemzetközi alapfelületté nyilvánítása volt. Következő lépésként a Nemzetközi Geodéziai Szövetség egy egységes vetületi rendszer, az UTM (Universal Transversal Mercator) bevezetését javasolta.

Lényeges előrehaladásra a második világháború befejeztével, a háború térképészeti tapasztalatai alapján nyílt lehetőség. Ekkor a Németországot megszálló amerikai hadsereg kezébe került az a hatalmas geodéziai anyag, amelyet a német hadsereg az általa megszállt területeken a háború folyamán összegyűjtött. Egy német számítócsoporttal ebből az anyagból láncolatrendszert alakítottak ki, és ezt az észak-

amerikai láncolatrendszer kiegyenlítésére Bowie és Adams által kidolgozott, némileg javított közelítő módszerrel kiegyenlítették. A rendszert a potsdami Helmert-torony ellipszoidi adataival tájékozták. Ez lett a közép-európai egységes háromszögelési hálózat váza, amely a Rajnától csaknem Minszk meridiánjáig, az Északi és a Balti-tengertől kb. a Po-völgyéig terjedt, s Ausztrián át északnak kanyarodva magába foglalta Magyarország északi részét, nagyjából Budapest szélességéig. Utóbb ehhez a maghoz kapcsoltak egy nyugati, egy déli és egy délkeleti részt úgy, hogy a létrejött - európainak nevezett - egységes hálózat Európa kapitalista államait mind magába foglalja, sőt délen még Afrika északi részét is érinti.

A hatalmas rendszert számos - keletkezésével összefüggő - hiányosság terheli. A felhasznált mérések kb. 140 éves időközből erednek, tehát igen különböző minőségűek. Több helyen azonosítási bizonytalanság is terheli (pl. épp nálunk Aggtelek körzetében). A kiegyenlítési eljárás is erősen közelítő, s jelentős deformációkra vezethetett.

Mindezen okok miatt a Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG), amely a munkálatok gondozását 1954-től átvette, elhatározta a rendszer új kiegyenlítését. Ezért felszólította a hálózatban érdekelt tagállamait, hogy elavult méréseit újítsa fel, s úgy döntött, hogy a felújított, korszerű mérések alapján az egész rendszert felületi hálózatként Pranisz-Pranievics módszerével fogja kiegyenlíteni.

A munkálat - amelyet az irodalom RETrig (Readjustment of European Triangulations) néven szokott emlegetni - még ma is tart. A Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG) 1981-ben a müncheni ülésén is tárgyalta a RETrig helyzetét, amikor is a megjelent kiadványban már arról olvashatunk, hogy a hálózatban statisztikai próbákat, szűréseket akarnak végezni, a hálózatot kozmikus geodéziai mérésekkel akarják kiegészíteni és hosszadatokkal finomítani.

Az európai szocialista államok a SzOGSz (Szocialista Országok Geodéziai Szolgálat) keretében 1950 és 1960 között ugyancsak létrehoztak egy egységes hálózatot, amely kevés kivétellel új, korszerű háromszögelési mérési adatokra támaszkodott. A hálózatot Pulkovo kezdőpontban tájékozták és együttesen kiegyenlítették a Kraszovszkij ellipszoidon 1958-ban. A hálózatot a magyar szakirodalom EAGH (egységes asztrogeodéziai hálózat) néven említi.

Az 1958. évi kiegyenlítést követően a SzOGSz tagállamai megkapták a pontok koordinátáit az együttes kiegyenlítésből. A SzOGSz akkori határozata értelmében minden tagország azt a feladatot kapta, hogy fejlessze, finomítsa hálózatát, önállóan egyenlítsse ki, és javítsa a csatlakozásokat a szomszédos országokkal. Az EAGH egységes méretarányának meghatározása érdekében a Potsdam - Szófia - Pulkovo nagy háromszög oldalait (sokszögvonal formájában) elektrooptikai távmérővel megmérték. (A Potsdamot Szófiával összekötő sokszögvonal hazánkat is átszeli a Börzsöny-hegységtől Makó irányában.)

1983-ban az EAGH-t másodszor is kiegyenlítették. Azóta a hálózat további javítása, finomítása céljából több ízben doppleres műholdmegfigyeléseket végeztek.

237. A magyarországi vízszintes alaphálózat továbbfejlesztése

Magyarország felsőrendű vízszintes alapponthálózatának korszerűsítési munkái 1965-ben kezdődtek el. A terepi mérések 1971-ig tartottak, melyek során - a javító célzatú mérésekben túlmenően - további 17 háromszögoldal hosszát mérték meg, a Laplace-pontok számát pedig 17-ről 40-re növelték.

Ezt követően 1971-73 között a hálózatot homogén hálózatként kiegyenlítették. E hálózatot FAGH (felületi asztrogeodéziai hálózat) néven említi a szakirodalom. A FAGH kezdőpontjaként Szőlőhegyet (a Gödöllői dombság déli részén) választották, változatlanul elfogadták Szőlőhegy EAGH-beli koordinátáit és a Szőlőhegy-Erdőhegy azimutot kezdő azimutként. A kiegyenlítést Kraszovszkij ellipszoidon, korrelációs módszerrel végezték, a feltételi egyenletek száma 464, a normálegyenletek együtttható-mátrixának mérete 464x940 volt. A számításokat ICL 4/70 típusú számítógépen végezték. A súlyegységre kapott középhiba: $\mu_0 = \pm 0,434$, az egység súlyú mérés középhibája $+ 0,434''$ illetve $+ 5,5$ cm, (a 284 háromszögre számított Ferrero-féle szögközponti hiba $+ 0,406''$) volt.

A kiegyenlítés után Szőlőhegy-Erdőhegy azimuthoz hozzáadták a csillagászati aggregátumra kapott javítást, tehát a FAGH kicsit elfordult az EAGH-hoz képest. A FAGH pontjainak földrajzi koordinátáit a Kraszovszkij ellipszoidra, vetületi koordinátáit pedig Gauss-Krüger-féle vetületi sávokra számították ki.

1969-1975 között az EOTR (egységes országos térképrendszer) alaphálózatának számításait végezték el. Az EOTR alaphálózatának mérési anyaga lényegében azonos a FAGH mérési anyagával, a FAGH-tól való teljes elszakadást úgy érték el, hogy az EOTR alapfelületét az IUGG/1967 referencia ellipszoidot választották, és ezen önállóan elhelyezték és tájékozták a hálózatot. A számításokat három lépésben végezték el: először a csillagászati pontokat a Hrisztov-féle képletekkel átszámították a Kraszovszkij ellipszoidról az IUGG/67 ellipszoidra, majd csillagászati kiegyenlítést végeztek a Wolf-féle módszer (l. Felsőgeodézia tantárgy) alkalmazásával, végül a geodéziai főfeladatok sorozatos alkalmazásával kiszámították a többi pont koordinátáit is.

A számítások befejeztével különböző pontosságú vizsgálatokat végeztek. A teljes hálózat homogenitását úgy vizsgálták, hogy 16 csoportra osztva a hálózatot kiszámították a kisebb egységekre a súlyegység középhibáját, majd összehasonlították a teljes hálózatra vonatkozó μ_0 értékkel.

Eredményként azt kapták, hogy nincs lényeges eltérés a súlyegységre vonatkozó középhibák között, tehát a hálózat megbízhatósága homogénnek mondható. Az EOTR alaphálózatára kiszámították és megszerkesztették az abszolút és relatív hibaellipsziszeket is. A 235.66 pontban az 1. és a 2. ábrán bemutatott hibaellipsziszek az EOTR alaphálózatának hibaellipszisei.

Az EOTR alapponthálózatát - tudományos célokra - jelen időszakban is finomítják, továbbfejlesztik. E tevékenység egyrészt kiegészítő hagyományos mérések, másrészt kozmikus geodéziai módszerekkel történő mérések végzéséből áll. A hagyományos mérések során 1987-ig összesen 70 háromszögöldalt mértek meg elektronikus távmérővel (a távmérés homogenitását jól elősegíti a penci hitelesítő alapvonal), a Laplace-pontok száma pedig 64-re emelkedett. Az alkalmazott kozmikus geodéziai módszerek: a stelláris háromszögelés és a doppleres műhold megfigyelések (l. Kozmikus geodézia tantárgy). E mérések célja az EOTR-hálózat abszolút (geocentrikus) elhelyezése és tájékozása (l. Felsőgeodézia tantárgy), a hálózat méretarányának ellenőrzése.

Jövőbeli tervek a vízszintes és magassági alaphálózatok geometriai egységesítése és egy újbóli, most már háromdimenziós kiegészítés.

3. AZ ORSZÁGOS NEGYEDRENDŰ VÍZSZINTES ALAPPONTHÁLÓZAT

31. A negyedrendű hálózat célja és létesítésének módszerei

A negyedrendű vízszintes alapponthálózat az országos háromszögelési hálózat legsűrűbb ponthálózata. A negyedrendű alappontok helyének kiválasztása, a pontok meghatározása olyan, hogy a pontok elsősorban a terepet uralják, és a mérések a lehető legjobb hálózati összefüggéseket biztosítják.

A negyedrendű pontok sűrűsége - a mi előírásaink szerint - átlagosan $0,5$ pont/ km^2 az ország egész területére. E pontsűrűség lehetővé teszi a részletes felméréshez szükséges további, alsórendű alappontsűrítés (ötödrendű háromszögelés ill. pontmeghatározás, sokszögelés, illesztőpont-mérés) gazdaságos és megfelelő pontosságú végrehajtását.

Az átlagos pontsűrűségnél ritkább a negyedrendű pontok hálózata az összefüggő, nagykiterjedésű erdőségekben ($0,33$ pont/ km^2), és sűrűbb (2 pont/ km^2) a városokban, ipartelepeken valamint a községi belterületeken.

Megjegyezzük, hogy légiháromszögelés esetén a földi eljárással meghatározott alappontok sűrűsége lényegesen kisebb lehet, de a pontok helyének elvileg szigorúan követni kell a képsorok és a sorokon belül az egyes modellek helyzetét úgy, hogy egy-egy kialakítandó légi háromszögelési tömb szélein, legalább minden második modell sarkaiban és a sorok elején és végén kellő számú alappont legyen, és bizonyos elrendezésben a tömbök belseje is tartalmazzon alappontokat. (Például egy $20 \text{ km} \times 20 \text{ km}$ kiterjedésű légi háromszögelési tömböt véve alapul $1:10\,000$ képméretarány mellett $0,1$ pont/ km^2 sűrűség is megfelelő.) Az természetesen nem várható - a jó meghatározás miatt -, hogy a negyedrendű pontokat a leendő légi háromszögelési tömb szigorú igényeinek megfelelően tudjuk kitűzni, de törekednünk kell arra, hogy az illesztőpontok minél kisebb munkával legyenek meghatározhatók a meglévő felső- és negyedrendű pontokból.

A negyedrendű alappontok létesítésének módszerei a következők:

- a) irányméréses háromszögelés,
- b) távméréses háromszögelés,
- c) hosszúoldalú, szabatos sokszögelés végzése, ill. sokszöghálózat kialakítása,
- d) az előbbi eljárások vegyes alkalmazása.

A pontok vízszintes koordinátái mellett a magassági koordinátát is meg kell határozni, ennek módszerei:

- a) trigonometriai magasságmérés (magassági sokszögvonal vezetése, ill. sokszöghálózat kialakítása, magassági előmetszés),
- b) szintezés.

A magassági meghatározások elsősorban szintezéssel meghatározott pontok magasságára épülnek.

A negyedrendű pontok koordinátáit mind vízszintes, mind magassági értelemben cm élességgel szokásos megadni.

A negyedrendű háromszögelést kisebb-nagyobb területrészenként hajtják végre. Így munkaterületünk körül már rendszerint találunk a korábbi ütemekben meghatározott negyedrendű háromszögelési pontokat is. Az új hálózati résszel ezekhez is csatlakozni kell, és az új pontok meghatározásakor ezek koordinátáira is támaszkodni kell.

Az esetben, ha a korábbi háromszögelés negyedrendű (esetleg felsőrendű) pontjai még megtalálhatók, akkor ezeket a régi negyedrendű (felsőrendű) pontokat - amennyiben helyzetük az új háromszögelés elveinek is megfelelnek - az új hálózatban újból meg kell határozni. Ha a régi pontokat nem vonjuk bele az új negyedrendű hálózatba, akkor ezek majd alsóbbrendű pontokként lesznek felhasználhatók.

Az elektronikus távmérők széles körű használatbavételét megelőzően a negyedrendű pontmeghatározás kizárólag irányméréses háromszögeléssel történt. A pontmeghatározáshoz szükséges összelátások megteremtése érdekében rendszerint kisebb-nagyobb, fából készült pontjeleket állítottak. Különösen költséges volt a jelépítés a magas, összefüggő erdőségek területén.

Az elektronikus távmérők alkalmazásával át lehetett térni a hosszúoldalú sokszögelésre, ahol is csomópontok kialakításával határozták meg a negyedrendű pontokat. Ez a technológia a jelépítés költségeit mérsékelte ugyan a klaszikus módszerhez képest, de még mindig jelentős magasságú pontjeleket kellett építeni az olyan pontokra, amelyekről tájékozó irányokat is kellett mérni.

A jelépítés költségeinek lényeges csökkenését a tisztán hosszmeréses háromszögelés bevezetése jelentette, mert a fából készült műszerállásokat fel lehetett váltani fémből készült létraállványokkal, mivel a távmérőműszerek és a prizma terepszint fölé emelésére szolgáló építmények stabilitásával, főleg elfordulásával szemben sokkal kisebbek a követelmények. Az építési költségek és a munkaidő-szükséglet a létraállványoknál a magassággal lineárisan, az állványos gúláknál (pl. Illés-féle gúlák) négyzetesen növekednek.

Mivel az elektronikus távmérők hazánkban a hatvanas évek végén kezdtek elterjedni, ebből következik, hogy az ötvenes években elkezdett, és várhatóan a kilencvenes évek első felére elkészülő negyedrendű alapponthálózatunk létrehozásában mindhárom technológia szerepéhez jutott.

A negyedrendű alappont-létesítés munkaszakaszai a következők:

- irodai előkészítés és tervezés,
- szemlélés és kitűzés,
- építés, állandósítás,
- mérés,
- számítás,
- zárómunkák.

32. Az irodai előkészítés és tervezés

A helyszíni munkálatok megkezdése előtt, az irodában az elvégzendő feladatok a következők:

- a) adatgyűjtés,
- b) az alapvázlat előkészítése és a negyedrendű hálózat tervezése,
- c) a koordinátajegyzékek előkészítése,
- d) a kitűzési jegyzőkönyv előkészítése,
- e) a vízszintes és a magassági meghatározási terv előkészítése.

Az adatgyűjtés során össze kell gyűjteni a területen levő felsőrendű alappontok és az esetleges régebbi negyedrendű pontok, valamint a csatlakozó területeken levő és valószínűleg felhasználásra kerülő alappontok törzskönyvi lapjainak és pontleírásának másolatát. Továbbá be kell szerezni a felsőrendű pontokhoz tartozó iránypontok, valamint a területre és közelébe eső magassági alappontok adatait is. Az adatgyűjtéssel egyidejűleg meg kell vizsgálni a negyedrendű főpontok, az iránypontok és a régebbi negyedrendű pontok meghatározásának módját. E vizsgálat eredményeként eldöntjük, hogy elfogadjuk-e az illető pontot alapadatként, vagy újra meghatározzuk. (Itt kell tisztáznunk a negyedrendű főpont fogalmát. Az új magyar hálózatban - a felsőrendű munkálatokkal egyidejűleg - a harmadrendű háromszögeknek lehetőleg a súlypontjába, a terep legmagasabb pontján ún. negyedrendű főpontokat helyeztek el és határoztak meg. Kivételesen előfordult, hogy valamelyik harmadrendű háromszögbe két negyedrendű főpont is került.)

Az alapvázlat előkészítése úgyszintén az adatgyűjtéssel egyidőben történik. Az alapvázlat 1:25 000 méretarányú, EOTR (egységes országos térképrendszer) szelvényezésű topográfiai térképlapokon készül, és célja, hogy a munkák során tervezési ill. kitűzési vázlatként szolgáljon. Az alapvázlat előkészítése lényegében abból áll, hogy (az utasításban szabályzott) különböző nagyságú és színezésű körökkel, valamint megírásokkal, síkrajzilag helyesen feltüntetjük mindazon pontokat, amelyek az adatgyűjtés tárgyát képezték. (Például az alapvázlaton az EOVA (egységes országos vízszintes alapponthálózat) pontok jelölése a következő: a felső-

rendű (I.-III. rendű) alappontok jele 3 és 5 mm átmérőjű kettős kör, a belső kör tussal kitöltve, a negyedrendű főpontok és a korábban meghatározott negyedrendű pontok jele 3 és 5 mm átmérőjű kettős kör kitöltés nélkül, az iránypontok jele 5 mm átmérőjű üres kör, az EOMA (egységes országos magassági alapponthálózat) pontok jele 3 mm átmérőjű kör, kétoldalt vízszintesen egy-egy 3 mm hosszú vonallal és az egész kék tussal készül stb.).

Ezek után az alapvázlaton elkészíthető a negyedrendű alapponthálózat terve. A meghatározandó pontok közelítő helyét a következő szempontok szerint tervezzük meg:

- a pontok a 31. fejezetben megadott sűrűséggel, lehetőleg egyenletesen fedjék a munkálatba bevont területet,
- a pontok meghatározása jó legyen,
- a pontok megfelelően csatlakozzanak a korábban meghatározott (szomszédos területen levő) negyedrendű hálózat pontjaihoz,
- a pontok meghatározásához szükséges jelépítési és mérési munkák a lehető leggazdaságosabban legyenek elvégezhetők,
- a pont fennmaradása lehetőleg biztosítva legyen.

Mindezek szem előtt tartásával pontot tervezünk a terep láthatóan kiemelkedő, uralkodó pontjaira, a vízszintes értelemben jellegzetes pontokra (kúpokra, hátvonalakra, községi és belterületi határvonalak főbb töréspontjaira, utak, vasutak és vízfolyások metszéspontjai közelébe, belterületen áthaladó fontosabb utak, vasutak ki- és belépő pontjaira stb.), valamint jól irányozható, magasabb építményekre (ilyenek a templomtornyok, gyárkémények, csúcsos tetődíszek stb.).

Az alapvázlaton az új negyedrendű pontok tervezett helyét (5 mm átmérőjű) ceruzával rajzolt körrel jelöljük meg.

A hálózat, hálózatrész pontosságai és gazdaságossági tervezését pontossági kritériumok és optimalizálási algoritmusok segítségével is el lehet végezni. Ez a nagy számításigény miatt azonban csak számítógéppel végezhető el.

A koordinátajegyzék előkészítése során lényegében egy-egy munka-koordinátajegyzéket készítünk - az adatgyűjtés anyagának megfelelően - úgy, hogy csoportokba foglaljuk a koordinátákat az EOTR 1:50 000 méretarányú szelvényei szerint, ezen belül pedig a különböző vetületi rendszerek (EOV, sztereografikus, HÉR, HKR, HDR) szerint. A koordináta-jegyzékben először az I.-III. rendű pontokat, majd az adott negyedrendű pontokat, ezután az iránypontokat, végül a magassági alappontokat egymástól elkülönítve célszerű felsorolni.

Az adott pontok felsorolása után következnek az újonnan meghatározandó pontok számsorrendben, az előzetes koordinátákat ceruzával írjuk be.

Minden vízszintes pont számára legalább két-három sort kell a jegyzék előírásakor biztosítani, hogy a központ koor-

dinátái alatt hely legyen az esetleges külpontos jel, vagy magaspont esetén a levezetett pont koordinátáinak beírására.

A célszerűen szerkesztett koordinátajegyzék nyomtatványában hely van az ideiglenes jel milyenségének és magasságának bejegyzésére, valamint a pont magasságának feltüntetésére és annak feljegyzésére, hogy a magassági adat mire vonatkozik.

A kitűzési jegyzőkönyv előkészítése abból áll, hogy megfelelő sorrendben összefűzzük a felsőrendű pontok, a negyedrendű főpontok, az iránypontok és a korábbi időben meghatározott negyedrendű pontok pontleírásáról és törzskönyvi lapjairól készített másolatokat, majd hozzáfűzzük a területen és környékén levő EOMA pontok pontleírásának másolatait is. Az így előkészített kitűzési jegyzőkönyvhöz a kitűzendő új negyedrendű pontok részére kellő számú pontleírás nyomtatványt csatolunk, a tornyok számára pedig törzslapnyomtatványt. A kitűzéskor és az állandósításakor ezekre kell majd a szükséges feljegyzéseket beírni.

A vízszintes és a magassági meghatározási terv külön-külön lapra készül. Mindkettő méretaránya 1:25 000, EOTR szelvényezésben, szelvényenként is külön-külön kartonlapra készítjük.

A vízszintes meghatározási terv előkészítése során megrajzoljuk a szelvényhatárokat és 5 km-ként a koordinátahálózatot. Ezután koordinátákkal felrakjuk valamennyi, az alapvázlaton feltüntetett, adott EOVA pontot. Az új negyedrendű pontokat majd a kitűzés után kell csak felrakni. A pontok jelölése a meghatározási terven is utal rendűségükre, jellegükre.

A magassági meghatározási terv előkészítésekor szintén a szelvényhálózat és a koordinátahálózat felrakásával kezdjük a munkát. Ezt követően feltüntetjük a terület és a csatlakozó területrészek magassági alappontjait, továbbá azokat a vízszintes alappontokat, amelyek magasságát már korábban meghatározták. Végül felrakjuk azokat a korábban már meghatározott negyedrendű pontokat, amelyeknek magassága nincs, de meghatározása célszerű vagy szükséges. A pontok jelölése - az alapvázlathoz hasonlóan - megkülönbözteti azok rendűségét és fajtáját.

33. A szemlélés és a kitűzés

A negyedrendű vízszintes alapponthálózat létesítésekor a szemlélés és a kitűzés feladata:

- a munkaterületre eső valamennyi adott pont felkeresése és felülvizsgálata a mérések lehetőségének megállapítása és a ponton építendő ideiglenes pontjel típusának és magasságának meghatározása végett,

- az új negyedrendű pontok tervezett helyének felkeresése és megszemlélése a végleges pontjel helyének kitűzése céljából, valamint annak megállapítása, hogy hová, milyen típusú és mekkora ideiglenes pontjelet kell majd építeni.

A szemlélés és kitűzés műveletét mindig az adott pontokon célszerű kezdeni, közülük is azokon, amelyek jó rálátást ígérnek a munkaterületre, vagy annak jelentékenyebb részére, és csak ezután vesszük sorra a tervezett ponthelyeket, szintén a jó kilátású pontokon kezdve a munkát.

331. Szemlélés és kitűzés az adott pontokon

Az adott pontokat a topográfiai térkép (alapvázlat) és a pontleírások (kitűzési jegyzőkönyv) segítségével keressük fel. Ha a pontot nem találják, akkor a pont helyét a pontleírás adataiból, a pont helyére utaló helyszíni jelekből (pl. besüppedés) vagy műszeres méréssel (hátrametszéssel) állapítjuk meg, mert a pont föld alatti jelét mindenképp fel kell tární, vagy teljes biztonsággal megállapítani a pont végleges pusztulását.

Ha csak a pont állandósítási köve pusztult el, akkor a pontot a feltárt föld alatti pontjellel központosan újra kell állandósítani. Előfordul, hogy a központos állandósítás valamilyen okból nem lehetséges, ilyen esetben a pontot át kell helyezni. Az áthelyezett állandósítási kő koordinátáit és magasságát az eredeti ponthelyből (a föld alatti jelre támaszkodva) kell levezetni. Az adatok változását a kitűzési jegyzőkönyvbe és a koordinátajegyzékbe vezetjük be.

A föld alatti pontjelet akkor is fel kell tární, ha a felszíni állandósítás megsérült, vagy láthatóan elmozdult (pl. erősen ferde), és ilyenkor is újra kell állandósítani.

A pontvédő berendezéssel (vasbetonlapokkal és felső kővel) ellátott alappontoknál a felső kő kiemelésével győződünk meg az alsó kő sértetlenségéről. Ha az alsó kő sértetlen, akkor a pont állandósítását tovább nem vizsgáljuk, az elbontott védőberendezést félrerakjuk, mert csak majd a mérések befejezése után kerül sor a helyreállításra. Ha az alappontot korábban nem látták el pontvédő berendezéssel, akkor az ilyen pontot újra kell állandósítani, és a mérések befejezése után védőberendezéssel ellátni.

A munkaterületen előforduló, korábbi háromszögelésből származó felsőrendű és negyedrendű pontokat is felkeressük és feltárjuk a szemlélés során, hogy az új negyedrendű pont-hálózatba bekapcsolhassuk őket, ezáltal a régi és az új hálózat kellő kapcsolatát megteremthessük.

A szemlélés során meg kell vizsgálni az adott pontokon található ideiglenes pontjelek és állandó építmények állapotát. Ha az adott ponton állványos gúla áll, akkor megvizsgáljuk, hogy az észlelőállvány és a műszerállvány nem érintke-

zik-e valahol, amit úgy célszerű vizsgálni, hogy a mérnök a műszerasztalkára teszi a kezét, a segédmunkás pedig lent erőteljesen ütügeti az észlelőállvány-lábakat, és ha a remegést érezni, akkor érintkezés van a két állvány között. Vizsgálni kell továbbá, hogy a létrák, észlelőtér padozata, védőkorlátok biztonságosak-e, általában a gúla mérésre alkalmas-e. A hiányosságokat, a szükséges javításokat feljegyezzük. Ugyanígy vizsgálni kell az adott pontokon álló egyszerű gúlákat és árbocokat is.

Ha az adott pont torony (épület) és rajta korábban már végeztek mérést, akkor meg kell állapítani, hogy a műszerálláspontok épek-e, felhasználhatók-e az új mérések céljára. Az őrcsapok alapján a műszerálláspont mozdulatlanságát, az utcaszinten (terepszinten) levő őrpontok segítségével pedig a toronycsúcs azonosságát tudjuk ellenőrizni.

Ha az adott pontokon jel nem áll, a szemlélés alkalmával döntjük el a célszerű, gazdaságos jel típusát és magasságát. Törekedni kell, hogy az ideiglenes pontjelek központosan épüljenek.

A vízszintes adott pontok bejárásával egyidejűleg fel kell keresni a munkaterületre és annak közelébe eső magassági alappontokat is, és meg kell állapítani a vízszintes hálózat magassági meghatározásának lehetőségét, módját is.

Minden megszemlélt pont pontleírását ellenőrizni kell, a környezetben beállott változást a pontleírásba be kell vezetni, esetleg új helyszínrajzot kell készíteni.

332. Szemlélés és kitűzés az új pontokon

Az új negyedrendű pontok szemlélését és kitűzését az adott pontokon végzett szemlélés és kitűzés után kezdjük meg a negyedrendű alapponthálózat terve (az alapvázlat) alapján. Elsősorban a tervezett ponthelyeket kell megszemlélni, de számba vesszük mindazokat a helyeket is, amelyek a helyszíni bejárás során alkalmasnak, vagy a tervezetteknel alkalmasabbnak látszanak.

Az új pontok helyének kiválasztásakor mindenkor a 31. fejezetben leírt pontsűrűség és a 32. fejezetben felsorolt általános szempontok szerint járunk el. Azokon a körülményeken túlmenően, amelyeket már az irodai tervezéskor is figyelembe lehetett venni, a következőkben leírtakra ügyeljünk.

A pontok jó meghatározása érdekében irányméréses (vagy hosszméréses) háromszögelésnél lehetőleg mindig a ponthoz legközelebb eső, adott 4-5 alappontra támaszkodjunk, és ezek a meghatározott irányok (és távolságok) lehetőleg egyenletesen legyenek elosztva a horizonton. Törekedjünk arra, hogy a tájékozó irányok a meghatározó irányoknál hosszabbak legyenek.

Az irányméréses pontmeghatározás történhet tisztán külső (előmetsző) irányokkal, tisztán külső-belső (oda-vissza)

irányokkal, vagy vegyesen belső (hátrametsző), külső és külső-belső irányokkal. Tisztán belső (hátrametsző) irányokkal csak egészen kivételesen szabad pontot meghatározni ott, ahol negyedrendű pontra elkerülhetetlenül szükség van, és a pont meghatározására más gazdaságos mód nincs. Ez esetben legalább 5 irányt kell mérni a legközelebbi pontokra, egyenletes elosztásban a horizonton. A hálózat összhangját legjobban a külső-belső irányokkal való pontmeghatározás biztosítja.

A hosszúoldalú sokszögeléssel ill. sokszögelési hálózattal úgy végezhetjük el megfelelő módon a pontok meghatározását, hogyha közel egyenlő (legalább 250 m) oldalhosszúságú, 3 legfőljebb 4 oldalból álló, nyújtott (legalább 120°-os, legfőljebb 240°-os törésszögű) sokszögvonalakat tűzünk ki. A sokszögvonal adott kezdő- és végpontján 2-4 tájékozó irányt kell mérni. A kevés oldalszámú, nyújtott sokszögvonalakat úgy tudjuk kitűzni a terepen, hogy az erős töréseknél, valamint a megengedett oldalszám elérésekor sokszögelési csomópontokat létesítünk. A csomópontokon - ha ez külön jelépítést nem tesz szükségessé - tájékozó irányokat is mérünk.

A szemlélés és kitűzés alkalmával ügyelni kell arra is, hogy sokszögvonalat adott alappont közelében bekapcsolás nélkül elvezetni nem szabad, továbbá, hogyha a belterületen vezetett sokszögvonal magaspont (pl. templomtorony) mellett halad el, akkor a magasponthoz csatlakozni kell. A magaspont melletti sokszögpont a magaspont levezetett pontjává válik.

A negyedrendű pontok számítása - a meghatározási módtól függetlenül - történhet pontonként, néhánypontos csoportonként vagy többpontos csoportok, ún. blokkok keretében. Erre már a kitűzéséskor gondolni kell, mert a korábban számítandó csoport pontjait a később számítandó csoportoknál adottaknak kell tekinteni. Ezért a blokkokat a számítás sorrendjének megfelelően sorszámozni kell, és a csoportok között a kapcsolatot úgy kell biztosítani, hogy a szomszédos csoportok szélső pontjai közötti összhang is az előírásoknak megfelelően.

A negyedrendű pontok általában terepszintű pontok. Azonban - a megfelelő pontsűrűséget szem előtt tartva - negyedrendű pontként meghatározandók azok a magasabb építmények (tornyok, épületcsúcsok, gyárkémények stb.), amelyek kétféle szilárdak, jól irányozható részük van, vagy jól irányozható jel (pl. villámhárítóra fekete-fehér festésű bádoghenger) helyezhető el rajtuk. A magas építmények adott esetben műszerállásul is szolgálhatnak. A magas építmények közvetlen közelébe - a későbbi mérések egyszerűbb csatlakoztatása végett - a terep magasságában ún. levezetett pontot tűzünk ki, melynek koordinátáit a magaspontról vezetjük le.

A pontok fennmaradása érdekében a pontokat olyan helyekre kell kitűzni, amelyek mezőgazdasági művelésre nem alkalmasak. Ha mezőgazdaságilag művelt területeken kell pontokat létesíteni, akkor lehetőleg mezsgyére, utak, árkok, vízfo-

lyások stb. szélére, általában kevésbé használt földterületre célszerű azokat kitűzni.

A pontok helyének kiválasztásakor minden esetben figyelembe kell venni - a vonatkozó utasításokban, rendeletekben rögzített - számos tiltó vagy korlátozó rendelkezést. Ezek a tiltó és korlátozó rendelkezések az utak, vasutak, vízfolyások, vízügyi létesítmények, katonai területek, repülőterek, műemlékek, természetvédelmi területek, bányaterületek, ipari létesítmények, büntetésvégrehajtási intézmények stb. által elfoglalt területek használatára vonatkoznak, az ilyen területeken geodéziai pontokat csak az illetékes szerv engedélyezésével és engedélyével lehet elhelyezni. Ugyancsak a tulajdonos hozzájárulása szükséges az összelátásokat esetleg akadályozó gyümölcsfák, díszbokrok gallyazásához, kivágásához, a mezőgazdaságilag hasznos növények (pl. kukorica, napraforgó) letarolásához.

A pont helyének kiválasztásakor mindig arra kell törekedni, hogy a jel az állandósítási kő fölé központosan legyen felépíthető. Ha ez nem lehetséges, akkor is törekedni kell arra, hogy a jel és a központ távolsága minél kisebb legyen, és a külpontosság elemei lehetőleg közvetlenül legyenek mérhetőek.

A szemlélés előrehaladásával párhuzamosan, folyamatosan ki kell egészíteni a kitűzési jegyzőkönyvet és az alapvázlatot.

Az újonnan kitűzött negyedrendű pontokról a kitűzési jegyzőkönyv pontleírási nyomtatványain pontonként fel kell jegyezni a pont számát (amelyet az EOVA számozási rendszere szerint, folyamatos számozással, lehetőleg az X koordináták csökkenő sorrendjében adunk), az ideiglenes és a végleges jel tervezett típusát, a pont meghatározására alkalmas irányokat, meg kell rajzolni a pont helyszínrajzát. Magaspontról fel kell jegyezni megkülönböztető elnevezését, kis rajzon fel kell tüntetni az irányzás helyét, de célszerű az egész építményről kis vázlatot készíteni. A magaspont őrpontjainak helyét alaprajzi vázlaton kell feltüntetni.

Az újonnan kitűzött negyedrendű pontokon meg kell állapítani a meghatározáshoz szükséges oldalakra az összelátási viszonyokat, külön megjegyzést írunk mind az irány, mind a távolság mérhetőségére vonatkozóan.

Egyszóval, a szemlélés minden tapasztalatát, adatát a kitűzési jegyzőkönyvben rögzíteni kell.

Egyidejűen ki kell egészíteni az alapvázlatot is, most már a végleges ponthelyek feltüntetésével. Az új pontokat 5 mm átmérőjű körrel jelöljük, s mellé írjuk számukat is. Az állandó jellegű építmények pontjelét még az építmény jellegére utaló jelzéssel is el kell látni.

34. A vízszintes alappontok építése és állandósítása

341. A pontok ideiglenes megjelölése (építése)

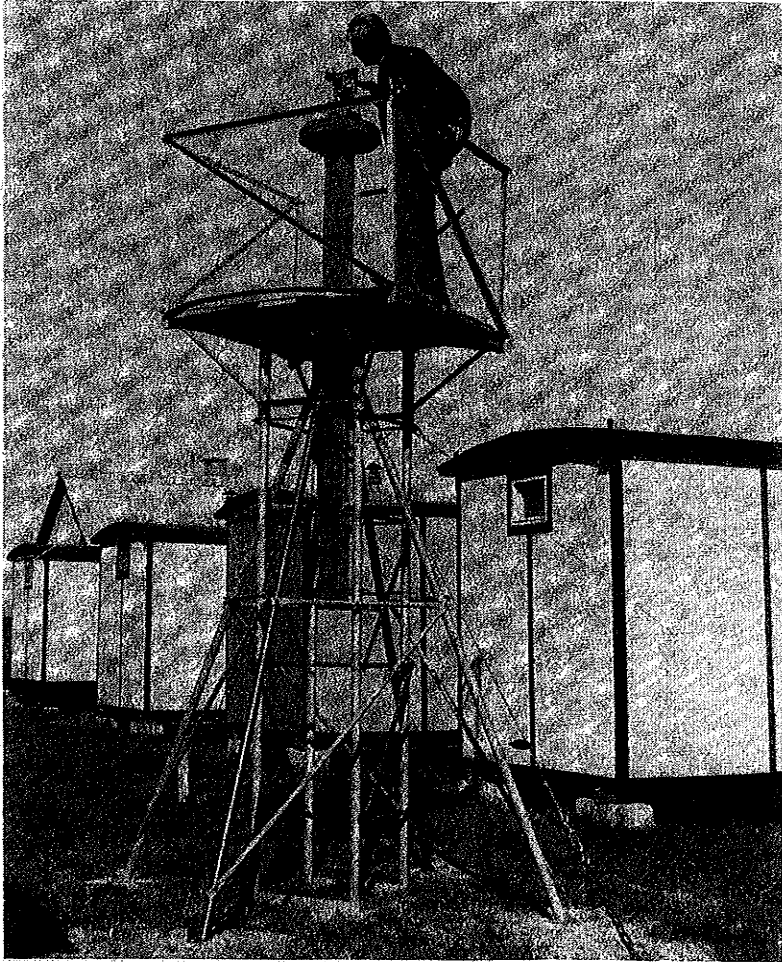
A negyedrendű alappont-létesítésnél felhasználandó adott pontokat és a szemlélés során kitűzött új negyedrendű pontokat ideiglenes pontjellel meg kell jelölni. A jelölés különböző aszerint, hogy a pont csak hosszúoldalú sokszögelésben, avagy irány- ill. távméréses háromszögelésben fog szerepelni.

A legegyszerűbb pontjelölést akkor alkalmazhatjuk, ha a pont nyílt terepen van és meghatározása hosszúoldalú sokszögeléssel történik. Ezeket a pontokat elegendő csak a mérés idejére megjelölni műszerállványra helyezett jeltárcsával, fényvisszaverő prizmával vagy prizmarendszerrel. Ezeket a pontokon a pontjelölő berendezést a kő fölé központosan állítjuk fel, és a mérések pontosságának szempontjából kívánatos, hogy a pontjelölő berendezés kényszerközponosító berendezéshez csatlakozzon.

Ha a pontok közti összelátást csupán a mezőgazdasági kultúrák (kukorica, napraforgó, kordonos szőlő stb.) akadályozzák, akkor - a tetemes károkat okozó iránytörések, galyazások elkerülése végett - jól használhatók a 4 (ill. 7) m-es "kukoricaállványok" (341.1 ábra). E pontjel megtervezését, elkészítését és alkalmazását a BGTV munkatársai újítként vezették be a 80-as években. A kukoricaállvány két fő részből áll: a 4 m (ill. 7 m) magas, műszerasztalban végződő műszerállványból és az e köré építhető, de vele seholy sem érintkező észlelőállványból. Maga a műszerállvány egy 12x12x250 cm-es fenyőgerendából készített műszeroszlopból, az ezt tartó 4 db vascsőből készült lábból és merevítő elemekből tevődik össze. Az észlelőállvány teljes egészében alumínium szerkezet. Az egész pontjel előre gyártott elemekből készült, kisteherautón szállítható és három segédmunkás mintegy három óra alatt fel tudja építeni. A kukoricaállvány stabilitása lehetővé teszi, hogy arról távmérést és iránymérést is végezhesünk.

Azokat az adott és újonnan kitűzött pontokat, amelyek ideiglenes megjelölésére a hordozható pontjelölő berendezés nem megfelelő, a szemlélés ill. a kitűzés eredménye alapján épített ideiglenes jellel kell ellátni. Ezek az épített jelek a felsőrendű háromszögelés során megismert állványos gúlán, egyszerű gúlán és árbocon kívül lehetnek még tripódok, bipódok, tetőjelek.

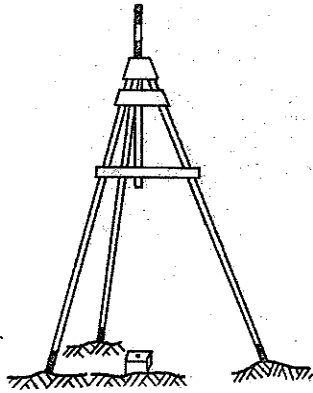
A tripód (341.2 ábra) három támasszal ellátott, fekete-fehér festésű középrúd, amelyet átkötés rögzít a támaszokhoz. A középrúd a talajszint felett 2 m-re végződik, így alatta központosan fel lehet állni. Szerepe ugyanaz, mint az egyszerű gúláé, de faanyagigénye kisebb, olcsóbb.



341.1 ábra

A bipódot (341.3 ábra) olyan helyre építjük (pl. árokpartra), ahol a tripód három támaszának elhelyezésére nincs mód. Lényegében a középrúd és a két támasz egy függőleges helyzetű síkban áll, és helyzetének megmaradását egy harmadik támasz segíti elő, amely arra az oldalra kerül (pl. az árok túlsó partjára), ahol erre alkalmas hely van. A bipódok alkalmazását a nálunk jelenleg érvényben levő utasítás nem ajánlja, töréspont jellegű negyedrendű ponton egyenesen tiltja.

A tetőjel (341.4 ábra) olyan jelrúd, amelyet az építmény tetőszerkezetének gerendáihoz erősítenek. Szükség esetén tetőpillér építésével (pl. egy kémény felhasználásával) a tetőn műszerállást is létesíthetünk. A tetőpillérek és tetőjelek építésénél messzemenően gondoskodni kell arról, hogy az épület állagában, tetőszerkezetében és szigetelésében

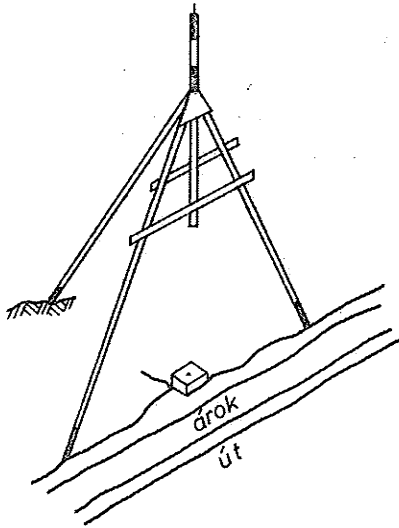


341.2 ábra

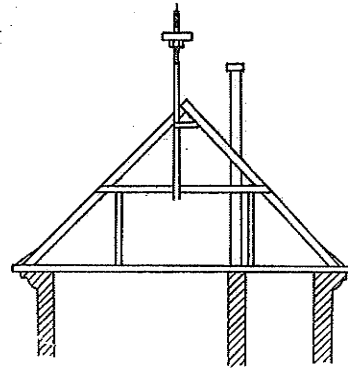
kár ne essék. A munkálatok teljes befejezése után a városképet, illetve az épület esztétikai megjelenését rontó pilléreket, jeleket el kell távolítani, és az eredeti állapotot szakemberrel vissza kell állíttatni.

Ha az árboccal (tripóddal) jelölt pontra távmérést is fogunk végezni, akkor az árbocot (tripódot) ki kell egészítenünk a prizmák elhelyezésére alkalmas prizmatartó állvánnyal.

Az ideiglenes pontjelek építésekor törekedni kell a pontjel központos elhelyezésére. Ha mégis külpontosan épül a pontjel, akkor a levetített pontjel külpontossági elemeit meg kell mérni és a kitűzési jegyzőkönyvbe feljegyezni. Minden esetben meg kell mérni a jel magasságát az állandósítási kő fölött (az esetleges prizmaállvány magasságát is), és a kitűzési jegyzőkönyvbe feljegyezni.



341.3 ábra



341.4 ábra

Külön felhívjuk a figyelmet arra, hogy negyedrendű alappont létesítésénél fajélet, jelrudat használni ill. építeni nem szabad.

Az épített ideiglenes pontjelek hagyományos formája minden esetben faanyagot igényel, amely költséges és nehezen beszerezhető, maga az építés pedig tetemes élők munkát igényel. Különösen felszökik a negyedrendű alappont-létesítés fajlagos költsége a magas, összefüggő erdőségekkel borított területe-

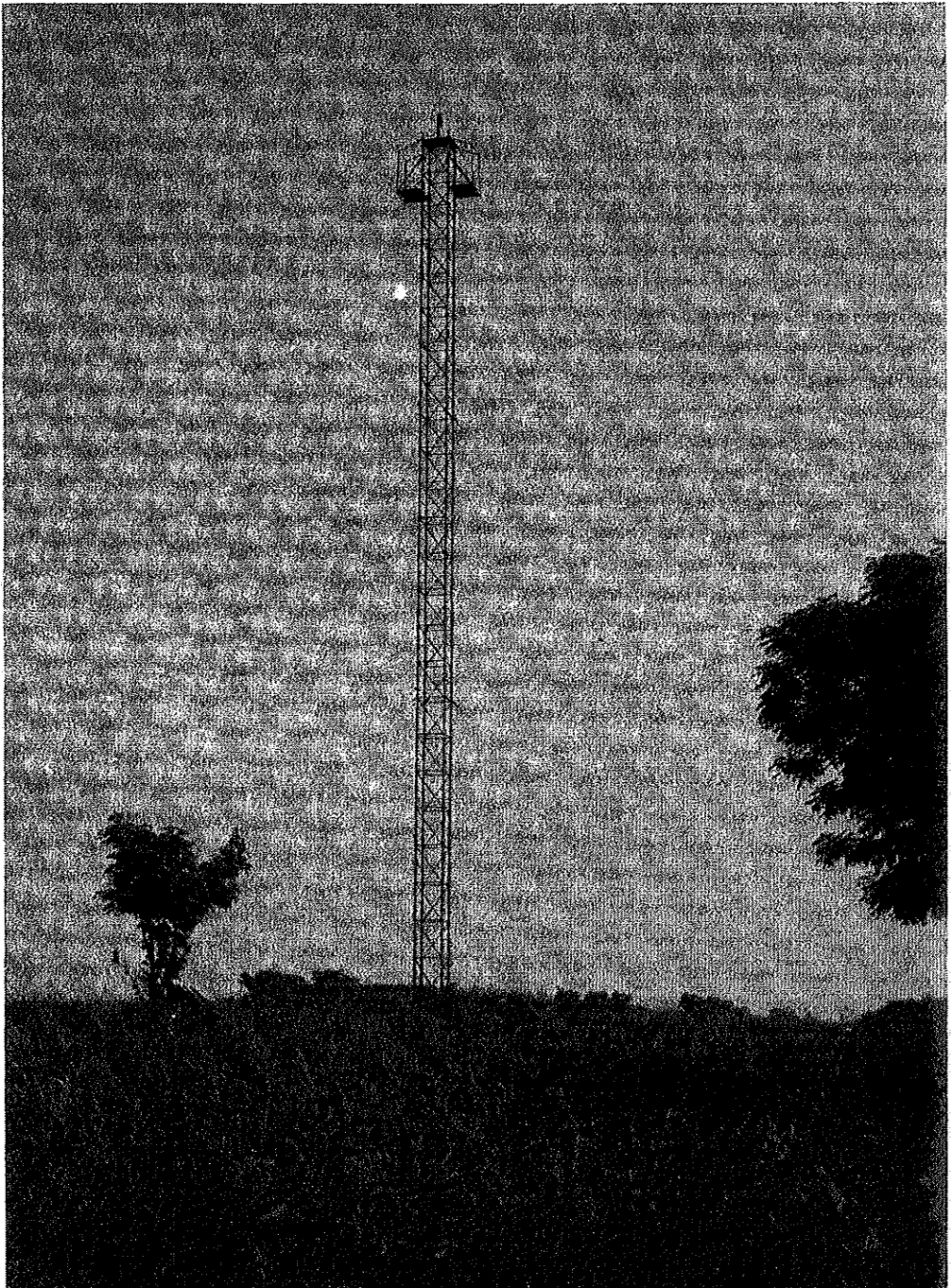
ken. Ilyen terepen a tornyok, a már meglevő gúlák felhasználása mellett zömében 30 m feletti, prizmaállásos árbocokat kell építeni ahhoz is, hogy irányméréssel kombinált, illetve tisztán távméréses háromszögelést (trilaterációt) végezhesünk.

A BGTV Alaphálózati osztálya 1975-ben a jelépítések anyag- és szállítási költségének csökkentése, valamint az élmunkával való takarékoság érdekében a hagyományosan fából készült prizmaállványos árbocok helyett (korábban csak szemlélésre használt) könnyűszerkezetű létraállványokat kezdett építeni ideiglenes pontjelölés és geodiméteres prizmatartó céljára. (Egy 30 m-es jelépítés esetén a jelépítések költsége mintegy harmadára csökkent a hagyományos építési költségekhez viszonyítva.)

