

# Fotogrammetria és lézerszkennelés

**Offline Edition 2021**

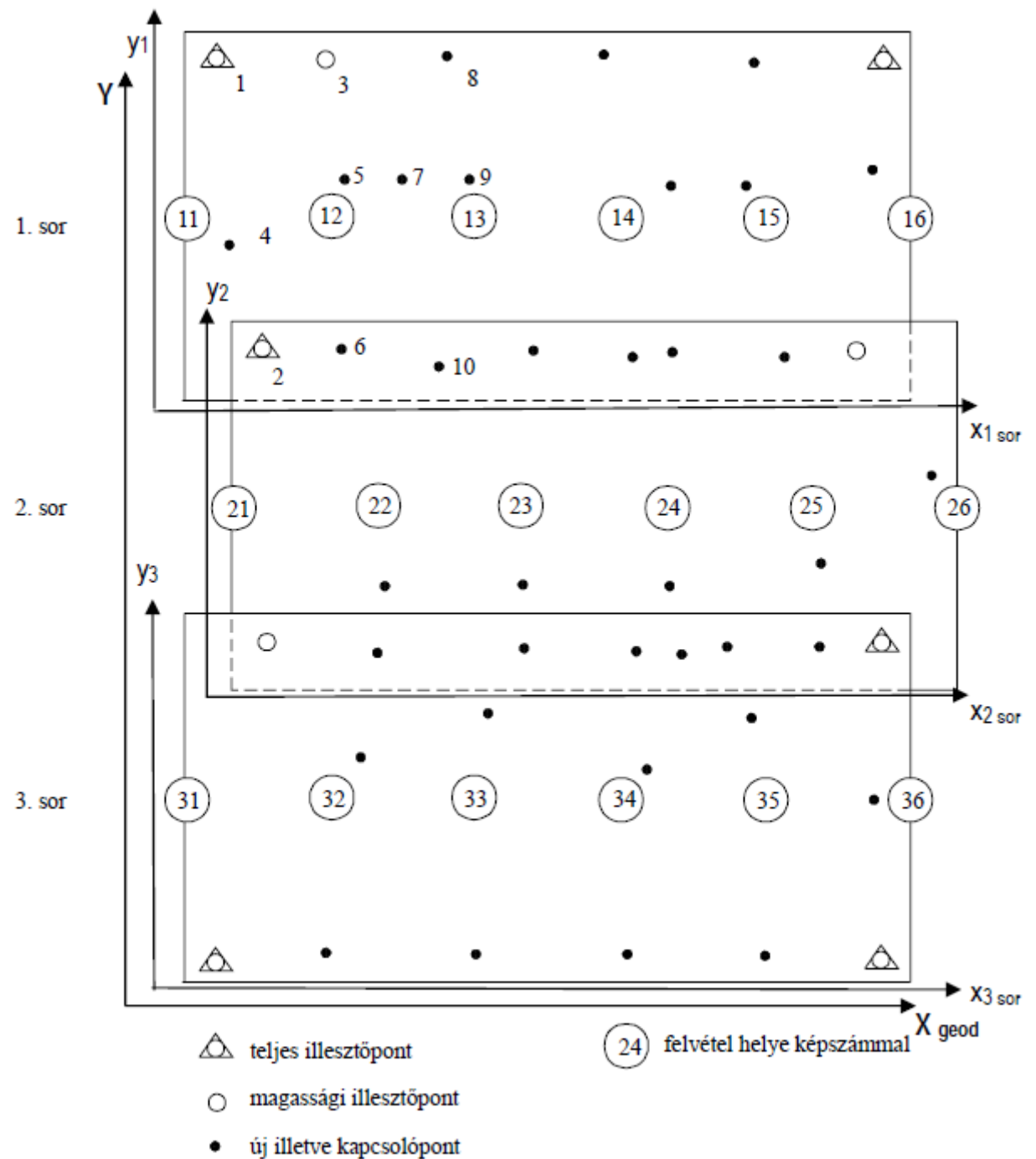
Fotogrammetriai háromszögelés

# Néhány korábbi (numerikus) eljárás

- Sorok:
  - Létrehozás: kölcsönös és hozzátájékozások sorozatával, abszolút tájékozás az egész sorra
  - Kiegyenlítési módszer: sorkiegyenlítés
- Tömbök:
  - Létrehozás: kölcsönös tájékozásokkal önálló (független) modellek, abszolút tájékozás modellenként
  - Kiegyenlítési módszer: tömbkiegyenlítés
  - Változatok: síkbeli (vízszintes) és térbeli tömbök
- Képek: ez a modern megközelítés (részletek jönnek!)