Később kísérleti mérések kapcsán bebizonyosodott, hogy a távmérő műszerek a mérés során nem feltétlenül igénylik azt a nagyfokú stabilitást és mozgásmentességet, amelyet iránymérésnél a műszerállástól feltétlenül megkövetelünk, ezért a létraállványokat műszerasztalkával és az észlelő számára megfelelő kosárral (erkéllyel) egészítették ki, és a negyedrendű pontsűrítést tisztán trilaterációs módszerrel kezdték végezni. Egyetlen lényeges kérdés maradt megoldatlan, éspedig a pontok magassági meghatározása, amely egyúttal a távmérések eredményének vízszintesre redukálásához is szükséges.

A trigonometriai magasságmérések létraállványról történő végzését 1978-ban végül is sikerült megoldani úgy, hogy a méréseket a létraállványon ülve végzik el, mert ilyen testhelyzetben a legnagyobb fokú a mozgásmentesség (csak a műszert kezelő kéz mozog). Az egyes irányokat külön kell lemérni közvetlenül egymás után I. és II. távcsőállásban, elmozdulás esetén az alhidádélibella irányonként újra állítható. Gondos mérés esetén a mérések megbízhatóknak bizonyultak, sőt a refrakciós hibáknak csökkenése is érezhetővé vált az irányvonalnak a talajszinttől való eltávolodása miatt.

Maga a létraállvány (341,5 ábra) a következő elemekből áll: az alapot jelentő létratalp (négyzet-keresztmetszetű szögvasból készült szerkezet), melynek négy sarkára csőcsatlakozó van hegesztve; az egyes létraelemek (alumínium csőből és köracélból, három ill. másfél méter hosszúak). Az egyes létraelemek a létratalpához, valamint egymáshoz csőcsatlakozó segítségével kapcsolhatók, és az így kapcsolódó, egymással szembekerülő létradarabok andrás- és koszorúcsövek segítségével rácsos szerkezetté merevíthetők. Az építés során a létraállványzatot hat méterenként feszítőcsavarokkal ellátott drótkötelekkel lehorgonyozzák. A létraállvány szükséges magasságának elérése után a tetejére rászzerelik a mérőállványzatot (észlelőkosarat), magát az állványt fedőlemezzel látják el. Észleléskor erre helyezik a toronyaljzatot és rá a műszert, vagy a prizmát. Ha a létraállványt jelként akarjuk használni, akkor az állvány tetejére központosan henger helyezhető rá. A létraállványok elemeiből 36 méteres



341.5 ábra

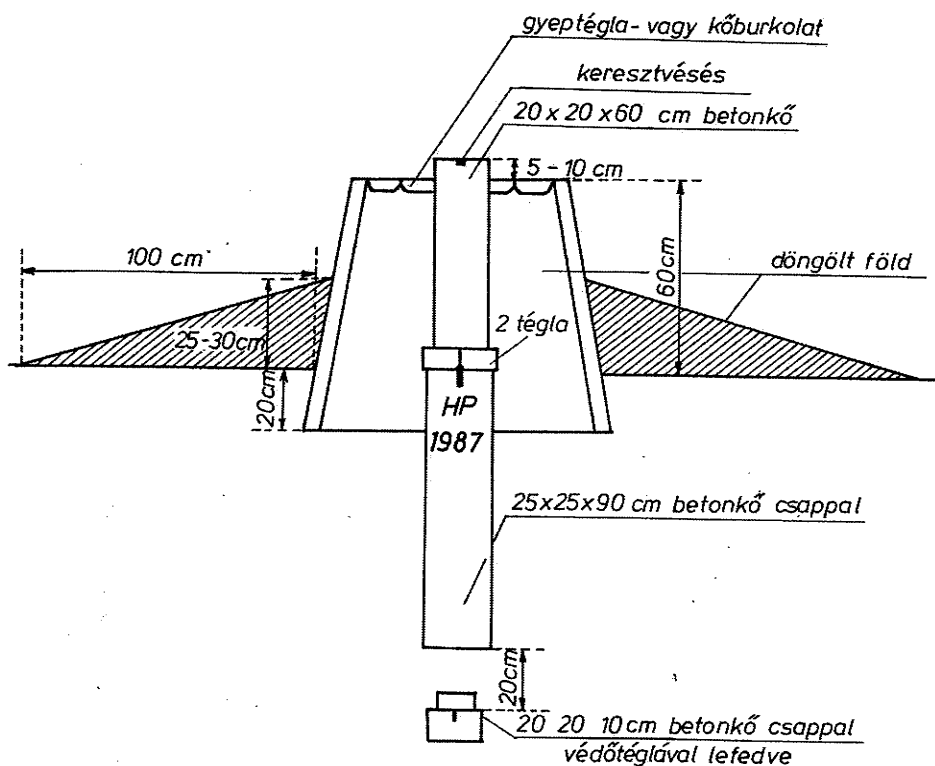
műszerállás, míg jelként 40 méteres magasság is építhető. Az építmény a szükséges magasságnak megfelelően, másfél méterenként változtatható. Az építéshez - a magasságtól függően - 4-5 fő szükséges, az építés és bontás időszükséglete mintegy negyede-ötöde a hasonló magasságú Illés-féle gúlákéhoz képest.

Jelenleg az országban folyó negyedrendű pontsűrítés jelentős részét a létraállványok alkalmazásával és trilaterációs módszerrel végzik.

342. A negyedrendű pontok állandósítása

Az újonnan kitűzött negyedrendű pontokat ideiglenes pontjelük megépítésével egyidejűleg végleges pontjellel is meg kell jelölni, azaz állandósítani kell.

A mi előírásaink szerint az állandósítás 25x25x90 cm méretű, oldalán HP betűkkel és évszámmal jelölt, jó minőségű, fagyálló vasbetonkövel (vagy terméskövel) történik (342.1 ábra).



342.1 ábra

A központot a kő felső lapjának közepébe süllyesztett 7 cm hosszú és 10 mm vastag furatos fémcsap jelzi. Földalatti pontjelként 20x20x10 cm méretű betonkővet alkalmazunk, amelynek felső lapja a talajszint alatt kb. 90 cm mélyen van. A központot a kő felső lapjának közepébe süllyesztett, 40-50 mm hosszú, 10 mm átmérőjű furatos fémcsap jelzi. A fémcsapra védelmül egy téglát kell helyezni.

Ha a régi háromszögelési hálózat pontját újraállandósítjuk és a régi állandósítási kő még jó állapotban van, akkor ez a kő az újraállandósításhoz felhasználható, azonban a központ jelzésére furatos fémcsapot kell a kőbe cementezni.

Az újonnan létesített negyedrendű pontokat a mérések befejezése után a 231.33.2 ábrán is látható pontvédő berendezéssel kell ellátni. Ez ugyanolyan, mint amelyet a felsőrendű háromszögelési pontok állandósításával kapcsolatban már említettünk.

Belterületen a magaspontok levezetett pontját és őrpontját (kivételesen negyedrendű pontot is) a járda (utca) burkolatának megfelelő módon kell állandósítani. Ez azt jelenti, hogy forgalomnak kitett, de burkolat nélküli helyen az állandósítási követ a talajszintig süllyesztjük, ennek megfelelően a földalatti jel is mélyebbre kerül (342.2.a ábra).

Ha bontható a burkolat (pl. kockakő, betonmozaik stb.), akkor célszerű vasszekrényvel (342.2.b ábra) állandósítani. Aszfalt, vagy beton burkolatú gyalogjárón a pontot a burkolatba süllyesztett furatos fémcsappal (342.2.c ábra) szokásos állandósítani. A csap alá földalatti pontjelet nem helyezünk el, hanem a közeli épületek falába két vagy három őrcsapot építünk be (342.2.d ábra).

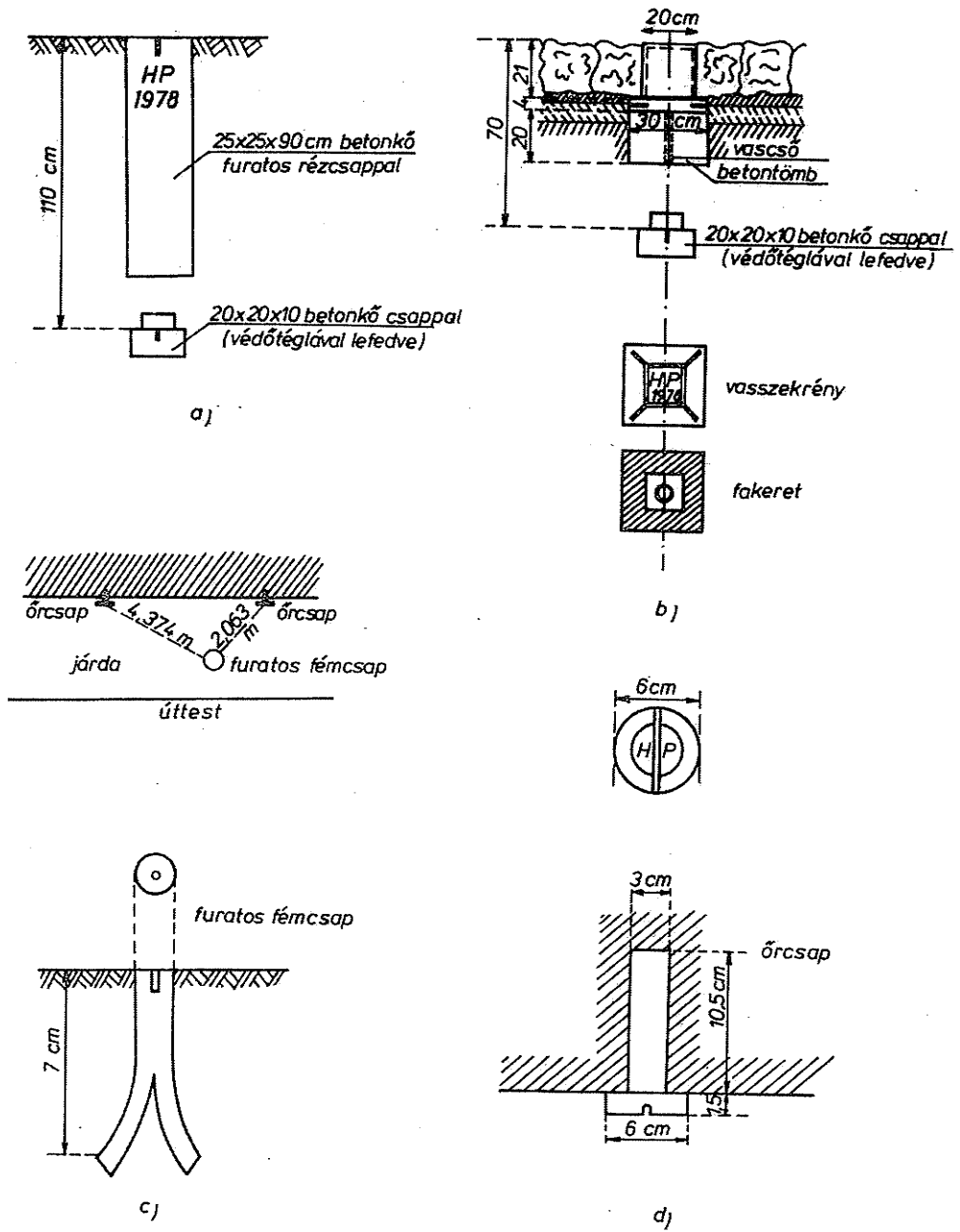
Az állandósításra vonatkozó adatokat a kitűzési jegyzőkönyvben az egyes pontok pontleírására vezetjük rá, illetve a levezetett pont és őrpontok adatait a magaspont törzslapjára jegyezzük be.

35. A negyedrendű ponthálózat mérési munkái

351. A meghatározási terv

A meghatározási terv készítésének célja, hogy a szemlélés és kitűzés során feljegyzett adatok alapján az új pontok megfelelő meghatározását véglegesen megtervezzük, hogy ezáltal a szükséges irány- és távolságméréseket, valamint a számításokat tervszerűen és gazdaságosan hajthassuk végre.

Az irodai előkészítéskor - a 32. fejezetben leírtak szerint - már elkészítettük külön-külön a vízszintes és a magassági meghatározási tervet 1:25 000 méretarányban. A szemlélés és kitűzés előrehaladásával mindkét meghatározási tervre az előzetes mérési eredmények vagy előzetes koordináták alap-

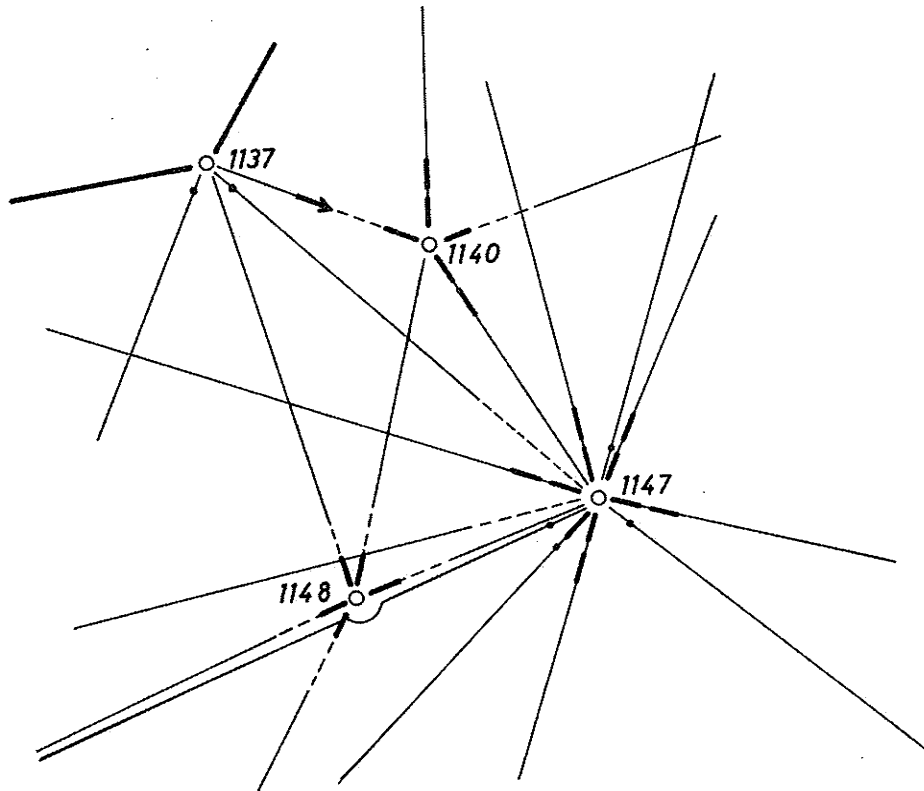


342.2 ábra

ján felrakjuk az új negyedrendű pontokat és a magaspontok levezetett pontjait.

A vízszintes meghatározási terven ezután pontról pontra haladva, vékony ceruzavonallal berajzoljuk a mérhető irányokat és távolságokat a kitűzési jegyzőkönyvben feljegyzett adatok alapján. Az oda-vissza mérhető irányokat folytonos vonallal, a csak egyik végpontjáról mérhető irányt a másik végpontnál szaggatva rajzoljuk meg. A mérhető távolságokat a végpontokat összekötő vékony vonal közepén puha ceruzával rajzolt rövid, vastag vonal jelzi. Ha az oldalon csak távolságmérés végezhető, akkor a vékony vonalat mindkét végpontjánál szaggatjuk. Ezután elkészítjük a mérési és számítási tervet.

A meghatározási terven eltérő jelöléseket alkalmazunk attól függően, hogy a számítást pontról pontra végezzük majd el, vagy több pontnak csoportban, együttes kiegyenlítéssel adunk koordinátát. A számítás módjának eldöntése után, a ceruzával már megrajzolt mérési lehetőségeket figyelembe véve, tussal kihúzzuk a megfelelő irányokat a következőkben felsorolt jelöléseket alkalmazva.



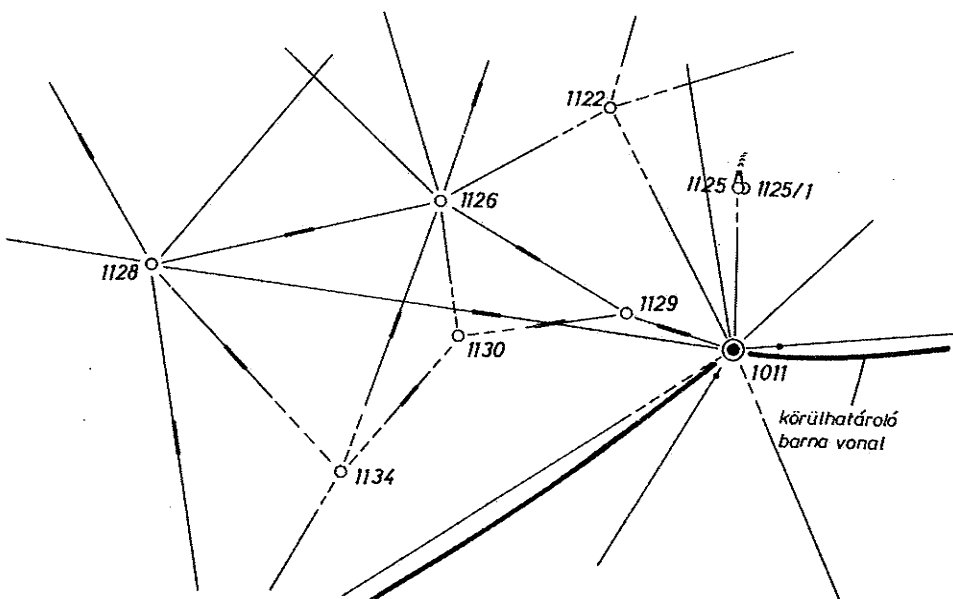
351.1 ábra

Pontról pontra történő számítás esetén (351.1 ábra):

- az előmetsző (külső) irányra az előmetszett pontnál 5 mm hosszú, vastagabb vonalat húzunk;
- hátrametsző (belső) iránynál az 5 mm vastag vonal után még egy pontot is teszünk a kérdéses irány vonalára (mindig a felhasználó pont közelébe);
- oda-vissza mérendő (külső-belső) iránynál a felhasználó pont felőli végén két vastagabb vonal kerül az irány vonalára;
- tájékozó iránynál a mérés helyét jelző pont közelébe rajzolunk pontot az irány vonalára;
- távolságmérést az irány vonalának közepére húzott vastag vonallal jelölünk és a vastagításra nyilat teszünk arra a pont felé mutatva, amelynek meghatározásához felhasználjuk majd a távmérés eredményét;
- a sokszögvonal oldalait teljes egészében vastag vonalal rajzoljuk meg.

E jelölések ismeretében a 351.1 ábrából kiolvasható a számítás sorrendje. Így elsőként az 1147 pontot határozzuk meg, majd az 1137 sokszögpontot, ezét követi az 1140 és végül az 1148 számítása.

Az együttesen számítandó pontok, vagyis a kiegyenlítési csoport határát vastag, barna vonalal rajzoljuk meg a meghatározási terven, és az így körülhatárolt terület közepére barna színnel a kiegyenlítési csoport jelzőszámát is beírjuk. Az együttesen számítandó pontok közötti méréseket a következők szerint jelöljük (351.2 ábra):



351.2 ábra

- az oda-vissza mérendő irányokat ponttól pontig húzott folyamatos vonal jelöli;
- a csak egyik végpontjukon mérendő irányokat annál a pontnál, amelyről az irányt nem mérjük, szaggatva rajzoljuk;
- a tájékozó irányokat a mérés helyénél az irány vonalára rajzolt pont jelzi;
- a távolságmérést az irány vonalának közepére húzott vastag vonal jelenti, akár sokszögoldal, akár egyéb meghatározó oldal a mérendő távolság; ha az oldalon csak távolságmérés történik, akkor (értelemszerűen) a két pontot összekötő vonalat mindkét végén megszagatjuk.

A meghatározási terv készítésekor - az elmondottakból következik - a mérhető irányok között válogatunk. A mérendő irányokat nem kell zsúfolni, de amit a meghatározási tervbe felvettünk, azt meg is kell mérni.

A magassági meghatározási tervet szintén a mérések és számítások módjának eldöntése céljából készítjük. A szemléltetés tapasztalataiból kiindulva számba vesszük magassági értelemben a mérési lehetőségeket, és a munkaterületen és közelében annyi magasságilag meghatározott alappontot (szintezési alappontot és trigonometriai magasságméréssel meghatározott vízszintes alappontot) vonunk be a magasságmérésbe, hogy a szomszédos pontok távolsága ne legyen nagyobb 10 km-nél. Olyan magasságilag meghatározott alapponthoz, amely a meghatározandó pontokhoz 300 m-nél nincs távolabb, a magasságméréssel feltétlenül csatlakozni kell.

E szempontokat figyelembe véve, a magasságilag meghatározott pontokat a meghatározandó pontokon át vezetett magassági fősokszögvonallal kötjük össze (351.3 ábra). Egy ilyen fősokszögvonallal ne álljon hatnál több oldalból, ha mégsem elegendő a hat oldal, akkor magassági csomópontot kell kialakítani. A további pontok magasságának meghatározására melléksokszögvonallakat tervezünk, vagy ha ez sem valósítható meg, akkor 3-4 szomszédos, magasságilag meghatározott pontról magassági előmetszést is végezhetünk.

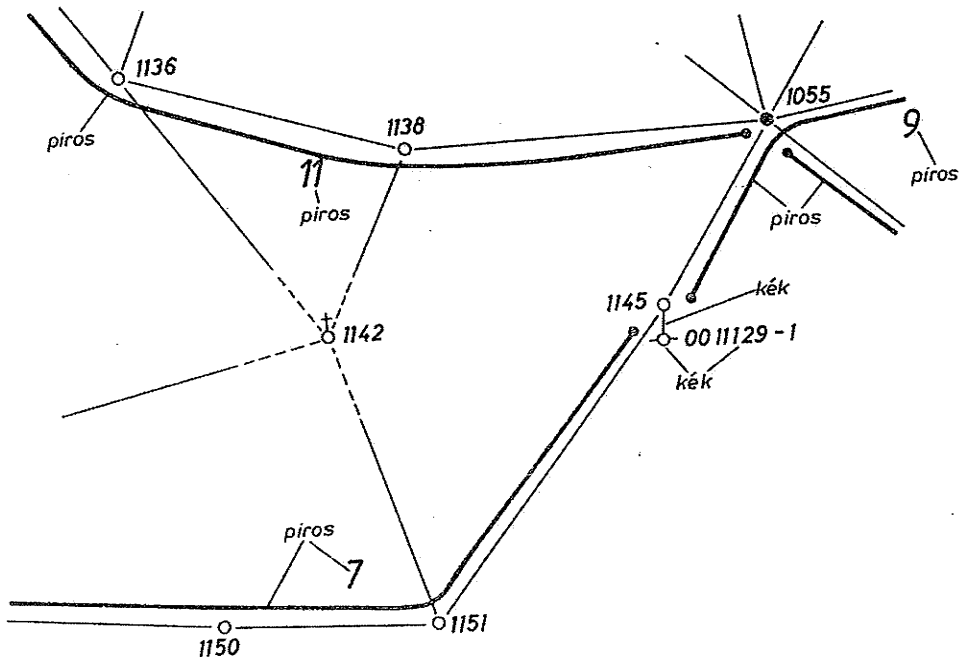
A felsorolt magassági meghatározások mindegyikét trigonometriai magasságméréssel (lehetőleg oda-vissza méréssel) hajtjuk végre. A magassági meghatározási terven ezért a vezetett magassági sokszögvonallakat a mérendő irányokat jelentő, fekete összekötő vonalak mellé húzott piros vonallal jelöljük, sőt a sokszögvonallal sorszámát, a kiindulópontokat, csomópontokat is piros színnel tüntetjük fel. Ha a magassági alapponthoz a csatlakozás szintezéssel történik, akkor a szintezés vonalát kézzel rajzoljuk meg.

A magasságok meghatározását végezhetjük szintén fokozatosan, az egyes csomópontokat, sokszögvonallakat, előmetszett pontokat egymás után számítva, de együttesen, kisebb-nagyobb csoportokban is. A csoportos meghatározást - a vízszintes meghatározási tervhez hasonlóan - barna színű körülkerítés-

sel jelöljük, és a csoportok számítási sorrendjének megfelelő sorszámmal látjuk el.

A meghatározási tervek elkészítésének részleteit mindenkor az érvényben levő utasítások szabályozzák. A most vázlatosan ismertetett tudnivalók a jelenleg nálunk érvényben levő utasításnak felel meg.

A tényleges méréseket csak a meghatározási tervek jóváhagyása után szabad elkezdni.



351.3 ábra

352. A mérések irodai előkészítése

A terepi mérések megkezdése előtt - a jóváhagyott meghatározási tervek alapján - zsebfüzetbe előjegyezzük a mérési munkát. Oldalanként felírjuk az álláspontokat, majd a meghatározási tervről az óramutató járásával megegyező irányban feljegyezzük a mérendő irányokat, az előzetes irányszögüket és hosszukat. Ezek az adatok az előzetes koordinátákból számíthatók, vagy a meghatározási tervről levehetőek. Feltüntetjük továbbá a mérendő pontok ideiglenes pontjelének fajtáját, az egyedi pontjeleknél (pl. tornyoknál, épületcsúcsoknál) külön megjegyzést teszünk az irányzandó pont helyére.

A magassági meghatározási terv alapján úgyszintén a zsebfüzetbe előjegyezzük azokat az irányokat, amelyeknek magassági szögét majd megmérjük.

A meghatározási terv alapján előírjuk a fizikai távmérővel végzendő távolságméréseket is.

Az irodai előkészítés igen fontos munkája a terepre szállítandó mérőfelszerelés gondos összeállítása.

A negyedrendű pontmeghatározás vízszintes irányméréseihez 1" közvetlen leolvasóképeségű, optikai mikrométeres teodolitot használunk (pl. MOM Te-B1, Wild T2, Zeiss Theo 010 stb.). Talajszintről mérve műszerállványt (statívot) használunk, állványos gúlán, kukoricaállványon, létraállványon, pilléren műszeralátétet (toronyaljzatot). Mérés alatt napsütés, eső ellen ernyőt, ponyvát kell használni.

A magassági szög (zenitszög) mérését a vízszintes iránymérésre használt teodolittal végezzük. Az 1" közvetlen leolvashatósága a magassági körnél is szükséges. Ha valamelyik pont magasságát szinthezással kell meghatározni, akkor ehhez a munkához megfelelő valamilyen közepes pontosságú (mérnöki) szintezőműszert és a hozzá tartozó felszerelést vinni.

A távmérésre olyan típusú elektronikus távmérőműszert kell alkalmazni, amelynek pontossága $\mu \leq + (10 \text{ mm} + 6 \cdot D \text{ mm})$ középponttal jellemezhető, ahol D a mérendő távolságot jelentő km-ben, hatótávolsága pedig megfelel a negyedrendű oldalak hosszának (pl. az AGA cég 12A, 14A, 110, 116, 600, 710, 6BI típusú távmérői, Wild Di 4 stb.). Ügyelni kell arra, hogy a távmérő műszereket a mérési időny megkezdése előtt hitelesíteni kell.

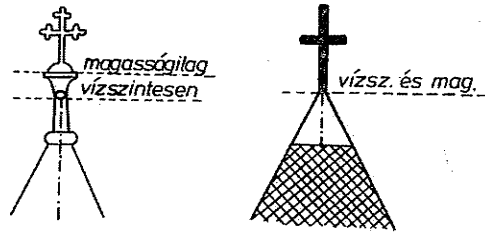
Minden esetben gondoskodni kell a külpontosságok meghatározásához szükséges mérőfelszerelésről és a szükséges fajtájú és mennyiségű jegyzőkönyvekről és nyomtatványokról.

353. A vízszintes és magassági szögmérés

Az iránymérések megkezdése előtt, az építéskor végzett levetítéstől függetlenül, újból le kell vetíteni minden olyan ideiglenes pontjelet, amelyekre csak irányozni fogunk (pl. csak tájékozásra használt alappontok, előmetszett negyedrendű pontok), és a külpontossági elemeket meg kell határozni. Az álláspontként szolgáló pontoknál az ideiglenes pontjel levetítését az irányméréskor végezzük. Állványos gúlákat, árbocokat, tripódokat, bipódokat és egyéb épített pontjeleket a gúlafő, illetve a szárnydeszka felső széle és a középrúd metszéspontjánál kell megirányozni (353.1 ábra).

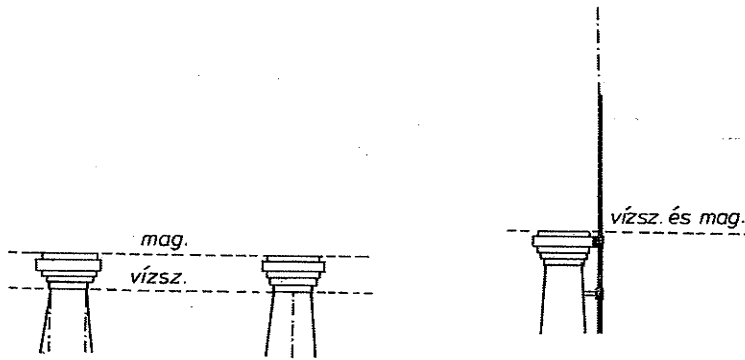
A levetítéseket teodolittal, két egymásra közel merőleges irányból, két távcsőállásban kell elvégezni. Egy centiméternél kisebb külpontosság esetén az ideiglenes pontjelet központosnak tekintjük.

A külpontossági elemeket olyan mérőeszközzel és pontossággal kell megmérni, hogy azok megbízhatósága 1/5000 rela-



torony

a)

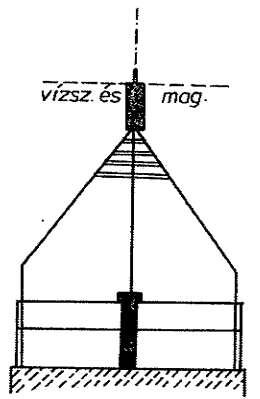


kémény

b)

kém. villámhárító

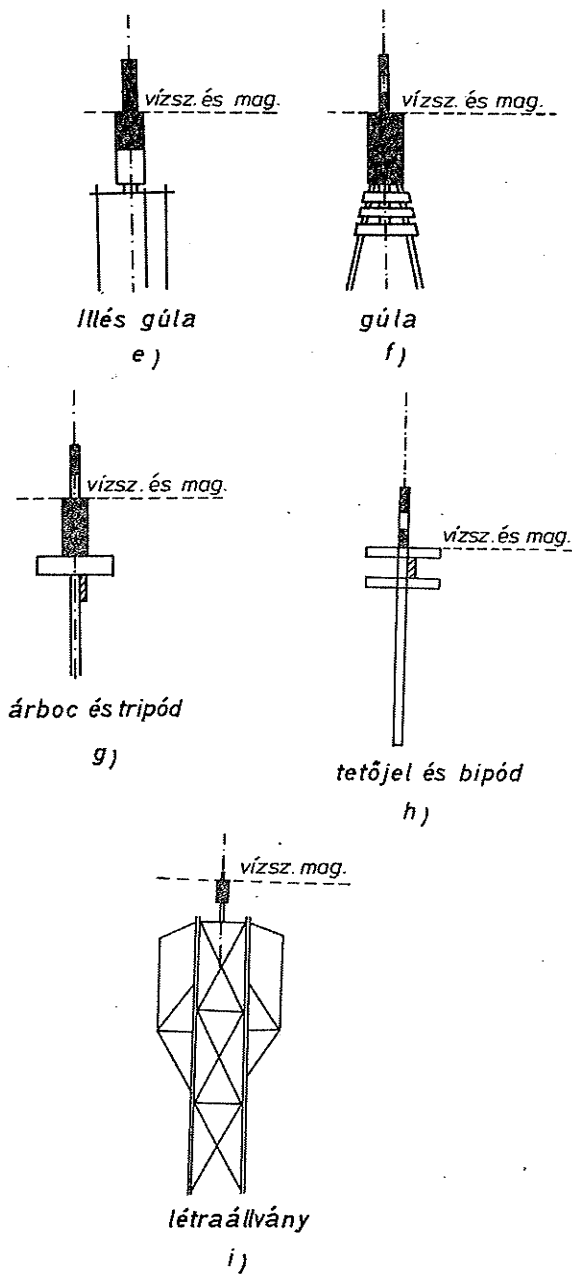
c)



vasbeton mérőtorony

d)

353.1/1. ábra



353.1/2. ábra

tív hibahatáron belül legyen. A lineáris mértéket mérhetjük komparált invárszalaggal, bázisléc segítségével vagy elektromikus távmérővel. A külpontosság tájékozási szögét teodolittal két távcsőállásban (két fordulóban) mérjük meg 2-3 tájékozó irányra támaszkodva. Ha a ponton egy tájékozó irány sem mérhető, akkor 0,25 méternél nem nagyobb külpontosság esetén kézi tájolót használhatunk, és 4 méternél nem nagyobb külpontosságnál tájolós teodolittal (pl. Wild TO) mérhetjük meg a külpontosság irányszögét. A tájékozó irány nélküli külpontosság 4 méternél nagyobb nem szabad legyen.

Ügyszintén a mérések terepi előkészítéséhez tartozik az ideiglenes pontjelek magasságának és a műszerállások magasságának meghatározása, valamint az EOMA pontjaihoz való csatlakozó mérések végrehajtása. A műszer fekvőtengelyének, valamint az ideiglenes pontjel magassági értelemben irányzandó pontjának (l. 253.1 ábra) függőleges távolságát az állandósítási kő felső lapjától mérjük. A függőleges távolságot közvetlenül szalaggal, vagy közvetve műszerrel, trigonometriai magasságméréssel lehet meghatározni. (A jelmagasságot már építéskor is meg kellett mérni, ez a mostani mérés ellenőrzésül szolgál.)

Ha a méréseinkhez akár alappontként, akár új negyedrendű pontként magas építményt (templomtornyot, épületcsúcsot, VB mérőtornyot stb.) használunk, akkor az előkészítő munkák, a külpontossági elemek meghatározása ugyanúgy történik, mint a felsőrendű hálózatban, ennek részleteiről a 231.34 pontban már szó volt. Az ott leírtakhoz képest az eltérés annyi, hogy tornyonként elegendő két alapvonallal három őrpontot elhelyezni úgy, hogy a szomszédos őrpontok összelássanak és az egyik alapvonalon két végpontjáról a toronyközpontra menő irányok közel 90° -os szöget zárjanak be egymással. A terepszintre egy pontot vezetünk le. Ha három őrpontot helyezünk el, akkor lehetőleg a középső legyen a levezetett pont. Az álláspontként fel nem használt, de negyedrendű pontként meghatározott tornyokat és egyéb magaspontokat is el kell látni őrpontokkal, de levezetett pontot csak azoknál a pontoknál kell elhelyezni, amelyeknél a levezetett pont meghatározásához a földről megfelelő tájékozó irányok látszanak.

A negyedrendű alaphálózat vízszintes irányméréseit és magassági szögméréseit egyszerre végezzük úgy, hogy a kora reggeli és a késő délutáni 3-3 órában mérjük az irányokat vízszintes értelemben, és a reggeli vízszintes iránymérés befejezése után a késő délutáni kezdésig pedig a magassági szögeket. A méréseket csak arra alkalmas mérési időben és látási viszonyoknál szabad végezni. A léglengés veszélye miatt - a felsőrendű mérésekhez hasonlóan - napkelte után is és napnyugta előtt is egy-egy félórát a mérési időből ki kell hagyni. Ha mérés közben erős légrezgést tapasztalunk, és ez elsősorban a magassági szögmérés időszakában szokott fellépni, akkor a mérést szüneteltetni kell.

A vízszintes iránymérést és a magassági szögmérést általában az állandósítási kő központja fölé állított műszerrel, azaz a központban végezzük.

A vízszintes iránymérést két távcsőállásban és két fordulóban szokásos végezni úgy, hogy a második forduló előtt a limbuszt $90^{\circ}11'$ értékkel elforgatjuk. Egy-egy forduló megmérése után - változatlan limbusz állásban - megíranyozzuk a külpontos jelet (vagy külpontos műszerállás esetén a központot) és a külpontosság mértékétől függően másodperc, vagy perc élességgel leolvassuk.

Az esetben, ha valamelyik ponton a mérést több műszerállásból végezzük el (ez az eset például tornyokban), akkor gondoskodni kell közös irányokról az iránysorozatok között, hogy majd központosítás után az iránysorozatok egyesíthetők legyenek.

Egy-egy sorozatban 16 iránynál többet mérni nem szabad. Ilyenkor a mérnivalót sorozatokra bontjuk, természetesen közös irányokról gondoskodva.

Sokszögvonaltörésszögeinek mérésénél 500 m-nél rövidebb oldalhosszak esetén kényszerközpontosítással dolgozunk.

A magassági szögmérést is két távcsőállásban, de egy fordulóban szokás végezni. Olyan irányoknál, amelyeket csak egyik végükről mérünk magasságilag, a mérést két fordulóban végezzük.

A vízszintes iránymérés és a magassági szögmérés leolvadásait külön-külön jegyzőkönyvbe iratjuk. Mindkét jegyzőkönyvbe gondosan feljegyezzük a mérés dátumát és kezdési időpontját, a műszer típusát és gyári számát, az időjárási, látási viszonyokat, a mérést végző nevét, az álláspont helyét, az irányzott pontok számán kívül a megírányzott jel típusát, épületsúcsokról, tornyokról kis vázlatot is rajzolunk a távcsőben látszódo képükről és a rajzon bejelöljük az irányzott helyet is. Minden esetben vázlattal is kísérve feljegyzendők a külpontossági elemek, valamint a magassági szögmérésnél a műszer fekvőtengelyének az állandósítási kö fölötti magassága.

A mérések befejezése után, mielőtt a teodolitot a helyéről eltávolítanánk, fordulónként képezni kell valamennyi irány irányértékét, a kezdő- és záróirány közötti különbséget (amely nem lehet $4''$ -nél nagyobb), a két fordulóban nyert irányértékek különbségét és a különbségek átlagértékét (egyetlen különbség sem térhet el az átlagértéktől $4''$ -nél nagyobb mértékben), végül a két fordulóban mért irányértékek középértékét.

A magassági szögek mérése után - szintén a ponton hagyott teodolit mellett - irányonként képezni kell a két távcsőállásban kapott leolvadások összegét, ezen összegek középértékét és az egyes összegek középértéktől való eltérését (amely nem lehet nagyobb $10''$ -nél).

Ha a számítások során durva hibára bukkanunk vagy az egyes értékek a megengedettnél jobban szórnak, akkor további fordulókat kell mérni.

354. A távmérés

A méréseket lehetőleg központról központra kell végrehajtani. Távméréssel megerősített iránymérések, sokszögelés esetén törekedni kell arra, hogy a távmérőműszer és a prizma ill. a reflektor ugyanarra a helyre legyen felállítva, mint a szögmérő műszer.

Külpontosság esetén - a szögmérésnél már leírtakhoz hasonlóan - a külpontossági elemeket gondosan meg kell mérni és vázlat kíséretében feljegyezni. Minden esetben meg kell mérni a távmérőműszer állandósítási kő (műszerasztal, pillér) feletti magasságát, ugyanúgy a prizma vagy prizmarendszer középpontjának kő (műszerasztal, prizmaállítás, pillér) feletti magasságát is.

Magát a mérést csak mérésre alkalmas időben, megfelelő légköri viszonyok mellett szabad végezni, amikor az egyértelmű mérési eredmény nagy valószínűséggel biztosítható. Az erre vonatkozó részletes tudnivalókat részben a műszerek kezelési útmutatói tartalmazzák, részben a műszert ismerő, rendszeresen használó személyek tapasztalatai szolgáltatják. A mérések (mérési sorozatok) ismétlési számát, ezek időbeli elkülönítését a jelenlegi utasítások még nem szabályozzák. Ami a távmérések megbízhatóságát növelheti, az az, hogy a távmérőműszereket a mérési idény megkezdése előtt, egyszer idény közben és végül az idény befejeztével is hitelesíteni kell, továbbá minden olyan alkalommal, amikor nagyobb javítást végeznek a műszeren vagy a mérési eredményben fokozódó szórás mutatkozik.

A távmérés eredményét - a szögmérésekhez hasonlóan - még az álláspont elhagyása előtt ellenőrizni kell. Ha a leolvasások szórása a műszer kezelési útmutatójában előírt hibahatárt túllépi, akkor a mérést meg kell ismételni.

A távméréssel egyidőben - legalább a távolság két végpontján - a műszer és prizmaállítás pontos leírásának, az atmoszférikus javítás céljára, meteorológiai adatokat is mérünk. Ezek rendszerint: a hőmérséklet, a páratartalom és a légnyomás.

A távmérési jegyzőkönyvben az eddig felsoroltak (külpontosság, kő feletti magasságok, maguk a mérési eredmények, meteorológiai adatok) feljegyzése mellett még szerepelnie kell a műszer- és prizmaállítás pontos leírásának, a mérések percre pontos időpontjának, a távmérő-felszerelés típusának, a gyári számoknak, az észlelő nevének, az időjárási és látási körülményeknek, valamint a terepi körülményekre vonatkozó megjegyzéseknek (pl. a vonal erdei nyiladéokban, víztükör felett, hullámzó gabonatóbla felett, sűrű forgalmú úttest mellett stb. halad).

36. A negyedrendű ponthálózat számítási munkái

361. A mérési jegyzőkönyvek helyszíni irodai feldolgoása

A munkaterület irodájában (mérésre nem alkalmas időben) az álláspontokon már elvégzett számításokat meg kell ismételni, és ezután az ellenőrzés után a középértékeket, magassági szögeket, távolságokat tintával át kell írni. Ugyancsak tintával átírjuk az álláspont és a megírányzott pont számát, a műszerállás helyére, időpontra, az időjárásra vonatkozó adatokat is. Külön felhívjuk a figyelmet arra, hogy mérési értékeket soha nem szabad tintával átírni, vagy bárhová átírni.

Ezután ellenőrizzük, és amennyiben közvetett módon határozzuk meg, úgy kiszámítjuk a külpontossági elemeket, és elvégezzük a külpontos állásban végzett iránymérések központosítását. A külpontossági elemek közvetett meghatározására létesített hálózat háromszögeinek záróhibája $36''$ -nél nem lehet több. A jelentkező záróhibát a három szögre egyenlően kell elosztani. Ezután kiszámítjuk a külpontossági elemek levezetéséhez létesített két háromszög (l. 353. fejezet) közös oldalának hosszát. A két hossz eltérése legfeljebb 3 cm lehet.

Ha több külpontos állás volt, és a mért szektorok átfogják a horizontot (pl. toronyban a négy ablakban végzett mérés), akkor központosítás után horizontzárást kell számítani. A megengedett horizontzáróhiba $3,5''\sqrt{M}$, ahol M a műszerállások száma. A horizontzáróhibát a szektorokra egyenlően kell elosztani, az egy-egy szektorra jutó érték fele-fele lesz a két csatlakozó irány javítása, pozitív ill. negatív előjellel aszerint, hogy a szektort szűkíteni, vagy tágítani kell.

A szögmérések központosítása után minden zárt hálózati háromszögnek ki kell számítani a záróhibáját. Ez nem lehet nagyobb mint $12''\sqrt{t}$, ahol t a háromszög három oldalának átlagos hossza kilométerben.

A hosszúoldalú sokszögvonalakból kialakított zárt sokszögekre is ki kell számítani a szögzáróhibát. Ez nem lépheti túl az $5''\sqrt{n}$ értéket, ahol n a mért szögek száma.

A magasságmérési jegyzőkönyvben képezni kell és tintával ki kell írni a magassági szögeket ill. a zenitszögeket.

A távmérésekkel kapcsolatban számítjuk a feljegyzett meteorológiai adatok alapján az ún. atmoszférikus javítások értékét mm élesen. Az atmoszférikus javítás, a távmérő és a prizma ill. reflektor összeadó állandója együttes figyelembevételével kiszámítjuk a műszerálláspont és a reflektorálláspont térébéli ferde távolságát. Ha akár a műszerállás, akár a reflektorállás külpontos volt, úgy mindezek mellett el kell

végezni a távolság központosítását is. A központról központra menő távolságot ezután vízszintesre és a tengerszintre, végül a vetületi síkra kell redukálni. Ha a távolságot oda-vissza mértük, akkor a két mérés különbsége nem lehet több, mint $20 \text{ mm} + 10 \cdot D \text{ mm}$, ahol D a mért távolság kilométerben.

362. A pontok vízszintes koordinátáinak számítása

A koordinátaszámítás sorrendben a következő munkarészekre tagozódik:

- a) előkészítő számítások,
- b) az iránymérések tájékozása,
- c) a negyedrendű pontok végleges koordinátáinak számítása és végleges tájékozása,
- d) egyéb pontok koordinátáinak számítása,
- e) az EOV koordináták más vetületekre való átszámítása.

A számítások végezhetőek asztali számológéppel, vagy elektronikus számítógéppel. Az elektronikus számítógéppel végzett számítás módja az alkalmazott számítógép típusától, kapacitásától és a felhasznált programoktól függ. A gépi számítás kiterjedhet egyes számítási feladatokra, fázisokra, vagy - megfelelő programrendszer alkalmazásával - a koordinátaszámítás teljes menetére.

A számítás szempontjából a központ, azaz az először kiszámítandó koordináta általában a pont végleges pontjeléhez tartozik, de lehet az a külpontos jel vagy egyéb külpontos állás is. Ezt általában az dönti el, hogy a mérések túlnyomó többsége mire vonatkozott. Természetesen az elsődlegesen meghatározott koordinátákból a külpontossági adatok alapján a további pontok koordinátáit is ki kell számítani.

Ha a negyedrendű alappontlétesítés során egyes alaphálózati pontok pótlására ill. negyedrendű főpontok új meghatározására, meghatározásának kiegészítésére vagy újraszámítására kerül sor, akkor a negyedrendű pontok koordinátáinak számítása előtt ki kell számítani a szóban forgó alaphálózati pontok koordinátáit.

362.1 Az előkészítő számítások

A negyedrendű pontok koordinátaszámításának megkezdése előtt előkészítő munkaként ellenőrizni kell mindazokat az írásbeli és számítási munkákat, amelyeket a helyszíni munkák során már el kellett végezni. Ezt a munkát célszerűen más személy végzi, mint aki a munkaterületen végezte.

Különös gonddal ellenőrzik a külpontossági elemek és a központosítási javítások számítását. Ha a külpontossági elemek számítására két lehetőség is van (pl. ugyanazokat a külpontossági elemeket két alapvonal segítségével is ki lehet

számítani), akkor az ellenőrzést a terepen végzett számítás-tól eltérő változatban végzett számítással hajtják végre.

Ellenőrző számításokat végeznek a horizontzárás és a kiegyenlített irányértékek számítására, továbbá a távolság-mérések redukcióinak számítására.

Az előkészítő számítások munkájához tartozik az adott pontok külpontos jelére a koordináták kiszámítása is.

A számítások pontosságára jellemző, hogy a redukciók értékét $0,1''$ ill. mm élességgel kell kiszámítani és az összes redukcióval ellátott mérési eredményeket adjuk meg másodperc ill. centiméter élesen.

362.2 Az iránymérések tájékozása

Az irányméréseket mind az adott pontokon, mind az új pontokon tájékozni kell.

Az adott ponton a meghatározási terven szereplő valamennyi tájékozó irányra kiszámítjuk a δ_i irányyszöget és a t_i távolságot. Majd irányonként képezzük az irányszög és az ℓ_i irányérték különbségét, a z_i tájékozási szöget. A tájékozási szögekből az irányok (0,1 km élesen kiszámított) hosszának, mint súlynak figyelembevételével súlyozott középértéket, azaz Z középtájékozási szöget számítunk.

Az ismert pont koordinátái és a hálózati összhang, valamint a mérések megbízhatóságára felvilágosítást ad az, hogy az egyes tájékozó szögek mennyire térnek el a középtájékozási szögtől, és ez az eltérés mit jelent lineáris értékben az irány másik végpontjánál. E célból kiszámítjuk az e_i'' irányeltéréseket és ezek E_i lineáris megfelelőit:

$$e_i'' = z_i - Z \quad \text{és}$$

$$E_i = \frac{e_i''}{\rho''} t_i$$

Az irányeltérések nem lehetnek nagyobbak, mint

$$|e| \leq \frac{12''}{\sqrt{t}}$$

ahol t az irány hossza kilométerben. Ha valamelyik irány irányeltérése a hibahatárt meghaladja, akkor valamennyi számítás meg kell ismételni, s ha a hiba oka nem derül ki, akkor a mérést kell megismételni, majd ismét tájékozni.

Ezt követően a meghatározandó pontok irányára az irányértékek és a középtájékozási szög összeadásával kiszámítjuk a tájékozott irányértékeket.

Új ponton a tájékozást az oda-vissza megmért irányok segítségével végezzük. A külső irány már tájékozott irányértékét 180° -kal megváltoztatva beírjuk a kérdéses iránynak az új ponton mért irányértéke mellé, majd az irányszög és az irányérték különbségét kiszámítjuk, képezve ezáltal az előzetes tájékozási szöget. Az előzetes tájékozási szögekből - ismét az irányhosszakat súlyoknak használva - előzetes középtájékozási szöget számítunk. Az előzetes középtájékozási szöget a mért irányértékekhez hozzáadva kapjuk a belső tájékozott irányértékeket. Az elmondottak szerint tehát minden oda-vissza mért irányra két tájékozott irányértéket állítottunk elő, külön egy külső tájékozott irányértéket és külön egy belső tájékozott irányértéket. E két érték egymástól csupán néhány másodpercre különbözik, esetleg egybe is esik. A koordinátaszámítás folyamatában azonban minden esetben külön-külön vesznek részt.

362.3 A negyedrendű pontok koordinátáinak számítása és végleges tájékozása

A negyedrendű pontoknak koordinátát háromszögelés (irány vagy távméréses háromszögelés, ill. ezek kombinált alkalmazása) esetén grafikus pontelhelyezéssel vagy a legkisebb négyzetek módszere szerinti kiegyenlítéssel határozhatunk meg. A koordináták meghatározása történhet pontonként, de kisebb vagy nagyobb pontcsoportokban együttesen is.

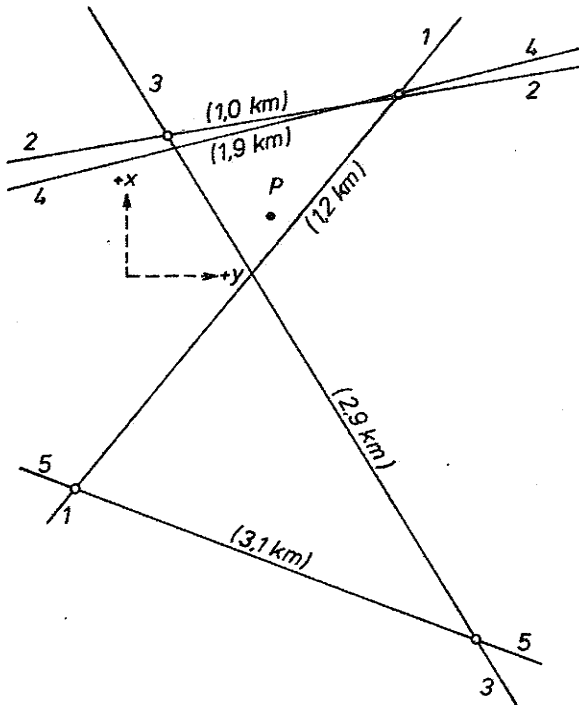
A sokszöghálózat ill. a csomópontok számítása történhet fokozatosan - először a fősokszögvonalaikat, majd a többi sokszögvonalat közelítő módszerrel számítva - de elvégezhető a hálózat ill. egyes hálózatrészek kiegyenlítésével is. Az együttes kiegyenlítésbe bevonhatók háromszögeléssel meghatározandó pontok ill. pontcsoportok is.

A számítás sorrendje a meghatározási tervből adódik, ettől eltérni csak igen indokolt esetben és a módosítás következményeit alaposan átgondolva szabad.

A grafikus pontelhelyezéseket és az egy- vagy többpontos kiegyenlítéseket, valamint a sokszöghálózat kiegyenlítését is súlyozással végezzük. Az irányokat hosszuk arányában, a távolságokat pedig hosszukkal fordított arányban súlyozzuk. Ha a pont meghatározásában irányok és távolságok is szerepelnek, úgy a kétfajta mérés eltérő dimenzióját a súlyozásnál figyelembe kell venni.

A grafikus pontelhelyezés alapját a hibaábra képezi, amit az új pont környezetében tudunk megszerkeszteni. Ha ugyanis a pontot meghatározó irányokat a megfelelő meghatározó pontokból kiindulónak tekintjük, akkor ezek az irányok az új pontnál általában nem metsződnek egy pontban, hanem annak környezetében egy vonalmezőt képeznek (362.3.1 ábra), amit hibaábrának nevezünk.

A hibaábrában a meghatározandó pont helyét többféleképpen lehet kijelölni. Legegyszerűbb szemlélet alapján, becs-



362.3.1 ábra

léssel megállapítani a ponthelyet, mégpedig úgy, hogy a végleges ponthely távolsága az egyes irányvonalaktól - amennyire lehet - az irányhosszakkal arányos legyen (l. 362.3.1 ábra).

A hibaábrában való pontelhelyezésre részben szerkesztő, részben számító eljárásokat is kidolgoztak. Ilyen eljárás pl. a Zelcsényi-féle grafikus pontelhelyezés, amely jól mechanizált, és megoldásában igyekszik megközelíteni a belső irányok végleges tájékozását is. Maga az eljárás számítógépre jól programozható.

A kiegyenlítővel összekötött koordináta-meghatározás részleteit e tantárgy keretében nem ismertetjük, mindenben a kiegyenlítő számításban tanultak értelemszerű alkalmazása szükséges.

A sokszögelési csomópontok és sokszögponatok számítása közelítő módszerének gondolatmenete a következő:

- A sokszögelési csomópontból kiinduló egyik sokszögoldalra a csomóponthoz csatlakozó valamennyi sokszög-vonalból tájékozott irányértéket vezetünk le. Ezekből súlyozott középértéket képezünk, ahol az egyes tájékozott irányértékek súlyát:

$$p_t = \frac{100}{n}$$

értékben vesszük fel. A nevezőben szereplő n az egyes tájékozott irányértékek képzésében résztvevő törésszögek száma.

- b) A tájékozott irányértékek súlyozott középértékét felhasználva kiszámítjuk az egyes sokszögvonalak szögzáróhibáját, és a törésszögekre egyenletesen ráosztjuk.
- c) A javított törésszögek felhasználásával mindegyik sokszögvonalból egy-egy koordinátapárt számítunk a csomópontra. Ezekből súlyozással egyetlen koordinátapárt számítunk a csomópontra, ezzel megkaptuk a csomópont végleges koordinátáit. Az egyes sokszögvonalakból számított csomóponti koordináták súlya:

$$P_k = \frac{100}{T + \frac{[T]}{[m]} m}$$

ahol T a sokszögvonal hossza (a sokszögoldalok hosszának összege) kilométerben, m a sokszögvonal oldalainak száma, $[T]$ és $[m]$ pedig a csomópontba befutó összes sokszögvonal hosszának ill. az oldalak számának összege.

- d) A sokszögpontok koordinátáit a csomópont végleges koordinátái birtokában az egyes sokszögvonalak újraszámításával kaphatjuk meg. Ha a csomóponton legalább két tájékozó irányt is mértünk, akkor az egyes sokszögvonalakat kettősen tájékozott sokszögvonalként számítjuk újra.

Az új negyedrendű pontok végleges tájékozását koordinátájuk végleges értékének meghatározása után végezzük el (függetlenül attól, hogy mi volt a meghatározás és a számítás módja). A végleges tájékozást még az esetben is el kell végezni, ha az új pont további pontoknak nem ad meghatározó irányt. Az új pont meghatározására szolgáló valamennyi irányra ki kell mutatni a végleges irányeltérést is, továbbá a mért távolságok és a számított távolságok eltéréseit is.

A koordináták kiszámítása után nemcsak az új pontokat kell véglegesen tájékozni, hanem az adott pontok tájékozását ki kell egészíteni az új pontokra menő irányok végleges tájékozásával.

362.4 További pontok koordinátáinak számítása

A negyedrendű pontok koordinátáinak kiszámítása után kerül sor a magaspontról levezetett pont koordinátáinak számítására és a számítási központból a külpontos jel vagy kőkoordináták polárisként való kiszámítására.

Magát a számítást a geodéziában már megismert módszerek szerint végezzük, itt csupán csak a számítás pontosságának növelése, illetve ellenőrzése érdekében bevezetett kiegészítéseket soroljuk fel.

Ha valamelyik levezetett ponton két távolabbi tájékozó irányt mértünk, vagy mindkét levezetett ponton (az alapvonal mindkét végpontján) mértünk külső adott pontra, akkor az egész számítást egymástól függetlenül, kétszer kell elvégezni először az egyik, másodszer a másik tájékozó irányt felhasználva.

Ha az alapvonal-végpontokon nem lehetett tájékozó irányt mérni, de a magaspontra (torony) műszerállásán (a toronyablakban) mértünk tájékozó irányokat, akkor az alapvonalból csak a magaspontra (toronycsúcsra) menő oldalak hosszát kell kiszámítani, és az oldalakat a magaspontra mért tájékozó irányokkal tájékozva, a levezetett pontokat poláris pontként számítjuk.

Ha fordított eset áll fenn, azaz a magaspontra előtt elhataladó sokszögvonala pontjaiból akarjuk magát a magaspontra meghatározni, akkor a magaspontra körüli órhálózat egyik pontját (amelyet úgy tűztünk ki, hogy a sokszögvonala pontja is legyen) tájékozunk a szomszédos sokszögpontra, majd ebből poláris pontként kiszámítjuk a többi órpontot is. Ezután az órhálózat két háromszögéből előmetszéssel számítjuk ki a magaspontra koordinátáit.

362.5 A koordináták vetületi átszámítása

A számítási munkák befejezésekként az újonnan meghatározott negyedrendű pontok koordinátáit át kell számítani EOV-ról a sztereografikus, és a megfelelő henger (HÉR, HKR vagy HDR) vetületre. A vetületi átszámításokat a vonatkozó szabályzat szerint végezzük. Ennek során a régi hálózat bekapcsolt pontjainak felhasználásával kiszámítjuk az adott pontok és az újonnan meghatározott pontok régi vetületi rendszerű koordinátáit. (Erre az átszámításra azért van szükség, hogy az új negyedrendű pontokat olyan területeken is használhassuk, ahol EOV-ben készült alaptérképek még nincsenek.)

A sztereografikus és a megfelelő hengervetületbe transzformált pontok megtartják EOVA pontszámukat.

363. A magasságok számítása

A pontok magasságának kiszámítása előtt ellenőrizni kell a helyszínen elvégzett számítási munkákat. Ezután kiszámítjuk a trigonometriai magasságmérésekből a pontok m magasságkülönbségét:

$$m = h - H + t \operatorname{tg} \alpha + R$$

ahol h a műszermagasság, H a jel magassága, t a vízszintes távolság (ezt a koordinátaszámításból vesszük át), α a magassági szög és R a refrakcióból és a Föld görbületéből származó javítás (ami táblázatból írható ki). Amennyiben a műszermagasságot vagy a jelmagasságot közvetett úton mértük meg, úgy ezek kiszámítását is el kell végezni. A számításokat a magasságmérési jegyzőkönyv megfelelő rovataiban végezzük.

Az oda-vissza megmért magasságkülönbséget össze kell hasonlítani. A mérés akkor fogadható el, ha két számított érték között a különbség nem nagyobb, mint

$$16 t \text{ cm}$$

ahol t az irány hosszát jelenti kilométerben.

Végül kiszámítjuk az EOMA pontjaihoz történt magassági csatlakozásokat is.

Az egyes magasságkülönbségek kiszámítása után kerül sor a magassági sokszögvonalak számítására, illetve az egyes pontok magassági előmetszésére. A számítás történhet fokozatosan, külön-külön számítva az egyes magassági sokszögvonalakat, csomópontokat, egyes pontokat, de történhet csoportosan is. A számításokat a magassági meghatározási terv jelöléseinek, előírásainak megfelelően végezzük, az esetleges eltéréseket, változtatásokat a meghatározási tervre rávezetjük.

A magassági sokszögvonalba foglalt pontok magasságának számításakor a magassági záróhibát az egyes oldalak magasságkülönbségére az oldalhosszak négyzetének arányában kell elosztani.

Ha a magassági sokszögvonalak csomópontban találkoznak, akkor először a csomópont tengerszint feletti magasságát számítjuk ki úgy, hogy minden csatlakozó sokszögvonalból levezetünk egy-egy magasságértéket, majd ezek súlyozott középértékét képezzük. A súly a vonal hosszának négyzetével fordítottan arányos.

A magassági sokszögvonalba nem foglalt pontok magasságát a pontra végzett valamennyi mérésből, magassági előmetszéssel számítjuk ki. A végleges értéket az előmetsző irányok hosszának négyzetével fordítottan arányos súlyozással kapjuk meg.

Ellenőrzésképpen a pontok végleges magasságából kiszámítjuk a magasságkülönbségeket, és összehasonlítjuk - ahol ez lehetséges - a közvetlen mérésekből számított magasságkülönbségekkel. Ha a mérés egyirányból történt, akkor a Δ_I eltérés:

$$|\Delta_I| \leq 16 t \text{ cm}$$

lehet. Ha oda-vissza végeztük a mérést, akkor a két mért érték számtani közepének és a számított értéknek a Δ_{II} eltérése:

$$|\Delta_{II}| \leq 10 \text{ t cm}$$

lehet. Mindkét összefüggésben t az oldal hosszát jelenti kilométerben.

A magasságszámítás befejezéseként kiszámítjuk a terepszint pontok állandósítási köve felső lapjának, a védőberendezés jelzőköve felső lapjának, magaspontokon az irányzási helynek, tornyok felső ablaka alsó peremének és a bejárati küszöbnek tengerszint feletti magasságát.

A pontok kiszámított tengerszint feletti magasságát be kell írni a végleges koordinátajegyzék megfelelő rovatába.

364. Zárómunkák

A negyedrendű pontsűrítés műszaki munkáinak elvégzése után részben a munkát végrehajtóknak, részben a munkával megbízó szervezetnek egy sor műszaki ellenőrzési, nyilvántartási és ügyviteli feladatot kell még ellátni. Ezekről a mindenkori utasítások részletesen intézkednek. A zárómunkák lényegében a következő témaköröket foglalják magukba:

- a) Pontossági vizsgálatok, amelyek során kiszámítjuk a különböző pontossági mérőszámokat (Ferrero-féle szögközéphiha, a sokszögelésnél keletkezett zárt körök szögzáróhibája, koordináta-középhiák stb.) és ezeket szembeállítjuk a megfelelő hibahatárokkal.
- b) Belső vizsgálatot folytat a munkát végző szerv a helyszíni és az irodai munkák valamennyi szakaszára vonatkozóan úgy műszaki, mint gazdaságossági szempontok szerint.
- c) Külső vizsgálatot végez a munkával megbízó szerv. E vizsgálatot a munka valamennyi szakaszára tartalmi és alaki szempontok szerint egyaránt elvégzik. A vizsgálatok eredményét vizsgálati jegyzőkönyvben rögzítik. A bejegyzett hibákat, hiányosságokat a munkát végző szerv (vállalat) rövid időn belül köteles javítani ill. pótolni.
- d) A munka minősítését a munkát végrehajtó szerv (vállalat) végzi úgy, hogy műszaki megállapításokat tesz a kitűzés, a mérés, a koordináta-megbízhatóság milyenségére, valamint a munkarészek külalakjára. Az egyes munkafázisokról megfogalmazott vélemények összesítésével a teljes munkára kiterjedő minősítést kapunk.
- e) Az alappontok átadása a pontok fokozottabb védelme érdekében történik, ugyanis az új negyedrendű pontot az érintett ingatlan, létesítmény tulajdonosa (használója, kezelője) részére jegyzőkönyvileg átadják. Ennek értelmében az ingatlan tulajdonosának (használójának, kezelőjének) tartózkodnia kell minden olyan tevékenységtől, amely az ingatlanán levő alappont megrongálódásához, megsemmisüléséhez vezethet. Ha ez mégis bekövetkezne, úgy köteles azt az illetékes földhivatalnak bejelenteni.

- f) A pontvázlat kiegészítését az országos alappontok nyilvántartásával megbízott intézménynél haladéktalanul el kell végezni, továbbá ki kell egészíteni a korábbi munkarészek (pl. felsőrendű alappontok törzskönyvei) bejegyzéseit is az időközben tapasztalt változásokkal. Az adatnyilvántartás céljára az új negyedrendű pontok pontleírásáról másolatot kell átadni a központi nyilvántartónak.
- g) Műszaki leírást kell készíteni a teljes munkáról. A műszaki leírás a következőkre terjed ki: a munkát végző szerv, a munkaterület megnevezése és kiterjedése, domborzati, fedettségi viszonyok, közlekedési lehetőségek, a felhasznált régi és a létesített új pontok száma és jellege, az ideiglenes pontjelek típusa és magasságuk, az állandósított és a levezetett pontok száma, a műszerállások száma, a mérések és a koordináta-számítások pontossági mérőszámai, a vizsgálatok száma és eredménye, a munkálatok vezetője és munkaszakaszonként a munkában résztvevő dolgozók, az egyes munkaszakaszok megkezdésének és befejezésének időpontja. Végül ki kell térni mindazokra az akadályozó, vagy a munkát előnyösen befolyásoló körülményekre, amelyek menet közben előfordultak. A műszaki leíráshoz csatolni kell a gépi számítás műszaki leírását is.
- h) A munka ideiglenes átadása a megbízónak a munkarészek rendezése, csoportosítása után, tételesen elkészített átadási-átvételi jegyzőkönyv kíséretében történik.
- i) Az átvételi vizsgálatot a megbízó szerv végzi el alaki, adattári és tartalmi szempontok szerint. A feltárt hibákról jegyzéket készít, szükség esetén szűrőpróbaszerűen helyszíni ellenőrzést is végez. A vizsgálat során fellelt hibákat, hiányokat a munkát végző szervnek kell záros határidőn belül kijavítania, illetve pótolnia. A megbízó szerv a kijavított munkálatokat véglegesen átveszi, megőrzi, és az újonnan meghatározott alappontokat központilag nyilvántartásba veszi.

4. A FELSŐRENDŰ MAGASSÁGI ALAPPONTHÁLÓZAT

41. A magasság fogalma

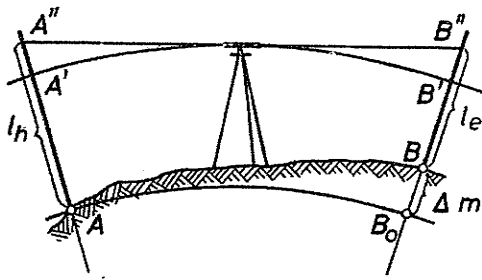
Amint a bevezető részben már szó volt róla, a földfelszíni pontok térbeli helyzetét vízszintes értelemben valamely alappfelület (rendszerint forgási ellipszoid) felületi koordináta-rendszerében a földrajzi szélesség és hosszúság jelöli, és harmadik koordinátájuk elvileg e felületi koordináta-rendszerrel való távolságuk: a magasság. Arról is szó volt már, hogy gyakorlati okokból a földfelszíni pontok magasságát nem az alappfelülethez, hanem a tengerszinthez - mint alapszínhez - viszonyítva mérjük és határozzuk meg.

A tenger felszíne - ha tömegére kizárólag a nehézségi erő hatna - jó közelítéssel nyugalomban lenne és minden pontjában merőleges lenne a nehézségi erő irányára, vagyis a nehézségi erő potenciáljának szintfelületét képezné. Ezt, a nyugalmasnak képzelt tengerek szintjének megfelelő szintfelületet és ennek a szárazföldek alatti meghosszabbítását tekintjük a Föld elméleti alakjának, és geoidnak nevezzük.

A tapasztalatok szerint azonban a tengerek felszíne - különböző fizikai hatások következtében - állandóan változik. A változások egy része az árapálykeltő erők következménye, más részük hosszabb periódusú, vagy egyenesen szekuláris. A periodikus változások számszerű meghatározása végett a tengerek, óceánok számos parti pontján vízszint-regisztráló berendezéseket, ún. mareográfokat helyeztek el. Egy-egy, rendszerint több éves, évtizedes regisztrátum közepértékét a pontra megállapított középtengerszintnek tekintjük. A különböző tengerekre, óceánokra levezetett középtengerszintek azonos időpontra vonatkozó értékei azonban deciméteres nagyságrendben különböznek egymástól. Ez azt bizonyítja, hogy a középtengerszint sem szintfelület. Éppen ezért végül is a pontok magassági meghatározásához alappfelületként egy olyan szintfelületet veszünk fel, amely a tenger középtengerszintje közelében kijelölt ponton halad át.

Mivel a különböző tengereknek, óceánoknak azonos középtengerszintje nem állapítható meg, ezért kezdetben minden ország arra törekedett, hogy a saját tengerének, vagy a területéhez legközelebb eső tengernek a középszintjén átmenő szintfelületre vonatkoztassa magassági méréseit.

A magasságmérés szabatos módszere a geometriai szintezés. A szintezés elemi műveletével egymáshoz közel fekvő földfelszíni pontok magasságkülönbségét, azaz a rajtuk átmenő szintfelületek függőleges távolságát akarjuk meghatározni (41.1 ábra), azaz



41.1 ábra

$$\Delta m = l_{\text{hátra}} - l_{\text{előre}}$$

(1)

A szintfelületek azonban nem párhuzamosak, így a 41.1 ábrát szemlélve

$$\overline{AA'} \neq \overline{B_0B'}$$

$$\overline{A'A''} \neq \overline{B'B''}$$

vagyis

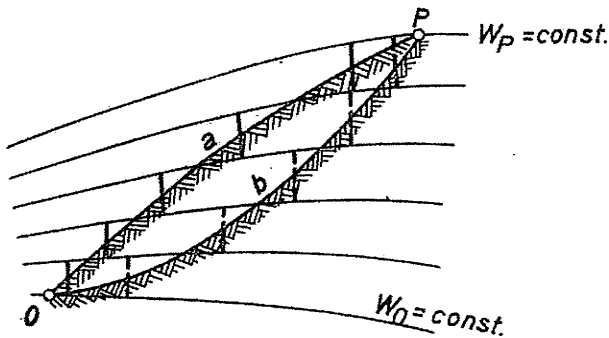
$$\overline{AA'} - \overline{B_0B'} = \Delta m'$$

és

$$\overline{A'A''} - \overline{B'B''} = \Delta m''$$

A \$\Delta m'\$ a \$\Delta m\$-hez viszonyítva másod-, a \$\Delta m''\$ pedig harmadrendű kicsinységű, tehát figyelmen kívül hagyásuk egyetlen műszerálláson belül megengedhető, sok száz műszerállásból álló szintezési vonalon azonban már nem.

Jelöljük valamely szintezési vonal kezdő- és végpontját O-val és P-vel (41.2 ábra). E két pont magasságkülönbségét az egyes magasságkülönbségek összegeként akarjuk elő-



41.2 ábra

állítani. Mivel a szintfelületek összehajlanak, ezért más lesz O-tól P-ig a magasságkülönbségek összege, ha a mérést az "a" vagy a "b" útvonalon végezzük el. (A 41.2 ábrán az OaP útvonal vastagabban jelölt magasságkülönbségének összege nem egyenlő az ObP útvonal szakadozott vonalakkal jelölt magasságkülönbségeinek összegével.)

Ebből azt a következtetést is levonhatjuk, hogy egy zárt sokszögön körbeszintezve, teljesen hibátlan mérés esetén sem lesz a magasságkülönbségek összege zérus. Az így

adódó érték a szintezési sokszög (poligon) elméleti záróhibája.

A szintezés tehát nem egyértelmű művelet a szintfelületek nem párhuzamos volta miatt. Egyértelmű eredményhez csak úgy juthatunk, ha nem a szintfelületek egymás közötti távolságából, hanem potenciáljuk különbségéből indulunk ki.

A felszín egy tetszőleges P pontján átmenő szintfelület és a geoid, mint alapszintfelület potenciálkülönbsége:

$$K_P = \Delta W = W_O - W_P = - \int_O^P dW = \int_O^P g dm \quad (2)$$

ahol W jelöli az illető szintfelületek potenciálját, g a nehézségi gyorsulást és dm az elemi magasságkülönbséget. A geoidhoz viszonyított potenciálkülönbséget geopotenciális értékeknek nevezzük és K_P -vel jelöljük. A geopotenciális érték munka jellegű mennyiség, a geodéziában alkalmazott mértékegysége a GPU (Geopotential Unit), és

$$1 \text{ GPU} = 1 \text{ kGalm} = 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

A geopotenciális értéket elvileg a gdm elemi szorzatoknak a O magassági kiindulópont és a P pont közötti vonalintegráljaként értelmezzük. E munka-mértékegységű magasságfogalom egyértelmű. A gyakorlatban a szintezett elemi magasságkülönbségekből és a szintezés útvonala mentén végzett nehézségi gyorsulásmérésekből a $g_i \Delta m_i$ szorzatoknak a vonal két végpontja közötti összegzésével állítható elő.

A geopotenciális érték egyetlen hátránya a gyakorlati geodézia számára, hogy nem hosszúság-mértékegységű. A munka-mértékegységű magasságfogalomból úgy juthatunk metrikus magassághoz, hogy a K_P munkát valamilyen erőértékkel (gyorsulásértékkel) elosztjuk, mégpedig célszerűen valamilyen nehézségi erő (nehézségi gyorsulás) értékkel. Ennek a nehézségi gyorsulásértéknek a megválasztása azonban sokféle lehet, e választástól függően jutunk el a különböző metrikus magasságfogalmakhoz.

A különböző metrikus magasságfogalmak a következők (1. Felsőgeodézia tantárgy):

- az ortométeres magasság (és ennek számos változata, mint például a nehézségi gyorsulás normális értékével meghatározott ortométeres magasság, a Helmert-féle magasság, a Vignal-féle magasság stb.),
- a dinamikai magasság.

E magasságfogalmak közös jellemzője, hogy az osztóként szereplő g értékhez csak több-kevesebb feltevés árán lehet eljutni, épp e feltevések sokfélesége következtében alakultak ki az idők folyamán a különböző magasságfogalmak. Hasz-

nálatuk következtében különböző magasságrendszerek keletkeztek, amelyek egymás melletti létezése alapvető nehézséget okozott, amikor több ország szintezési hálózatának összekapcsolásával ki akarták alakítani pl. az európai egységes szintezési hálózatot. E nehézség kiküszöbölése végett fogadták el 1955-ben a Nemzetközi Geodéziai Szövetség azt a határozatot, hogy a nemzetközi munkálatokban a szintezés eredményeként a

$$K = \int_A^B g_i dm_i = \sum_A^B g_i m_i$$

potenciálkülönbséget kell tekinteni és a szintezési hálózatok kiegyenlítésében felhasználni. A kiegyenlítés eredményeként kapott, egy-egy szintezési vonal végleges K értékét ezután minden ország a maga elgondolása szerint alakítja át metrikus magassággá.

A metrikus magasságfogalmak között külön említendő a normálmagasság, amely az ortométeres magasság elvi nehézségeit kiküszöböli, és a mérési eredményekből feltevésmentesen, tetszőleges pontossággal számítható. A gyakorlati geodézia céljaira - így például országos magassági alaphálózat számára - jól megfelelő, metrikus magassági mérőszám.

Egyébként a különböző magasságfogalmakat a Felsőgeodézia tananyaga még a későbbiekben részletesen tárgyalja, ugyancsak e tantárgy anyagát képezi a magassági alapszint és a vízszintes értelmű hálózatok vonatkozási felülete közti eltérés elméleti és gyakorlati meghatározása.

42. A magassági alaphálózatok kialakulásának története

Egymáshoz közeli földfelszíni pontok magasságkülönbségét már az ókorban, de az időszámításunk előtti századokban is meg tudták mérni. Az egykori feljegyzések nyomán az alexandriai Heron "dioptrá"-nak nevezett műszere mondható a legrégebbi szintezőműszernek. Az akkori munkálatok elsősorban víz- és útépitési célokat szolgálták, de adatokat szolgáltatottak csillagászati és térképezési feladatok megoldásához is. A virágzó ókori társadalom nagymértékű építőtevékenysége a római birodalom hanyatlásával, majd bukásával gyakorlatilag megszűnt, következésképpen ezzel együtt a szintezés is szünetelt, a régi műszerek megsemmisültek, elvesztek.

A szintezés reneszánsza a XVII-XVIII. században indult el, amikor is Európa-szerte előtérbe került a közlekedési utak építése, javítása és nem utolsósorban az élővizek szabályozása. Az ekkor fejlődésnek induló szintezés hosszú időn át csupán építőmérnöki célokra szolgáltatott magassági

adatokat, a kisebb-nagyobb méretű munkálatok helyi jellegűek voltak.

Országrészekre, egész országra kiterjedő magassági alaphálózatokkal csak a XIX. század második felében találkozunk, jórészt az országos méretű háromszögelési hálózatok kifejlesztésével egyidőben, vagy azt követően jöttek létre. A hálózatfejlesztés ekkor azonban rohamos volt. Kalmár S. sorhajó-kapitány 1893-ban írt cikkében [52] táblázatos összeállítást közöl az Európában 1891-ig végzett szabatos szintezésekről, miszerint a felsorolt 22 államban összesen 102 000 km hosszban végeztek felsőrendű szintezést, javarészt oda-vissza megmérve a vonalakat. Beszámol a szomszédos országok közt már elkészült csatlakozásokról, a nemzetközi alapszintfelület megválasztásának 1864 (a Nemzetközi Fokmérés első közgyűlése) óta húzódó vitájáról. Érdekességként megemlítjük, hogy az akkori elképzelések szerint a nemzetközi alapszintfelületet és a szintezések kiindulópontját Svájcban, a Genfi-tó kikötőjében levő főalappontra akarták megadni úgy, hogy tengerszint feletti magasságát az Amszterdamban észlelt közepetengerszintre támaszkodva vezetik le.

Az európaihoz hasonló módon alakult ki Magyarország magassági alaphálózata is. Magasságméréseket szintezéssel legrégebben nálunk is helyi jellegű mérnöki munkálatokkal, vízrendezéssel kapcsolatban végeztek. A nagyobb szabású vízi munkálatok a XVIII. században kezdődtek meg hazánkban, mégpedig az ország négy vidékén.

A déli országrészen a Bega és a Temes-folyó szabályozását Fremant Miksa holland mérnök tervezte és irányította 1799 és 1808 között.

Ezzel egyidőben készült a Dunát a Tiszával összekötő Ferenc-csatorna. E munkát magyar mérnökök: Kiss József és Kiss Gábor testvérek végezték. A tervezést megelőző terepmunkát Kiss József végezte, aki többek közt 1784 augusztusában közel 110 km hosszú szintezési vonalat vezetett a Dunától (Apatintól) a Tiszáig (Földvárig). A fennmaradt munkarészek tanúsága szerint ezen a távolságon a műszerállások száma mindössze 140 volt, azaz a lécek átlagosan mintegy 370 méterre voltak a műszertől, nem ritkán azonban 450, 500, 550, sőt 600 méter távolban tett lécleolvasásokkal is találkozunk. A mérések csakis úgy képzelhetők el, hogy tárcsás szintezőlécekkel dolgoztak. Kiss József feljegyzései szerint a mérések egy részénél a magasságkülönbséget úgy határozták meg, hogy a szintezőműszer buborékja közepén állt, a többi vonalnál leolvasták a szintezőlibella buborékvégeit, és a lécleolvasásokat annak megfelelően redukálták.

A harmadik nagyszabású munka a dunántúli Sárvíz szabályozása (1763-67) volt, amely Böhm Ferenc magyar mérnök nevéhez fűződik. Később ezt a munkát a Sió szabályozásával (1816-25) Beszédes József folytatta. Munkássága során a Balaton vízállását is sikerült szabályoznia.

Ugyancsak a XVIII. század végén kezdik meg a Hanság lecsapolását is, részben magyar mérnökök irányításával.

Az itt felsoroltakon kívül még számos kisebb-nagyobb terjedelmű és jelentőségű vízrendezési és folyószabályozási munkát végeztek ebben az időszakban, amely munkálatok nem nélkülözhetők a szintezéseket. E témával kapcsolatban bőseges leírást találhatunk Bendefy könyvében [10].

A szintezések történetét illetőleg úttörő munkát - leg-alább is magyarországi vonatkozásban - Mikoviny Sámuel végzett, aki vízszabályozási munkáihoz (1746) a magasságmérést, mint írja "gemina libellatione", azaz kettős szintezéssel hajtotta végre. Ezen a kifejezésen semmiképpen sem oda-vissza szintezést kell értenünk, hanem olyan szintezést, amelyet egyirányban, de a műszerállvány felemelésével és visszahe-lyezésével két, egymástól független leolvasással hajtottak végre. Egyébként ez az észlelési módszer még a múlt században és a századfordulón is egészen elfogadott és szabatosnak tartott szintezési eljárás volt.

A XIX. század első felében a szintezési munkálatok ki-emelkedő egyénisége Huszár Mátyás (1778-1843). Elsőnek tér-képezte fel a Dunát, a Marost, a Tiszát és a Körösöket. Az akkor használatos bécsi Voigtländer-féle szintezőműszeren számos változtatást javasolt, többek közt kidolgozta egy - a később Stampfer-féle megoldáshoz hasonló - szintezőcsavar elvét és megvalósításának műszaki részleteit. 1820-ban meg-írta az első magyar szintezési utasítást.

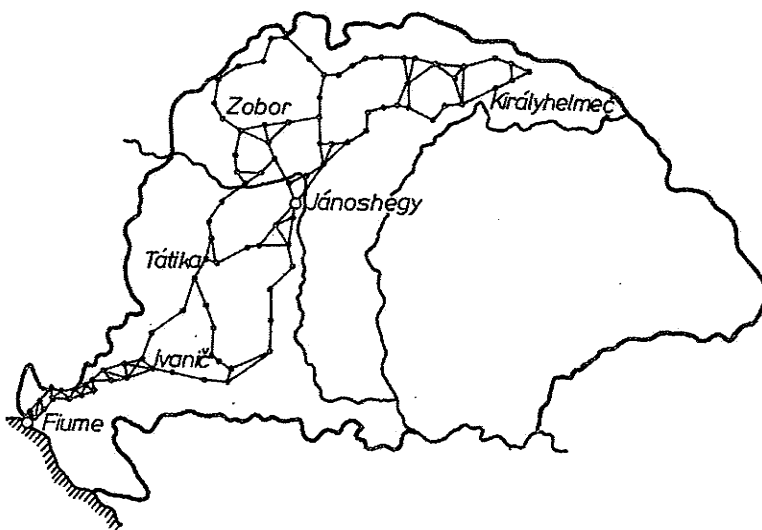
Huszár Mátyás kortársa volt Vásárhelyi Pál (1795-1846). Az ő közismert, sokoldalú tevékenységéből itt azt kell ki-emelnünk, hogy kezdeményezésére a sok, különböző folyó menti szintezéseket összekapcsolták. E munkában az első lépés az 1831-ben elkezdődő Duna-szintezés volt. A munkálatok kiindu-lópontja az alsó-ausztriai Petronell község közelében levő 1. sz. szelvénykő volt, ennek felső lapja fölött 10 lábbal vették fel önkényesen a rendszer alapszintjét. (Ezzel az ún. petronelli rendszerrel a múlt század végéig a Duna-völgyében végrehajtott vízrajzi magasságmérések eredményeinek feldol-gozásánál szinte mindenütt találkozunk.)

Vásárhelyi 1841-ben elrendelte az Adria vízszínehez va-ló csatlakozást. Ezért a petronelli alapszint magasságát a horvátországi folyók szintezési munkálatait felhasználva a fiumei (ma: rijekai) tengerszintből levezették, és 469 láb-nak (mintegy 145 m-nek) állapították meg. Ez szintezéseink első csatlakozása a tengerszinthez.

E csatlakozás létrejötte után, 1843-ban Vásárhelyi ösz-szeállította "Magyarország esetmérési térképét", vagyis a Dunának és mellékfolyóinak az Adriai-tenger szintjére vonat-koztatott magasságmeghatározását és ábrázolását. Vásárhelyi ezzel a térképpel tulajdonképpen első ízben valósította meg az országos egységes alapszintet az Adriai-tengerre vonatkoz-tatva. Ez a térkép adott módot arra először, hogy hazánk na-gyobb részének valóságos magassági viszonyai felől tájéko-zódhassunk. Az addigi vízrajzi szintezésekből nyert és az Adriai-tenger szintjére vonatkoztatott magasságokat Vásár-helyi-féle magasságoknak nevezzük.

Az első, valóban országos jellegű magassági alappont-hálózat nálunk is - mint szerte Európában - az elsőrendű háromszögelés kifejlesztése kapcsán jött létre. Az 1853. évben megkezdett háromszögelési hálózat vízszintes szögmérései mellett magassági szögmérést is végeztek, s e trigonometriai magasságmérésekkel vezették le - a fiumei vízmércéből kiindulva - az elsőrendű háromszögelési pontok magasságát.

Amikor az 1860. évi felsőrendű háromszögelési hálózatot kialakították - felismerve a bécsi katonai trigonometriai magasságmérések hibáit - a magyar szakemberek indokoltnak látták a magyarországi hálózatrész magassági alapszintjének újbóli, megbízhatóbb meghatározását. Ezért Marek János, a magyar háromszögelő hivatal első főnökének javaslatára magassági láncolatot, helyenként sokszöget vezettek 1870-71-ben a fiumei vízmércétől a budai János-hegyig, majd a magassági hálózatot 1872 után az ország nagy részére továbbfejlesztették (42.1 ábra). A Marek-féle mérésekről azonban hamarosan



42.1 ábra

kiderült, hogy a trigonometriai magasságméréssel kapott magasságok között helyenként több métert is meghaladó eltérések vannak a szintezésekhez képest, és ezek az akkori követelmények szerint is csupán a topográfiai felmérésekhez hasznosíthatók. Ezért egy szabatos magassági alaphálózat kifejlesztése továbbra is igen szükségesnek látszott. Érdekességként megemlítjük, hogy bár a Marek-féle mérések elég bizonytalanok voltak, azokból a budapesti lánchídi vízmérce 0 pontjának (ún. sempontjának) magasságára mégis mindössze 0,252 méterrel kisebb értéket vezettek le, mint amit nem sokkal utána az országos szintezési hálózatból kaptak.

Az első országos színtezési hálózat munkálatainak megindítására 1873-ban tulajdonképpen az Európai Fokmérés részéről érkezett felkérés adott okot. Az Osztrák-Magyar Monarchia színtezési hálózatát a bécsi Katonai Földrajzi Intézet tervezte és mérte. A vezérkar által kiadott végrehajtási utasítás pontjai messzemenően összhangban voltak azokkal az alapelvekkel, amelyeket az Európai Fokmérés 1867. évi berlini általános konferenciája állapított meg a színtezésekre vonatkozóan.

A bécsi katonai színtezés műszaki végrehajtásában két időszakot különböztethetünk meg. Az első 1873-tól 1899-ig tartott. Ezalatt Istria, Tirol, Krajna (ma Jugoszláviában Szlovénia része), Karinthia (ma Ausztria része), Alsó- és Felső-Ausztria, Morvaország, Csehország, Szilézia, Magyarország, Galícia, Bukovina és Horvátország területein fejlesztették ki a szabatos színtezési hálózatot, körülbelül a felsorolásnak megfelelő időrendben.

A másodiknak nevezhető időszak 1899-ben kezdődött és az első világháború megkezdéséig tartott. Ezen időközben Dalmácia, Bosznia és Hercegovina területén készült a színtezési hálózat.

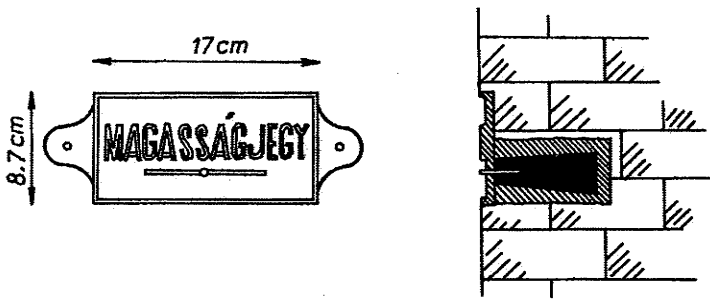
E két időszak elsősorban a használt mérőfelszerelésben, az alkalmazott pontjelekben és a mérési módszerekben tér el egymástól. A két időszak munkálatai azonban nem különböznek el annyira élesen, mert az első időszakbeli munkálatok ellenőrző és javító célzatú színtezései a világháború kitöréséig tartottak.

Az első időszakban 69 zárt poligont színteztek végig 18 210 km hosszúságban. A szomszédos országokkal való csatlakozás végett további 466 km hosszban végeztek színtezéseket. A színtezési vonalakat szakaszokra osztották, ezek átlagos hossza 1440 m volt. A szakaszvégpontokat kétféleképp jelölték.

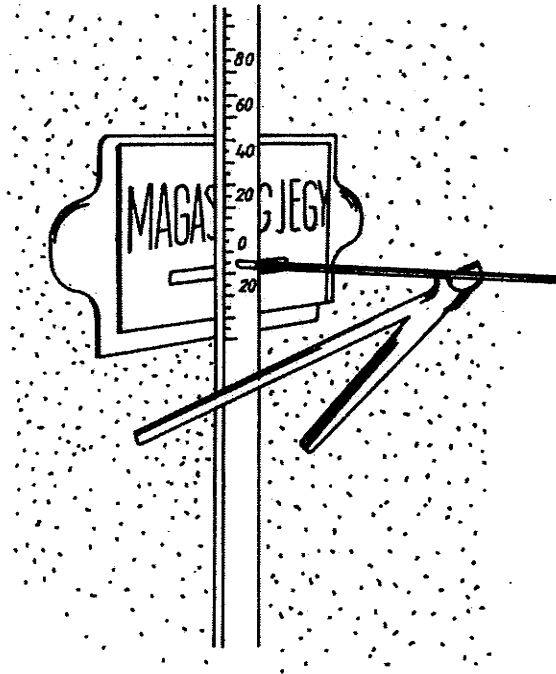
Elsőrendű alappontoknak azokat a szakaszvégpontokat nevezték, amelyeket furatos falitáblával jelöltek meg (42.2 ábra). Az alappont magasságát a furat tengelye jelölte, a falitáblához való csatlakozás úgy történt, hogy a furatba egy tüskét illesztettek és erre akasztották rá a fémből készült 1,23 m hosszú ún. függőlécet (42.3 ábra). A furatos falitáblákat épületek falára helyezték el mintegy 1,60-1,70 m föld feletti magasságban, egymástól legfeljebb 3-4 km távolságban.

A színtezés második időszakában szakítottak az előbb leírt furatos falitábla típussal és a 42.4 ábra szerinti szabvány használatát vezették be. Ez a típus 1899-ben jelent meg nálunk az utólag beillesztett vonalakon pl. a Bátaszék és Szabadka, vagy a Lepsény és Győrasszonyfa közötti vonalakon.

Másodrendűnek nevezték mindazokat az alappontokat, amelyeket nem furatos falitáblával jelöltek meg. A jelölés úgy történt, hogy építmények (hidak, átereszek, lépcsők, kőkorklátok, lábazati kövek, kilométerkövek stb.) vízszintes

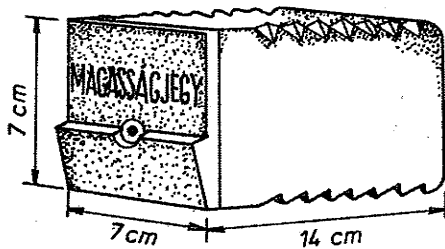


42.2 ábra



42.3 ábra

felületére 10 cm élhosszúságú keresztet véstek, az egészet festékkal körülkeretezték, a keresztet is befestették és mellé, vagy a függőleges felületre M. J. (ill. H. M. vagy B. V.) betűket festettek. Sajnos ez a jelölési mód nem bizonyult maradandónak, hazánkban például egyetlen egy sem maradt fenn belőlük. Mivel a bécsi Katonai Földrajzi Intézet által létesített szintezési hálózat alappontjainak mintegy 3/4 részét másodrendű pontként jelölték, ez azt is jelenti, hogy a ponthálózat tetemes része már az első világháborút követő szintezést sem érte meg.



42.4 ábra

A Monarchia első szabatos szintezési hálózatának méréseit a bécsi Starke és Kammerer cég műhelyében készített Stampfer és Starke rendszerű szintezőműszerekkel végezték, 1899-től pedig a méréseket ugyanezen műszertípus módosított, javított, korszerűsített változatával folytatták. A műszerek nagyítása mintegy 30-szoros, a szálkereszt egy függőleges és három vízszintes

szálból állt (és mind a három szálon leolvastak), a szintezőlibella állandója 3" - 7" közötti volt. A függőlécek mellett használt szintezőlécek 3 méter hosszúak, száraz fenyőfából készültek. A lécek mindkét lapján kétfős sávcsiszást alkalmaztak (ezek az ún. reverziós lécek), a legkisebb osztásegység: 1 cm. A léceket szelencés libellával állították függőlegesre és támasztóbotokkal tartották mozdulatlanul. Kötőpontként gömbfejben végződő vassarut alkalmaztak, majd 1900-tól gömbszerű végződésű acélcöveket.

Magát a mérést - a léccel talppontheibájának (1. 434.2 szakasz) kiejtése végett - egyetlen léccel végezték, a léccel mindkét oldalán, mind a három vízszintes szálnál becsülték a millimétert, és a leolvasás előtt és után is leolvasták a szintezőlibella buborékvégeit, sőt közben a libellát át is fektették. A léccel-műszer távolságát max. 60 méterben szabták meg, egy műszerálláson belül egyenlő léccel-műszer távolságot alkalmaztak, amit mérőláncsal mértek ki. Az észlelési munka egy-egy műszerállásban 15-25 percig tartott. A méréseket szélcsendes időben, 25 °C-nál nem magasabb hőmérsékletnél volt szabad végezni. A légköri viszonyokat naponta több ízben is fel kellett jegyezni.

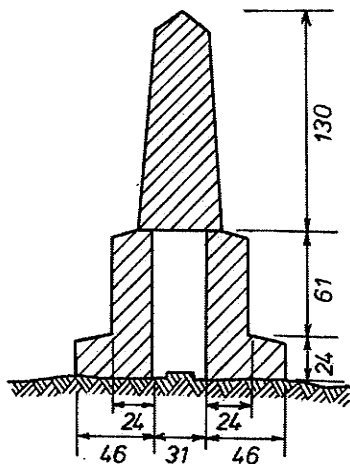
A meteorológiai adatok sűrű értéksorára azért volt szükség, hogy ezekből napi, ill. havi átlagértékeket lehessen számítani, és ezek ismeretében a lécek hosszának változása miatti javításokat lehessen számítani. A lécekre ugyanis laboratóriumi vizsgálatokkal hosszváltozási egyenleteket igyekeztek levezetni, és grafikonokat szerkesztettek az utólagos javítások meghatározása céljából. Az egész törekvés azonban nem járt sikerrel, a fa hőtágulási együtthatóját igen közelítően tudták csak meghatározni a páratartalom okozta változások miatt.

Éppen emiatt már 1889-90-ben olyan léceket kezdtek alkalmazni, amelyek oldalára hosszú, vékony acéllemezt helyeztek el, egyik végét mereven rögzítették, a másik végét dilatálni engedték, és így mérés közben folyamatosan figyelemmel kísérték a faléc méretváltoztatását. Az acél hőtágulási együtthatójának ismeretében a léchossz megváltozása miatti javítást már ki tudták számítani.

A lécméter hosszváltozása meghatározásának ez a módja azonban nem egyenértékű a későbbiekben elfogadott szabatos léckomparálási módszerrel (l. 434.2 szakasz). A lécek helyes komparálási módjának felismerése nagyon lassan haladt előre, a bécsi szintezések kezdete után mintegy 35 évvel jutottak el odáig, hogy a komparálást lehetőleg naponként kell csinálni, külön komparáló felszerelés használatával.

Végül is a bécsi Katonai Földrajzi Intézet - a franciákhoz hasonlóan - csaknem az országos felsőrendű hálózat kifejlesztése befejeztével, az utolsó boszniai szintezési poligonok mérése idején látta tisztán a léckomparálás hiányából és az egyéb forrásokból eredő hibákat, ami azt jelentette, hogy lehet az egész munkát előlről kezdeni. Erre azonban az első világháború miatt, a Monarchia feloszlása miatt az eredeti szervezeti formában nem került sor.

Az 1873-1913 közötti szintezési hálózat létesítése során a Monarchia területén 7 szintezési főalappontot építettek. Ezek: Maria Rast (a Dráva-völgyében), Franzensfeste (Tirolban), Lišov (Csehországban), Vöröstoronyi-szoros (Erdélyben), Terebes (a Felső-Tiszánál), Ruttká (a Vág-völgyében) és Nadap (a Velencei-hegységben). Ezek közül az akkori Magyarország területére, Nadap, Ruttká, Terebes és Vöröstorony esett, jelenlegi országhatárunkon belül csupán Nadap található.



42.5 ábra

mintegy kilenc hónapot felölelő mareográf-megfigyelési adatokból határozták meg az alapszintet. Az abban az évben végzett megfigyelések szerint a középtengerszint és a mólnál levő magassági jegy között 3,3520 méter magasságkülönbség volt, Nadap főpont abszolút magassága pedig:

A főalappontok helyét elsősorban felszínen levő gránitalapzatú hegységekben választották ki, ahol nagyobb sík felület állt rendelkezésre a pontjel kiképzésére és az észlelés végrehajtására. A főalappontokat egységes kivitelben igyekeztek kiépíteni: az üde sziklára egy kb. egy négyzetdeciméteres vízszintes felületet csiszoltak, amit obeliszkyszerű építménnyel takartak le. A 42.5 ábrán a nadapi obeliszk metszete látható, az egész építmény két kőtömbből van kifaragva, vagyis a leemelhető piramis alatti rész a kiugró talappal együtt egyetlen kőtömb.

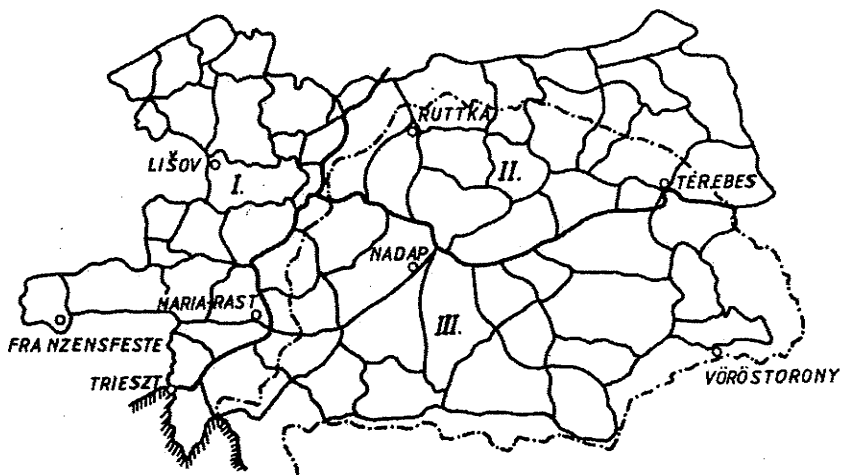
A főalappontok magasságát, és ezzel az egész magassági alaphálózat alapszintjét a trieszti Molo Sartorio mareográfjához való csatlakozással határozták meg. Hazánk jelenlegi területére vonatkozóan az 1875. évi,

$$h_{\text{Nadap}} = 173,8385 \text{ méternek}$$

adódott.

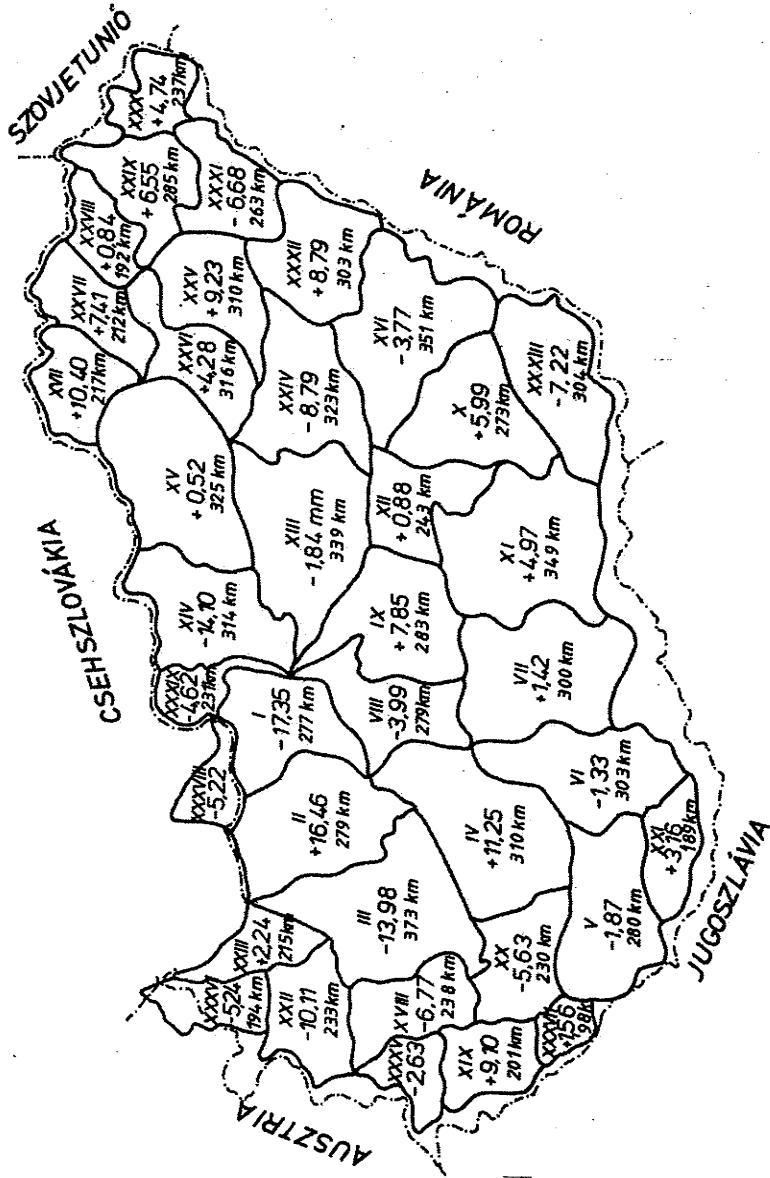
Az 1875. évet követő 94 hónap mareográf megfigyeléseiből később ismét levezették a mólónál levő magassági jegy tengerszint feletti magasságát, és eredményül 3,2620 métert kaptak. Az 1875. évinél kerek 9 cm-rel magasabb középtengerszintet a Monarchia szintezési hálózatának egyes területein figyelembe is vették, de a hazánkra vonatkozó adatokban továbbra is az 1875. évi tengerszint szerepelt.

A Monarchia szintezési hálózatának az első időszakban elkészült részét három csoportban egyenlítették ki (42.6 ábra). A nyugati csoport Magyarországot nem érintette, az észak-keleti csoportba esett Magyarország északi része, Galícia és Bukovina, a délkeleti csoportot Magyarország déli része alkotta.



42.6 ábra

A kiegyenlítés előtt az egyes vonalakat az akkor szferoidikusnak nevezett, lényegében ortométeres javítással látták el. A hálózatot korreláta-módszerrel egyenlítették ki, a súlyokat a távolsággal fordítottan arányosan vették fel. Magát a kiegyenlítést csak 1895-ben kezdték meg, mert ezt megelőzően több éven át a hálózatot alkotó (gyakran 500-600 km hosszú) poligonok tetemes, olykor több deciméteres záróhibáinak okát akarták kideríteni részben a mérések megismétlésével, részben a pontjelek stabilitásának, a szintezőlécek hosszváltozásának vizsgálatával. A hibakeresés nem sok eredménnyel járt. A kiegyenlítések végeredményeit tanulmányozva egyes szintezési vonalakat olykor szembevetően hatalmas (100 mm feletti) javításai is a bennmaradt szintezési hibákra utalnak. A kiegyenlítésből kapott kilométeres középhibák



42.7 ábra

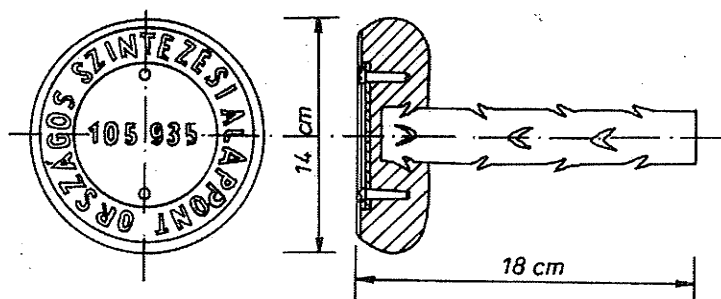
(1. 435.21 pontot) az oda-vissza szintezett vonalakra vonatkozóan a három hálózatrészben rendre: + 4,1 mm, + 5,3 mm és + 5,8 mm volt. Megjegyezzük még, hogy az első országos szintezésnek a hazánkra vonatkozó anyagát Regőczi 1948-ban és 1949-50-ben, más-más elgondolás szerint - tudományos célokra - újból kiegyenlítette.

A bécsi Katonai Földrajzi Intézet tudományos és gyakorlati munkáját végző szakemberek teljesen tisztában voltak azzal, hogy a Monarchia szabatos szintezési hálózatát komoly hibák terhelik. Marek már 1892-ben előterjesztést tett egy önálló magyar szintezési hálózat létesítésére, de erre csak a Katonai Földrajzi Intézettől való elszakadás után, az első világháború befejeztével nyílt lehetőség.

A második szintezés munkálatai 1921-ben kezdődtek meg és körülbelül 1939-ig tartottak. E második hálózat 36 zárt poligonból állt (42.7 ábra). Az I. rendű hálózat vonalhossza 6285 km volt és 4950 db I. rendű pontot foglalt magába. A hálózat II. rendű vonalait I. rendű pontokból indították és I. rendű pontokhoz csatlakoztatták, ezzel megosztva az I. rendű poligonok által körülzárt területet. A II. rendű hálózat vonalhossza 1962 km volt és 1613 II. rendű pontot tartalmazott. A második szintezés során néhány nemzetközi csatlakozásra is sor került.

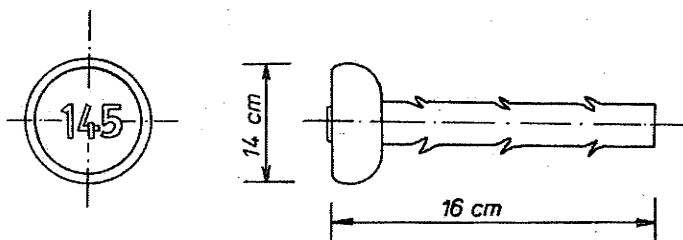
A hálózat 2100 km hosszúságban a régi bécsi katonai vonalakon haladt. A hálózat mentén található régi magassági jegyeket mind bekapcsolták az új hálózatba azzal a céllal, hogy kiszámíthassák majd a régi pontok magasságát az új szintezési rendszerben. A munkák során bekapcsolták a korábbi önálló városi szintezési hálózatoknak és a különböző vízügyi társulatoknak az alappontjait is, így lehetővé vált ezeknek az egységes magassági rendszerbe való beillesztése. A szintezési vonalakat általában országutak mentén vezették, (szemben a bécsi katonai szintezéssel, ahol még a vasútvonalak mentén szinteztek).

A második szintezési hálózat I. és II. rendű pontjainak jelölése egységesen történt. A harmincas évek elejéig a hálózat csomópontjain nagyobb épületek falába szintezési fali tárcsát (42.8 ábra) helyeztek el, kisebb építményekbe



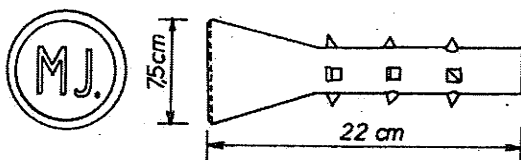
42.8 ábra

a szintezési vonalak közbenső alappontjaiként sorszámozott falicsapot (42.9 ábra) tettek. Mindkét pontjel öntöttvasból készült, a falitárcsa feje kovácsoltvasból. A magasság a fej korongjának legmagasabb pontjára vonatkozott (méréskor arra állították a szintezőlécet). Falitárcsák esetében a hálózat kiegyenlítése után a pont tengerszint feletti magasság értékét öntöttvas körlap formájában elkészítették és két csavarral ráerősítették a fejrészre.



42.9 ábra

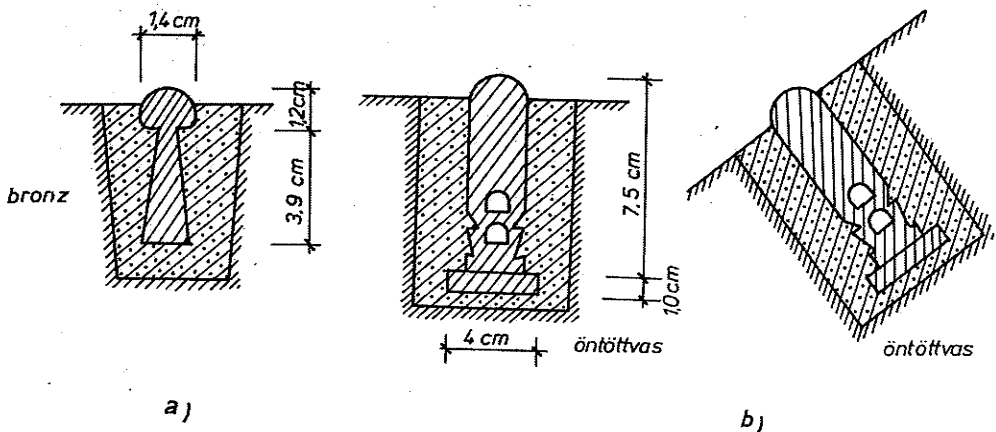
A falitárcsa és a sorszámozott falicsap feje ütés hatására viszonylag könnyen letörött, ezért e két ponttípust a harmincas évektől öntöttvasból készített, fokozatosan keskenyedő szárú falicsap típussal váltották fel (42.10 ábra), melynek homloklapját M. J. felírással látták el. Az eddig említett pontjeleket a talajtól mintegy 25 cm magasságban helyezték el.



42.10 ábra

Olyan építményekbe, műtárgyakba, amelyekbe falicsapot nem lehetett elhelyezni (vagy valamilyen perem akadályozta volna a szintezőléc pontraállítását), szintezési gombot betonoztak bele (42.11 ábra). A bronzból (rézből) készített szintezési gombokat a harmincas évektől az öntöttvas gombok váltották fel.

Ha olyan területen kellett alappontot létesíteni, ahol falicsap vagy szintezési gomb elhelyezésére alkalmas építmény nem volt, akkor szintezési követ helyeztek el (42.12 ábra). A fagyálló mészkőből faragott, vagy betonból készített követ kezdetben a föld alá helyezték el (42.12.a és b. ábra), később a kő teteje kiállt a földből (42.12.c ábra). A 42.12.d



42.11 ábra

ábrán az ebben az időszakban Budapest elsőrendű szintezésénél használt szintezési követ láthatjuk.

A második szintezési hálózat méréseit Oltay-Süss-féle szabatos szintezőműszerrel és Oltay-Süss-féle reverziós, 1/2 cm-es, sávos osztású faléccel végezték.

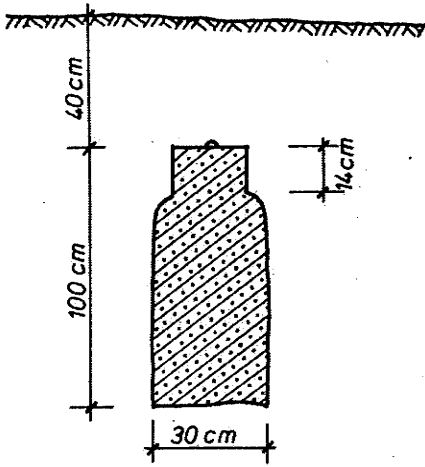
A műszer 40-szeres nagyítású, a szintezőlibella állandója 4"-6" közötti, a szálkereszt egy függőleges és három vízszintes szálból áll, a szélső szálak távmérőszálak is egyúttal.

A szintezőlécet 3 m hosszú, kiszárított fenyőfából készítették, amit paraffinnal átíttak. Méréskor a lécet szelencés libellával állították függőlegesre, és két kitámasztó bottal tartották mozdulatlanul a leolvasás idejére. Kötpontként facöveket vertek le, ennek felső lapjába gömbölyű fejű szöveget ütöttek.

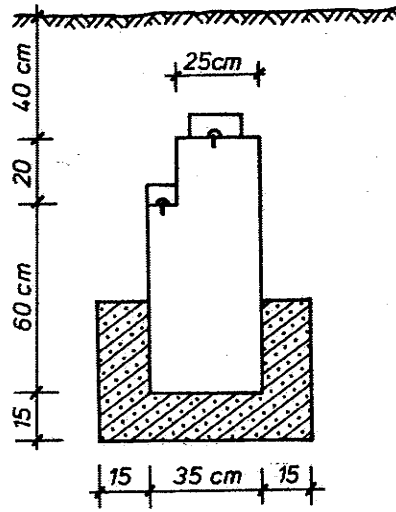
Magát a mérést a műszer gondos vizsgálatával és a lécek komparálásával kezdték. A méréshez mindig 2 lécet használtak, ezért a lécek talppontkorrekcióját is meghatározták. A komparálást eleinte naponta egyszer, később naponta négyszer (a kora reggeli és a késő délutáni mérések előtt és után is) elvégezték.

Észleléskor a szintezőlibella buborékját közelítően középre állították, majd mindhárom vízszintes szálon a lécosztás 0,1 részét becsülve leolvsataak és leolvasták a szintezőlibella buborékvégeit is. Ezt a műveletet elvégezték mindkét léc pirosra festett oldalán és feketére festett oldalán is. (Egyes észlelők olyan módszert is alkalmaztak, hogy a szintezőcsavar segítségével a vízszintes szállal felezték a közelebbi 1/2 cm-es sávot, leolvastak, majd a libellabuborék végeinek állását is gondosan leolvasták.) Az észlelési munka egy-egy műszerállásban az átállást is beleértve 6-8 percet vett igénybe.

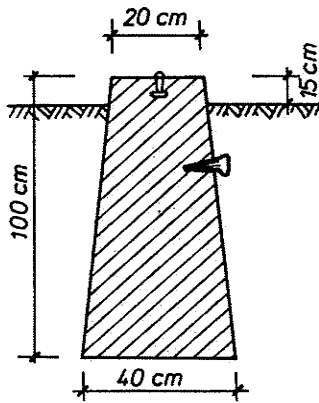
Az első szintezési hálózathoz képest a lécműszer távolságot csökkentették, max. 50 m-ben szabták meg, ugyanígy



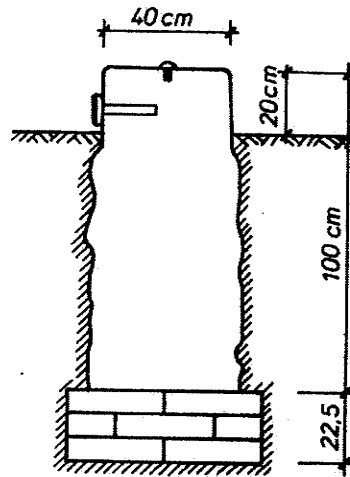
a)



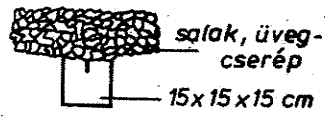
b)



c)



d)



42.12 ábra

csökkentették a szakaszhosszakat (most átlagosan 1,2 km volt) és a poligonok hosszát is (a 36 poligon kerületének átlagos hossza 260 km körül volt).

A méréseket úgy osztották be, hogy a szintezési szakasz oda-mérését aznap vagy másnap követte a visszamérés, (szemben a bécsi katonai szintezéssel, ahol az oda- és visszamérések között gyakran több év is eltelt), gondot fordítottak arra is, hogy azokat más-más napszakban végezzék. Visszaméréskor a léceket felcserélték. A méréseket csak szélcsendes időben volt szabad végezni. A húszas években a július közepétől augusztus végéig terjedő időszakot szintezésre alkalmatlannak tartották, ekkor főleg szemléléssel és építéssel foglalkoztak. A későbbiekben viszont már egész nyáron át szinteztek.

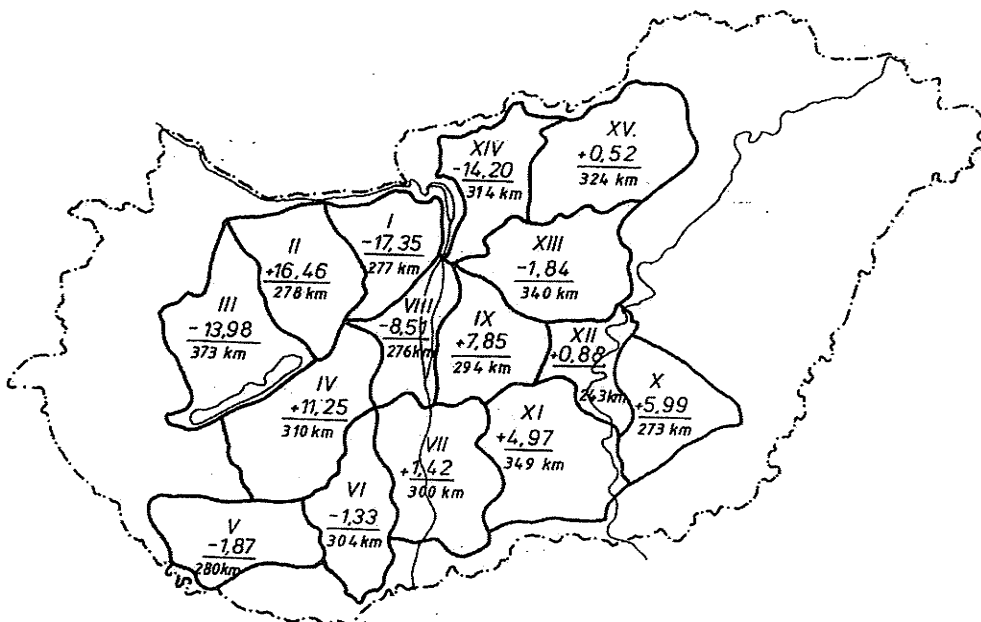
Az 1921-39. évi második szintezési hálózat teljes kiegyenlítésére csak 1949-ben került sor. Mivel a hálózat teljes kifejlesztése előtt a magyar mérnöki gyakorlatnak szüksége volt tengerszint feletti magasságokra, ezért amint elkészült egy-két poligon, azonnal vizsgálni kezdték a szintezéseket, összehasonlításokat tettek a bécsi eredményekkel. Kiindulópontként 1923-ban elfogadták Nadap főalappont 1875. évi magasságát (Nadap 1875: 173.838 50 m), és ettől kezdve minden előzetes magasságot Nadap főalappontra vonatkoztattak. (Ezt a magasságot fogadták el az 1949. évi kiegyenlítéskor is.)

Az elkészült poligonok, hálózatrészek elemzéséből több fontos megállapítás született. Egyik alapos vizsgálat szerint bebizonyosodott a napi többszöri komparálás szükségessége, másik elemzés - az ortométeres javítások számítása kapcsán - a gravitációs adatok pontos ismeretének, a gravitációs hálózat kifejlesztésének szükséges voltára hívta fel a figyelmet. Az új hálózat egyes részeinek előzetes kiegyenlítése után Ruff [76] megállapítja, hogy a katonai hálózattal való összehasonlítás nem ad reális képet, mert a bécsi kiegyenlítés javításai sokszor eltorzítják a katonai nyers méréseket. (Az újabb mérések és a kiegyenlített katonai mérések között egyes vonalakon több cm-es eltérés mutatkozott, de a katonai nyers mérésekkel összehasonlítva ezek az eltérések csak néhány mm-esek.)

1930-ban a hálózat 1921-29 között elkészült részét a Háromszögelő Hivatal kiegyenlítette. A kiegyenlítést korreláta-módszerrel végezték. A kiegyenlítés előtt a szintezési vonalakat ortométeres javítással látták el. Az ortométeres javítások figyelembevétele után számították a poligonok záróhibáit. A kiegyenlítésben szereplő zárt poligonok száma 15 volt, az ország középső részét fedték le (42.13 ábra). A kiegyenlítéshez a súlyokat a szintezési vonalak hosszának reciprok értékével arányosan vették fel. A Háromszögelő Hivatal a Lallemand-féle képletek alapján kiszámította a km-es valószínű hibákat. (A valószínű hiba - mint a Kiegyenlítő számításokból ismeretes - régebben egyes geodéziai munkála-

tokban, így a szintezéseknél is használatos megbízhatósági mérőszám. Értéke a középhibából számítható a következők szerint:

valószínű hiba = 0,6745 · középhiba, vagy
 középhiba = 1,4824 · valószínű hiba.) A km-es valószínű hibák közlése előtt röviden ismertetjük a Lallemand-féle összefüggéseket.



42.13 ábra

A nemzetközi Földmérési Szövetség 1912. évi, Hamburgban tartott 16. konferenciáján elfogadták a francia Lallemand által levezetett képleteket, amelyekkel a nagyszabatoságú szintezések közép-véletlen (ill. valószínű-véletlen) és a közép-szabályos (ill. valószínű-szabályos) hibájának a szintezési vonal 1 km-re vonatkozó értékeit lehet kiszámítani. A Lallemand-féle összefüggések a km-es középhibákra a következők:

a) oda-vissza szintezésekből számított km-es közép-véletlen hiba:

$$\eta_r^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\sum \Delta^2}{\sum L} - \frac{\sum r^2}{(\sum L)^2} \cdot \sum s^2 \right) \quad (1)$$

- ahol η_r - a hálózat, vonalcsoport (vagy vonal) km-es közép-véletlen hibája az oda-vissza különbségekből számítva,
 Δ - a szintezési szakasz oda-vissza mérése közti különbség (mm-ben),
 L - a szintezési vonal hossza (km-ben),
 r - a szintezési szakasz hossza (km-ben),
 s - a szintezési vonal oda-vissza mérése közti különbség (mm-ben);

b) poligonok záróhibájából számított km-es közép-véletlen hiba:

$$\eta_R^2 = \frac{1}{n_p} \sum \frac{f^2}{P} \quad (2)$$

ahol

- η_R - a hálózat km-es közép-véletlen hibája a poligonok záróhibáiból számítva,
 n_p - a zárt poligonok száma,
 f - a poligonok záróhibája (az ortométeres javítás figyelembevételét követően),
 P - a poligonok hossza (km-ben);

c) oda-vissza szintezésekből számított km-es közép-szabályos hiba:

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{4 \sum L} \sum s^2 \quad (3)$$

ahol

- σ_r - a hálózat, vonalcsoport (vagy vonal) km-es közép-szabályos hibája az oda-vissza különbségekből számítva,
 s, L - jelentése ugyanaz, mint az a) pontban;

d) poligonok záróhibájából számított km-es közép-szabályos hiba:

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{\sum L^2} \left(\frac{\sum f^2}{2} - \eta_r^2 \sum L \right) \quad (4)$$

- ahol σ_R - legalább 10 poligonból álló hálózat km-es közép-szabályos hibája,
 L, f, η_r - jelentése azonos, mint az előbb.

A hamburgi konferencián abban is megállapodtak, hogy nagyszabotosságúnak akkor nevezhető valamely szintezés, ha a közölt képletek szerint számított hibák nem nagyobbak a következő értékeknél:

a km-es közép-véletlen hiba $< \pm 1,5 \text{ mm}$ (η_r, η_R)

a km-es valószínű-véletlen hiba $< \pm 1,0 \text{ mm}$ (η_r', η_R')

a km-es közép-szabályos hiba $< \pm 0,3 \text{ mm}$ (σ_r, σ_R),

a km-es valószínű-szabályos hiba $< \pm 0,2 \text{ mm}$ (σ'_r, σ'_R)

Az UGGI (Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Szövetség) 1936. évi edinburghi ülésén a nagyszabatoságú színtezések pontossági mérőszámai közé a km-es valószínű-teljes hibát (ε') is beiktatták, és hibahatárként az $\varepsilon' < \pm 2 \text{ mm}$ -t szabták meg.

A második színtezés teljes anyagának, a 36 zárt poligonnak az 1949-ben végzett kiegyenlítésekor is kiszámították a Lallemand-féle képletekkel a km-es közép- és valószínű-hibákat. A 42.1 számú táblázatban a 15 poligonból álló hálózatrészre és a teljes hálózatra kapott km-es valószínű-hibákat tüntettük fel a megengedett hibákkal együtt. A táblázat utolsó oszlopában a bécsi katonai színtezés vonatkozó pontossági mérőszámai láthatók. A második színtezési hálózatra kapott valószínű hibák jól szemléltetik a hálózat pontosság-növekedését az első hálózathoz viszonyítva. A kapott értékek jóval kisebbek a megengedett értékeknél is, és összevetve ezeket az értékeket az akkori nemzetközi jelentésekben közölt adatokkal megállapítható, hogy a második színtezés, még világviszonylatban is a legjobbak közé tartozott (42.2 és 42.3 táblázat).

A második színtezés teljes anyagának kiegyenlítése és a pontok tengerszint feletti magasságának kiszámítása után a nemzetközi csatlakozásokat is kiszámították. A csatlakozási adatokat a 42.4 táblázatban láthatjuk. A táblázat harmadik oszlopában feltüntetett magasságkülönbségeket úgy kapták, hogy a csatlakozó pontoknak a szomszédos ország hálózatából levezetett tengerszint feletti magasságából rendre levonták a magyar hálózatban kapott értékét. Az összes magasságkülönbség negatívnak adódott. Ebből azt a következtetést vonták le, hogy Nadap főalappont tengerszint feletti magassága az indokoltnál mintegy 80-90 mm-rel nagyobb. Az eltérés nagyságra és előjelre is összhangban van a már említett 1875. évi és az azt követő 1876-83. évi mareográf megfigyelésekből a közép-tengerszintre kapott 9 cm különbséggel. Ha a múlt században Nadap magasságát az 1876-83. évi mareográf megfigyelésekre támaszkodva vezették volna le, akkor ezeknél a csatlakozó méréseknél csupán néhány mm-es eltérések adódtak volna.

A második országos színtezési hálózat alappontjainak egy része a II. világháború eseményei következtében elpusztult. Az ország újjáépítéséhez, a közlekedési hálózat nagyütemű fejlesztéséhez korszerű geodéziai adatokra, így természetesen megbízható magassági rendszerre is szükség volt. A magassági alaphálózat lényegében készen is volt, és úgy tervezték, hogy a háború következtében előállt pontpusztulást kiegészítő mérésekkel pótolják.

A hálózatban az eltervezett kiegészítő méréseket 1948-ban el is kezdték. Csakhamar azonban olyan nagymérvű - mintegy 60%-os - pontpusztulást tapasztaltak, hogy világossá vált, hogy új színtezési hálózatot kell létesíteni. (Éppen

A km-es valószínű hibák

A hiba neve	A hiba jele	15 poligonra valószínű hiba [mm]	36 poligonra valószínű hiba [mm]	Megengedett hiba [mm]	A bécsi katonai szintezés hibái [mm]
Oda-visszából véletlen hiba	η'_R	$\pm 0,23$	$\pm 0,22$	$\pm 1,0$	$\pm 0,50$
Poligon zárásból véletlen hiba	η''_R	$\pm 0,33$	$\pm 0,30$	$\pm 1,0$	$\pm 4,58$
Oda-visszából szabályos hiba	σ'_R	$\pm 0,05$	$\pm 0,04$	$\pm 0,2$	$\pm 0,27$
Poligon zárásból szabályos hiba	σ''_R	$\pm 0,03$	$\pm 0,02$	$\pm 0,2$	-
Oda-visszából teljes hiba	ϵ'_R	-	$\pm 0,30$	$\pm 2,0$	-
Poligon zárásból teljes hiba	ϵ''_R	-	$\pm 0,28$	$\pm 2,0$	-
A hálózati kiegyenlítésből kapott km-es valószínű hiba			$\pm 0,33$		$\pm 3,6$ ill. $\pm 3,9$

42.2 táblázat

Az Európában végzett magas szabatosságú színtezések fontosabb adatai és kilométeres középértelen, középzsabályos és középérteljes hibái

Állam	A színtezés ideje	A színtezés hossza km	Az alappontok száma	Az alappontok átl. távolsága km	Középértelen hiba mm	Középsz. hiba mm	Középérteljes hiba mm
Belgium	1889-1892	1 356	2 113	0,6	+ 0,82	+ 0,07	+ 0,82
Dánia	1884-1904	2 695	2 498	1,1	1,63	0,07	1,63
Spanyolorsz.	1924-1932	2 913	2 427	1,2	0,88	0,09	0,89
Finnország	1892-1932	7 479	3 900	1,9	1,04	0,04	1,04
Franciaorsz.	1884-1932	12 701	18 370	0,7	1,04	0,18	1,06
Anglia	1912-1921	4 843	3 107	1,6	0,67	0,18	0,69
Magyarorsz.	1921-1932	4 371	2 890	1,5	0,34	0,07	0,35
Olaszország	1876-1932	23 364	10 884	2,1	1,16	-	-
Norvégia	1890-1932	6 114	2 299	2,7	0,59	0,15	0,61
Hollandia	1922-1932	3 218	2 617	1,2	0,61	0,13	0,62
Legyelorsz.	1926-1932	4 492	3 275	1,4	0,77	0,30	0,83
Svájc	1922-1932	3 819	13 406	0,3	0,37	0,19	0,42
Csehország	1920-1932	9 966	19 306	0,4	0,33	0,19	0,38
Jugoszlávia	1919-1932	4 413	3 731	1,2	0,74	0,18	0,76
Németország	1919-1927	4 000	-	-	0,33	0,05	0,33
Egyszerű átlag....					+ 0,74	+ 0,14	+ 0,75

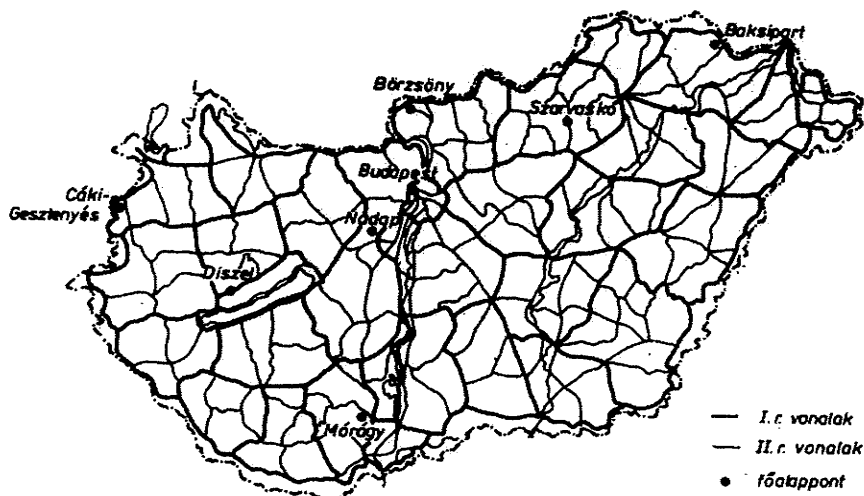
Az Európán kívül végzett magas szabatosságú szintezések fontosabb adatai és kilométeres középvetetlen, középzsabályos és középveteljes hibái

Sz.	Allam	A szintezés ideje	A szintezés hossza km	Az alappontok száma	Alapp. átl.táv. km	Középvéletl.hiba mm	Középzsab. hiba mm	Középveteljes hiba mm
I. Ázsia								
1.	Ceylon	1925-1929	3 900	5 489	0,7	+ 0,62	+ 0,18	+ 0,64
2.	India és Burma	1913-1932	14 347	9 446	1,5	0,85	0,13	0,86
3.	Japán	1883-1932	23 148	10 911	2,1	1,04	0,21	1,06
4.	Siam	1910-1932	2 291	1 463	1,6	1,00	0,24	1,04
5.	Syria	1920-1932	2 833	1 686	1,7	0,58	0,04	0,58
6.	Jáva	1925-1932	900	600	1,5	0,64	0,15	0,66
II. Afrika								
1.	Algéria	1928-1932	2 856	2 277	1,3	0,67	0,18	0,70
2.	Marocco	1922-1925	3 281	2 243	1,5	1,04	0,07	1,04
3.	Angol Dél-Afrika	1925-1932	1 351	-	-	0,53	0,19	0,56
III. Amerika								
1.	Kanada	1906-1932	39 623	8 632	4,5	1,00	0,18	1,02
2.	Egyesült Allamok	1874-1932	115 740	34 788	3,3	-	-	0,89
3.	Argentína	1913-1932	5 952	1 867	3,2	0,60	0,07	0,60
Egyszerű átlag...						+ 0,78	+ 0,15	+ 0,80

A csatlakozás helye	A csatlakozó ország	Magasságkülönbség
Oroszvár	Csehszlovákia	- 93,472 mm
Esztergom	Csehszlovákia	- 84,745 mm
Kómárom	Csehszlovákia	- 80,794 mm
Szob	Csehszlovákia	- 92,902 mm
Pomogy (Pamhagen)	Ausztria	- 71,93 mm
Tiszabecs	Csehszlovákia	- 87,62 mm

ez tette indokolttá az 1921-39. évi hálózat 1949. évi ki-egyenlítését, ugyanis a legsürgősebb műszaki feladatok megoldásához csak a második hálózat megmaradt pontjainak adatait lehetett és kellett felhasználni.)

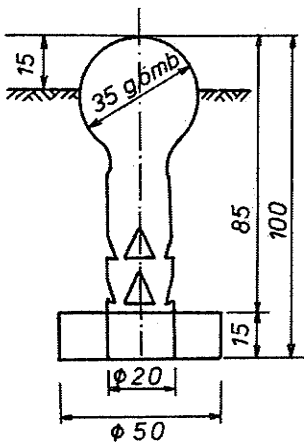
A harmadik országos szintezési hálózat mérési munkái 1948-ban kezdődtek és 1964-ben fejeződtek be. E harmadik hálózat 33 zárt poligonból állt (42.14 ábra). A zárt poligonok által körülzárt területeket II. rendű vonalakkal osztották meg, majd az így kialakuló kisebb területeket III. rendű vonalakkal hálózták be. Az I. rendű hálózat vonalhossza 6143 km volt, a II. rendű vonalak 6176 km-t tettek ki, a III. rendűek pedig mintegy 14 300 km-t. A hálózatban levő magassági alappontok száma együttesen mintegy 23 500. A munkálatokat lépcsőzetesen végezték, 1948-tól 1956-ig készült el az I. rendű hálózat mérési munkája, a II. rendű vonalakat 1950-58 időszakban mérték, míg a III. rendűeket 1950-64 között.



42.14 ábra

A hálózat tervezésénél alapvető kívánalom volt, hogy vonalvezetése és pontsűrűsége olyan legyen, hogy minden településre kerüljön magassági alappont. További szempont volt a tervezésnél, hogy a vonalak a korábbi országos szintezések megmaradt pontjait foglalják magukba, sőt a más eredetű (pl. vizitársulások, bányavállalatok, vasúttársaságok stb. által végzett) szintezések alappontjait is érintsék, vagy legalább is közelítsék meg. Az I. és II. rendű vonalakat úgy kellett vezetni és az alappontok helyét kiválasztani, hogy azok véltőleg az idők folyamán ne szenvedjenek szintváltozást. Ezért a tervezésnél a terület geológiai (tektonikai, szeizmológiai, kőzet- és talajtani, hidrogeológiai stb.) adottságait tanulmányozták, és a zavart területeket elkerülték, vagy ha ez nem volt lehetséges, akkor a lehető legrövidebb úton haladtak rajta át. A szintezési vonalakat elsősorban sík, vagy enyhe lejtésű, kövezett (makadám) utak mentén vezették, ennek hiányában árvédelmi ill. vasúti töltéseken, földutakon. Kerülni kellett az erdős, mocsaras, nyílt vízfelülettel övezett területeket. A hálózati vonalak, a magassági alappontok számozását területi jelölési rendszerben végezték (szemben a korábbi hálózatoknál alkalmazott idősorrendi számozási rendszerrel).

Az alappontok állandósítására - a terepi adottságoktól függően - különböző típusú pontjekeket használtak. Ezek nagy része a második szintezési hálózatban, a harmincas évektől kezdődően alkalmazott pontjelekkel voltak - csekély eltéréssel - azonosak. Ilyenek: a falicsap, a szintezési gomb és a szintezési kő. A falicsapnak a 42.10 ábrán látható méretei csupán 1-2 mm-rel változtak meg a szabványosítás miatt. A szintezési gombnak is megmaradt a 42.11.b ábrán látható kül-



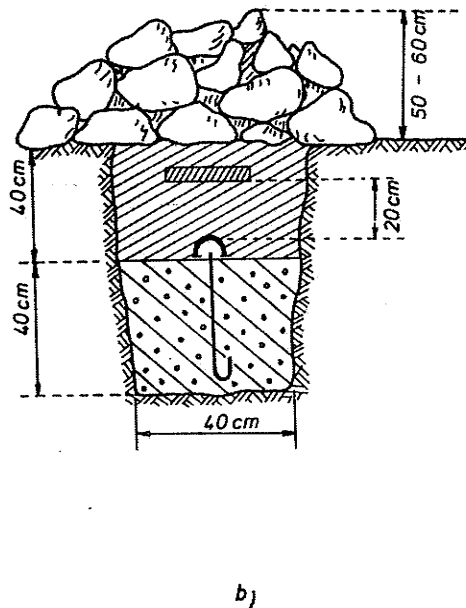
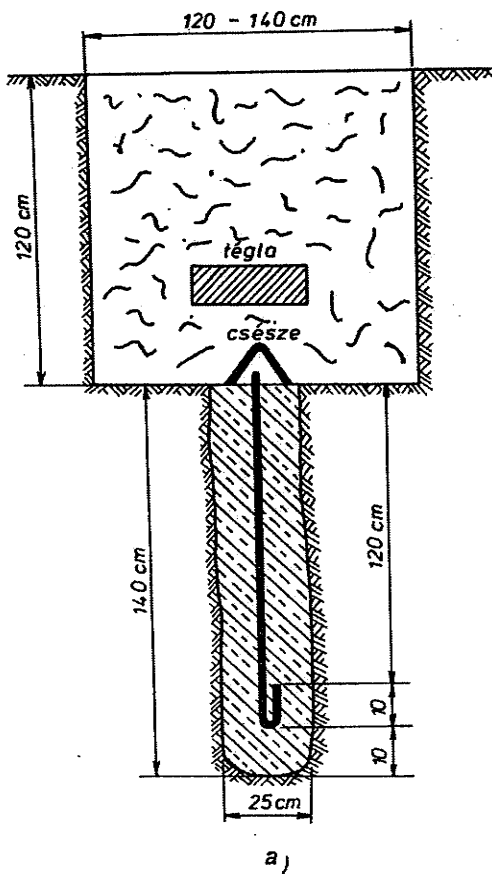
42.15 ábra

ső megjelenési formája, változtatás a beépített rész méreteiben és alakjában történt (42.15 ábra). A szintezési kő (42.12.c ábrán látható formája annyiban módosult, hogy a kőnek egy vállat alakítottak ki, amelynek vízszintes lapjára porcelán gombot helyeztek el (42.16 ábra).

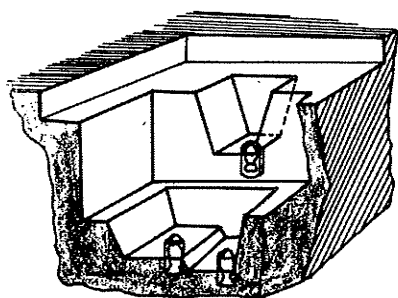
1958-tól kezdődően - a szintezési kő gazdaságosabb változataként - ún. fűrt betoncölöp pontjelet is használtak (42.17 ábra). A helyszínen betonozott cölöprészhez előre gyártott fejrészt csatlakoztattak.

A hálózat minden I. és II. rendű csomópontjánál föld alatti őrpontot építettek, rendszerint háborítatlan helyeken (pl. templomkertekben). Az őrpont szerkezetét és építési változtatit a 42.18 ábrán láthatjuk.

A hálózat kiépítése során - hogy a későbbiekben az alapszint esetleges változása kimutatható legyen - a régi



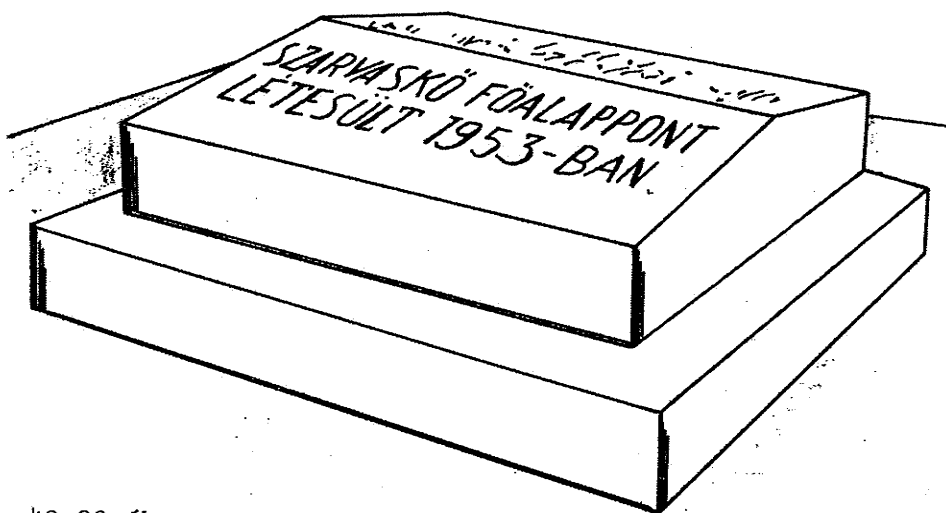
42.18 ábra



42.19 ábra

alaphálózatának kiegyenlítésére. E nemzetközi kiegyenlítés eredményeként most már rendelkezésünkre álltak a kiegyenlítésben szerepeltetett szintezési vonalak kiegyenlített ma-

A hálózat számításánál ortométeres javításokat alkalmaztak: először normál, majd (egy későbbi kiegyenlítéskor) mért nehézségi gyorsulás értékeket használtak fel. 1957-ben, majd új elvek alapján 1958 elején a hálózatot előzetesen kiegyenlítették. Ezt követően a szocialista országok együttes magassági alaphálózatának nemzetközi kiegyenlítése keretében került sor - most már az időközben elvégzett nemzetközi csatlakozásra is támaszkodva - hazánk magassági



42.20 ábra

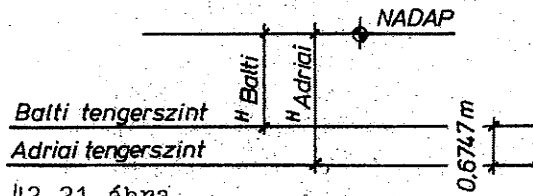
gasságkülönbségei, ezen felül Nadap és még négy alappont abszolút magassága. Az egységes kiegyenlítésben résztvevő hálózatok pontjainak magasságát a Balti-tenger kronstadti öblében levő mareográfval meghatározott alapszinthez viszonyítva adták meg, így Nadap főalappont magasságát 173,8385 méterben jelölték meg a Balti-tenger felett.

A nemzetközi kiegyenlítést 1958. második felében a tulajdonképpeni magyar kiegyenlítés követte, amelyhez - a szokásos feltételi egyenleteken kívül - még négy kényszerfeltételi egyenletet is felírtak az említett öt pont közötti viszonylatban.

Az elsőrendű hálózat 33 poligon + 4 kényszerfeltételi egyenlettel történő - nemzetközi csatlakozást is figyelembe vevő - kiegyenlítésének hálózati középhibája $\mu = + 0,7878$ mm/km értéknek adódott, (ami gyöngébb, mint az 1921-44. évi hálózaté, $\mu = + 0,46$ mm/km). A hálózat pontossági mutatói az utasításban előírtaknál jobbak voltak. A szintezési pontok abszolút magasságát továbbra is Nadap 1875: 173,838 50 m értékből kiindulva számították.

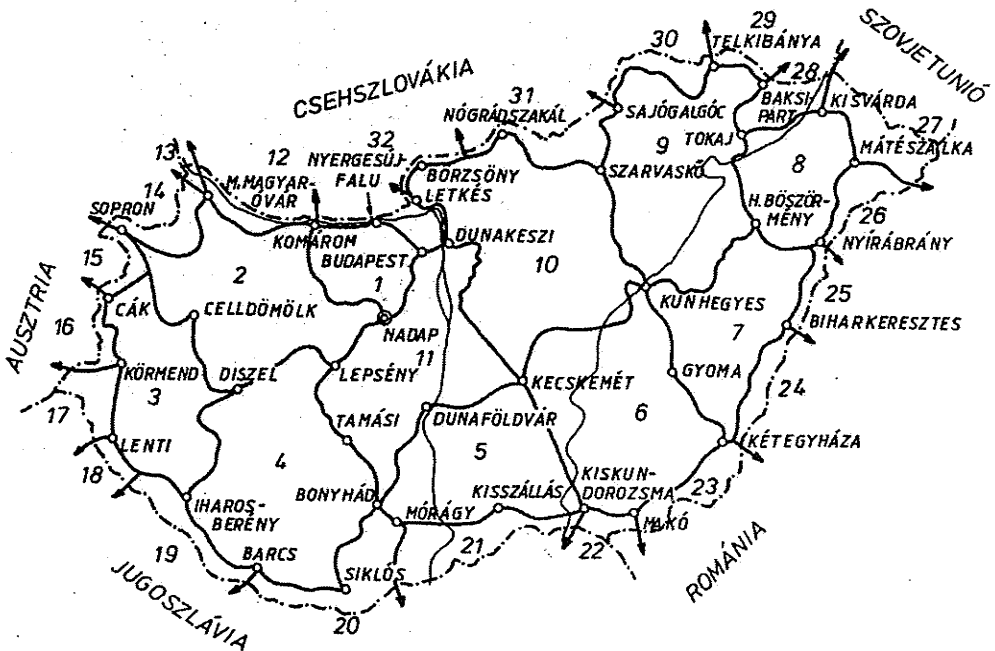
1960-ban ÁFTH utasítás jelent meg, amely a balti alapszint használatát írta elő. Az adriai és a balti alapszint közötti különbséget úgy vették figyelembe, hogy a Nadap főalappontra kiszámított 0,6747 m különbséget a hálózat minden egyes pontjának adriai magasságából levonták (42.21 ábra). Megjegyezzük, hogy ez csak azért volt lehetséges, mert a harmadik országos szintezés adatainak 1958. második felében elvégzett hazai kiegyenlítésénél a nemzetközi kiegyenlítés eredményeire támaszkodtak.

Az 1948-64. évi hálózat a gyakorlati műszaki élet minden igényét kielégítette. A hatvanas évek közepén azonban SzOGSz (szocialista országok geodéziai szolgálata) együttműködés



42.21 ábra

keretében a földkéregmozgás vizsgálatát tűzték ki célul, s ennek megvalósításához - különböző megfontolások alapján - a hetvenes évek elején nagy megbízhatóságú, ún. kéregmozgás vizsgálati (másképpen 0-ad rendű) szintezési hálózat építési és mérési munkái kezdődtek el. A hálózat 11 poligonból áll, és a kontinentális hálózathoz való csatlakozás végett 22 csatlakozó vonalat mértek, a vonalak hossza összesen mintegy 3 900 km (42.22 ábra). Az építési és mérési munkákat 1978-ra fejezték be. A hálózat fejlesztésének fő szempontjai a következők voltak:



42.22 ábra

- Magyarország területén a függőleges értelmű mozgásértékek nagysága 0-3 mm/év között várható. A hálózat újra mérésére 10-15 év időközött feltételezve a szintezés pontosságában a $\mu \leq \pm 0,30$ mm/km hálózati középhiba elérése szükséges.
- A vizsgálati pontok igen nagy stabilitásúak legyenek.

c) A hálózat alatti földkéreg geológiai szerkezetét messze-
menően vegyük figyelembe a vizsgálati pontok elhelyezésé-
nél és a hálózati vonalak vezetésénél.

Az a) pontbeli követelmény elérése végett a korábbi mérési utasításokat megszigorították, továbbá olyan kiegészítő méréseket (pl. graviméteres mérések) és korrekciókat (pl. asztronómiai korrekció) vezettek be, amelyek az eddigi szintezési hálózatoknál még nem fordultak elő. (Ezeket részletesen a 434. alfejezetben ismertetjük.)

A pontok stabilitásának kérdését vizsgálva szakembereink megállapították, hogy az 1948-64. évi hálózat - amelynek viszonylag gyenge oldala az alappontok állandósításának módja - nem alkalmas arra, hogy pontjelei a 0-ad rendű hálózat vizsgálati pontjai legyenek. Ezért az új hálózatban 32 db nagy stabilitású, mélyalapozású ill. sziklába állandósított főalappontot és mintegy 600 ún. közbenső (de még mindig igényes alapozású) pontot építettek (l. 42.19 ábra ill. 433.1 és 433.2 számú ábrák). Az előző hálózatból felhasználásra csupán a sziklába állandósított 8 db főalappont került. A többi országos hálózati pontot - az összeeső közös vonalak mentén - a mérések alatti szakaszvégpontok céljára, tehát nem vizsgálati pontként használták fel.

A geológiai adottságokat - geológus szakértők véleményezésére támaszkodva - úgy vették figyelembe, hogy egyrészt a főalappontokat tektonikailag nyugodt területre, lehetőleg negyedkor előtti képződményre, a harmadkori medence aljzatát képező formációra telepítették, másrészt az egyes hálózati vonalrészeket Magyarország főtörésvonal rendszerének (ÉNy-DK-i) irányához igazodva, vagy arra merőlegesen törekedtek vezetni. A geológiai szempontokat természetesen össze kellett egyeztetni a megvalósítás lehetőségeivel, amelyet elsősorban az ország épített, burkolt útjainak hálózata szabott meg. A geodéziai szempontok ugyanis azt kívánják, hogy közel egyenlő nagyságú poligonokat alakítsunk ki, és a vizsgálati vonalakat lehetőleg kis forgalmú, de szilárd burkolatú és nem nagy emelkedésű útvonalakon vezessük. E sokféle tervezési szempont optimális kielégítése szakembereinktől nagy átlátást és komoly felkészültséget kívánt meg.

A függőleges földkéregmozgás vizsgálatára szolgáló szintezési hálózat elkészültekor már egyre világosabbá vált, hogy az 1948-64. évi országos magassági alaphálózat - az időközben történt pontpusztulások, rongálódások és pontmozgások következtében - egyre kevésbé tud megbízható magassági adatot szolgáltatni az országos méretű műszaki tervezési-kivitelezési valamint a térképezési feladatok számára. Ezért a 70-es évek végére megszületett a döntés a felsőrendű magassági alapponthálózat felújítására, illetve a hasznosítható korábbi alappontok bevonásával az új korszerű Egységes Országos Magassági Alapponthálózat (EOMA) létrehozására. Az EOMA I. rendű hálózatoként elfogadták a nagy megbízhatóságú 0-ad rendű szintezési hálózatot. Ebből kiindulva 1980-ban elkezd-

dődött az I. rendű hálózat II. és III. rendű vonalakkal való sűrítése. 1986-ig az EOMA az ország területének egyharmadára elkészült, befejezése a következő évtizedben várható.

43. A magassági alaphálózatok korunkban

431. Az országos szintezési hálózatok feladata és tagozódása

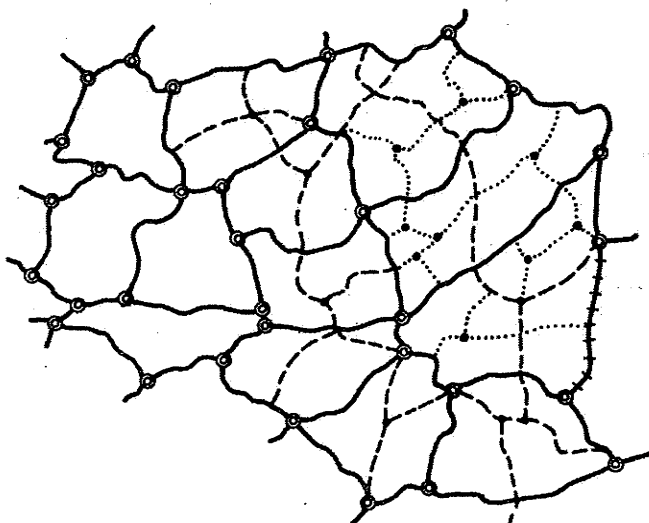
Valamely országos szintezési hálózat feladata az, hogy az ország magassági felméréséhez, a gyakorlati műszaki élet igényeinek kielégítéséhez kellő sűrűségben magassági alappontokat helyezzen el, és ezek tengerszint (alapszint) feletti magasságát szabatosan meghatározza. Emellett korunkban a magassági alaphálózatnak tudományos és nemzetközi célú felhasználásra is alkalmasnak kell lennie, legyen ezért összekapcsolva a szomszédos országok hálózatával és számos helyen a kontinenst övező tengerekkel, továbbá az állandósított pontok hosszú időn keresztül fennmaradjanak és közvetlen környezetükhöz képest mozdulatlanok legyenek.

Az országos szintezési alapponthálózatot úgy szokás kialakítani, hogy az ország egész területét egymáshoz csatlakozó, néhány száz kilométer hosszú, zárt szintezési poligonokkal (szintezési sokszögekkel, szintezési körökkel) hálózuk be (431.1 ábra). E poligonok alkotják az elsőrendű szintezési hálózatot. A poligonok csatlakozási pontjait csomópontoknak nevezzük. Két szomszédos csomópont közé eső rész a szintezési vonal. A szintezési vonalat 1,0-1,5 km hosszú szintezési szakaszokra osztjuk fel. A csomópontokat és valamennyi szakaszvégpontot magassági vagy szintezési pontjelekkel szokás állandósítani, és ezeket magassági vagy szintezési alappontoknak nevezzük.

Mivel az elsőrendű hálózat zárt poligonjainak belsejében hatalmas területeken nincs szintezési alappont, ezért ezeket másodrendű vonalakkal megosztjuk, majd további sűrítésként harmadrendű vonalakat is vezetünk. A másodrendű vonal mindig elsőrendű alappontból indul ki és elsőrendű alappontban végződik, több másodrendű vonal csomópontot is képezhet. A másodrendű vonalak csomópontjait és szakaszvégpontjait állandósítva kapjuk a másodrendű szintezési alappontokat. A harmadrendű hálózat - a másodrendűhöz hasonlóan - az eddigi első és másodrendű hálózat sűrítését szolgálja, a harmadrendű vonalak csomópontjai és szakaszvégpontjai képezik a harmadrendű szintezési alappontokat.

A magassági alappontok számozása mindig terület szerinti és általában úgy történik, hogy a gyakran 8-10 számjegyből álló pontszámból - a számozási rendszer ismeretében - kiolvasható a szintezési poligon száma, ezen belül a szintezési

zési vonal száma, a vonal és a pont rendősége is, sőt a pontszámban egy-két állandósításra vonatkozó fontos információt is kódolhatunk. (Pl. a 0621107-1 EOMA-beli pontszám a 6. számú poligon 21. számú III. rendű vonalának 7. pontját jelöli, amit első alkalommal állandósítottak.)



————	I. RENDŰ VONAL
————	II. RENDŰ VONAL
.....	III. RENDŰ VONAL
+++++	SAKASZVÉGPONTOK
⊙	I. RENDŰ CSOMÓPONT
•	II. ÉS III. RENDŰ CSOMÓPONT

431.1 ábra

432. A szintezési hálózat tervezése és szemlélése

A szintezési hálózat tervezésének általános érvényű irányelve, hogy közel vízszintes illetve csekély lejtésű vonalakkól, lehetőleg hasonló hosszúságú zárt poligonokat alakítsunk ki.

A mérőpálya megválasztása olyan legyen, hogy rázkódások, nagymértékű káros refrakciós hatások ne zavarják a mérést. Így elsősorban az ország úthálózata mentén célszerű a szintezési vonalakat vezetni, ott is kerülve a nagyforgalmú főközlekedési utakat a rázkódások miatt. A szintezési vonalakat vezetése legalkalmasabbak a makadám utak és némi korlátozással a beton- és aszfaltburkolatú utak, mivel ez utóbbiak

mentén a burkolat erős felmelegedése miatt káros refrakciós hatások léphetnek fel. Vasutak mentén, tözegeges altalajú utakon, földutakon, folyók töltésein nálunk nem szabad szintezési vonalat vezetni, de például Finnországban az országos szintezési hálózat vonalainak mintegy 60%-a magán a vasúti pályatesteken halad.

A szintezési vonalakat keresztező vízfolyásoknál a vonalat a hidakon vezetjük át. Ha ez nem lehetséges - mert pl. hosszú szakaszon nincs híd, vagy tölcsértorkolatú folyó befolyási szakaszán át halad a vonal, vagy különálló szigeteket akarunk a hálózatba bekapcsolni - akkor méréseinket a feladat megoldására kidolgozott számos módszer és speciális mérőfelszerelés segítségével végezhetjük el (l. 434.32 pont).

A vonalak tervezésénél a terület geológiai adottságait több szempontból is figyelembe vesszük. Az egyik lényeges célkitűzés, hogy a hálózat főalappontjait - zömében az I. rendű hálózat csomópontjait - tektonikailag nyugodt területekre, lehetőleg sziklás, negyedkor előtti képződményre telepítsük. A másik szempont, hogy a tektonikai törésvonalakat - amelyek sok esetben üledékekkel fedettek - a szintezési vonalak minél rövidebb szakaszával messzük át, ezáltal elérhetjük, hogy a szilárd alapkőzet törésvonalakkal elválasztott egyes tömbjeinek egymáshoz viszonyított esetleges mozgása határozottabban kimutatható lesz, így az alappontok magasságában időközben esetleg mutakozó változások eredete könnyebben tisztázható lesz.

A zárt szintezési poligonok szokásos átlagos hosszúsága 200-500 km (az EOMA-ban 480 km), de ez az érték nagy mértékben változhat az ország területétől, a közlekedési hálózat kiépítettségétől, a műszaki civilizáltság mértékétől függően. (Például Kínában az elsőrendű hálózatban a poligonok 1000-1500 km hosszúak, és hegyvidéki területeken elérik a 2000 km-t is.)

A poligonok csatlakozási pontjai (a csomópontok) közötti szintezési vonalak hossza 100-150 km hosszú (az EOMA-ban átlagosan 134 km). A csomópontokat különös gonddal, alaposan főalappontként szokásos állandósítani. Ha két szomszédos csomópont egymástól távolabb esik, akkor célszerű a köztük haladó szintezési vonalat egy vagy két főalapponttal megosztani úgy, hogy a vonal mentén a főalappontok 60-80 km-nél ne legyenek egymástól távolabb, végtére is a főalappontok képezik a magassági alaphálózat vázát.

Az I. rendű poligonokon belül tervezzük meg a II. rendű hálózat vonalait úgy, hogy I. rendű poligononként 2-6 csomópontos hálózatot alakítunk ki, amelyben a II. rendű vonalak átlagos hossza 35-40 km. A II. rendű csomópontok jelölésére a főalappontokénál szerényebb, de még mindig megkülönböztetett stabilitású pontjelet alkalmazunk. Az I. rendű hálózat vonaldarabjai valamint a II. rendű hálózat vonalai alkotják a II. rendű poligonokat.

A II. rendű poligonokat a III. rendű hálózattal töltjük ki. A III. rendű hálózat szintén több csomópontos rendszerű,

és nálunk olyan sűrűséggel fejlesztik ki, hogy az egész ország területét tekintve, átlagosan 4 km^2 -enként legyen egy szintezési alappont.

Az I., II. és III. rendű vonalak alkotta felsőrendű szintezési hálózatba szárnyvonalakat tervezni nem szabad.

A hálózat irodai tervezésének eredményét az átnézeti vázrajz és a vonaltervek rögzítik.

Az átnézeti vázrajz körülbelüli méretaránya 1:500 000 és tartalmát tekintve erre rajzoljuk be az első-, másod- és harmadrendű poligonok ill. vonalak és csomópontok helyét.

A vonalterveket 1:100 000 méretarányú térképszelvényeken készítjük. A tervezéshez célszerű felhasználni a rendelkezésre álló geológiai és geomorfológiai térképeket is. Az előzőekben felsorolt tervezési szempontok figyelembevételével elsőként a főalappontok helyét és az I. rendű vonalakat tervezzük meg. Az országhatár sávjában a nemzetközi csatlakozóvonalakat is megtervezzük úgy, hogy ezek lehetőleg főalappontokból induljanak ki.

Nálunk az I. rendű vonalak sajátossága, hogy azok a 0-ad rendű (kéregmozgási) hálózat vonalaival azonosak, így az I. rendű vonalakon ún. KKP-ok (Közbenső Kéregmozgási Pontok) találhatóak, amelyek a csomópontoktól és egymástól 4-6 km-re vannak. A KKP-ok, röviden a K pontok állandósítása olyan, hogy belőlük megbízhatóan indíthatók a II. és III. rendű vonalak.

Az I. rendű hálózat tervezését követően sorrendben a II. rendű vonalakat és csomópontokat, majd a III. rendű vonalakat és csomópontokat tervezzük meg. Nálunk a II. rendű csomópontok és a II. rendű vonalak azon pontjai, amelyekből III. rendű vonalak indulnak ki, szintén K pontként készülnek. (Ezek a K pontok utólag a kéregmozgási hálózat vizsgálati pontjaivá válnak.) A III. rendű hálózatban nem tervezünk K pontokat.

A terepen a szemlélést és a pontok kitűzését az irodai tervezések során készített átnézeti vázrajzok és vonaltervek valamint 1:50 000 méretarányú térképek segítségével végezzük.

Elsőként a főalappontok tervezett helyeit keressük fel geológus kíséretében, és eldöntjük, hogy a tervezett hely mind geodéziailag, mind geológiaiilag alkalmas-e főalappont telepítésére.

Geodéziai szempontból a ponthelynek megfelelő mérési útvonallal megközelíthetőnek, a telepítendő pontnak jól bemérhetőnek kell lennie. Csak olyan ponthely alkalmas, ahol a főalappont fennmaradása hosszú időre biztosítottnak látszik.

Geológiai szempontból a kijelölt területnek olyannak kell lennie, hogy a pontjel saját súlya hatására ne végezhesen mozgást, és minél nagyobb mélységig függetlenül legyen a környező talajfelszíni rétegek mindenfajta mozgásától. Ahol lehetséges, ott a felszíni vagy felszín közeli sziklamasszívumokat választjuk a főalappontok állandósítására. A

ponthely kijelölését megkönnyíti a pont környékét ábrázoló részletes talajmechanikai térkép. Ha ez nem áll rendelkezésre, akkor célszerű próbafúrást végeztetni, és annak alapján dönteni véglegesen a ponthelyet és a szükséges pontmélységet illetően.

A főalappont telepítésére alkalmas helyet cövek leverésével (vagy a szikla megfestésével) a helyszínen megjelöljük és a kitűzött ponthelyről részletes helyszínrajzot készítünk.

A főalappontok kitűzését nálunk a K pontok szemléltése és kitűzése követi. E munka során azt kívánjuk elérni, hogy a K pontok mind geodéziai, mind talajmechanikai szempontból az adott környezetben a legkedvezőbb helyekre kerüljenek. A ponthely geodéziailag akkor megfelelő, ha azt a szabatos szintezés igényeinek megfelelő útvonalon haladva, vonalban (tehát kitérő nélkül) mérhetjük be, továbbá a pontjel fennmaradása biztosítottnak látszik. K pontokat belterületen a városi parkok, templomkertek, nagyobb régi épületek (iskolák, kastélyok, középületek) melletti zöldterületekre célszerű telepíteni. Külterületen védettség szempontjából az útelágazásoknál képződő közterületek alkalmasak leginkább (bár az útkorrekciók lehetőségére figyelni kell), de kivételesen magánterületre is helyezhető a pont (pl. tisz major igazgatási épületének kertjébe). Talajmechanikai szempontból kedvezőtlenek a magas talajvíz, a duzzadó agyag és a teherbírás nélküli talajok. Ha ilyen kedvezőtlen talajviszonyokat talál a talajmechanikus a tervezett ponthelyen, akkor a K pont távolsági megköötöttségétől eltekintünk, és ha ez sem segít, akkor az eredeti állandósítási formától eltérő, a célnak megfelelő építési megoldást kell keresni (pl. az előírtnál nagyobb mélységre állandósítunk, vagy szélesebb alapot építünk stb.). E változtatásokat természetesen a szemléltési jegyzőkönyvben indokoljuk.

A K pontok kitűzése után már szemléltethetők és kitűzhetők a szakaszvégpontok és az azzal azonos jelölést kapó III. rendű csomópontok.

A szintezési szakaszok hosszát általában az szabja meg, hogy egyirányú lemerésük bizonyos, előre megadott számú műszerállással feltétlenül megoldható legyen. Nálunk - a jelenleg érvényben levő szintezési utasítás szerint - ez a szám: 26. Az I. és II. rendű hálózat mérésénél a lécműszer maximális távolsága 35 méter lehet (a III. rendűnél 50 m), ami azt jelenti, hogy sík vidéken a szakasz hossza elvileg elérheti az 1800 métert, mégis a szabályzat a sík vidéki szakaszok hosszát max. 1500 méterben, a dombvidékiét pedig max. 1000 méterben szabja meg. Kívánatos ugyanis, hogy a szomszédos szintezési pontok távolsága külterületen átlagosan 1,2 km, belterületen pedig 0,7 km legyen.

A szakaszvégpontok jelölése általában épületekre, nagyobb építmények felületére elhelyezett magasságjegyekkel történik. Ennek megfelelően: szemléltéskor a szintezés útvonala mentén található nagyobb építményeket vizsgáljuk stabilitás szempontjából. Általában alappont beépítésére csak régeb-

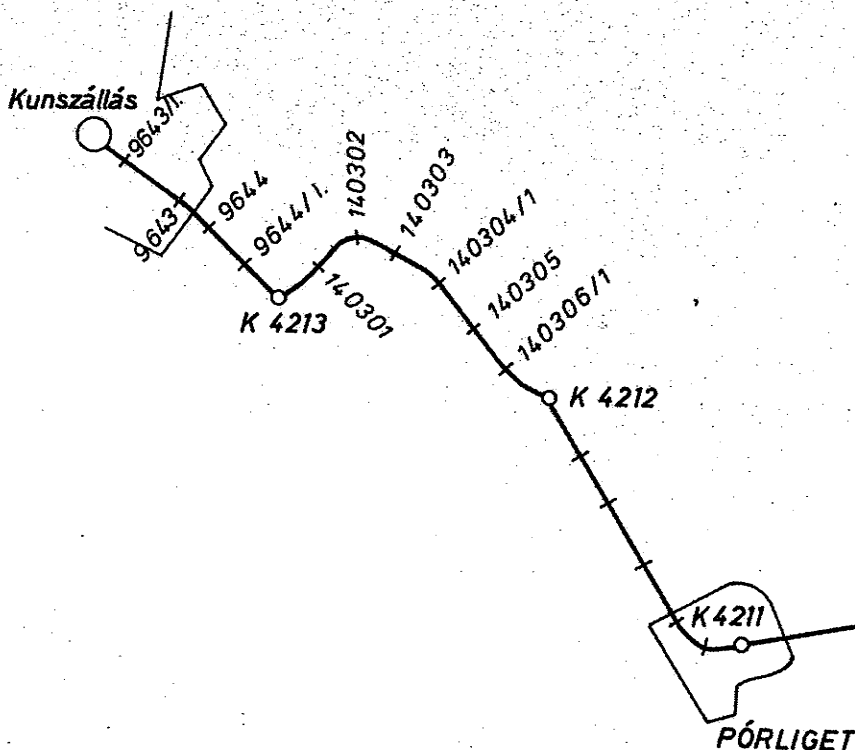
bi, kellően megüledett építmények alkalmasak. A pont helyének kiválasztásakor gondolni kell arra is, hogy a ponthoz lehetőleg kitérő nélkül lehessen csatlakozni, továbbá a magassági jegyre a közel 3,2 m hosszú lécet fel lehessen állítani.

Ha a szintezési vonal a korábbi szintezés útvonalán halad, akkor a régi magasságjegyeket felkeressük. Ha ezek típusa és állapota a jelenlegi szintezési hálózat előírásainak megfelel, akkor szakaszvégpontként felhasználjuk őket.

Szemléléskor a magasságjegyek elhelyezésére kiválasztott helyről helyszínrajzi vázlatot készítünk, a meglévő alappontok helyszínrajzát pedig ellenőrizzük és a változásokat átvezetjük. A szemlélés eredményét a szemlélési és állandósítási jegyzőkönyvbe a munka előrehaladásának megfelelően folyamatosan beírjuk.

VONALVÁZLAT

M = 1: 50 000



432.1 ábra

A szemlélési jegyzőkönyv kiegészítő részét képezi a vonalvázlat (432.1 ábra). A vonalvázlat készítése a szemlélési munkánál használt 1:50 000 méretarányú térképszelvényeken történik. Ezen feltüntetjük mind a meglevő, mind az állandósításra kerülő összes pontot. A szomszédos pontokat a mérési útvonalnak megfelelően összekötjük. A vonal áttekinthetősége érdekében célszerű a különböző rendű pontokat más-más jellel feltüntetni. A bejelöléseket ceruzával végezzük. A vonalvázlatot (a szelvénylapokat) majd az állandósítók és az észlelők használják fel.

433. A szintezési hálózat pontjainak jelölése, építése

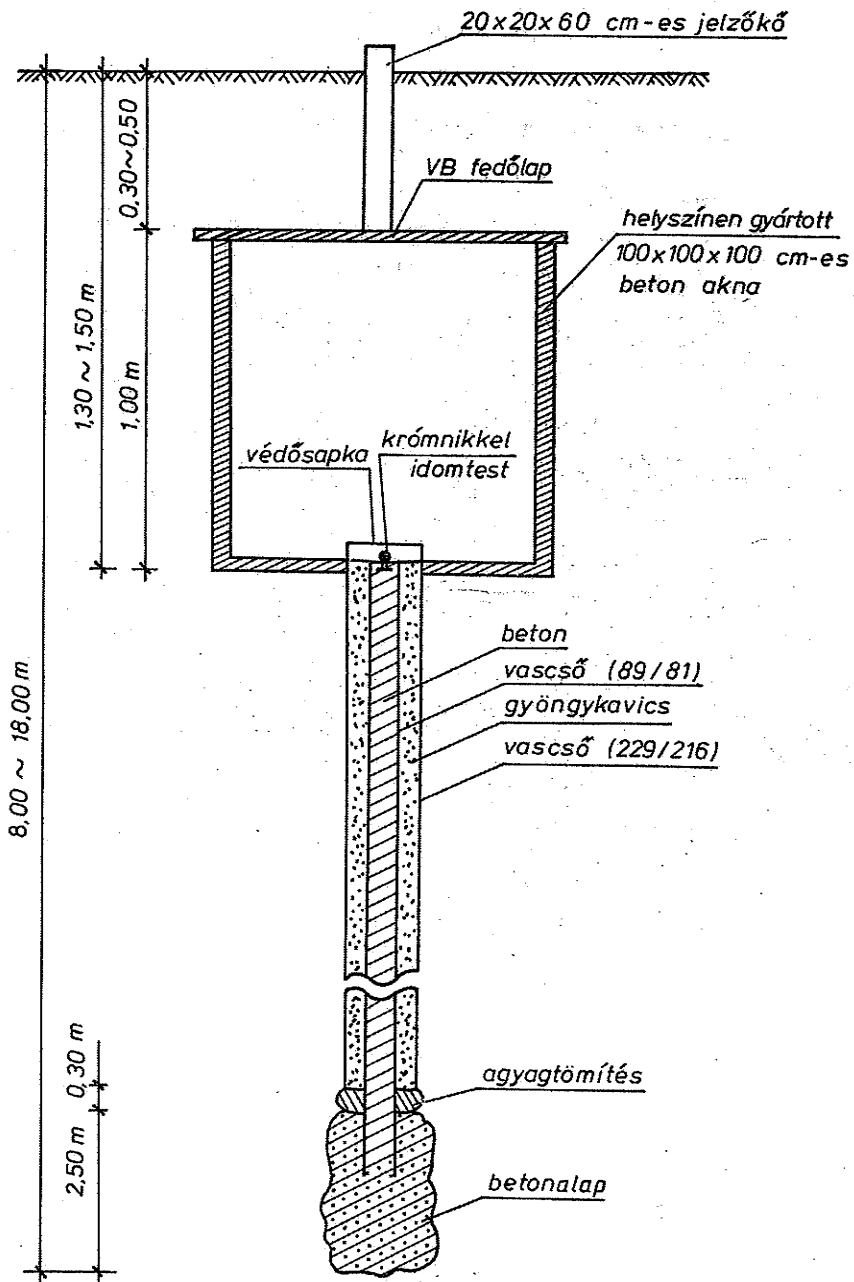
A szemléléskor megállapított helyekre el kell helyezni a szintezési alappontokat, más néven a magassági jegyeket.

A főalappontok állandósítására nálunk kétféle ponttípust alkalmaznak. A sziklára telepített főalappontok jelölése megegyezik az 1948-64. évi hálózat állandósítási módjával (l. 42.19 ábra), vagyis a főalappontot a sziklába betonozott három idomtesttel jelöljük a 42.19 ábrán is látható méretben és elrendezésben, vagy annak a helyi sziklaalakzathoz idomuló kisebb módosítása szerint. Minden olyan esetben, amikor nem telepíthető sziklára pont, mélyalapozású betoncölöpös állandósítást alkalmazunk (433.1 ábra). A mélyalapozású pont lényege a kettős cső alkalmazása. A belső cső tartalmazza a betonoszlopot, amelyiknek alsó vége 8-18 méter mélyen van, felső vége pedig a krómnikkel idomtestet hordozza. A külső cső szerepe az, hogy védje a belső csövet a környező talajrétegben bekövetkezett nyomás-, hőmérséklet-, nedvesség-, talajvízszint-változások hatásától. A két cső csupán laza kapcsolatát a köztük levő gyöngykavics töltés teszi lehetővé. A betoncölöp állandósítást 40-70 m-re elhelyezett "iker" megoldásban építjük, hogy ezáltal a helyi relatív mozgások tisztázhatók legyenek.

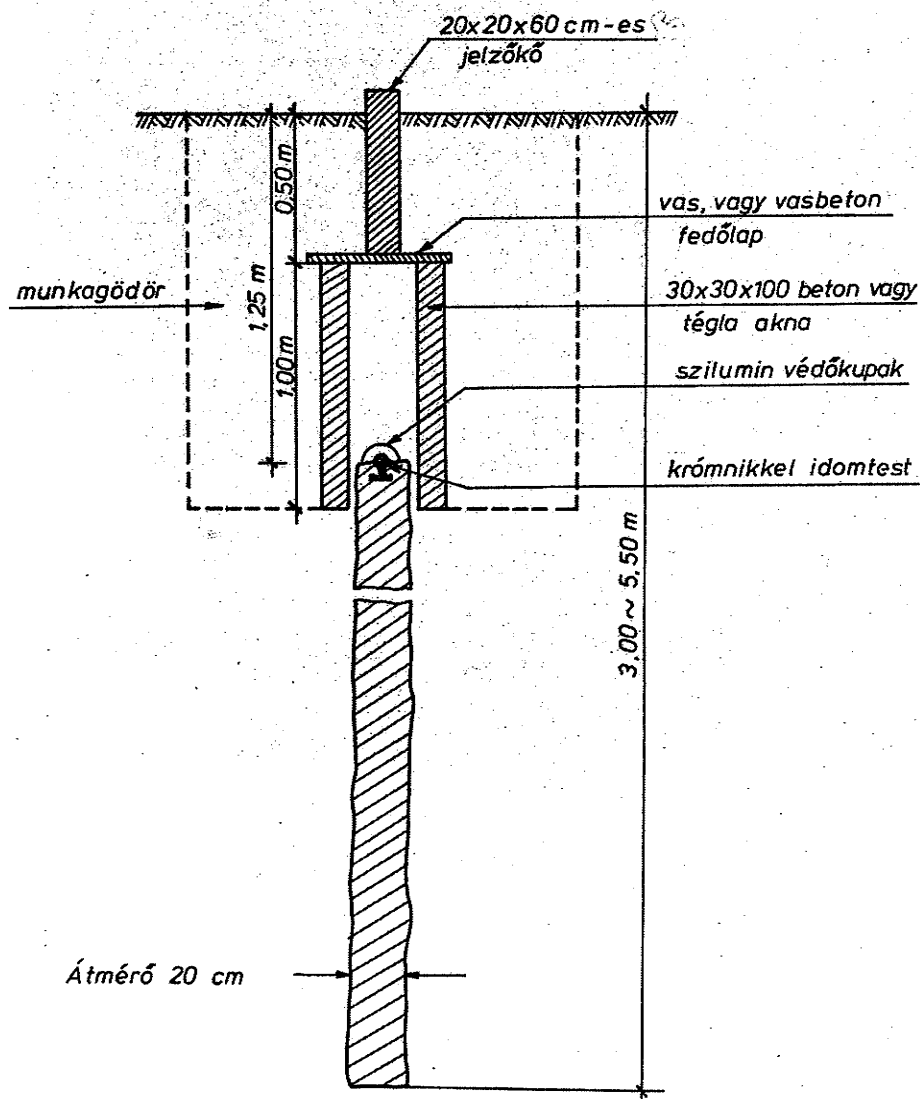
A főalappontok köré 4 tagból álló őrpontcsoportot helyezünk el.

A K pontok állandósítására 20-25 cm átmérőjű fűrt lyukakba helyszíni betonozással készített, 3-3,5 méter hosszú betoncölöpök szolgálnak, amelyek tetejébe krómnikkel idomtestet helyezünk (433.2 ábra). A betoncölöp felső részét betonból vagy téglából készített aknával kell körülvenni, amelynek a fedőlapjára 20x20x60 cm-es jelzőkővet helyezünk. A pontot a környező tereptárgyakhoz bemérjük és részletes helyszínrajzot készítünk róla.

Azokon a területeken, ahol valamilyen oknál fogva - pl. magas talajvíz, vagy futóhomok miatt - a betoncölöpös állandósítás nehézségbe ütközik, ott ún. földbevert acélrudas állandósítást alkalmazhatunk (433.3 ábra). Ennél az állandósítási formánál 1 m-es darabokból álló, egymáshoz összekötő

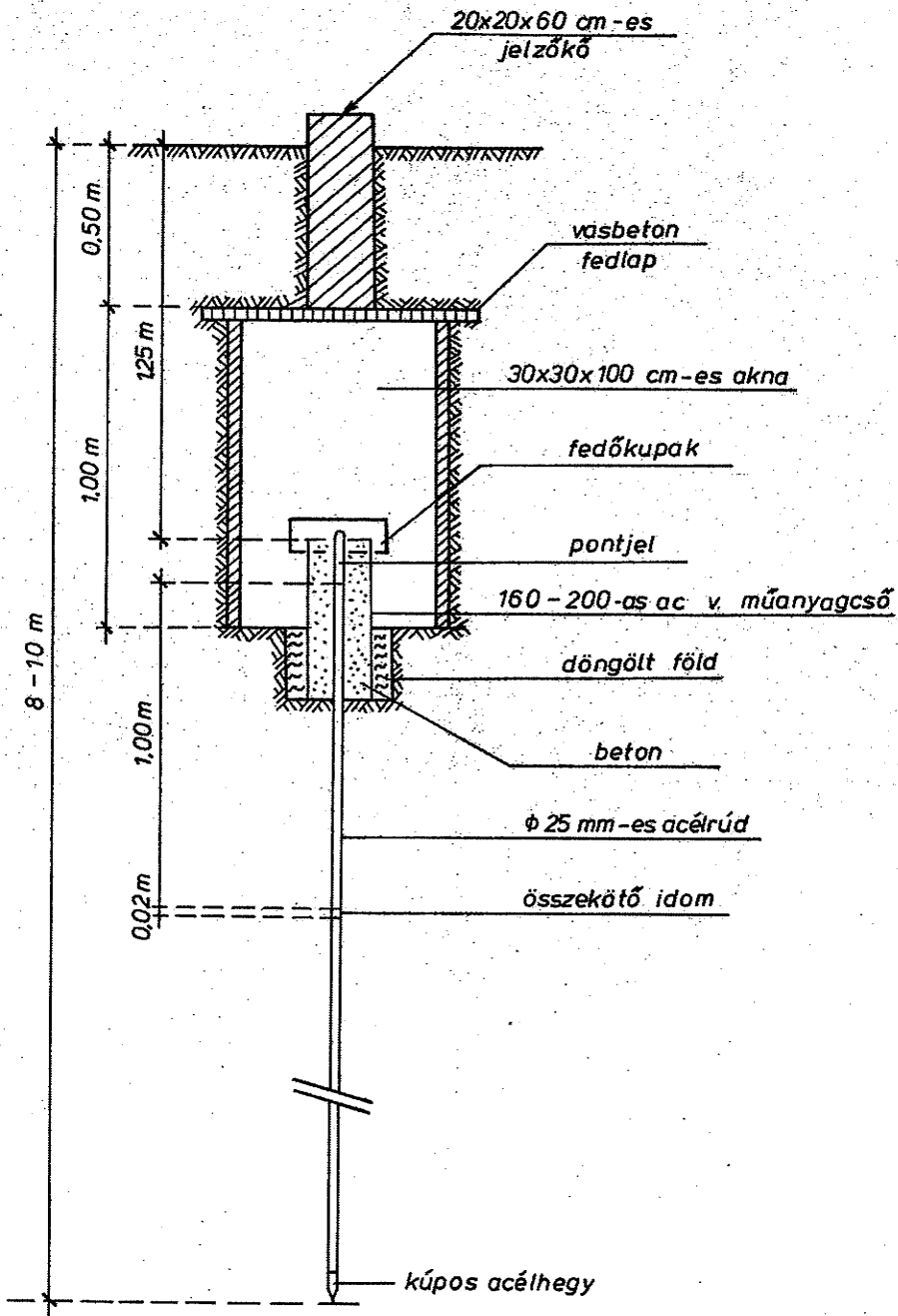


433.1 ábra



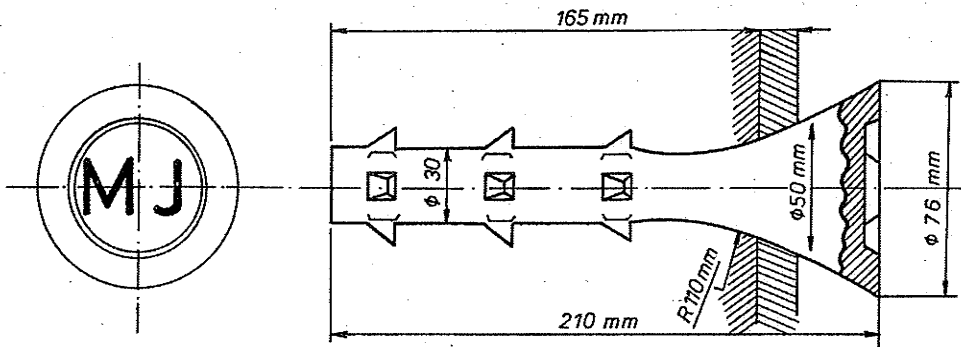
433.2 ábra

tagokkal illesztett, legalább 25 mm átmérőjű acélrudat - megfelelő gépi berendezéssel - a talajba verünk. Az első darabra kúpos kialakítású verőfejet illesztünk. A pontjel az utolsó méteres darabra illesztett, legömbölyített acélelem. Az acélrudat olyan mélyre kell verni, ameddig csak lehet. A gyakorlat szerint üledékes területen ez a mélység átlag 8-10 m. Ezt a pontjelet is föld alatti aknával vesszük körül és jelzőkövel látjuk el.



433.3 ábra

A szakaszvégpontok állandósítása nagy vonalakban hasonló a harmadik szintezési hálózat állandósításához. A függőleges falsíkú építményekbe szintezési csapot (433.4 ábra) betonozunk. Ha az építmény azon része, ahová a csapot kíván-



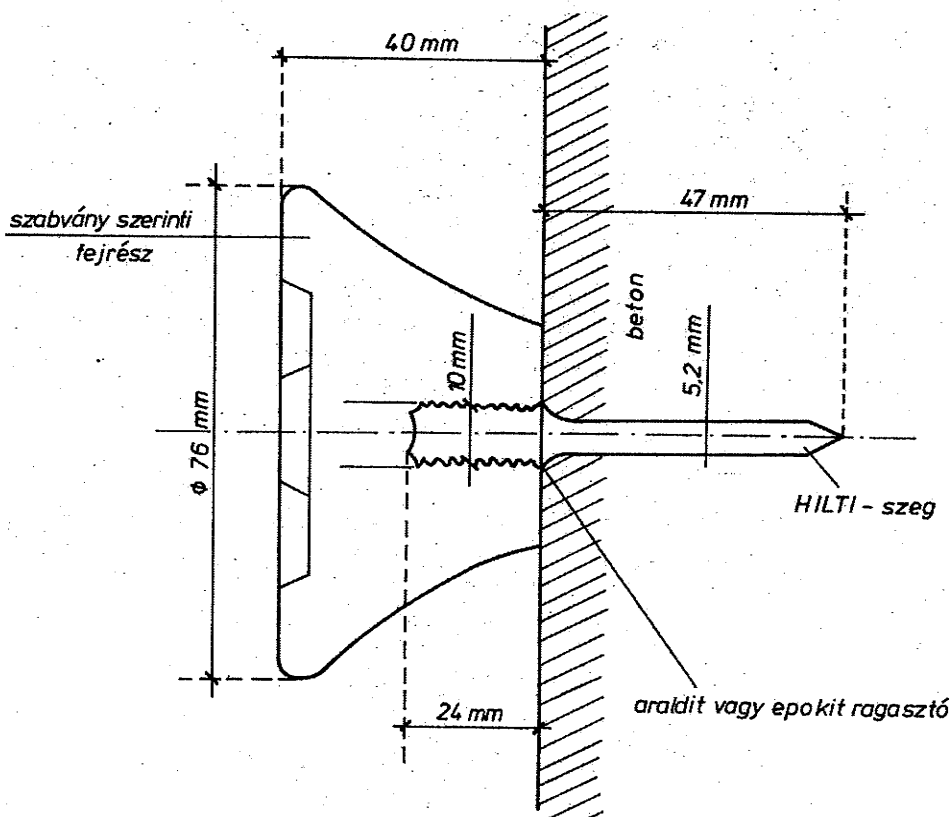
433.4 ábra

juk elhelyezni: monolit beton, akkor az állandósítás belőtt szegre erősített csapfejjel is elvégezhető (433.5 ábra). A szegbelövést 70 mm hosszú, 5,2 mm átmérőjű HILTI (vagy hasonló minőségű egyéb) szeggel, szögbelövő pisztollyal végzik, és utána a csapfej menetes és falhoz tapadó részét megfelelő ragasztóval bekenik és a belőtt szegre rácsavarják. Ha a betonfal kőlappal, vakolattal burkolt, akkor azt megfelelő kiterjedésben eltávolítják, és a szeget az eredeti betonba lövik. Ekkor persze hosszabb csapfejet kell a szegre csavarni, hogy a csap homloksíkja és az építmény falsíkja között a 4 cm távolság meglegyen.

A vízszintes (és ferde) felületű építményekbe szintezési gombot helyezünk el (433.6 ábra).

Az olyan szakaszvégpontoknál, ahol nincs megfelelő építmény a szintezési csap vagy gomb befogadására, ott szintezési kővel kell állandósítanunk. A szintezési kő lehet normál és mélyalaposítású. A normál szintezési kő (433.7 ábra) a helyszínen készül. A legalább 20 cm átmérőjű fúrt lyuk mélysége a talajszinttől legalább 1,5 m. E lyukba csömöszöljük a betont, vasszalakkal megerősítjük és a betonoszlop tetejébe szintezési gombot építünk. A betonoszlop talajszint feletti részét azbesztcement gyűrűvel vesszük körül.

A mélyalaposítású szintezési kő szintén a helyszínen készül. A kő alapozása történhet fúrt lyukba csömöszölt vasbetoncölöppel és földbevert acélrúddal (433.8 ábra). Mindkét esetben a betonkő felső 1,7 m hosszú részét 20 cm átmérőjű azbesztcement cső veszi körül, és a talajszinttől 1,5 m mélységig 30 cm átmérőjű azbesztcement cső szolgálja a betonkő védelmét. A két cső között gyöngykavics kitöltés van. A pontjel a betonkő tetején levő szintezési gomb illetve legömbölyített acélelem.



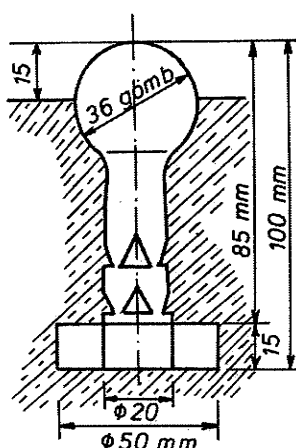
433.5 ábra

Az állandósított szakaszvégpontokról minden esetben vázlattal is ellátott pontleírást kell készíteni.

Az EOMA szintezési kövei és K pontjai közelébe - a pontok védelme és könnyebb megtalálása végett - 10x10 cm keresztmetszetű, a földből 1 m magasan kiálló, piros-fehér sávozású betonoszlopot helyeznek el.

A külföldön használatos magasságjegyek általában hasonlóak, mint az EOMA pontjelei. A pontjelek erősen eltérő változatai elsősorban a kedvezőtlen időjárás- és talajviszonyok miatt születtek. Pl. Finnországban a tőzeges területeken kedvező tapasztalatokat szereztek vékony gázcsövekkel, amelyeket 3-4 méter mélyre levertek, majd az alsó végükbe helyezett robbanó töltettel kis üreget robbantottak ki, és ebbe felülről híg betont öntöttek.

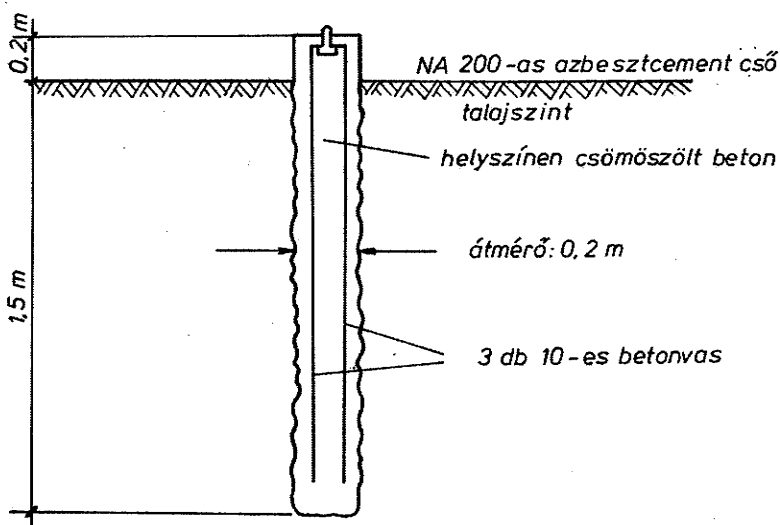
Különleges eljárással építik a magassági alappontokat a Szovjetunió északi területein, az örökös fagy övezetében. A tapasztalatok szerint az állandósítás mélységének túl kell haladnia az időszakos olvadási határt, vagyis legalább 2 m mélységű kell legyen a pontjel. Az egyik eljárás szerint



a kifúrt lyukba olyan fémcsövet helyeznek, amelynek az alján rések vannak, ezeken át tud nyomulni a jég és beton keverékéből álló elegy ("jég-cement") és horgonyt képez. A másik eljárás költségesebb, ugyanis a fagyott földet gőzzel felolvasztják és így helyezik el a legalább 2 m mélységű alappontokat.

Általában minden magassági alappont-típusnál - a földkéreg mozgásokon túlmenően - olykor számítani lehet a pontjel mozgására, ha a pontjelet nem sziklába építettük. A pontjelek elmozdulásának lehetséges okai: a pontjelet hordozó építmény süllyedése, roskadása, szintezési kő esetében a fagyhatás és a

433.6 ábra



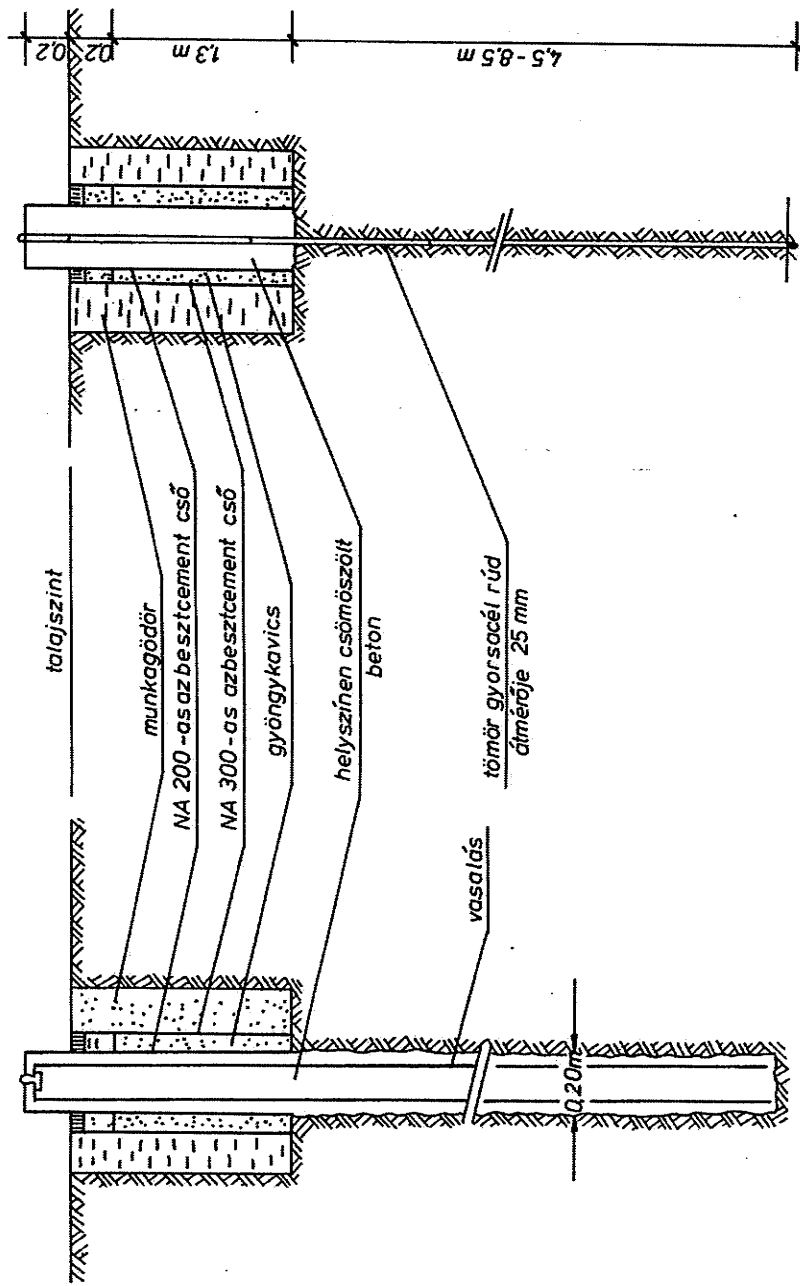
433.7 ábra

felső talajrétegek duzzadása illetve zsugorodása, mélyalapozású pontok esetében a talajvízszint ingadozásából adódó erőhatások, a pontjel alsó vége alatti üledékréteg tömörödése, végül magának a pontjelek anyagának hőtágulása. Éppen ezek miatt kell már szemlélskor oly nagy gondot fordítani a pontjel típusának és helyének megválasztására. Az építés ütemezésénél arra is gondolnunk kell, hogy a jelek megszilárdulására ill. ülepedésére kellő idő legyen. Az építményekbe kerülő csapokat, gombokat elég 8-10 nappal a mérés előtt beépíteni, a köveket, mélyalapozású pontokat azonban célszerű a mérést megelőző évben elhelyezni.

Fűt lyukba csömösztölt betoncölöp
állandósítás

20 - 35m
1,3m
0,20m

Földbevert acélrudas állandósítás



talajszint

munkagödör

NA 200 -as azbesztcement cső

NA 300 -as azbesztcement cső

gyöngykavics

helyszínen csömösztölt

beton

vasalás

tömör gyorsacél rúd

átmérője 25 mm

4,5 - 8,5 m

1,3 m

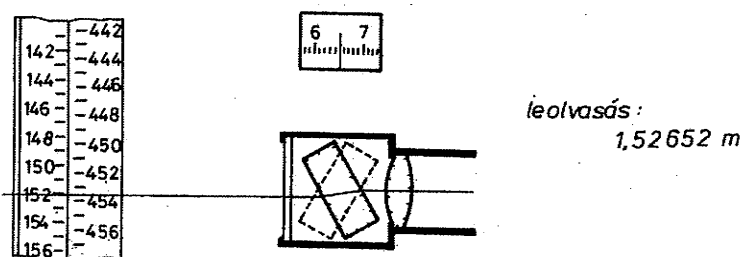
0,20

434. A hálózat észlelése

434.1 A felsőrendű szintezés műszerei

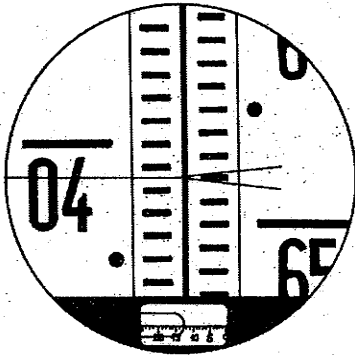
A magassági alaphálózatok méréseit szabatos (vagy felsőrendű) szintezőműszerekkel végezzük. Az alkalmazni kívánt műszerektől megkívánjuk, hogy a velük végzett mérések a posteriori kilométeres középhibája ma már a $+ 0,30$ mm értéket ne haladja meg. (Az a posteriori km-es középhiba természetesen nemcsak az alkalmazott szintezőműszertől, hanem a külső körülményektől és az alkalmazott mérési módszertől is függ.)

A szabatos szintezőműszerek libellások és kompenzátorok egyaránt lehetnek. Bár e két műszertípus belső szerkezete alapvetően különbözik egymástól, mégis az igen nagy pontossági követelmény miatt a szabatos műszerek számos azonos vagy hasonló szerkezeti elemet és működési megoldást tartalmaznak. Mindkét típusnál a távcső nagyítása nagy, átlag 40-szeres, az objektív szabad átmérője 50 mm körüli érték.



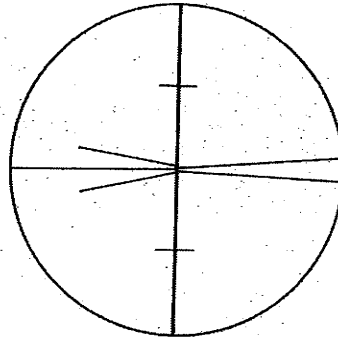
434.1.1 ábra

Valamennyi korszerű szabatos szintezőműszer optikai mikrométerrel van ellátva (434.1.1 ábra). Az optikai mikrométer lényegében az objektív elé szerelt plánparalel lemez, amely vízszintes tengelye körül forgatható, és az elforgatás mértéke a forgató dob (mikrométer-dob) beosztásán leolvasható. A mikrométer-dob rendszerint 100 részre osztott, és teljes forgatási tartományához a planparalel lemez olyan mértékű forgása tartozik, amely a távcső vízszintes szálának képét műszertípustól függően 1 cm-rel, vagy 5 mm-rel eltolja magassági értelemben. Ha méréskor a mikrométer-csavar forgatásával a vízszintes szálát a léccentrímeterenkénti (vagy fél centiméterenkénti) osztásvonásainak egyikére rávisszük, akkor az osztásköz tört részét közvetlen leolvasással század, és becsléssel ezred élességgel tudjuk leolvasni. Ez cm-es osztásközű léccsavar esetében 0,01 mm, és fél cm-es osztásközű léccsavar pedig 0,005 mm élességet jelent. A 0,01 mm (0,005 mm) azonban már nem teljesen reális, mert a mikrométer-csavar holtjátéka, az irányzás bizonytalansága stb.



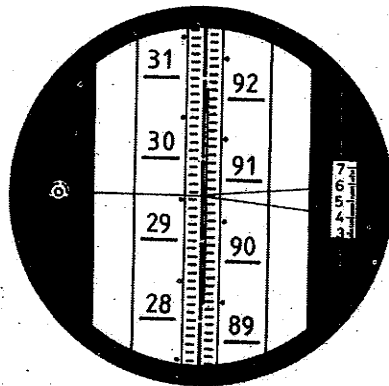
ZEISS Ni 004

a)



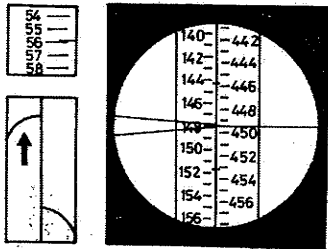
ZEISS KONI 007

b)



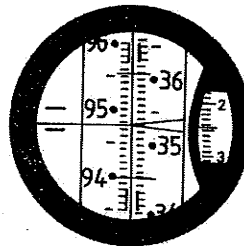
ZEISS Ni 002

c)



WILD N3

d)



MOM Ni A31

e)

434.1.2 ábra

miatt a megismételt leolvasások csak néhány század milliméterre egyeznek egymással.

A szabatos szintezőműszerek szálderesztjét úgy készítik, hogy vízszintes szál csak a látómező egyik felében van, a másik felében pedig ék alakban összefutó két szálát láthatunk (434.1.2 ábra). Az ék alakú szállal az osztásvonás pontosabban közrefogható, ezáltal a lécleolvasások pontossága fokozható.

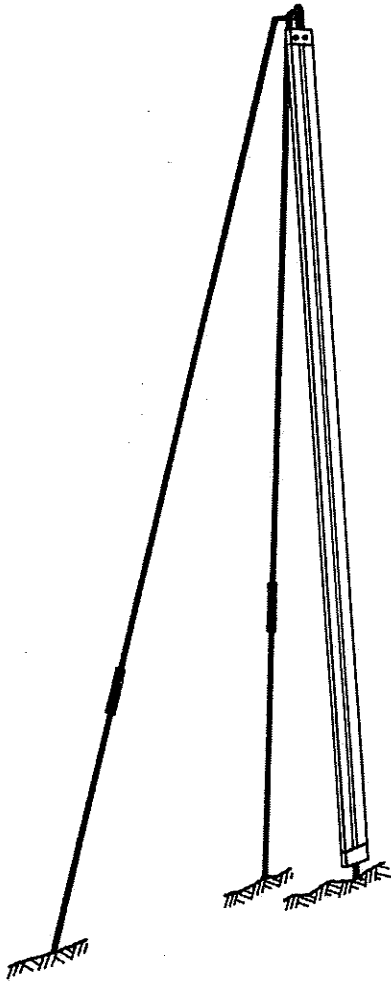
A vízszintes irányú magassági változásának legveszedelmesebb előidézője a mérés alatt a műszer süllyedése, amit az észlelő járkálása okozhat. A műszer körüli mozgás csökkentése - és a kényelmesebb, gyorsabb észlelés - érdekében a korszerű műszereken a libellabuborék végeit és a mikrométer skálát bevetítik a távcső látómezőjébe (434.1.2.a ábra), vagy legalábbis a távcső okulárisa mellett levő kis mikroszkópba (434.1.2.d ábra). A kompenzátoros műszerek egyes típusainál (pl. MOM Ni A3 és Ni A31) a műszer mérőképes helyzetét az ún. belső libellával mérés közben folyamatosan ellenőrizhetjük (434.1.2.e ábra), ugyanis műszerünk akkor működik helyesen, ha a látómezőben az álló és a fekvő szál a rövid, vastag vonalpárok közé esik:

A szabatos szintezésekhez általában merev, nem összehajtható lábú, magas építésű műszerállványt (statívot) használunk. A MOM típusú kompenzátoros műszerekhez a gyártó cég rezgéscsillapító műszerlábát szerkesztett, amely szintén merev lábú és magas építésű. A merev láb a műszer mérés közbeni helyzetének változatlanóságát segíti elő fokozottabban, a magas építés pedig a távcső okulárisát az észlelő szemmagasságába hozza. (Ezért is előnyös, hogyha a libellákat a látómezőbe vetítve szemlélhetjük.)

A felsőrendű mérésre szolgáló korszerű szintezőlécek invárszalag-betétesek. Maga a lécc merev, egy tagból álló, (tehát nem lehet összehajtani), általában 3 méter hosszú, fából vagy könnyűfémből készül. A lécc szerkezete szekerényes, a mélyedésbe a kb. 25 mm széles invárszalagot kifeszítve helyezik el. Az invárszalag alsó vége rögzített, felső végét rugós feszítőberendezés 20 kp erővel feszíti, és a szalagot a léccen belül 50 cm-enként elhelyezett támasztékok tartják.

Az invárlécek rendszerint vonásos osztásúak, magát az osztásvonást az invárszalagra viszik fel cm-enként, vagy 1/2 cm-enként, a számozást a fakeretre festik. Az invárlécek általában kettős osztásúak, ami azt jelenti, hogy az invárszalag bal és jobb oldalán egy-egy osztásmező van (l. 434.1.2 ábra). A két osztás egymáshoz képest lécc típusonként más-más, nem kerek értékkel eltolt, ugyanígy a két oldal számozása is változó. Az ilyen módon elkészített kettős léccosztás célja egyrészt a durva leolvasási hibák kiküszöbölése, másrészt a véletlen és szabályos leolvasási hibák csökkentése.

A szintezőléccet függőleges helyzetbe a lécc hátlapjára szerelt szelencés libella segítségével állítjuk, és a leolvasások idejére két kitámasztó bottal tartjuk mozdulatlanul. A kitámasztó botok általában 1,3-1,5 m hosszúak és a lécc tar-



434.1.3 ábra

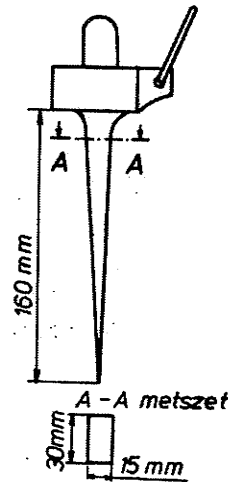
A facöveket mindig a mérést megelőző napon ütötték le, és mérés végeztével a földben hagyták.

A vasövek használatának előnye és hátránya a facövekkel szemben többértű. Annak eldöntéséhez, hogy melyiket használjuk, figyelembe kell venni a beszerzés és a szükséges segédmunka fajlagos költségigényét, a termelékenység, a kényelmesebb munkavégzés stb. szempontjait. A vonatkozó szakirodalom szerint végül is a vasövek használata műszakilag előnyösebb, de költségesebb [18, 62].

tó személy kézmagasságban fogja hozzá a lécc oldalához, de használnak 3 m-nél hosszabb kitémasztó rudakat is, ezek a lécc tetejére vannak erősítve és csuklósan állíthatók (434.1.3 ábra).

Szabatos szintezésnél kötőpontként rendszerint cöveket használunk. A jelenlegi magyar EOMA szabályzat a 16 cm hosszú, alul lándzsa, felül gömb alakú, peremmel ellátott vasövek (434.1.4 ábra) használatát írja elő, amit verőfej közbeiktatásával szabad levetni. A vasöveket közvetlen a szakasz mérése előtt verik le, és mérés végeztével a földből kiszedik. Belterületen kockakő hézagába gömbölyű fejű kovácsolt szöveget, betonba, müköbe hilti szöveget célszerű ütni.

Más országokban kötőpontként facöveket is használnak, és azt alkalmazták a mi harmadik szintezési hálózatunk méréseinél is. Az akkor használatos facövek adatai: 25 cm hosszú, 5x5 cm keresztmetszetű, keményfából készült, és leverése után a tetejébe gömbölyű fejű szöveget (pl. csigaszeget) ütöttek.



434.1.4 ábra

434.2 A mérés hibaforrásai és a szintezés módszerei

A szabatos szintezést igen sokféle szabályos és véletlen jellegű hiba terheli vagy terhelheti. Mivel a hálózat mérési eredménye nagyszámú elemi műveletből tevődik össze, a véletlen jellegű hibák kiegyenlítődéssére sok lehetőség adódik. Ezért a hálózati mérésekben elérhető pontosság elsősorban a szabályos hibáktól, ill. kiküszöbölésük sikerétől függ.

A hálózati mérései hibaforrásai négy fő csoportba sorolhatók:

- a) az alkalmazott műszer és mérőfelszerelés hibái,
- b) a mérés külső körülményeiből eredő hibák,
- c) a mérés időpontjától, időszakától függő hibák,
- d) személyi hibák.

E hibaforrások hatásának kiküszöbölése vagy legalábbis csökkentése részben műszerszerkesztési, részben módszerbeli kérdés. Mivel a szabatos szintezés hibaforrásai igen sokrétűek és az egyes hibaforrások értékelésében különböző nézetek alakultak ki, ezért az idők folyamán több különböző mérési módszert alakítottak ki és használtak. A módszerek sokféleségét növelte a műszergyártás fejlődése is. Sok, régebben jelentékeny hibaforrás a korszerű műszerek alkalmazásakor kisebb mértékben, vagy egyáltalán nem jelentkezik, más hibaforrásokat viszont épp a mai mérőfelszerelés birtokában lehet csak tekintetbe venni. A lehetséges mérési módszerek közül az adott feladat elvégzéséhez az optimális módszer kiválasztása nagymértékben emelheti a munka műszaki színvonalát.

A szabatos szintezés hibaforrásait szokásos úgy is csoportosítani, hogy azok szabályosak vagy véletlen jellegűek-e.

A szabályos hibaforrások a következők:

1. a libellás szintezőműszer libellájának igazítási hibája, illetve a kompenzátoros szintezőműszer igazítási hibája;
2. a műszersüllyedés;
3. a lécsüllyedés, illetve kötőpontmozgás;
4. a lécferdeség;
5. az indexhiba (más néven talppontheba);
6. a csatlakozási hiba;
7. a lécosztás és a komparálás hibái;
8. a refrakció hatása, a légrezgés és a léglengés;
9. a mágneses terek hatása a kompenzátoros szintezőműszerekre;

10. az árapályjelenség szabályos hatása;
11. a különböző talajmozgások hatása;
12. a szintfelület görbültségének hatása.

Véletlen jellegű hibák a következő forrásokból eredően terhelhetik a mérési eredményeket:

1. a libellabeállítások, a lécleolvasások pontatlansága;
2. a léccel, a kötőpont vagy a műszer mérés közbeni magassági változásai;
3. kedvezőtlen külső körülmények;
4. a léccel-műszer távolság nem egyenlő volta.

A továbbiakban sorra vesszük az imént felsorolt szabályos és véletlen jellegű hibaforrásokat, röviden összefoglaljuk mibenlétüket, és rendre megjelöljük a hiba kiküszöbölésének vagy csökkentésének lehetséges, szokásos módszerét.

1. A libellás szintezőműszer libellájának igazítási hibája miatt a szintezőlibella tengelye és a távcső irányvonala nem párhuzamos, ezért középre állított buborék mellett az irányvonal eltér a vízszintestől. Az irányvonal ferdesége miatt a léccel vagy mindig nagyobb, vagy mindig kisebbet olvasunk le, mint kellene.

A libella igazítási hibájának hatását az egyenlő léccel-műszer távolsággal és a szintezőlibella buborékjának a leolvasás előtti gondos középre állításával küszöbölhetjük ki. Célszerű azonban - a mérés ütemének meggyorsítása végett - a szintezőlibellát kiigazítani, vagy laboratóriumban kiigazítani. Egyébként egy szintezőműszerre akkor mondhatjuk, hogy az irányvonal-ferdeség szempontjából igazított, ha két, egymástól 70 méterre levő pont tényleges magasságkülönbségét 5 m - 65 m-re elhelyezett aszimmetrikus műszerállásból $\pm 1,5$ mm-nél nem nagyobb eltéréssel tudjuk meghatározni.

A kompenzátoros szintezőműszer igazítási hibája két elemből tevődik össze. A hiba egyik része hasonló a libellás szintezőműszerek irányvonal-ferdeségi hibájához, vagyis a műszer felállítására szolgáló libella igazítatlansága okozza. E hibarészt hasonlóan ejthetjük ki, mint a libellás műszereknél.

Az igazítási hiba másik része a horizontferdeséget okozza, és eredete a kompenzátor nem tökéletes működésében keresendő. A horizont ferdeségi hibája azonos léccel-műszer távolság esetén sem esik ki, nagysága is általában csak laboratóriumi vizsgálattal határozható meg.

A mi kéregmozgási hálózatunk szintezési utasítása előírja a MOM Ni A3 szintezőműszer horizont-ferdeségének vizsgálatát. A vizsgálatot terepi körülmények között úgy végezzük, hogy a léceket egymástól 70 méterre felállítjuk, a műszerrel pedig a két pont távolságának felezőjébe állunk. Ezután a kompenzátor tartományon belüli műszerdöntések mellett 10-10 mérésből álló magasságkülönbség-sorozatokot mérünk. A műszerdöntések száma legalább három legyen (pl. a mérőszál a "belső libella" alsó vonásán, a kettős jel közé-

pén, majd a kettős jel felső vonásán legyen). A mérések után kiszámítjuk a magasságkülönbség-sorozatokat értékeit. A három értéknek 0,1 mm-en belül kell lenni. Ha a szélső értékek különbsége a 0,1 mm-t túllépi, akkor a műszert nem szabad használni, az ilyen hibával terhelt műszert a gyártó cégnek kell visszaküldeni kiigazítás végett.

2. A műszersüllyedésből származó hiba szabályossága abban áll, hogy előjele mindig pozitív mindaddig, míg a haladásirányt meg nem változtatjuk. Ha méréseinket úgy végezzük, hogy minden egyes műszerállásban a kettős osztású léceken a leolvasásokat hátra, előre, előre, hátra (H, E, E, H) sorrendben tesszük meg, és feltételezzük, hogy a műszer süllyedése és a leolvasások üteme egyenletes, akkor elvileg a számítható két magasságkülönbség középértékéből a hiba kiesik. A szintezési utasítások általában a leolvasások sorrendjét így is szokták előírni. A gyakorlatban azonban a műszer süllyedése nem biztos, hogy egyenletes, sőt a betaposott műszerlábba a rugalmas talajban ébredő reakcióerők emelő hatást is gyakorolhatnak, továbbá a leolvasások üteme sem teljesen egyenletes pl. a libella beállítása miatt. Minden esetre a HEEH leolvasási sorrenddel a hiba nagy része kiejthető, és a bennmaradó rész hosszú távon véletlen jellegűvé válik.

3. A lécsüllyedés illetve kötőpontmozgás lefolyása több-rétű. A kötőpont önálló mozgását elsősorban a talaj szerkezetétől, nedvességtartalmától is függő reakcióerők okozzák. A kötőpontmozgásra végzett kísérleti mérések azt bizonyítják, hogy különböző típusú és nedvességű talajokban a nyugalmi állapot facövek használata esetén annak leverése után legalább néhány óra elteltével áll elő, míg vasövek használatakor 5-10 perc szükséges az egyensúly kialakulásához. Éppen ezért az utasítások - a kötőpont méretének és anyagának előírása mellett - szabályozzák az elhelyezés és a mérés közötti várakozási időt. Például a harmadik országos szintezési hálózat méréseinél a facövekeket a vonatkozó utasítás szerint a mérést megelőző napon kellett leütni, az EOMA szintezési utasítása szerint a vasövekeket úgy kell leveretni, hogy a szintezőléccel való ráállásig legalább 5-6 perc teljen el.

A lécsüllyedés mértéke a jól elhelyezett kötőpontokon gondos léctartás mellett gyakorlatilag elhanyagolható.

A hiba fellépését ugyanis nagy mértékben csökkenthetjük azzal, hogy a léctartótól szigorúan megkívánjuk, hogy a lécet a kötőpontra finom mozdulattal állítsa, majd a műszer átállása alatt a lécet folyamatosan a kötőpontra tartsa és a léc beosztásos oldalát könnyed mozdulattal fordítsa az új műszerállás felé. Ha esetleg - a léc súlya miatt - mégis fellépne némi süllyedés, akkor a leolvasások ideje alatt keletkező hiba a HEEH sorrendben végzett mérések középértékéből kiesik, amennyiben a süllyedés és a leolvasások üteme egyenletes. A lécsüllyedés hatásának az a része, amely a közben lép fel, amíg a műszert a következő műszerállásba előrevisz-

szük, a szintezési szakasz oda- és visszaszintezésének középértékéből esik ki. Természetesen a hiba kiesésének feltétele, hogy az oda-vissza mérés közt eltelt idő alatt a talaj állapota ne változzék és a mérések sebessége közel azonos legyen. A lécsüllyedési hiba mindkét esetben növeli a magasságkülönbséget. A műszerállásonként, majd szakaszonként képzett középértékekben a hiba véletlen jellegűvé válik.

4. A lécferdesség növeli a leolvasást. Mivel a hibás leolvasás az első műszerállásban például a hátra értékét növeli, a második műszerállásban pedig az előre értékét, így a páros számú műszerállást tartalmazó szintezési szakasz magasságkülönbségében a hiba már nem mutatkozik. A hiba felléptét eleve ki lehet küszöbölni, ha a lécallító libella kelően igazított és biztosítva van, hogy a léces mindig felülről nézhet a libellára. Egyébként, ha a ferdeség a 10'-et nem haladja meg, hatása jelentéktelen.

5. Az indexhiba, más néven talpponthiba akkor lép fel, ha a lécosztás nullávonása nem esik egybe a lécs talplemezének síkjával. Ha a kötőpontra mindig a lécs talplemezének közepét tesszük, akkor két lécs használata esetén a két egymást követő műszerállás magasságkülönbségének összegéből a hiba kiesik. Éppen ezért minden egyes szintezési szakaszban csak páros számú műszerállás szerepelhet. (Egyébként a két lécs talpponthibájának a különbsége, a talppont-korrekció egyszerű méréssel meghatározható, amikor is valamely magasságkülönbséget a lécek felcserélésével is megmérünk, a mutatkozó eltérés a talppont-korrekció kétszerese lesz.)

Ha méréskor nem a lécs közepét illesztjük a kötőpontra, akkor a talplemezferdeség esetleges hibájával is számolnunk kell. Egyes léctípusoknál ezért talplemezkarika biztosítja a talplemez közepének használatát, de a végpontokon, esetleg a kötőpontokon is a talplemezkarika miatt a lécs felfekvése bekövetkezhet, ami durva hiba.

6. Csatlakozási hiba akkor léphet fel, ha a magassági jegy nem egyértelműen határozza meg az általa rögzíteni kívánt szintet, vagyis a lécs nem helyezhető rá mindig azonosan. Ez a hiba a magassági jegy nem célszerű típusából, a helytelen beépítésből, az időközbeni sérülésekből és a pont környezetének átépítéséből, változásából származhat. A hiba a gondos építéssel, illetve a mérést közvetlen megelőző, a korábbi hálózatból átvett pontok vizsgálatával megelőzhető.

7. A lécosztás hibáinak hatása a mérési eredményekből semmiféle mérési módszerrel nem ejthető ki, ezért a lécosztás hibáit komparálással igyekszünk meghatározni, és ennek alapján méréseinket komparálási javítással ellátni. Tovább növeli e hibaforrás jelentőségét az a tény, hogy a komparálás hibáját sem lehet a szintezés eredményéből kiküszöbölni, ezért a komparálást a lehető legnagyobb gondnal kell végezni.

A lécskomparálási módszerek két fő csoportba sorolhatók. Az első csoportba azok a módszerek tartoznak, amelyeknél

egy normálmétert hasonlítunk össze a léccel különböző szakaszai-
val. Mivel léccszakaszokat vizsgálunk, így nem az egyes osztá-
táshibákról kapunk számadatokat, hanem csak az egyes szakaszokra
vonatkozó osztáshibák különbségét határozzuk meg. A léccel különböző
részein végzett mérési sorozatokból vezetjük le ezután a hőmérséklet
függvényében az átlagos léccméter hosszát, ennek pontossága pedig az
alkalmazott normálméter egyenletének megbízhatóságától, a normálméter
belső hőmérsékletének pontos meghatározásától és a hőmérséklettől
függő komparátorjárástól is függ. További hibaforrást eredményezhet
az egyméteres normálméterrel való vizsgálatoknál a vízszintes
helyzetben fekvő léccel invárszalagjának esetleges behajlása is.

A vizsgálati módszerek második csoportjában egy kiindulóponttól
(nullponttól) mérik minden egyes léccosztás távolságát. Így a léccel
minden egyes osztásának hibája a nullponthoz viszonyítva meghatározható.
Lézerinterferométerek segítségével a komparálás így nagy pontossággal
végezhető. Ez a vizsgálati módszer az előzőhöz viszonyítva szabatosnak
tekinthető.

A komparálásokat - bármelyik elv szerint történjen is - általában
laboratóriumi körülmények között végzik. A laboratóriumi komparálással
meghatározott osztáshibák hosszabb időszakokra érvényesnek tekinthetők,
azonban a léccel terepi használatánál a külső fizikai és mechanikai hatások
következtében az osztáshibák módosulhatnak, ezért célszerű a laboratóriumi
komparálásokat terepi komparálásokkal ellenőrizni és szükség esetén
módosítani.

Az EOMA színtezési utasítása szerint a színtezőlécek komparálását
évenként egy alkalommal (télen) a Pusztay-féle komparátorral kell elvégezni.
(A Pusztay-féle komparátor laboratóriumi körülmények között használható,
átlagos léccméter meghatározására szolgáló, optikai elven működő,
koincidenciás berendezés.) A laboratóriumi komparáláson túlmenően,
évente három alkalommal - a mérési évad elején, közepén és végén -
a mérésben résztvevő valamennyi léccel terepen, horozható komparátorral
is vizsgálni kell. Ha a terepi komparálás eredményeként az egy léccméter
20 °C hőmérsékletre redukált javításának értéke az utolsó laboratóriumi
komparálás eredményétől 15 mikrométernél nagyobb értékkel eltér,
akkor azonnal új laboratóriumi komparálást kell végezni. (A terepi
komparálás céljára az MTA Soproni Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézetben
szállítható színtezőléccomparátort fejlesztettek ki. A készülék
összehasonlító bázisa 0,5 m hosszú kerámia rúd, a koincidenciás rendszerű
optikai berendezéssel 0,5 m hosszú léccdarabokat mérhetünk. A vizsgálatok
szerint a koincidálásra kapott középhiba +2 mikrométer, -10 °C és +25 °C
hőmérsékletértékek között a készülék azonos megbízhatósággal használható.)

8. A refrakció okozta hiba a színtezés legveszedelmesebb
hibalehetőségeinek egyike. Amint a 231.42 pontban már

szó volt róla, a fénysugár a különböző sűrűségű levegőrétegek eltérő törésmutatói miatt a térben görbe vonalban terjed. A szintezés szempontjából a refrakciógörbének a mérés irányába eső vertikális síkra való vetülete érdekel bennünket

A refrakciógörbe a nap 24 órája alatt nagymértékben változik. A szintezés a refrakció változásainak szempontjából a legkedvezőtlenebb légrétegben megy végbe, mert a talaj közelében levő légrétegben legerősebb mikroklimatikus tényezőknek: a hőmérsékletnek, a légnyomásnak, a pára- és széndioxid tartalomnak ingadozása és ezekkel együtt a levegő sűrűségének változása.

Az eddig végzett kísérletek szerint a talajközeli refrakció változása szempontjából a mikroklimatikus tényezők közül legfontosabb a levegő hőmérsékletének ingadozása, különösen azért, mert ebben a változásban a napsugárzás által okozott felmelegedés, majd az éjjeli lehűlés miatt szabályos jelleg állapítható meg. A vertikális hőgradiens napi változásának lefolyását a 434.2.1 ábrán láthatjuk. (A feltüntetett adatok derült áprilisi napra, sík terepen, mintegy 1,5 m magasságra vonatkoznak.)

A vertikális hőgradiens értéke és annak változása viszont a talaj feletti magasságtól is függ. Minél közelebb halad a fénysugár a talaj felszínéhez, annál nagyobb lesz a görbülete. Ha méréseinket lejtős terepen, szélcsendes időben végezzük - amikor is a különböző hőmérsékletű légrétegek közel a terep alakját követve helyezkednek el egymás felett - akkor a refrakció görbéje az előre- és a hátraírányzásakor nem lesz egybevágó, tehát a refrakció okozta lécleolvasási hiba különböző lesz az elől és a hátul levő lécen (434.2.2 ábra).

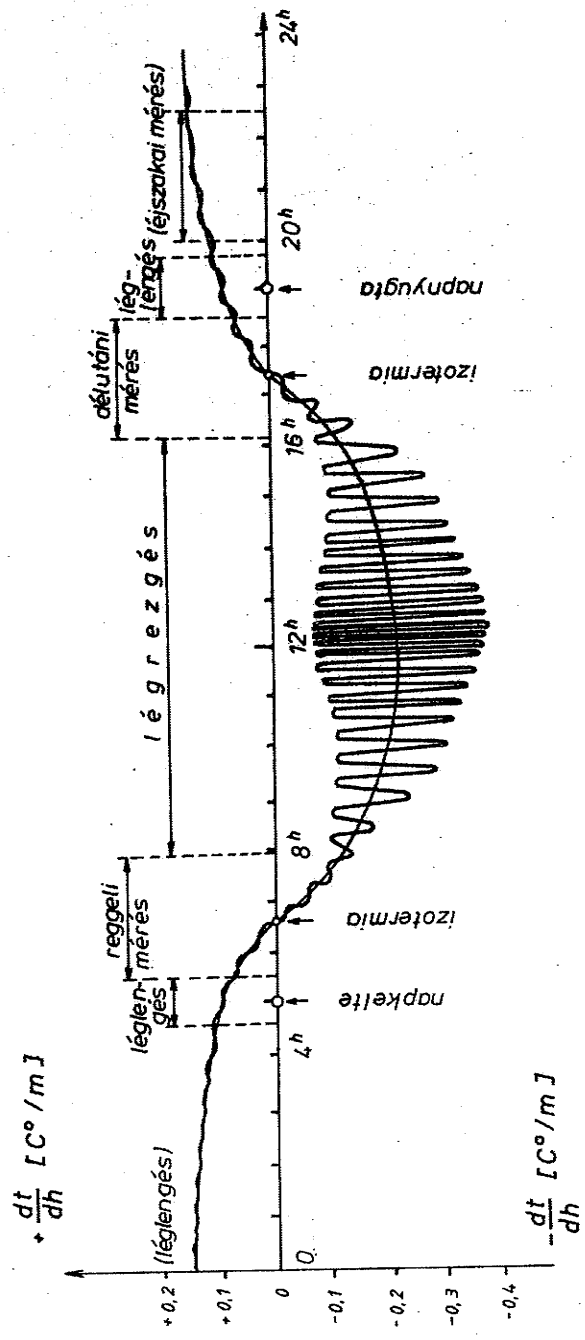
A refrakcióhiba vízszintes vagy közel vízszintes terepen végzett méréskor közel zérus vagy csekély (természetesen a műszerálláson belüli azonos lécműszer távolságot betartva), lejtős terepen azonban már nem elhanyagolható.

A refrakcióhibát mérési módszerrel kiejteni nem tudjuk, csökkenteni azonban a mérés időpontjának és módszerének alkalmas megválasztásával lehetséges.

Amint a 231.42 pontban már tárgyaltuk, a refrakció okozta eltérés a távolság négyzetével egyenesen arányos. Ebből következik, hogy a refrakcióhibát a lécműszer távolság korlátozásával csökkenthetjük. E távolság maximális értéke - utasításoktól függően - 30-40 m szokott lenni.

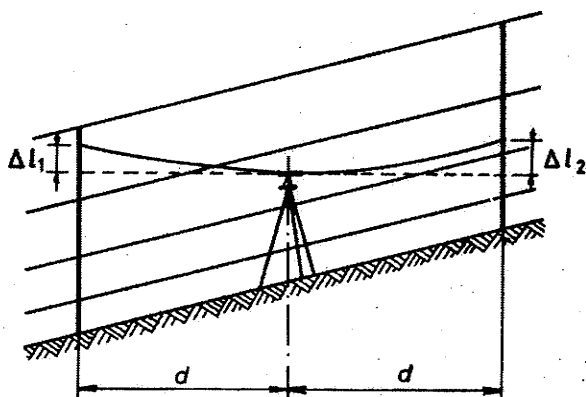
A kedvezőtlenebb talajközeli refrakció hatását úgy lehet csökkenteni, hogy a lécműszer alsó 50-60 centiméteres darabján már nem teszünk leolvasást.

Végül a refrakció hibát lényegesen csökkenthetjük, ha méréseinket akkor végezzük, amikor a vertikális hőgradiens értéke zérus körül van (l. 434.2.1 ábrát), mert ekkor a refrakció görbe igen lapos, közel áll az egyeneshez, tehát a refrakció okozta Δl lécleolvasási hibák (l. 434.2.2 ábra) és ezek különbsége minimális lesz. A napi két izotermiának



434.2.1 ábra

megfelelően méréseinket egy reggeli és egy késő délutáni, néhány órás időszakban célszerű végezni.



434.2.2 ábra

A mérési napszakokat azonban úgy kell megválasztani, hogy egyéb káros légköri hatások ne befolyásolják lényegében a mérések pontosságát. A káros légköri hatások közül elsősorban a légrezgés és a léglengés jelenségeket (1. 231.42 pont) kell figyelemmel kísérnünk, azaz fellépésük idejére a mérést szüneteltetni. A léglengésre legveszélyesebb napszakok a napkelte és napnyugta körüli 50-60 perces időintervallumok, míg a légrezgés a déli órákban a legerősebb.

Mindezeket összegezve alakult ki az a terepi gyakorlat, hogy a felsőrendű szintezést napkelte után 25-30 perccel kezdjük el és mindaddig folytathatjuk, amíg a légrezgés be nem áll, délután pedig méréseinket a légrezgés megszűntével kezdjük és legkevesebb 15-20 perccel napnyugta előtt befejezzük.

Káros légköri hatások, kedvezőtlen refrakcióviszonyok azonban a szokásos napszakoktól eltérően is jelentkezhetnek. Például nem ajánlatos szintezni közvetlenül nagyobb nyári zápor után, mert a párolgó növényzet, tócsák, vízfelületek kedvezőtlen refrakcióviszonyokat teremtenek. Ugyancsak óvatosabban kell kezelni az olyan terepeket, ahol a szintezési vonal nagyobb vízfelület mellett, erdőszéleken, hosszantartó bevágásban, hosszú sziklafal mentén halad, mert ezeken a helyeken a környezetre ható erős napsütés következtében a különböző hőmérsékletű légrétegek között kiegyenlítő légáramlás indul meg. Tanácsosabb az ilyen szintezési szakaszok mérését tartósan bořult időben végezni. Ha ezt nem lehet kivárni, akkor a késő esti vagy éjszakai órákban célszerű mérni.

Számos kutató foglalkozott azzal, hogy a refrakcióhibát megfelelő képletekkel számított korrekció alkalmazásával hatástalanítsa. Jól ismert például Kukkamäki [55, 56] és Reissmann [73] ezen a téren kifejtett munkássága, vagy hazai

kutatóink közül például Csatkai [18] és Hőnyi [37] ezirányú tevékenysége.

E kutatásokból kitűnik, hogy a refrakcióhiba korrekciójának kiszámításához elengedhetetlenül szükséges a szintezés helyén és idejében a vertikális hőgradiens minél pontosabb ismerete. Ez azt jelenti, hogy a szintezéssel egyidőben számos helyen mérni kell a függőleges mentén a levegő hőmérsékletének értékét, ami némiképp hátráltathatja és nehezkesse teheti magát a szintezést. Csatkai munkájában az ilyenfajta hőmérsékletmérés viszonylag egyszerű eljárására és a hőmérsékleti adatok feldolgozásának egyszerű módjára tesz javaslatot. Hőnyi azonban vizsgálataiban arra az eredményre jutott, hogy a hazai meteorológiai viszonyok közt mérhető és levezethető vertikális hőgradiens felhasználásával nem jutunk el kellően megbízható korrekcióhoz.

Más éghajlati viszonyok mellett azonban a refrakcióhiba korrekcióbavétele kedvező tapasztalatokkal szolgált, például Finnországban jelenleg is Kukkamäki 1939-ben levezetett képleteit és táblázatait használják a refrakcióhiba kiküszöbölésére.

9. Csak a legutóbbi évtizedben fedezték fel azt a szabályos hibaforrást, amely a kompensátoros szintezőműszereknél mágneses terekben keletkezik. A szabályos hiba hatása abban nyilvánul meg, hogy egyenáram vagy váltóáram - és a Föld - mágneses terében a szintezőműszerek ferde horizonttal mérnek. Ez a hiba - mint az 1. pontban is láttuk - mérési módszerrel nem ejthető ki. A hiba nagyságára jellemző, hogy az NSZK-ban I. rendű szintezés megismétlésénél figyeltek fel arra, hogy szignifikáns különbség adódik a libellás és a kompensátoros szintezőműszerekkel kapott mérési eredmények között. E felismerést követően számos terepi és laboratóriumi vizsgálatot végeztek (NSZK, USA).

Az eddigi megállapítások a következők:

- a hiba azimuttól függő, és akkor a legnagyobb, ha É-D irányban szintezünk, de jelentős lehet Ny-K irányban is;
- az összes laboratóriumban vizsgált kompensátoros szintezőműszer irányvonala megváltozott mind egyenáram, mind váltóáram mágneses terében;
- a váltóáramú mágneses tér hatása általában nagyobb, mint a megfelelő egyenáramú tér hatása (kivételem egy Askania műszer volt);
- a hibahatás nagysága műszertípusonként változó, és hasonló mértékben eltéréseket tapasztaltak ugyanazon típus különböző egyedei között is;
- laboratóriumban korrekciós tényező meghatározható, de minden egyes műszerhez külön-külön szükséges;
- a szélső pontosságú, tudományos igényeket is kielégítő szintezéseknél a mágneses térerő irányát és nagyságát a szintezéssel egyidőben, terepi magnetométerekkel kellene mérni minden műszerállásban;

- zárt poligonoknál, amelyeknek szakaszait különböző kompenzátoros műszerekkel mérték, a záróhiba nem jellemzi a mérés pontosságát még akkor sem, ha azok nem lépik túl a megengedett hibahatárt.

A jövőre nézve az ajánlások a következők:

- előnyben kell részesíteni a libellás színtezőműszereket, különösen ipartelepek, erőművek stb. területén;
- kéregmozgás-vizsgálatok céljából megismételt színtezések összehasonlításánál vigyázni kell, hogy csak a hasonnemű mérési eredményeket vessük össze;
- a már mért színtezési vonalakra vonatkozóan: célszerű lenne a mérést végző műszerek laboratóriumi vizsgálatát elvégezni, hogy a Föld mágneses tere modelljének és ezen mérések felhasználásával kiszűrjessük a mágnesesség hatását az észlelt színtezési adatokból.

A hibaforrás felfedezése után a műszergyárak azonnal nekiláttak a műszerek áttervezésének, hogy a mágnesesség zavaró hatását minél hamarabb csökkenthessék vagy kiküszöbölhessék.

10. Mint ismeretes, az árapálykeltő erő következtében a Föld alakja, a nehézségi gyorsulás értéke és a függővonal iránya periodikusan változik. Mivel a mérésre felállított műszer libellájának (és kompenzátorának) helyzetét a Föld nehézségi erőterének pillanatnyi helyzete határozza meg és a színtezés végeredményéhez huzamos ideig tartó mérésekkel jutunk, ezért az egyes mérési eredmények a mérés időpontjától nem lesznek függetlenek, és így az árapály jelenség szabályos hibaforrásként jelentkeznek a végeredményben.

A mérési eredményről az árapály jelenség hatásának leválasztására szolgál a színtezés asztronómiai korrekciója. E korrekció értéke ugyan csekély, a Nap és a Hold együttes hatásának maximuma esetén is csak 0,1 mm/km körüli érték, de szélső pontosságú színtezésekre törekedve már nem hagyható figyelmen kívül.

Az asztronómiai korrekció meghatározására többféle képlet, nomogram szolgálhat (Jensen, Kukkamäki, Simonsen, Wyrzykowski, Urmancev, Wiedemann, Bayer Ernő). A megoldások sokfélesége azt mutatja, hogy a korrekció meghatározása elég körülményes, sok mérési és számítási munkával jár, ezért a viszonylag egyszerűbb módszerek többféle elhanyagolást, közelítést is tartalmaznak.

Az asztronómiai javítást elvileg minden egyes műszerállítás helyére és mérési időpontjára ki kell számítani. Még igen jó eredményt biztosít az az egyszerűsítés, hogy ha a korrekció számítását színtezési szakaszonként, mind a Hold, mind a Nap vonatkozásában, külön az oda- és külön a visszamérésekre végezzük el. Kéregmozgási hálózatunk asztronómiai korrekcióját az előbb leírt egyszerűsítésnek megfelelően a következők szerint számították. A korrekció értéke:

$$A_{\text{asztr}} = \frac{1}{2}(j_{\text{ON}} - j_{\text{VN}} + j_{\text{OH}} - j_{\text{VH}}) \quad (1)$$

ahol

j_{ON} az odamérésnél a Napnak

j_{OH} az odamérésnél a Holdnak

j_{VN} visszamérésnél a Napnak és

j_{VH} visszamérésnél a Holdnak a hatását jelenti.

Az (1) képlettel kapott korrekciót a szintezési szakasz oda-vissza méréséből származó közepes magasságkülönbségéhez előjelhelyesen hozzá kell adni.

A j_{ON} , j_{OH} , j_{VN} , j_{VH} javítások meghatározása a következő:

$$j = L k \sin 2z \cos(A - a) \quad (2)$$

ahol

L - a szintezési szakaszvégpontok távolsága km egységben,

k - az égitesttől függő állandó ($k_{Hold} = 6,8$ és $k_{Nap} = 3,2$),

z - az égitest (Nap vagy Hold) geocentrikus zenittávolsága,

A - a szintezési szakaszvégpontok egyenesének geodéziai azimutja + 180° ,

a - az égitest (Nap vagy Hold) csillagászati azimutja,

és ekkor a j értékeket 0,01 mm-ben kapjuk meg.

Az L és az A értékek pl. 1:25 000 térképről levehetőek, a z és az a értékeket a következő összefüggések adják:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau$$

$$\sin a = \frac{\cos \delta \sin \tau}{\sin z} \quad (3)$$

$$\cos a = \frac{\sin \varphi \cos z - \sin \delta}{\sin z \cos \varphi}$$

ahol

φ - a hálózat (Magyarország) közepes földrajzi szélessége,

δ - az égitest deklinációja a mérés idején (csillagászati évkönyvből kivehető),

τ - az égitest óraszöge a mérés idején.

A τ óraszöget

$$\tau = \Theta - \alpha \quad (4)$$

alapján lehet kiszámítani, ahol

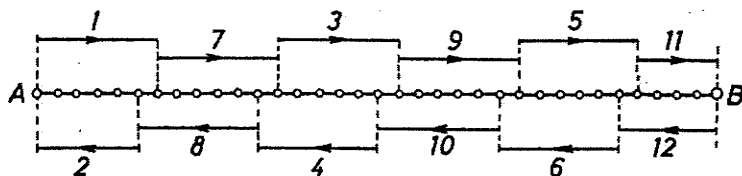
- 0 - az észlelés helyi csillagideje (évkönyvből számítható),
- α - az égitest rektaszcenziója a mérés idején (csillagászati évkönyvből kiírható).

Mint látható, a színtezés asztronómia korrekciójának meghatározásához méréskor az eddigieken túlmenően csupán a mérés időpontját kell feljegyezni, ami nem túl sok munka, viszont a számítási munka tetemesen megnövekszik, és sok hibalehetőséget rejt magában. Éppen ezért a számításokat nálunk az e célra szerkesztett Bayer-féle nomogramppárral szokták ellenőrizni, amelyek közül az egyik az égitest zenittávolságának és azimutjának gyors meghatározására szolgál, a másik pedig magát az asztronómiai javítást szolgáltatja mind a Napra, mind a Holdra vonatkozóan.

11. A különböző talajmozgások periódusától függően megkülönböztetünk: napi, évszakos és évszázados talajmozgást. Egyes kutatók szerint a napi és az évszakos változás közé beiktatódik még egy olyan függőleges irányú oszcilláció is, amelynek periódusa több hét.

A napi talajmozgás a rugalmas földkéreg mozgása az árapálykeltő erők hatására, ennek korrekcióbavételét a 10. pontban már ismertettük.

A több hét periódusú oszcillációk akkor okozhatnak szabályos hibákat, ha a színtezés ugyanolyan ütemben halad, mint ahogyan az oszcilláló mozgás a földkéreg felső övezetében. Ezért például az olaszok egy-egy színtezési vonal szakaszait nem egyfolytában mérik végig, hanem bizonyos szabály szerint szakaszosan. Ezt nevezik szakaszos vagy frakcionáló színtezésnek. A 434.2.3 ábrán a sorszámozott nyilak az egy-egy munkaszakaszban egymás után színtezett szakaszok csoportját mutatják. A módszert 1944 óta Argentínában is használják. Az ő tapasztalatuk szerint a színtezés 1 kilométerre eső középészabályos hibája a módszer bevezetése óta $\pm 0,34$ mm-ről $\pm 0,08$ mm-re csökkent.



434.2.3 ábra

A színtezés szempontjából az évszakos változás a legnagyobb jelentőségű. Ezt főleg a talaj átnedvesedése és kiszáradása, a talajvíz szintjének emelkedése és süllyedése idézi elő, tehát az éghajlati viszonyok függvénye. Jelentősége abban rejlik, hogy az átnedvesedő talaj duzzad, a kiszáradó

zsugorodik, ezzel együtt a magassági jegyet hordozó építmény (szintezési kő, épület, műtárgy stb.) is függőlegesen mozgást végez. Ha a mérési idény megkezdésekor méréseinket az előző mérési idény utolsó szakaszvégpontjától folytatjuk, akkor a szakaszvégpont ősztől tavaszig bekövetkezett mozgása a szintezési poligonban magassági lépcsőt alkot és a poligon záróhibájában jelentkezik.

Eppen ezért a méréseket úgy célszerű szervezni, hogy az újrakezdések helyei pl. főalappontok legyenek. Ha a csatlakozás helye a hálózat valamely közbenső mélyalapozású pontja (pl. K pontja), akkor az ősszel már megmért vonaldarabon az előző K ponttól kezdve ajánlatos csatlakozó mérést végezni, hogy a csatlakozást magassági lépcső nélkül biztosíthassuk.

A csatlakozó mérések kiértékelésekor akkor tekinthetők mozdulatlanoknak az összeszintezett pontok, ha a két különböző időpontban mért magasságkülönbség különbsége:

$$\Delta M \leq \sqrt{L} \text{ mm} \quad (5)$$

ahol L az összeszintezett pontok egymástól mért vízszintes távolsága km egységben.

Ha a csatlakozó mérések időközbeni helyi mozgásról tanúskodnak, akkor további csatlakozó méréssel kell a csatlakozás magassági lépcsőjét kiküszöbölni.

Az évszázados (szekuláris) változások a szintezés pontosságát nem befolyásolják, sőt épp a szabatos szintezéseket használják arra, hogy a földkéreg felszínén tapasztalható évszázados magasságváltozásokat kimutassák. Ezekre a munkákra később térünk vissza.

12. A szintfelület görbültségének hatása abban nyilvánul meg, hogy a léceket a műszer irányvonalán áthaladó szintfelület vízszintes érintőjében olvassuk le, nem pedig ott, ahol ez a szintfelület a lécebe metsz. A hiba a magasságkülönbségből jórészt kiesik, ha az elől és a hátul levő lécek azonos távolságra van a műszertől. Hangsúlyozni kell azonban, hogy elvileg csak akkor hibamentes a magasságkülönbség, ha a szintfelületnek a műszer két oldalára eső szakasza a műszerre szimmetrikus. A gyakorlatban általában meglevő aszimmetria hatása azonban az egyenlő lécek-műszer távolság betartása mellett már elhanyagolható.

A szabatos szintezés véletlen hibáinak kiegyenlítődése nagyszámú mérés esetén valószínű ugyan, mégis törekednünk kell arra, hogy ezek a véletlen hibák minél kisebb számban és mértékben terheljék csak méréseinket.

Véletlen hibával terheltnek lehetnek az egyes leolvasásértékek, és olyan véletlen hibák is vannak, amelyek csak a magasságkülönbségben mutatkoznak.

1. A libella-beállítások, a lécleolvasások hibái az egyes leolvasások megbízhatóságát rontják. Libellás műszereknél a libellavégek koincidienciájának pontos beállítása igen lényeges, és meg kell jegyezni, hogy az egybeesés megítélése sze-

mélytől függő. A koincidencia létrehozásában zavarólag hat-
hat a buborékvégeken mutatkozó árnyékhatás, továbbá a bubo-
rék esetleges tapadása. Kompenzátoros műszereknél a szelen-
cés libella buborékjának középre ill. normálpontra állítása
függ a mérő személytől. A lécc libellájának beállításában ak-
kor keletkezhet leginkább véletlen hiba, ha egyes magasabb
pontokon, pl. szakaszvégpontokon a léctartó csak parallaxis-
sal látja a buborékot. Ha ez előfordulhat, akkor a léctar-
tót magasztásra kell állítani. Magán - leolvadásnak a pon-
tosságát elsősorban a léccosztás ékszállal való pontos közre-
fogása határozza meg, de véletlen hibát okozhat a mikrométer-
skálán a legkisebb osztásköz tizedrészének becslési pontat-
lansága is. Növeli az irányzás megbízhatóságát, ha a lécc jól
megvilágított, de nem vakítóan fényes.

2. A lécc, a kötőpont vagy a műszer mérés közbeni magas-
sági változásai a magasságkülönbség véletlen jellegű hibáit
okozzák. Ezért lényeges a gondos léccelhelyezést és tar-
tást a segéd munkástól megkívánni, a fölösleges pont körüli
járkálást tiltani. A műszer magassági változásait leginkább
a járkálás korlátozásával és a lábak célszerű elhelyezésével
akadályozhatjuk meg. A műszerláb papucsaitól legtávolabb
akkor állhatunk mérés közben, ha egyik láb sem esik a hála-
dási irányba, hanem két láb összekötő egyenese azzal párhü-
zamos.

A szabatos szintezések közös előírása, hogy a műszer-
állványt az egyik műszerállásban úgy helyezzük el, hogy két
láb essék a menetiránytól jobbra, a következő műszerállásban
pedig balra.

3. A kedvezőtlen külső körülményeket elsősorban a nap-
sütés és a szél okozza. Ezért erős napsütésben a libellás
műszernél mindig ernyőt kell használnunk, de még így is
hibát okozhat az, hogyha a műszerlábakat többé-kevésbé sűti
a nap. Kompenzátoros műszereknél az erős napsütés következté-
ben egyoldalú hőhatások érhetik a műszert, ami szintén hiba
keletkezésével járhat. A szél és a közlekedés elsősorban a
kompenzátoros műszereket zavarja, a látómező enyhén remegő
képe az irányzást igen bizonytalanná teszi. Közepes erőssé-
gű szélben a lécc tartása sem olyan megbízható és egyenletes.

4. A lécc-műszer távolság nem egyenlő volta úgy okoz
- a számos szabályos hibán túlmenően - véletlen hibát, hogy
a mérőpálya kijelölésénél a lécc-műszer távolságot nem deci-
méteren belül tűztük ki, és ha igen, akkor a műszert nem ál-
lítottuk deciméteren belül a jelölés fölé.

Áttekintve a szabatos szintezés szabályos és véletlen
hibaforrásait és azok kiküszöbölésének vagy csökkentésének
módjait, lényegében körvonalaztuk a szabatos szintezés mód-
szerét is, amely országos hálózati méréseknél alkalmazható.

434.3 A mérés végrehajtása

434.31 Országos hálózati mérések

Az országos hálózati mérések megkezdése előtt a kiválasztott műszer és mérőfelszerelés birtokában célszerű meghatározni a mérések apriori középhibáját (más néven a közép-véletlen hiba apriori értékét, illetve a várható középhibát):

$$\mu_{\text{apriori}} = \mu_l \sqrt{\frac{L}{d}} = \frac{\alpha''}{\rho''} \sqrt{Ld} \quad (1)$$

ahol

- μ_l - a lécleolvasás középhibája, amit kísérleti úton határozunk meg (l. Geodéziai alapismeretek),
- L - a szintezési vonal hossza,
- d - a szintezéskor majd alkalmazandó és μ_l meghatározásakor is használt lécműszer távolság,
- α'' - az irányvonal középíngadozása

$$\alpha'' = \rho'' \frac{\mu_l}{d} \text{ összefüggésből } (\rho'' = 206265).$$

Az apriori középhibát általában 1 km hosszú szintezési vonalra számítjuk ki. A kapott érték a vonal egyszeri (csak oda) szintezésével meghatározható magasságkülönbségének várható középhibája lesz:

$$\mu_{(\text{km})} = \frac{\alpha''}{\rho''} \sqrt{1000 d} \quad (2)$$

Az oda-vissza szintezés kilométeres középhibájának apriori értéke pedig a következő:

$$\mu_{(\text{km})} = \frac{\alpha''}{\rho''} \sqrt{500 d} \quad (3)$$

Magát a hálózati észlelést a 434.2 szakaszban leírtaknak megfelelően a következőkben összefoglaltak szerint végezzük.

A szintezés napi adagját szakaszvégponton kell kezdeni és befejezni. A mérést mindig oda- és visszairányban, egymástól függetlenül végezzük. Az oda- és visszamérést - kivéve a tartósan borult időt és a kivételes eseteket - mindig ellentétes napszakban végezzük. Ha azonos napszakban több, egymást követő szintezési szakaszt ugyanabban az irányban mérünk meg, akkor az ezt követő vonaldarabon a továbbhaladást ellentétes napszakban mérjük.

A műszert a kijelölt álláspont fölé deciméteres pontossággal felállítjuk, az állótengelyt a szelencés libellával függőlegessé tesszük. Majd elvégezzük a leolvasásokat hátra, előre, előre, hátra sorrendben. Minden leolvasás előtt gon-

dosan koincidenciába hozzuk a szintezőlibella buborékjának két végét és ezt a helyzetet a leolvasás után ellenőrizzük. (Kompenzátoros műszereknél a szintezőlibella beállítása elmarad.) A lécleolvasásokat a jegyzőkönyvbe íratjuk be, majd átállunk a következő műszerállásra. A műszer továbbhaladása közben az elől levő lécet a kötőpontról levenni nem szabad.

Az észlelés alatt a szakasz mérésének kezdetén, közepén és végén, hosszabb szakaszoknál 5-6 műszerállásonként megmérjük a levegő hőmérsékletét 1°C pontossággal, valamint hasonló sűrűséggel felírjuk a mérés időpontját is 5 perc pontosan. A jegyzőkönyvbe pontosan beíratjuk a mérés egyéb külső körülményeit is. Pl. az EOMA mérési utasítása értelmében - megadott kódrendszer szerint - minden mérési szakaszra kódolni kell a mérés külső körülményeit (időjárás, terepi környezet, refrakció, út- és talajviszonyok).

Általában a jegyzőkönyvvezető azonnal kiszámítja mind a bal és mind a jobb oldali lécleolvasásokból a magasságkülönbségeket, és csak megfelelő egyezés után állunk át a következő műszerállásba. Az EOMA jegyzőkönyvvezetése ebben a kérdésben eltérő: terepen az észlelő semmit sem számoltat, hanem naponta beküldi az indigós másolattal elkészített jegyzőkönyv eredetijét a központba.

A felsőrendű szintezési hálózat méréseit csak kedvező időjárási és környezeti feltételek mellett szabad végezni. A méréseket rendszerint a kora reggeli és késő délutáni órákban végezhetjük úgy, hogy a napkelte közvetlen követő és a napnyugtát közvetlen megelőző 20-30 percben nem mérünk. A mérésre nem alkalmas napszakban célszerű a mérőpályát kijelölni.

A mérőpálya kijelölésének fő szempontjai:

- a műszerállás léctávolsága $1/250 - 1/200$ pontossággal egyenlő hosszú legyen,
- a lécműszer távolság a hálózat rendűségétől függően 35 m-ig illetve 50 m-ig terjedhet,
- az irányvonal talaj feletti minimális magassága rendűségtől függően 60 cm, 50 cm illetve 30 cm lehet,
- minden szintezési szakaszban páros számú műszerállás kell legyen.

Különösen nagy körültekintéssel kell eljárni a szintezési vonalak egymáshoz, illetve csomópontokhoz való csatlakoztatásánál. Az újonnan létesített szintezési vonalak kiinduló és becsatlakozó pontjainál csatlakozó méréseket kell végezni annak ellenőrzésére, hogy a már korábban meghatározott pontok mozdulatlanok-e.

A csatlakozó mérés lényegében a csatlakozó pont és a vele egyidőben meghatározott pont között végzett ellenőrző szintezés. A csatlakozó méréssel nyert magasságkülönbséget a korábban meghatározott magasságkülönbséggel hasonlítjuk össze. Ha az eltérés akkora, hogy az véletlen jellegű mérési hibának nem tekinthető, akkor az ellenőrző mérést további pontokra is ki kell terjeszteni. A pontok mozdulatlanságának

eldöntésénél a vonalak hosszától és rendűségétől függő ún. beillesztési záróhibát (l. 435. alfejezet) is célszerű figyelembe venni.

A szabatos színtezések általános, közös szabályaitól eltérő színtezési módszereket is használnak egyes helyeken. A minden szakasz oda-vissza színtezésének általános szabályától tér el a francia színtezés Choleskytől eredő módszere: az egyirányban haladó kettős színtezés. Az eljárás lényege, hogy minden kötőponthelyen két vascsövet vernek le egymástól 50-75 cm-re úgy, hogy összekötő vonaluk a haladás irányára merőleges legyen, és az egyik (pl. a bal oldali) mindig 3-4 cm-rel magasabban álljon.

A mérési sorrend pedig a következő: a hátsó léctartó a lécet a menetirány szerinti jobb oldali csövek helyezi, az észlelő elvégzi mindkét skálán a leolvasást, majd a hátsó lécet áthelyezik a bal oldali csövekre és ott is leolvasunk. Ezután az észlelő előre irányoz és egymás után leolvasást végez előbb a bal, majd a jobb oldali vascsövekre állított lécen. Ezután fordított sorrendben előre irányzással kezdve újból végighaladnak mind a négy csövekre állított lécen.

Másik sajátos színtezési módszer a Peschel által javasolt és a drezdai műegyetem munkatársaival együtt kidolgozott ún. motorizált színtezés. Lényege az, hogy mind a színtező műszer, mind a két léc gépkocsiba szerelve halad előre. Egy-egy műszerálláshoz érkeve az észlelő - anélkül, hogy kiszállna a gépkocsiból - emelő szerkezettel a műszerlábba erősített műszert a gépkocsi fenéklemezére készített nyíláson át leengedi az útfelületre és beállítja. (Külön a motorizált színtezés céljára szerkesztették a Zeiss Ni 002 kompenzátoros színtezőműszert.) A kötőpontok helyénél a léckezelek a gépkocsiból kihajolva egy-egy acélsarut helyeznek el és kissé megütögetik, hogy stabilan álljon, majd a kocsi tetőre állított, az autó hossz tengelyével párhuzamosan fekvő lécet emelő szerkezettel a sarura állítják és függőleges helyzetbe hozzák. Ezután az észlelő a szokott sorrendben (PLEH) elvégzi az irányzásokat és leolvasásokat. Az észlelő a leolvasásokat nem jegyzőkönyvbe, hanem a gépkocsivezetőknek a mellette elhelyezett regisztráló számológépbe diktálja, aki azonnal végzi az előre és hátra leolvasások összegzését, illetve különbségük képzését. Továbbhaladáskor az elől levő léces kocsi helyben marad, csupán a léc beosztásos oldalát fordítja át, a hátul levő léces a lécet visszaemeli a kocsi tetőre, a sarut felszedi és társát kikerülve előremegy a következő kötőpontra. Ugyanígy az észlelő is a műszert beemelve a kocsi halad tovább.

Bár a motorizált színtezés sok sajátos és fenntartásra készítő vonást tartalmaz (saruk, a műszer stabilitása a normál forgalom miatt, egyoldalú hőhatások stb.), mégis a svédok az országos felsőrendű színtezésükbe bevezették, és beszámolójuk szerint kedvező tapasztalatokhoz jutottak. A színtezési idő ugyanis lényegesen megrövidült számottevő pontosságcsökkenés nélkül.

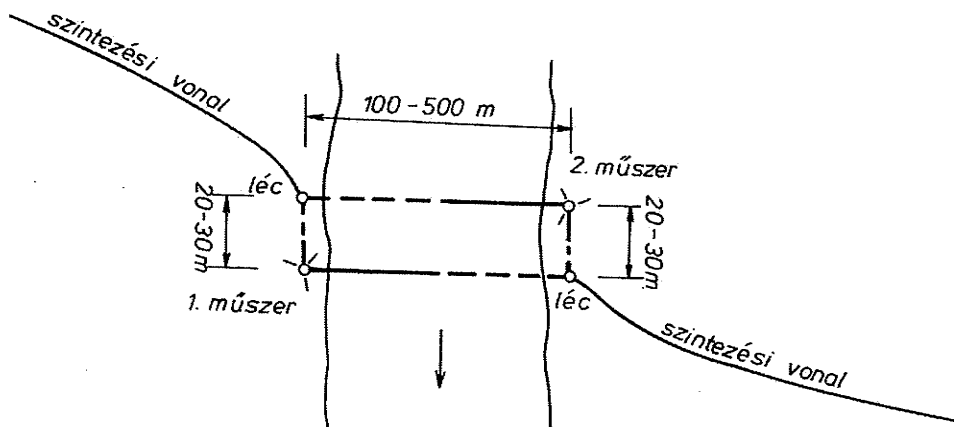
434.32 Átszintezés szélesebb vízfelületek felett

Az országos hálózati mérések különleges feladatát képezi a folyók, illetőleg a nyílt vízfelületek fölötti átszintezés. E feladat megoldásakor ha lehetséges, akkor elsősorban kellő stabilitású hídon át vezetjük a szintezési vonalat. Ha a híd 60 méternél hosszabb, akkor mindkét végpontjánál magasságjegyet helyezünk el, melyek magasságkülönbségét egy vagy több műszerállásból határozzuk meg. A műszerállások lehetőleg pillérek fölé kerüljenek. A mérés idejére a forgalmat leállítatjuk, rendszerint éjjel szintezünk. Célszerű a mérést több műszer és észlelő bevonásával, ellentétes irányban egyidejűleg végezni.

Ha az átszintezéshez nincsen alkalmas híd, akkor a nyílt víztükör felett kell átmérni, és így a lécz-műszer távolság a szokásos 35-40 m helyett rendszerint több száz méter, ezért a vonalszintezéshez használt mérőfelszereléssel az végre sem hajtható.

Az idők folyamán e feladatnak számos megoldását dolgozták ki, és ezeket az átszintezéseket jelenleg is különféle módokon, különféle speciális mérőeszközökkel végzik.

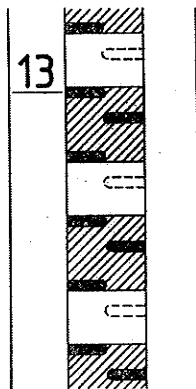
A folyón való átszintezéseknél már kezdetben is azt az elvet alkalmazták, amelyet ma is leginkább célravezetőnek ismerünk: az észlelést két személy, két műszerrel, egyidejűleg végzi, és a nyílt víztükör fölötti hosszú irányhoz két rövid, de egymással egyenlő léctávolság tartozik (434.32.1 ábra).



434.32.1 ábra

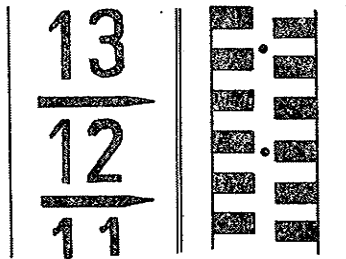
Régebben az átszintezést állítható tárcsás lécekkel végezték. A tárcsa a lécz mentén fel s alá csúsztatható, s helyzete index segítségével a lécz centiméterosztásán leolvasható.

Ma már a folyón való átszintezéshez mikrométerrel ellátott szintezőműszert használunk, ezekhez a tárcsás lécek nem használhatók. Harmadik országos szintezési hálózatunk mérésekor olyan léceket készítettek az átszintezésekhez, amelyen



434.32.2 ábra

2 cm széles fekete és 3 cm széles fehér sávok váltakoznak. Nagy távolságból irányozva a léceképe úgy jelenik meg a látómezőben, mint az invárléc vonásainak a képe. Az ékszállal közrefogjuk a fekete sávot és leolvassuk a mikrométerskálán. Mivel a műszer vízszintes irány-síkja a plánparalel lemez elforgatásával mindössze 1 cm-en belül emelhető vagy süllyeszthető, a lécen a fekete sávok pedig 5 cm-enként követik egymást, ezért a léceket hordozó kötőpont magasságát addig kell változtatni, míg 1 cm-en belül valamelyik fekete sáv közepe a műszer vízszintes irány-síkjával egy magasságba nem kerül. A gyakorlatban ezt úgy érték el, hogy egymás közelébe öt cöveket vertek le mindig 1-1 cm-rel mélyebbre és próbálgatással kiválasztották a megfelelő magasságban levő kötőpontot.



434.32.3 ábra

A 0-ad rendű szintezési hálózat mérésekor invárbetétes léceket alakítottak át a folyók feletti átszintezéshez úgy, hogy az invárbetét bal oldali osztásvonásait kihosszabbították az invárszalag teljes szélességére és minden második fehér mezőt fekete ténre festették (434.32.2 ábra). Így a fekete sávok ugyan szélesebbek lettek, mint a fehér sávok, de ez nem zavaró, mert a fekete sáv úgymint keskenyebbnek, a fehér pedig szélesebbnek látszik a valóságosnál. Mérésnél vagy egy fekete, vagy egy fehér sávot lehet az ék alakú szállal közrefogni.

Szintén a 0-ad rendű szintezés hívta életre egy másik ötletes léctípus tervét a folyón való átszintezésekhez. Ez a léctípus is sávos: 2 cm vastag fekete osztások és 2 cm széles

fehér mezők váltják egymást az invárszalag mindkét oldalán (434.32.3 ábra). A bal oldali és a jobb oldali skála eltolása egymáshoz képest 1 cm, így a műszer ékszálával vagy a bal, vagy a jobb oldalon, vagy egy fekete, vagy egy fehér sáv adott műszermagasságban közrefogható. A lécc védőlapján feltüntetett szám jelöli a decimétert, a szám alatti nyíl a nulla centiméterre mutat, az 5 centimétert fekete pont jelöli.

Mivel az átszintezésnél két műszerállásból egyidejűleg kell mérni, a műveletek zavartalan lebonyolítása érdekében nagyon hasznos, ha az észlelők rövidhullámú rádió (telefon) összeköttetésben állnak.

Jóval több nehézséget okoz a vízfelület feletti átszintezés, ha tölcsér alakú folyamtorkolaton vagy szigetek közti tengerszorosokon kell átmérni. A franciák egyik tölcsértor-

kolatuk átszintezésénél például 10-30 cm-es sávós osztású lé-
cet használtak, és a műszer közelében levő lécen pedig - hogy
a parallaxis csavarhoz ne kelljen hozzányúlni - úgy olvastak
le, hogy a lécet az okuláris elé helyezve az objektíven átvi-
lágítottak és a keletkező néhány mm átmérőjű fényfolt széleit
olvasták le, majd kiközevelték.

Németországban a Weser és az Elba torkolatvidékén, Dá-
niában az egyes szigetek között a hidrosztatikai szintezést
alkalmazták igen jó eredménnyel. A mérések igen nagy előkészü-
letet kívántak és több napig eltartottak. A szigetek közti mé-
réseknél előfordultak közel 20 km hosszú csővezetékek is.

Kanadában kísérletképpen lézer-rátétellel felszerelt fel-
sőrendű szintezőműszert (Zeiss KoNi 007) alkalmaztak a folyón
való átszintezéshez. A beszámoló szerint a Saint John-folyó
fölött, 700 m távolságban levő pontokat szinteztek össze ily
módon. Ugyanezt a két pontot vasúti hídon keresztül Wild N3
műszerrel, hagyományosan is összemérték, a két mérés külön-
sége 2,6 mm volt. (Ugyanez a csoport kísérleteket végzett vo-
nalszintezésnél is a lézerrátétes szintezőműszer alkalmazható-
ságára annak reményében, hogy a szokásos lécz-műszer távolság
így 100-200 méterre növelhető lesz.) A kísérletet végzők sze-
rint a tapasztalatok kedvezőek voltak.

434.4 Gravimetriai mérések a szintezési hálózatban

Amint a 41. fejezetben már szó volt róla, magassági alap-
hálózatunkhoz bármelyik metrikus magasságfogalmat rendeljük
is, mindenképp szükség van a nehézségi gyorsulás valamilyen
értékének ismeretére.

Például a 0-ad rendű (kéregmozgási) hálózathoz válasz-
tott magassági mérőszám a normálmagasság. A normálmagasság
kiszámításához szükség van a szintezés útvonala mentén mért
nehézségi gyorsulás értékekre. Ezért az országos nehézségi
alaphálózatra támaszkodva, a szintezési vonalak bizonyos
pontjain graviméterrel relatív nehézségi gyorsulás méréseket
végzünk (l. 5. rész és Geofizika tantárgy). A kéregmozgási
hálózat főalappontjai és K pontjai között meghatározott Δg
értékek szükséges pontossága: $\pm 0,02$ mgal - $\pm 0,05$ mgal kö-
zötti érték, ezért a gravimetriai mérésekhez nagyérzékenysé-
gű (10^{-7} m/s² változást érzékelni tudó) gravimétereket kell
használni.

A gravimetriai méréseket irodai tervezés előzi meg, ami-
kor is a szintezési vonalakról készített hossz-szelvényen ki-
jelöljük a mérési pontok helyét. (A hossz-szelvény célszerű
méretaránya vízszintes értelemben 1:25 000 és magassági érte-
lemben 1:100-1:5000.) Az 1:25 000 méretarányú topográfiai tér-
kép és az elkészített hossz-szelvény segítségével a mérendő
pontok helyét és sűrűségét a következők szerint állapítjuk
meg:

sík vidéken 8-10 kilométerenként,
dombvidéken 2-3 kilométerenként és
hegyvidéken 0,3-0,5 kilométerenként,
továbbá minden fő- és közbenső alappont, valamint a szintezési
vonallal jellemző vízszintes és magassági töréspontjai.

A tervezést a mérendő pontok terepi megjelölése követi.
A terepen ki kell tűzni és jelölni olyan graviméteres kötő-
pontokat is, amelyeket a graviméteres mérési technológia kí-
ván meg (l. Geofizika tantárgy).

A graviméteres mérésre kijelölt pontokat - a graviméte-
res mérések megbízhatóságának megfelelő pontossággal - víz-
szintes és magassági értelemben meg kell határozni. (A 10^{-7}
 m/s^2 változásnak 3 cm magasságkülönbség és 10 m távolságkül-
önbség felel meg.) A pontok helyének meghatározását rendsze-
rint a geodéta csoport végzi.

A graviméterrel való mérést a graviméteres csoport végzi
a szintezéssel azonos naptári évben, ha lehetséges azonos
évszakban. A mérések megkezdése előtt és befejezése után a
mérésben résztvevő műszereket a nemzeti gravitációs alapvona-
lon hitelesítik (l. 5. rész). A hitelesített műszerekkel elő-
ször a szintezési főalappontok és a gravitációs kötőpontok
g értékét kell meghatározni az I. rendű gravitációs alapon-
tokra támaszkodva. Ezt követi a többi graviméteres pont mé-
rése.

A graviméteres mérések feldolgozása, a Faye-anomáliák
számítása (l. Geofizika tantárgy) a gravimetriai csoport,
illetve az ország gravitációs adatait kezelő és nyilvántartó
szervezet (nálunk a Geofizikai Intézet) feladata.

435. A szintezési hálózat számítási munkái

435.1 Előkészítő számítások

A tulajdonképpeni előkészítő számításokat csak akkor
kezdhetjük el, ha a mérések megbízhatósága megfelel az uta-
sításban előírt hibahatároknak. Ezért a terepen készített
jegyzőkönyveket a számítócsoport (azelőtt maga a mérést vég-
ző személy) abból a szempontból vizsgálja, hogy szükséges-e
pótméréseket végezni, vagy sem. Az ilyen célú vizsgálatokat
rendszerint szintezési szakaszonként végezzük.

A mérés elfogadhatóságának egyik feltétele, hogy - az
oda- és visszamérést külön-külön vizsgálva - műszerálláson-
ként mind a bal, mind a jobb oldali léccelolvasásokból szá-
mítható magasságkülönbségek különbsége összegezve (d):

$$d \leq 0,2 \sqrt{\text{műszerállásszám}} \text{ mm}, \quad (1)$$

vagy ha túllépjük d megengedett értékét, akkor egyetlen olyan műszerállás sincs, ahol a bal és jobb oldali magasságkülönbség eltérése nagyobb lenne, mint 0,24 mm. Ez esetben ugyanis csak kedvezőtlen hibahalmazódással állunk szemben, és a mérést nem kell megismételni.

Ha az előbb leírt szempont szerint a mérés elfogadható, akkor képezni kell a szakaszra - az oda- és a visszamérést külön-külön kezelve - a bal oldali magasságkülönbségek összegét és a jobb oldali magasságkülönbségek összegét, majd e két összeg számtani közepét, ezzel megkapjuk a szakasz nyers magasságkülönbségét mind az oda- mind a visszamérésre vonatkozóan.

A mérések elfogadhatóságának másik feltétele az egyes szintezési szakaszokon az oda- és visszaszintezés eredménye közötti eltéréstől (az észlelési differenciáktól) függ. A mérés akkor elfogadható, ha ez a φ eltérés a

$$\begin{aligned} \text{0-ad (I.) rendű méréseknél} & \quad \varphi \leq 1,2 \sqrt{R} \text{ mm} \\ \text{II. rendű méréseknél} & \quad \varphi \leq 2,0 \sqrt{R} \text{ mm} \\ \text{III. rendű méréseknél} & \quad \varphi \leq 3,0 \sqrt{R} \text{ mm} \end{aligned} \quad (2)$$

ahol R a szintezett szakasz hossza km egységben. Továbbá nem szabad túllépni a poligonzárás megengedett értékét (φ):

$$\begin{aligned} \text{0-ad (I.) rendű hálózatban} & \quad \varphi \leq 0,9 \sqrt{F} \text{ mm} \\ \text{II. rendű hálózatban} & \quad \varphi \leq 2,0 \sqrt{F} \text{ mm} \\ \text{III. rendű hálózatban} & \quad \varphi \leq 3,0 \sqrt{F} \text{ mm} \end{aligned} \quad (3)$$

ahol F a poligon kerülete km egységben. Vizsgálni kell a beillesztett vonal magassági záróhibáját is (φ), ennek hibahatára:

$$\begin{aligned} \text{I. rendű hálózatban} & \quad \varphi \leq 1,2 \sqrt{L} \text{ mm} \\ \text{II. rendű hálózatban} & \quad \varphi \leq 2,0 \sqrt{L} \text{ mm} \\ \text{III. rendű hálózatban} & \quad \varphi \leq 3,0 \sqrt{L} \text{ mm} \end{aligned} \quad (4)$$

ahol L a beillesztett vonal hossza km egységben.

Ha mérési eredményeink olyanok, hogy nem lépik túl a rendőségüknek megfelelő hibahatárt, akkor a következő lépés a mérési eredmények hőmérsékleti javításának képzése. A hőmérsékleti javítást szintezési szakaszonként számítjuk ki a használt szintezőléc-pár komparálási egyenlete alapján. A gyakorlatban ezt úgy végezzük el, hogy még a lécpár komparálásakor a komparálási hőmérsékletre meghatároztuk a lécméter átlagos hosszát, majd az inváryanag hőtágulási együtthatója ismeretében 1°C -kénti sűrűséggel -10°C -tól $+25^\circ\text{C}$ -ig kiszámítottuk az átlagos lécméter hosszakat, és a kapott értékeket a "javítási táblázatba" összefoglaltuk. A hőmérsékleti javítás számításakor most ezt a javítási táblázatot használva kikeressük a szintezés hőmérsékletének megfelelő javításértéket és ezzel megjavítjuk a szakasz nyers magasságkülönb-

ségének minden méterét. A hőmérsékleti javítással ellátott nyers érték képezi a szakasz magasságkülönbségét.

Ezt követően az I. rendű (0-ad rendű) hálózat vonalait szintezési szakaszonként a választott magassági mérőszámnak megfelelő javítással kell ellátni. Az EOMA esetében a magassági mérőszám a normálmagasság, ennek megfelelően kiszámítjuk a szintezési szakaszok normáljavítását. A Δ_N normáljavítás számításának képletei:

$$\Delta_N = K_1 + K_2$$

$$K_1 = -\kappa \cdot s_m \cdot H_{AB} \quad \text{és} \quad (5)$$

$$K_2 = \frac{(g - \gamma)_{AB}}{981\,000} h_{AB}$$

ahol $\kappa = 10^3 \frac{\beta \sin 2\varphi}{6370}$

(β a nehézségi lapultság, φ az ellipszoidi földrajzi szélesség, és Magyarország egész területére $\varphi = 47^\circ$ -os közepes szélesség mellett

$$\kappa = 0,000\,83);$$

s_m = a szintezési szakasz hosszának meridián irányú vetülete km egységben, (1:25 000 méretarányú topográfiai térképről lemérhetjük, a megkívánt pontosság 100 m magasságon 60 m, és 600 m magasságon 10 m.

A vetület előjele észak felé haladva pozitív);
 H_{AB} = az A és B pontok közötti szintezési szakasz közepes közelítő magassága méter egységben (H_{AB} értékében elkövethető maximális hiba

$$s_m = 1 \text{ km-nél } 6 \text{ m}),$$

$(g - \gamma)_{AB}$ = az A és B pontok közötti közepes szabadlevegő-rendellenesség (Faye-anomália) mgal-ban 0,1 mgal élességgel;

h_{AB} = a szakasz (nyers) magasságkülönbsége m-ben 0,1 méter élességgel.

K_1 előjele észak felé haladó vonalaknál negatív, K_2 előjelét a szakasz szabadlevegő-rendellenességének és magasságkülönbségének előjele határozza meg. A K_1 és K_2 értékeket mm egységben kapjuk.

A normáljavítás kiszámítása után még a szintezési szakaszok asztronómiai korrekcióját is meg kell határozni. E számításokat a 434.2 szakasz 10. pontjában leírtak szerint végezzük.

A javítások kiszámítása után készítjük el a vonal-összeállításokat. A vonal-összeállításokat célszerű csomóponttól

csomópontig elkülönítve táblázatba foglalni. A végleges vonal-összeállítás a következőket tartalmazza:

- a vonal száma,
- a vonal pontjainak száma,
- a szakasztávolságok,
- a folyamatosan összegzett távolságok,
- a szakaszok hőmérsékleti javítással ellátott közepes magasságkülönbségei,
- az észlelési differenciák és ezek folyamatosan összegzett értékei,
- a normáljavítások,
- az asztronómiai javítások,
- a javításokkal ellátott magasságkülönbségek,
- előzetes tengerszint feletti magasság.

A II. és III. rendű mérések vonal-összeállítása hasonló azzal az eltéréssel, hogy nem számítunk a szakaszokra normáljavítást és asztronómiai korrekciót.

A szintezési hálózatok kiegyenlítését megelőzően szokásos kiszámítani a mérések kilométeres középhibájának aposteriori értékét:

$$\mu_{km} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{n} \left[\frac{\rho_i \rho_i}{R_i} \right]} \quad (6)$$

ahol

- ρ_i - az i -edik szintezési szakasz észlelési differenciája mm-ben (1. (2) képlet),
- R_i - az i -edik szakasz hossza km-ben,
- n - a szintezési vonalban szereplő szakaszok száma.

Az aposteriori középhibára megszabott hibahatárok segítségével méréseink közül a pótmérések úgyszintén kijelölhetők. A harmadik szintezési hálózatban az aposteriori középhiba még megengedett értéke $\pm 0,5$ mm volt, míg a 0-ad rendű hálózatban a $\pm 0,3$ mm volt a kívánatos érték.

Az aposteriori középhiba megengedett értékét rendszerint az apriori középhiba ismeretében szokták megállapítani, ugyanis ha a mérésben csupán véletlen hibák vannak, akkor az aposteriori hibának igen kevéssel szabad különböznie az apriori hibától. Ha az aposteriori hiba mégis lényegesen nagyobb, mint az apriori, akkor a mérésekben szabályos hibaforrást kell keresnünk.

Szabályos hibára utal a ρ értékek túlnyomóan azonos előjele is. Ez a tény a (6) képletben nem jut kifejezésre. Ezért célszerű számítani a szintezési vonal relatív hibáját is (a):

$$a = \frac{[\rho_i]}{L} \quad (7)$$

ahol ϱ_i - az i-edik szakasz észlelési differenciája mm-ben,
 L - a szintezési vonal hossza km egységben.

A relatív hibára úgyszintén hibahatárt szoktak szabni, ez az érték pl. a harmadik szintezési hálózatnál $\pm 0,4$ mm volt.

435.2 Szintezési hálózatok kiegyenlítése

435.21 Az elsőrendű hálózat kiegyenlítése

A zárt sokszögekből felépített, elsőrendű szintezési hálózatot egy egészben szokásos kiegyenlíteni korreláta-módszerrel. Mérési eredménynek az egyes szintezési vonalakon (csomóponttól csomópontig) mért és a 435.1 szakaszban leírt javításokkal ellátott magasságkülönbségek összegét (vagy értelemszerűen a geopotenciális értékeket) tekintjük. A mérési eredmények súlyának rendszerint a szintezési vonalhosszak reciprokértékét szokás választani.

A megoldandó normálegyenlet-rendszer ismeretleneinek száma megegyezik a zárt sokszögek számával, ugyanis minden zárt sokszög egy-egy fölös mérést tartalmaz, tehát egy-egy feltételi egyenlet felírását teszi lehetővé. Ha a hálózatban n számú szintezési vonal és q számú csomópont van, akkor a fölös mérések száma (f):

$$f = n - q + 1 = n - (q - 1) \quad (1)$$

A kiegyenlítés eredményeként a vonalához tartozó magasságkülönbségek (vagy geopotenciális értékek) legmegbízhatóbb javítását kapjuk meg, amit a vonalat alkotó szakaszok hossza arányában osztunk el az egyes szakaszokra. Ezt követően a hálózat kezdőpontjából kiindulva képezzük az egyes pontok magasságát (vagy geopotenciális mérőszámát).

A kiegyenlítés után a legmegbízhatóbb javítások súlyozott négyzetösszegéből [pvv] számítjuk a hálózati kilométeres középhibát:

$$\mu_{\text{hálózati km}} = \sqrt{\frac{[pvv]}{f}} \quad (2)$$

ahol f a fölös mérések száma. (A (2) képlet tulajdonképpen a súlyegység dimenzió nélküli középhibáját adja, és ebből a mm^{-2} dimenziójú egységsúly négyzetgyökével való osztással kapjuk meg a kilométeres középhibát milliméterben.)

Ha a hálózati hiba jelentősen nagyobb az a posteriori hibánál, akkor ennek oka komparálási hiba, vagy az alappontoknak a mérés alatti magasságváltozása lehet.

A szintezési hálózatok kiegyenlítésére újabban a közvetett mérések kiegyenlítésének módszerét (a koordináta-kiegyenlítést) is alkalmazzák, sőt az ebből lezármaztatott fokozatos közelítés módszere is előtérbe került (Gauss-Vogler mód-

szer, más néven Jacobi-féle, Anér-féle vagy Southwell-Back-féle eljárás).

A közvetett mérések kiegyenlítésének módszerét használva valamennyi csomópont számára előzetes magasságot (vagy geopotenciális mérőszámot) számítunk a vonalak magasságkülönbségével (illetőleg a geopotenciális értékekkel). A kiegyenlítés feladata az előzetes H magasságok dH változásának (illetőleg a K_p geopotenciális mérőszámok dK_p változásának) meghatározása úgy, hogy a vonalak magasságkülönbségére (geopotenciális értékre) kapott legmegbízhatóbb javítások súlyozott négyzetösszege minimum legyen. Mivel egy csomópont (ez a kezdőpont) magassága adott, a meghatározandó ismeretlenek száma, azaz a normálegyenletek száma (r):

$$r = q - 1 \quad (3)$$

ahol q ismét a csomópontok száma.

Bár előfordul, hogy a szintezési hálózat felépítése olyan, hogy a közvetett mérések kiegyenlítési eljárását alkalmazva kevesebb lesz az ismeretlenek száma, mint korrelálás kiegyenlítés esetén lenne, mégsem ez elsősorban az oka annak, hogy a koordinátás kiegyenlítést részesítjük előnyben. A koordinátás kiegyenlítés előnye a nemzetközi hálózatok együttes kiegyenlítésénél mutatkozik meg leginkább, mert lehetővé tesz olyan megoldást, amellyel minden ország a maga területére eső hálózatrészt maga egyenlíti ki. A nemzetközi hálózatok kiegyenlítésekor Pranisz-Pranievics-eljárását követve ugyanis a normálegyenletekbe utolsó ismeretlenként a szomszédos országok felé csatlakozó pontok dH változásai kerülnek, így a közös kiegyenlítés csak a csatlakozó pontokat tartalmazó, redukált normálegyenlet-részekből alakult egyenletrendszer megoldásából áll. E munkafázis elvégzése után - a csatlakozó pontok dH értékeinek ismeretében - folytathatják az egyes országok a maguk hálózatának kiegyenlítését, és így a résztvevő országoknak nem kell kiadniuk az ország belső területére vonatkozó magassági adatokat.

A közvetett mérések kiegyenlítési eljárásának lefolytatásával a csomópontok végleges magasságát kapjuk meg. A közbeeső szakaszvégpontok magasságát úgy számítjuk ki, hogy a vonalakra a kiegyenlített értékekből számított és a mért magasságkülönbségek közti eltérést a szakaszhosszak arányában elosztjuk, és az így megjavított magasságkülönbségekkel képezzük a csomópontok közti alappontok magasságát.

A közvetett mérések módszerének előnyeként még azt is meg kell említeni, hogy a kiegyenlített mennyiségek súlykoeficiens mátrixa igen egyszerűen előállítható, így a közép-hiba-számítás is jóval egyszerűbb lesz, mint korrelálás kiegyenlítés esetén (1. Kiegyenlítő számítások tantárgy).

435.22 A II. és III. rendű hálózat kiegyenlítése

A II. rendű hálózat kiegyenlítését az I. rendű poligonok által körülhatárolt darabokra felosztva végezzük el. A kiegyenlítés lényegében abból áll, hogy az I. rendű poligonon belül a II. rendű csomópontok magasságát - az I. rendű pontokra támaszkodva - a közvetett mérések kiegyenlítésének módszerével meghatározzuk. A kiegyenlítésbe bevitt mérési eredmények súlyát az illető vonal hosszának fordított arányában állapítjuk meg.

A csomópontok végleges magasságát meghatározva a közben-ső szakaszvégpontok magasságát hasonlóan vezetjük le, mint az I. rendű hálózatnál.

A III. rendű hálózat kiegyenlítése értelemszerűen azonos a II. rendű hálózatéval.

A csomópont-kiegyenlítésekből azután kiszámíthatók a hálózati kilométeres középhibák mind a II. rendű, mind a III. rendű hálózatban az I. rendű poligonok területére külön-külön és a teljes hálózatra együttesen is.

435.23 Függőleges földkéregmozgás-értékek meghatározása kiegyenlítéssel

Századunk első felében jutottak a szakemberek arra a felismerésre, hogy néhány évtized elteltével újra megmért szabatos szintezési hálózatok mérési eredményeiben mutatkozó eltérések oka jórészt a földkéreg mozgásában keresendő. A szabatos szintezésekkel természetesen csak a kéregmozgás (pontosabban a hálózati pontokban a felszínen tapasztalható mozgás) értékének függőleges összetevőjét lehet meghatározni.

Az ismételt szintezések eredményeire vonatkozó kiértékelő eljárásoknak az idők folyamán számos változata alakult ki. A legegyszerűbb módszer, hogy a kéregmozgásokat a kiegyenlítésnek alá nem vetett mérési eredményekből állapítjuk meg. Ez az eljárás azonban csak igen kis területen, központos elhelyezésű pontból kiinduló egyes vonalakra alkalmazható, főleg akkor, ha nagyobb elmozdulások vannak a területen.

Nagyobb területen a vizsgálati vonalakból zárt poligonokat kell kialakítani, és az ellentmondásokat kiegyenlítéssel feloldani. Különösen fontos a kiegyenlítés kérdése olyan hálózatoknál, ahol a kéregmozgás értékek várhatóan csekélyek, alig haladják meg a hálózat megbízhatósági mérőszámait, így csak a jól megválasztott kiegyenlítési eljárással érhetjük el azt, hogy a mutatkozó eltérésekből minél inkább leválasszunk a mérési hibákat.

Kézenfekvőnek látszik az a megoldás, hogy a két periódusban mért szintezési hálózatokat egymástól függetlenül kiegyenlítsük, és a mozgásértékeket a tengerszint feletti magasságokból számítsuk ki. Ez az eljárás azonban elvileg hibás, mert egyrészt a kimutatott különbségek nemcsak a szintváltozásokat, hanem a kiegyenlítésekből adódó javításokat is tartalmazzák, másrészt az egyes hálózatok mérése is évekig

tartott, így az időközi magasságváltozások is torzítják a ki-mutatott különbségeket.

A mozgásértékek ellentmondásmentes értékrendszerét kap-juk Bendefy [9] javaslata szerint. Az eljárás lényege rövi-den a következő: szintezési vonalanként a két szintezésből kapott, ki nem egyenlített mérési eredmények különbségét el kell osztani a két szintezés között eltelt évtizedek számá-val - ezzel megkaptuk az évtizedes változás előzetes érté-két - majd ezeket fiktív mérési eredményeknek tekintve elvé-gezzük a kiegyenlítést. A kiegyenlítéssel kielégítendő felté-tel az, hogy a vonalakra kapott végleges évtizedes változások összege a zárt poligonokban zérus kell legyen. Az évtizedes változások hálózatát Bendefy geokinetikai hálózatnak nevezi.

A geokinetikai hálózat igaz, hogy a mozgásértékek ellent-mondásmentes értékrendszerét foglalja magába, de az évtize-des változások bizonyos mértékig elszakadnak maguktól a szin-tezési hálózatoktól, a kiegyenlítés során ugyanis a szintezé-si hálózatok ellentmondásait nem oldottuk fel. Az is kifogá-solható elvileg, hogy a ki nem egyenlített mérési eredmények szakaszokénti különbségei csaknem kizárólag kéregmozgási értékeknek minősülnek, holott azok többnyire a mérési hibák szintjén vannak, és ez esetben valójában a mérési hibákat redukáljuk a két mérés közt eltelt idő függvényében. Ez pe-dig helytelen, mert a mérési hibák az idővel nincsenek össze-függésben.

A kéregmozgási hálózatok kiegyenlítésénél azok az eljá-rások látszanak célravezetőnek, amelyek során azt is figyelem-be vesszük, hogy a mozgásértékek megállapítására szolgáló adatok mérési hibával terhelték. Az ilyen kiegyenlítési el-járással a finn Kääriäinen [53] közleményében találkozhatunk. A kiegyenlítési módszer fokozatos közelítéssel él. Első lé-pésként a zárt szintezési poligonok minden egyes vonalára a két szintezés mérési eredményéből kiszámítják az évi válto-zások első közelítő értékét, majd ezeket kiegyenlítik azzal a feltétellel, hogy összegük zárt sokszögenként zérus legyen. Második lépésként a kiegyenlítésből kapott évi változásokkal a két szintezési hálózatot egy-egy epochára (időpontra) redu-kálják, és a két szintezési hálózatot külön-külön kiegyenlí-tik azzal a feltétellel, hogy poligononként a magasságkül-lönbségek összege zérus legyen. A harmadik lépés az első lé-pés ismétlése azzal a különbséggel, hogy a mérési eredmények helyébe a kiegyenlített magasságkülönbségek lépnek, a negye-dik lépés pedig a második értelemszerű ismétlése. Ezt az el-járást mindaddig folytatják, amíg mindkét feltétel ki nem elégül. A számítások elég hosszadalmasak, a kapott eredmények azonban szabatosak.

Egy másik finn eljárás [54] a két szintezést együttesen egyenlíti ki úgy, hogy vonalanként egy-egy súlyozott közép-értéket számítanak a két mérési eredményből a két szintezési hálózat középidőpontjára, mint epochára. Minden zárt sokszög-höz két feltétel tartozik: a közös epochára redukált mérési eredmények összege zérus, és az évi változások összege is

zérus. Mindkét fajta feltételi egyenletben az eredeti mérési eredmények szerepelnek, és azokhoz kapják meg a mérési javításokat is.

A kéregmozgási hálózatok kiegyenlítésének szabatos módszerét Hazay [32] dolgozta ki. Eljárását követve a két szintezési hálózatot és az időegységre eső változásokat (a sebességeket) egyetlen műveletben egyenlíthetjük ki. Ennek során

- feltételezzük, hogy a változás egyazon szintezési vonalon a vizsgálati időn belül lineáris;
- kielégül az a kíváncsóság, hogy a kiegyenlített sebességértékek összhangban legyenek a két kiegyenlített szintezési hálózattal;
- olyan kiegyenlített sebességértékeket kapunk, hogy velük a két kiegyenlített szintezési hálózatot bármely időpontra redukálhatjuk és a kiegyenlítési feltételek továbbra is kielégülnek;
- az eredeti mérések kiegyenlített értékei függetlenek lesznek attól, hogy mely időpontokra (epochákra) vonatkozóan végeztük el a kiegyenlítést.

Az együttes kiegyenlítés feltételi egyenleteit a következők szerint kell felállítani.

Ha valamely szintezési vonal két végpontja közti magasságkülönbségre az első szintezésből kapott mérési eredmény L_i' és ennek javítása v_i' a második szintezésre vonatkozó értékek pedig L_i'' és v_i'' , a vonal két szintezése között eltelt időköz ΔT_i (tetszés szerinti időegységben, pl. évtizedben, évben), akkor az időegységre eső változás:

$$\Delta_i = \frac{L_i'' + v_i'' - L_i' - v_i'}{\Delta T_i} \quad (1)$$

Ha már most a két szintezési hálózat mérési eredményeit egyegy, egymástól eltérő időpontra (epochára) redukáljuk, és τ_i' -vel és τ_i'' -vel jelöljük a vonal első szintezése és az első epocha, illetve a vonal második szintezése és a második epocha közti időtartamot, akkor a vonal kiegyenlített mérési eredményei az első és a második epochában:

$$h_i' = L_i' + v_i' + \frac{\tau_i'}{\Delta T_i} (L_i'' + v_i'' - L_i' - v_i') \quad (2)$$

$$h_i'' = L_i'' + v_i'' + \frac{\tau_i''}{\Delta T_i} (L_i'' + v_i'' - L_i' - v_i')$$

A kiegyenlítés feltételi egyenletei zárt sokszögenként:

$$[h'] = 0 \quad \text{és} \quad [h''] = 0 \quad (3)$$

Az a követelmény, hogy az időegységre eső változások zárt poligononként ugyancsak zérus összeget adjanak, a (3) feltételek kielégítésével szintén kielégül. Mivel a javításokat az eredeti mérési eredmények kapják, a súlyokat a kiegyenlítéshez a szintezéseknél szokásos módon vehetjük fel. Az együttes kiegyenlítésben a normálegyenletek száma a zárt sokszögek számának kétszerese lesz.

Hazay kiegyenlítési eljárását később továbbfejlesztette és olyan eljárást dolgozott ki, amely három vagy annál több időben eltolt szintezés szabatos kiegyenlítésére alkalmas [33]. Az előzőekben ismertetett, két szintezés eredményeinek kiértékelésére szolgáló kiegyenlítésben ugyanis azazal a feltételezéssel éltünk, hogy a mozgássebességek a két szintezés közötti időszakban állandóak. Ha azonban a hálózatnak egymást bizonyos időközökben (például 15-20 évenként) követő több szintezését tekintjük, akkor ezt a feltételt már nem tarthatjuk megfelelőnek, mert az egymás után következő csatlakozó időszakok határán (pl. az első-második-harmadik szintezést tekintve a második szintezés időpontjában) ugrásszerűen változó sebességértékekhez jutunk. Márpedig, ha a sebességnek van változása, akkor az nem ugrásszerűen, hanem - a rendkívüli események, mint pl. földrengések stb. kivételével - az időben folyamatosan megy végbe. Tehát a szintezési hálózatok kiegyenlítésébe nemcsak a mozgásértékek sebességeit, hanem azok változását, azaz gyorsulását is be kell vezetnünk. Hazay kiegyenlítési eljárásában a gyorsulást már állandónak tételezte fel. (Ennek változását feltételezni a mérések jelenlegi és várható pontossága nem is indokolja.)

Ha már legalább három (vagy ennél több) szintezést végeztünk, akkor a gyorsulásokat is figyelembe véve a javítási egyenletek sematikus alakja az i -edik szintezésvonalra:

$$L_i + \lambda_i = L_{0i} + t_i \Delta_{0i} + \frac{t_i^2}{2} \alpha_i \quad (4)$$

ahol L egy kezdő- (alap) epochától számított t időpontra redukált hálózat mérési eredménye, λ ennek javítása, L_0 és Δ_0 a kiegyenlítéssel meghatározandó magasságkülönbség, illetve mozgássebesség a kezdőepochán, α pedig a kiegyenlítésből adódó gyorsulás.

Ilyen javítási egyenletet valamennyi vonalra és azoknak minden egyes szintezésére fel kell állítani. Azt a követelményt, hogy a hálózat kiegyenlített magasságkülönbségeit bármely időpontra redukálva, a hálózat ott is ellentmondásmentes legyen, úgy elégíthetjük ki, hogy zárt poligononként a következő kényszerfeltételi egyenleteket írjuk fel:

$$[L_0] = 0 \quad [\Delta_0] = 0 \quad [\alpha] = 0 \quad (5)$$

A kiegyenlítési eljárás elvben megegyezik Hazay két szintezés kiegyenlítésére kidolgozott eljárásával, tehát mindegyik szintezési hálózat mérési eredményeit egy-egy, egymástól eltérő epochára redukáljuk; a feltételi egyenletek most is azt fejezik ki, hogy az epochára redukált kiegyenlített mérési eredmények összegének zárt poligononként zérusnak kell lennie. A két kiegyenlítési eljárásban csupán az epochára való redukálás módja jelenti az eltérést: a korábbi eljárásban a két szintezés közötti időtartamra állandónak tekintett sebességértékkel, ez utóbbiban pedig a gyorsulást is figyelembe véve redukálunk. A kiegyenlítésben a javításokat most is az eredeti mérési eredmények kapják, tehát a (4) összefüggés sematikus alakját bonyolultabb összefüggések váltják fel, ezek részletezésével azonban már nem foglalkozunk. Minden részletre kiterjedő leírással, bemutató és a két módszer is összehasonlító számpéldákkal a [32, 33] munkákban találkozhatunk.

44. Nemzetközi egységes szintezési hálózatok

A geodéziai alapadatok egységesítésének érdekében a Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió (IUGG) Geodéziai Szövetsége 1954-ben bizottságot hozott létre az európai szintezési hálózatok egységbe foglalásával és együttes kiegyenlítésével kapcsolatos kérdések tanulmányozására. A bizottság mindenek előtt megállapította az egységes hálózat kialakításának elveit, előírta, hogy a résztvevő államok szintezési hálózatukból kialakított, mintegy 500-1200 km kerületű poligonokkal vegyenek részt a közös munkában, lehetőleg nagyszámú mareográf legyen bekapcsolva. Megegyeztek abban is, hogy az egységes hálózat kiegyenlítésében mérési eredményként a vonalak geopotenciális értéke szerepeljen, végül döntöttek a kiegyenlítés módszeréről is.

A résztvevő államok megfelelő adatait a Dán Geodéziai Intézet gyűjtötte össze, de a kiegyenlítésben több állam is részt vett.

Ezt az egységes hálózatot az irodalom REUN (réseau européen unifié de nivellement), majd a későbbi időkben UELN-55 (United European Levelling Net 1955) néven említi. E hálózathoz tartozott Svédország, Finnország hálózata, és ez az ún. északi tömb a dán szigeteken át haladó egyetlen vonallal a nyugati tömbhöz kapcsolódott. A nyugati tömb gyakorlatilag Nyugat-Európa hálózatait ölelte fel, keleti határa a Kieli-öböltől Triesztig húzható vonal, Olaszországnak csak az északi részét vonták bele.

A REUN kiegyenlítését a két tömbre külön-külön végezték el. A munkálat 1960-ra készült el. Sajnos a hálózatba több

helyen meglehetősen régi szintezéseket kellett belevonni, sok helyen a csatlakozásokhoz is kétség fért. Ezzel magyarázható, hogy több szintezési sokszög záróhibája meghaladta a 10, sőt néhányé a 20 cm-t is.

1963-ban az IUGG XIII. közgyűlése a REUN (UELN-55) tapasztalatait elemezte, majd 1971-ben a XV. közgyűlés pedig úgy határozott, hogy új, egységes szintezési hálózatot kell létrehozni Európában - mivel időközben számos európai ország elkészítette új felsőrendű szintezési hálózatát - és el kell kezdeni annak kiegyenlítését is. Ezt követően az új UELN munkálataira kijelölt bizottság 1973-ban megtartotta első ülését Brüsszelben, az akkor elindított új, egységes szintezési hálózatot UELN-73 elnevezéssel látták el. E hálózat már nagyobb területre terjed ki, mint az előző, a 44.1 ábrán látható vázlat az 1980. január 1-ig bevont hálózatrészeket tartalmazza.

Az UELN-73 kiegyenlítését 1981-ben végezték el két ütemben. Az első ütemben a szintezési hálózatot MSL (Mean Sea Level) adatok nélkül, (vagyis a számos mareográfval, több tengeren és az Atlanti-óceánon észlelt és korrekciókkal ellátott középtengerszintek figyelmen kívül hagyásával) szabad hálózatként egyenlítették ki. A második ütemben statisztikai vizsgálatoknak vetették alá az első fázisban kiegyenlített szintezési hálózatból levezethető középtengerszintek és az oceanografiailag meghatározott középtengerszintek ellentmondásait. A beszámoló [19] szerint a szintezések oceanográfiai adatokkal kombinált kiegyenlítését még megfontolják.

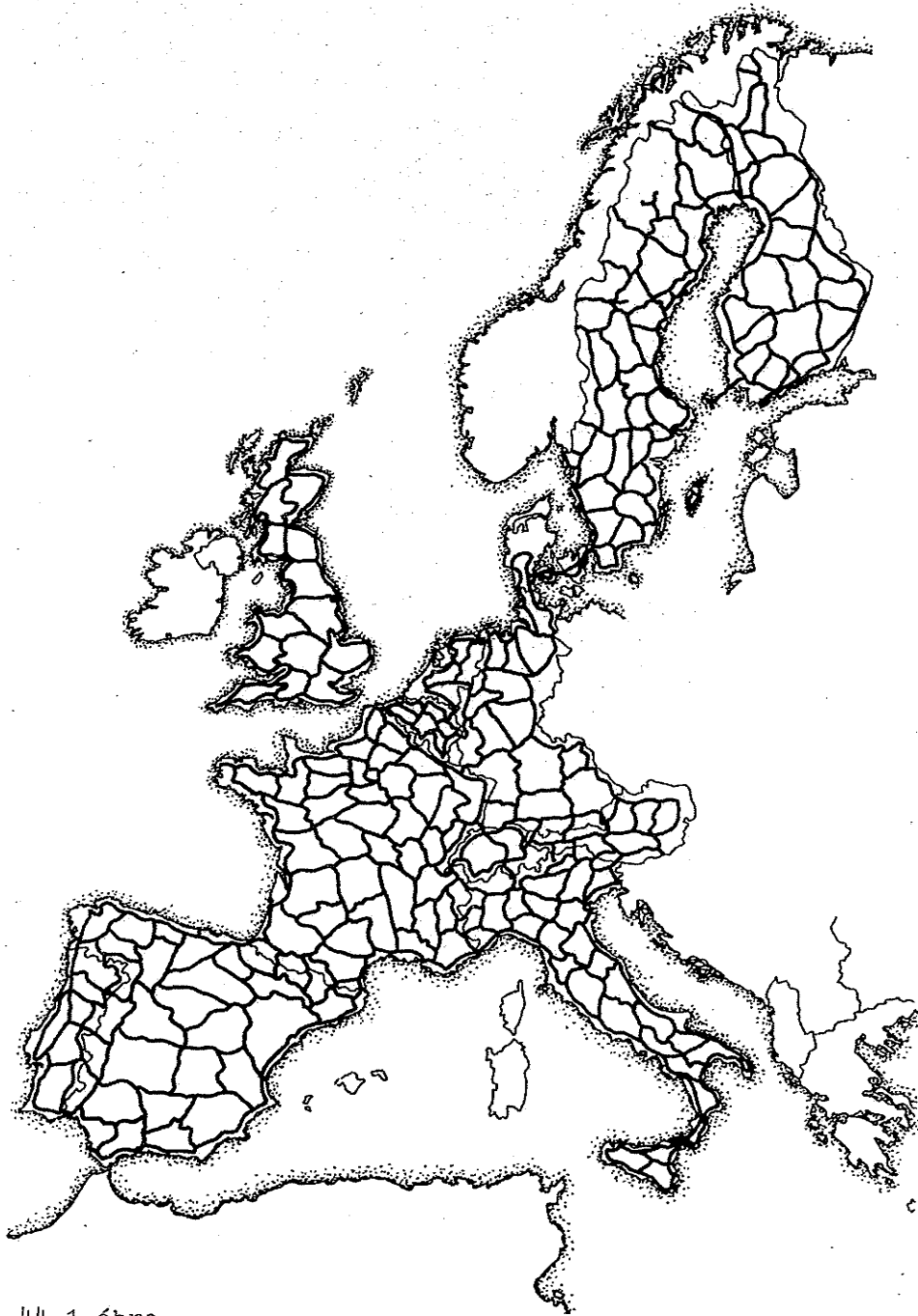
1950-60 között - a nyugat-európai államokhoz hasonlóan - egységes hálózatot fejlesztettek ki a szocialista államok is. A kelet-európai hálózatot a Szovjetunió európai területének határáig, nagyjából az Ural-hegység vonaláig terjesztették ki. Amint a 42. fejezetben már szó volt róla, a kiegyenlítés után az egységes hálózat pontjainak magasságát Kronstadthoz viszonyítva adták meg.

Nyomban az egységes hálózat elkészülte után, 1960-ban az IUGG XII. közgyűlésén a Szovjetunió azt javasolta, hogy a nemzetközi geodéziai szövetség, az IAG (International Association of Geodesy) keretében egy, a földkéreg jelenkori mozgásainak vizsgálatával foglalkozó állandó bizottságot létesítsenek. A javaslat elfogadása után, több, mint 30 ország részvételével így jött létre a CRCM (Comission on Recent Crustal Movements), vagyis a Recens Kéregmozgások Bizottsága.

E bizottság által kidolgozott és az IUGG közgyűlése által jóváhagyott program szerint a feladatok a következők:

- a recens (jelenkori) kéregmozgások térképének összeállítás,
- geodinamikai vizsgálati poligonok létesítése,
- a Föld általános deformációjának vizsgálata.

E programmal összhangban, 1971 nyarán Moszkvában, az IUGG XV. közgyűlésén bemutatták Kelet-Európa recens függőleges földkéregmozgásának összefoglaló térképét. Ez a térkép Jugoszlávia és Románia kivételével az összes európai szo-



44.1 ábra

cialista ország területére kiterjed, mintegy 6,5 millió km²-t foglal magába. A térképet 1:2 500 000 méretarányban készítették el. A térképen a következő adatokat ábrázolták:

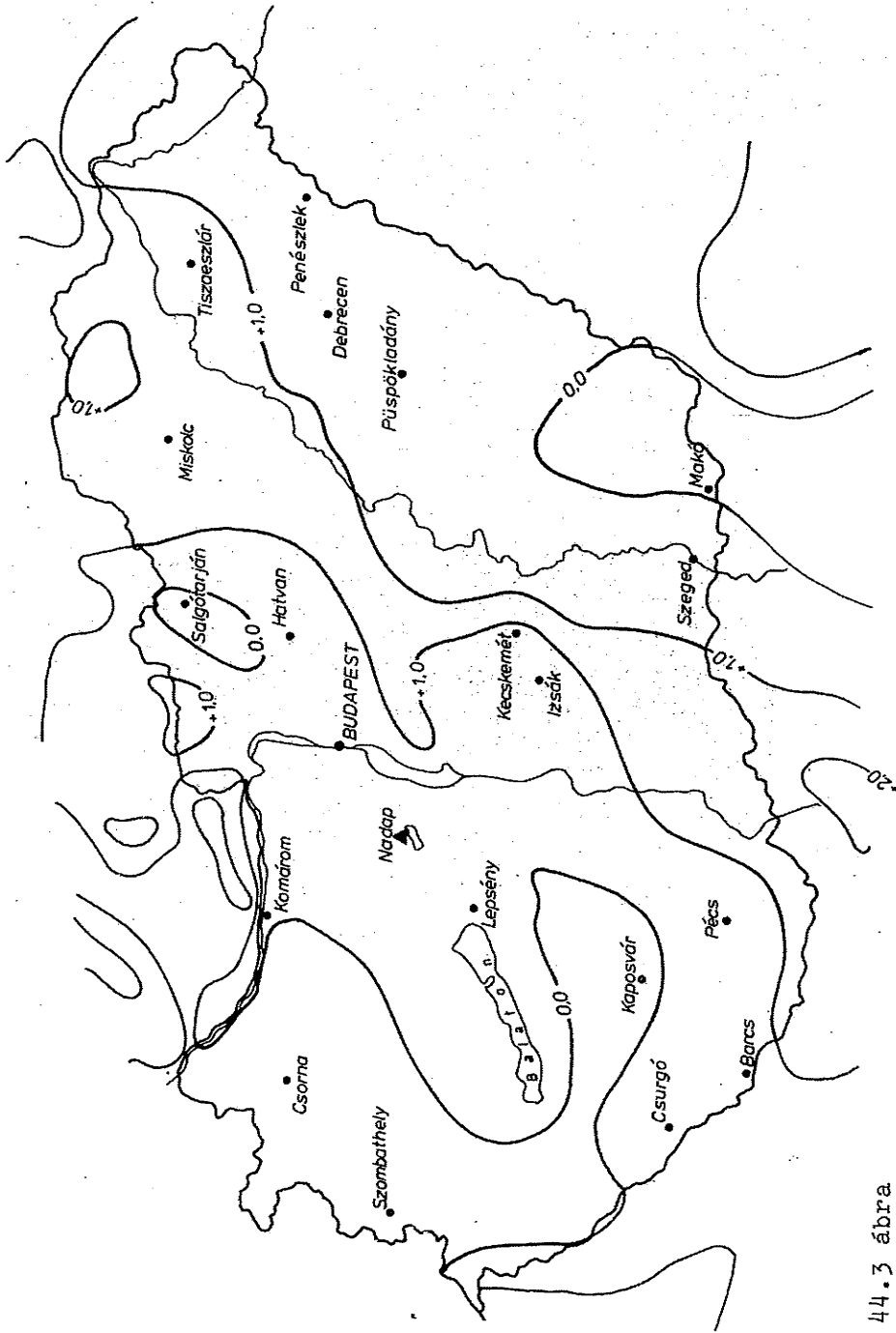
- az ismételt szintezések vonalait,
- a hálózat csomópontjait és a szintezési vonalak jellegzetes pontjait mm/év sebességértékükkel együtt,
- a kiinduló adatként elfogadott és egyéb további mareográfokat mm/év sebességértékükkel együtt,
- a függőleges kéregmozgás sebességértékeinek izovonalait 2 mm/év értékközökkel.

A térképen színezéssel tették szemléletesebbé az ábrázolt mozgásértékeket, a legjobban emelkedő (+14 mm/év és +12 mm/év értékközű) területek színe sötétbarna, a 0 mm/év felé közelítve elérjük a sárga színt, majd a süllyedő területek színe a halványzöldtől a mélyzöldig változik (egészen a -8 mm/év-vel bezárólag). A térkép sarkában, 1:15 000 000 méretarányú melléktérképen a levezetett sebességértékek megbízhatóságát szemléltethetjük, az ábrázolt középhibák +2,5 mm/év-ig terjednek. A 44.2 ábrán a kelet-európai kéregmozgási térkép Magyarországra vonatkozó részét mutatjuk be.

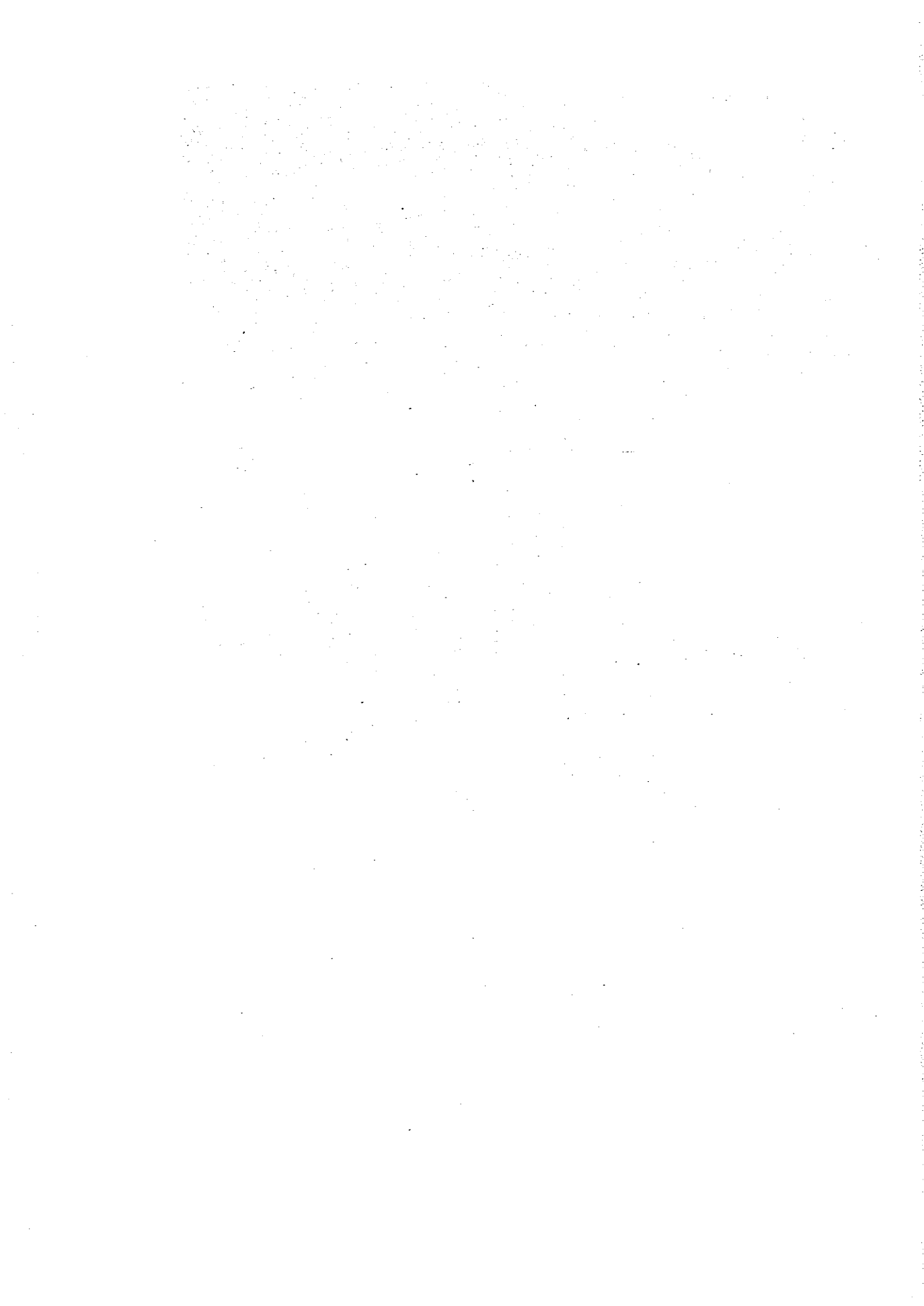
A hetvenes évek elején magyar kezdeményezésre külön is vizsgálatnak vetették alá a Kárpát-Balkán térséget a recens függőleges földkéregmozgások szempontjából. E terület együttes elemzését két körülmény tette indokolttá. Egyrészt a közös és összefüggő geológiai alap, másrészt a teljes kelet-európai vizsgálathoz felhasznált anyagok nagyfokú különbözősége.

A Kárpát-Balkán Régió (KBR) vizsgálatokba bevont területek: Csehszlovákia szlovák területe, a Szovjetunióból Kárpátalja, Magyarország, Románia, Jugoszlávia és Bulgária. Egyes kiegészítési vázlatokban - a Balti-tenger mareográfjainak bekapcsolása végett - az NDK-n és Lengyelországon át vezetett vonalak is szerepelnek.

A KBR vizsgálatok irányításában és kivitelezésében Magyarország jelentős szerepet vállalt. Ennek eredményeként 1979-ben bemutatták az 1:1 000 000 méretarányban elkészült Kárpát-Balkán Régió recens vertikális kéregmozgási térképét. E térképen a kelet-európai kéregmozgási térképhez hasonló adatokat tüntettek fel, eltérés a két térkép között annyi, hogy a KBR térképen a sebességértékek izovonalainak értékköze 1 mm/év. Az ábrázolt sebességértékek +8 mm/év-től -7 mm/év-ig terjednek, megbízhatóságuk pedig +3 mm/év-ig. A 44.3 ábrán a KBR térkép Magyarországra vonatkozó részét mutatjuk be.



44.3 ábra



5. A GRAVIMETRIAI ALAPHÁLÓZAT

A nehézségi gyorsulás ismerete geodéziai, geofizikai, kozmikus geodéziai és egyéb más feladatok megoldásához elengedhetetlenül szükséges. A nehézségi gyorsulás abszolút mérése még napjainkban is meglehetősen bonyolult művelet, ezért ilyen méréseket csak ritkán, viszonylag kevés ponton végeznek. A többi pont nehézségi gyorsulás értékét az abszolút mérésekkel meghatározott pontokhoz viszonyítva, relatív mérésekkel vezetik le. Valamely terület, rendszerint ország abszolút és relatív (vagy csak relatív) nehézségi gyorsulásmérésekkel ellátott pontjait gravimetriai (gravitációs, nehézségi) alaphálózatnak nevezzük. A gravimetriai alaphálózatok rendszerint I. és II. rendű részekre tagolódnak, és a pontokra támaszkodva végzik a további gravitációs részletméréseket (l. Geofizika tantárgy).

Hazánk első, az ország egész területére kiterjedő I. rendű gravimetriai alaphálózatát 1951-ben létesítették. A hálózat 16 pontból állt, megbízhatósága $\pm 0,1$ mgal körüli érték volt. A hálózat ún. "mgal szintjét" az Oltay-féle ingamérési alappont szolgáltatta. Az ország I. rendű hálózatát a következő években 493 II. rendű ponttal sűrítették. Mind az I., mind a II. rendű pontok mérését Heiland-féle graviméterrel végezték.

A 60-as évek végére részben ez a hálózat nagymértékben elpusztult, részben az ország korszerű, nagyobb pontosság elérését biztosító műszerparkhoz jutott, ezért új gravitációs alaphálózat létesítése vált szükségessé és lehetségessé.

1968-ban a szocialista országok összefogásával létrejött a "Nemzetközi Gravitációs Hitelesítő Poligon" (MEGP), amely ezen országok területére vonatkozóan az első egységes, mintegy $\pm 0,03 - \pm 0,1$ mgal relatív pontosságú hálózat volt. (Az MEGP az idegennyelvű elnevezésből származó betűrövidítés.) Kiindulópontja a potsdami S-2 jelű pillér "g" értéke, amelyet különböző típusú ingaberendezésekkel a Magyar Nemzeti Múzeumban levő ingamérési főalappontra is levezettek. Ezzel egyidőben Ferihegyen új gravimetriai főalappontot létesítettek, amelynek megbízhatósága Potsdamhoz képest $\pm 0,03$ mgal.

1969-ben nemzetközi együttműködés keretében "Nemzeti Gravimetriai Hitelesítő Poligon" (NEGP) hoztak létre hazánk területén Szeged és Budapest között. (Az NEGP úgyszintén az idegennyelvű elnevezésből származó betűszó.) A pontok meghatározási pontossága egymáshoz képest $\pm 0,02$ mgal. Ezzel lehetővé vált az ország graviméter-állományának terepi körülmények között való hitelesítése.

Az új I. rendű gravimetriai alaphálózatot 1971-ben mérték meg három Sharpe CG-2 típusú graviméterrel. A hálózat "mgal szintjét" Ferihegy MEGP, valamint Szeged NEGP pontok szolgáltatták. A pontok elhelyezkedését részben a kisebb repülőgépek leszállására alkalmas repülőterek helyzete, részben az a körülmény határozta meg, hogy a zömmel négy pontból álló poligonok maximális Δg értéke se haladja meg a 70-75 mgal-t. Az I. rendű hálózat kiegyenlítés utáni középhibája $+0,02 - +0,04$ mgal.

Az új II. rendű hálózat létesítésének munkálatai 1974-ben kezdődtek el a kéregmozgási szintezési hálózat graviméteres méréseivel párhuzamosan és ahhoz kapcsolódóan. Az új II. rendű hálózat 360 pontból áll, a mérések, számítások teljes befejezése jelenlegi feladat.

1977-ben a szocialista országok geodéziai szolgálatának gravimetriai kérdésekkel foglalkozó szakemberei olyan egységes gravitációs alaphálózat (EGH) létesítését tűzték ki célul, amely a szocialista országok egész területén alapot biztosít az országos hálózatok korszerűsítéséhez, lehetővé teszi a szomszédos országok hálózatainak ellentmondásmentes összekapcsolását. A tervek szerint e hálózat bármely pontjának relatív megbízhatósága a kiinduló potsdami értékhez képest $+0,02 - +0,08$ mgal. Célszerű, hogy az EGH pontok egyben országos hálózati pontok is legyenek, mert ezzel elkerülhetjük az EGH és az országos hálózat összekapcsolását biztosító mérésekből eredő pontosságcsökkenést.

1982-83-ban végezték el Magyarországon az EGH mérési munkáit, hazánk területére e hálózatból öt pont esik. Az EGH hálózati pontok egyben országos alaphálózati pontok is. Így újabb lehetőség nyílik az I. rendű alaphálózat további korszerűsítésére.

A gravimetriai alaphálózatok legnagyobb megbízhatóságát nyújtó megoldása egy olyan hálózat telepítése, amelynek minden pontján abszolút módszerrel határozzák meg a nehézségi gyorsulás értékét. Ilyen esetben nem kell hálózati torzulásokkal sem számolni. Jelenleg azonban ilyen hálózata azoknak a fejlett országoknak sincs, amelyek rendelkeznek a mérésekre alkalmas berendezésekkel, az ún. "abszolút graviméterrel". Kétségtelen, hogy a közeli években az ily módon létesített hálózatok terjednek majd el, s a relatív mérések csupán a sűrítő, kitöltő hálózatok céljait szolgálják.

Abszolút mérésre azonban - ha néhány pontban is - feltétlenül szükség van. Elsősorban a hálózat "mgal szintjének", léptékének meghatározása, valamint a hálózati torzulások minimálisra csökkentése végett.

Magyarországon 1978-ban került sor először a "g" érték abszolút módszerrel történő meghatározására Siklóson. Ezt követte 1980-ban Budapesten a Mátyás-hegy barlangjában, Szencsen és Kőszegen további három abszolút meghatározás. Az abszolút mérések előkészítő munkái során a Mátyás-hegyi barlangban geodéziai-gravimetriai laboratóriumot létesítettek, amelynek központi pillére - a laboratórium kedvező helye mi-

att - alkalmas arra, hogy ezentúl hazánk gravimetriai és ingamérési főalappontja legyen. Az ehhez szükséges összekötő méréseket nemzetközi erők bevonásával 1979-ben végezték el.

IRODALOM

1. Alpár Gy.-Bod E.-Rónai B. (1981): A vízszintes alappont-sűrítés optimalizálására javasolt eljárás vizsgálata. *Geodézia és Kartográfia* 33. évf. 15-21. old.
2. Ádám J. (1984): Geodéziai alaphálózatunk vizsgálata doppleres műholdmegfigyelések alapján. *Geodézia és Kartográfia* 36. évf. 328-338. old.
3. ÁFTH (1957): Utasítás az országos alappontszintezés végrehajtására. Budapest.
4. Bayer E. (1981): Módszerek a szintezés asztronómiai korrekciójának meghatározására. *Geodézia és Kartográfia* 33. évf. 54-61. old.
5. Bayer E. (1982): A földi árapály és a szintezés kapcsolata. *Geodézia és Kartográfia* 34. évf. 22-25. old.
6. Bence T. - Bod E. - Michalik I. (1982): Egy újabb geodéziai műemlékünk: az 1884-ben létesített budapesti alaponvonal. *Geodézia és Kartográfia* 34. évf. 443-448. old.
7. Bendefy L. (1952): A magyar országos felsőrendű szintezés új főalappontjai. *Földméréstani közlemények* 4. évf. 36-42. old.
8. Bendefy L. (1952): Felsőrendű hálózatunk az 1949. évi kiegyenlítés tükrében. *Földméréstani közlemények* 4. évf. 84-90. old.
9. Bendefy L. (1956): Módszer szintváltozások abszolút mértékének meghatározására. *Geofizikai közlemények* 5. évf. 15-20. old.
10. Bendefy L. (1958): Szintezési munkálatok Magyarországon. Akadémiai Kiadó, Budapest.
11. Besskó D.-Somogyi J.-Závodi J. (1981): Invárbetétes szintezőlécek komparálásának továbbfejlesztése. *Geodézia és Kartográfia* 33. évf. 417-421. old.
12. Bomford, G. (1971): *Geodesy*. Clarendon press, Oxford.
13. Bölcsvölgyi Fné (1980): Koordinátaszámítás az ellipszoidon. Számítási segédlet, BME Geodéziai Intézet Felsőgeodézia tanszék, Budapest.
14. Chrzanowski, A.-Janssen, H-D. (1972): Use of Laser in Precision Leveling. *The Canadian Surveyor* Vol. 26. 369-383. old.
15. Czobor Á.-Konttinen, R. (1981): A penci hitelesítő alaponvonal hálózat. *Geodézia és Kartográfia* 33. évf. 29-33. old.
16. Csapó G. (1980): A geodéziai-gravimetriai hálózatok néhány időszerű kérdése. *Geodézia és Kartográfia* 32. évf. 402-405. old.

17. Csapó G.-Sárhidai A. (1985): Gravimetriai hálózatok tervezése szimulációs eljárásokkal. Geodézia és Kartográfia 37. évf. 251-255. old.
18. Csatkai D. (1960-61): Gondolatok a szintezési refrakcióról. Geodézia és Kartográfia 12. évf. 239-247. old. és 13. évf. 12-21. old.
19. Ehrnsperger, W.-Kok, J. J.-van Mierlo, J. (1985): Status and provisional results of the 1981 adjustment of the United European Levelling Network - UELN-73. IAG 1981. évi konferencia, München.
20. Feles A. (1954): A Geodéziai és Kartográfiai Intézet új lécei folyókon való átszintezéshez. Földméréstani közlemények 6. évf. 245-247. old.
21. Fialovszky L. (1979): Geodéziai műszerek. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
22. Földvári Á. (1974): Háromszögelési hálózatok kiegyenlítésének szervezése. Geodézia és Kartográfia 27. évf. 91-97. old.
23. Gárdonyi J. (1932): A régi felsőrendű szintezési alaponatok magasságainak változásai. A Magyar Királyi Állami Földmérés Közleményei II. Budapest.
24. Geodetic reference system 1967. A Bulletin géodésique különkiadása, Paris 1970.
25. Geodéziai és Kartográfiai Intézet (1951): Utasítás az országos II. rendű szintezés végrehajtására. Budapest.
26. Gerstbach, G. (1974): Ellipsoidische Aufgaben mit elektronischer Taschenrechner. Zeitschrift für Vermessungswesen 99. évf. 205-207. old.
27. Guóth B. (1939): Szintezések a Dunán át. Geodéziai közlöny XV. évf. 2-24. old.
28. Guóth B. (1941): Budapest elsőrendű szintezése. Geodéziai közlöny XVII. évf. 1-28. old.
29. Halmai E. (1977): Hordozható komparátor invárbetétes szintezőlécekhez. Geodézia és Kartográfia 29. évf. 25-28. old.
30. Halmos F.-Szádeczky-Kardoss Gy. (1977): Ellipszoidi húrhosszak geodéziai átszámítása. Geodézia és Kartográfia 29. évf. 21-24. old.
31. Hazay I. szerk. (1956 és 1957): Geodéziai kézikönyv I-II. Mezőgazdasági és jogi kiadó, Budapest.
32. Hazay I. (1967): A vertikális kéregmozgási hálózatok kiegyenlítése. Geodézia és Kartográfia 19. évf. 321-324. old.
33. Hazay I. (1977): A szintezési hálózatok kiegyenlítése és a földfelszín vertikális mozgássebességének számítása a gyorsulások figyelembevételével. Geodézia és Kartográfia 29. évf. 317-322. old.
34. Hazay I.-Szalontai L. (1973): Országos felmérés és műszaki földrendezés. Tankönyvkiadó, Budapest.
35. Homoródi L. (1951): A nemzetközi geodéziai szövetség új képletei szintezések pontosságának megállapítására. Földméréstani közlemények III. évf. 137-141. old.

36. Homoródi L. (1966): Felsőgeodézia. Tankönyvkiadó, Budapest.
37. Hőnyi E. (1961): Vizsgálatok a refrakcióhiba csökkentésére. Geodézia és Kartográfia 13. évf. 237-242. old.
38. Hörcsöki F. (1980): III. rendű vízszintes alaphálózat finomítása és IV. rendű alappontsűrítés elektrooptikai távmérők és alumínium létraállványok együttes alkalmazásával. Geodinformatika XI. évf. 67-70. old.
39. Hradilek, L. (1976): Closed formulas for the direct and reverse geodetic problems. Bulletin Géodésique 50. évf. 301-306. old.
40. Ján L. (1954): A magyar felsőrendű háromszögelés alapvonalai és alapvonalfejlesztő hálózatai. Geodézia és Kartográfia 6. évf. 159-171. old.
41. Joó I. (1977): Magyarország magassági alapszintproblémái. Geodézia és Kartográfia 29. évf. 169-174. old.
42. Joó I. (1981): Magyarország geodéziai alapjainak kritikai elemzése. Geodézia és Kartográfia 33. évf. 161-164. old.
43. Joó I. (1985): A geodézia és térképészet Kínában. Geodézia és Kartográfia 37. évf. 313-322. old.
44. Joó I. (1986): Magyarország geodéziai és térképészeti alapjainak korszerűsítése. Geodézia és Kartográfia 38. évf. 243-246. old.
45. Joó I. (1986): Basic results of the studies on RCM in the Carpatho-Balkan Region (CBR) and in other parts of Europe. 7th International Symposium on Recent Crustal Movements, Tallin.
46. Joó I.-Czobor Á.-Füry M.-Thury J. (1974): A Kárpát-Balkán régió recens függőleges földkéregmozgási sebességértékeinek együttes kiegyenlítése. Geodézia és Kartográfia 26. évf. 403-407. old.
47. Joó I.-Detrekői Á. szerk. (1983): Deformation measurements. Akadémiai kiadó, Budapest.
48. Joó I.-Lukács T.-Németh F. (1968): A függőleges földkéregmozgás vizsgálatának nemzetközi és hazai vonatkozásai. Geodézia és Kartográfia 20. évf. 414-427. old.
49. Joó I.-Lukács T.-Németh F. (1969): A magyarországi szintezési hálózatok és a függőleges kéregmozgás vizsgálata. Geodézia és Kartográfia 21. évf. 87-96. old.
50. Joó I.-Somló J.-Szabó B.-Szentesi A.-Sipos S. (1982): A földmérési és térképészeti állami alapmunkák helyzete. Geodézia és Kartográfia 34. évf. 315-322. old.
51. Jordan-Eggert-Kneissl (1958): Handbuch der Vermessungskunde IV. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
52. Kalmár S. (1893): Bericht über das Präzisions-Nivellement in Europa. Mittheilungen des K.u.K. militär-geographischen Institutes XIII. évf. 168-184. old.
53. Kääriäinen, E. (1953): On the recent uplift of the Earth's crust in Finland. Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes No. 42. Helsinki.

54. Kääriäinen, E. (1955): On the use of different adjustment methods for the determination of land of uplift from precise levellings. Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes No. 46. Helsinki.
55. Kukkamäki, T. J. (1938): Über die nivellitische Refraktion. Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes No. 25. Helsinki.
56. Kukkamäki, T. J. (1939): Formeln und Tabellen zur Berechnung der nivellitischen Refraktion. Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes No. 27. Helsinki.
57. Messerschmidt, E. (1985): Status of RETrig. IAG 1981. évi konferencia, München.
58. MÉM OFTH (1975): Szabályzat a kéregmozgási színtezési hálózat létesítéséről. Budapest.
59. MÉM OFTH Földmérési Főosztály (1977): A.3. Szabályzat az országos negyedrendű vízszintes alappontok létesítésére. Budapest.
60. MÉM OFTH Földmérési Főosztály (1979): Szabályzat az egységes országos magassági alapponthálózat létesítési munkáiról. Budapest.
61. MÉM OFTH Földmérési Főosztály (1980): A.6. Szabályzat az egységes országos magassági alapponthálózat pontjainak nyilvántartására, helyszínelésére és karbantartására. Budapest.
62. Miskolczi L. (1973): Kéregmozgások vizsgálata szabatos színtezésekkel. Akadémiai kiadó, Budapest.
63. Nagy S. (1985): A méter új definíciója. Geodézia és Kartográfia 37. évf. 286-287. old.
64. Oltay K. (1915): Az Egyesült Államok országos elsőrendű színtezése. Vízügyi Közlemények 1915. évi 4. füzet 1-11. old.
65. Oltay K. (1931): Szabatos magasságmérések szélesebb vízfolyások szemben levő parti pontjai közt. Geodéziai közlöny VII. évf. 71-77. old.
66. Oltay K. (1937): Adatok az invárdrótmérés pontosságára. Geodéziai közlöny XIII. évf. 33-39. old.
67. Orbán A. (1983): A mágneses terek hatása a kompenzátoros színtezőműszerekre. Geodézia és Kartográfia 35. évf. 296-298. old.
68. Raum F. (1976): Geodéziai emlékek átadási ünnepe Győrött. Geodézia és Kartográfia 28. évf. 386-387. old.
69. Regőczy E. (1941): Összehasonlító alapvonal létesítése Magyarországon. Geodéziai közlöny XVII. évf. 3-31. old.
70. Regőczy E. (1955): A pesti és győri alapvonalmérés. Geodézia és Kartográfia 7. évf. 188-197. old.
71. Regőczy E. (1957): Új színtezőléckomparátor. Geodézia és Kartográfia 9. évf. 52-54. old.
72. Regőczy E. (1965): 25 éves a gödöllői országos összehasonlító alapvonal. Geodézia és Kartográfia 17. évf. 447-453. old.

73. Reismann, G. (1954): Untersuchungen zur Ausschaltung des Einflusses der Vertikalrefraktion beim Präzisionsnivellement. Wissenschaftliche Berichte, Folge V. Vermessung, Heft 2.
74. Rédey I. (1942): A sarki taszítóerő. Geodéziai közlőny XVIII. évf. 160-171. old.
75. Rédey I. (1966): A geodézia története. Egyetemi jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest.
76. Ruff F. (1925): A Magyar Királyi Háromszögelő Hivatal országos színtezése. A Magyar Mérnök- és Építészegylet közlőnyének havi füzetek II. évf. 7-12. szám.
77. Sárhidai A. (1981): Háromszögelési jelek optimális magasságának meghatározása. Geodézia és Kartográfia 33. évf. 345-349. old.
78. Sárközy F. (1984): Geodézia. Tankönyvkiadó, Budapest.
79. Schoeps, D. (1960): Formeln und Tafeln zur Lösung der 1. geodätischen Hauptaufgabe auf dem Ellipsoid von Krassovsky. Veröffentlichungen des Geodätischen Institutes Potsdam No. 15. Akademischer Verlag, Berlin.
80. Soha G. (1986): Robosztus kiegyenlítés mérési javítás-tól függő súlyozással. Geodézia és Kartográfia 38. évf. 267-271. old.
81. Szádeczky-Kardoss Gy. (1956): Forgási ellipszoid normálmetszetének egységes vizsgálata. MTA Műszaki tudományok osztályának közleményei XVIII. kötet 247-275. old.
82. Tárczy-Hornoch A. (1949): A legkedvezőbb súlyelosztás és jelentősége a geodéziai méréseknél. BME Mérnök Továbbképző Intézet M-75. sz. Budapest.
83. Tárczy-Hornoch A. (1956): Háromszögelési jelek gazdaságos magasságának meghatározása. Geodézia és Kartográfia 8. évf. 94-99. old.
84. Wendt, B.-Augath, W. (1979): Trilateration in der Deutschen Bucht. Zeitschrift für Vermessungswesen 104. évf. 181-191. old.
85. Zs. Kovalcsik K.-Wudi Gy.-Uzsoki Z. (1986): Trilateráció alkalmazása a vízszintes negyedrendű pontsűrítésben. PGTV Tájékoztató XXI. évf. 3-16. old.

Kedves Jegyzetfelhasználó!

A jó jegyzet nagyon hatékony segítség a tanulásban. A legjobb jegyzeteket pedig még aktív mérnökként is használni lehet. Egyetemi tanulmányai alatt valószínűleg különböző színvonalú jegyzetekkel találkozott eddig, és fog találkozni ezután. ***Kérjük, hogy ennek a kérdőívnek a kitöltésével segítse alábbi törekvéseinket:***

- ennek a jegyzetnek a következő kiadásában kevesebb sajtóhiba legyen és indokolt esetben készüljön el az átdolgozott kiadása,
- a jegyzeteket értékelni lehessen, amelynek eredményeként a legjobb jegyzetek szerzői nívódíjat kaphatnak.

Kérjük, hogy a kiküldött kérdőívet a Jegyzetbolt bejárata (V2 földszint) mellett elhelyezett gyűjtőládába dobja be.

Fáradozását köszöni az *Egyetemi Jegyzetbizottság*.

A jegyzet címe: **ALAPHÁLÓZATOK II.**

A jegyzet szerzője: **Földváry Szabolcsné**

A jegyzet azonosítója: **91268**

Melyik tárgyhoz használta a jegyzetet:

Kar:

Félév:

Tárgy neve:

A jegyzet hány százalékát tudta használni (pl. 75%):

A jegyzet a tárgy anyagának hány százalékát fedte le (pl. 50%):

A jegyzet minősítése:

(0: használhatatlan, 1: nagyon rossz, 2: rossz, 3: tűrhető, 4: jó, 5: nagyon jó)

Javaslat átdolgozásra:

A megtalált sajtóhibák:

(A túloldalon folytatható)

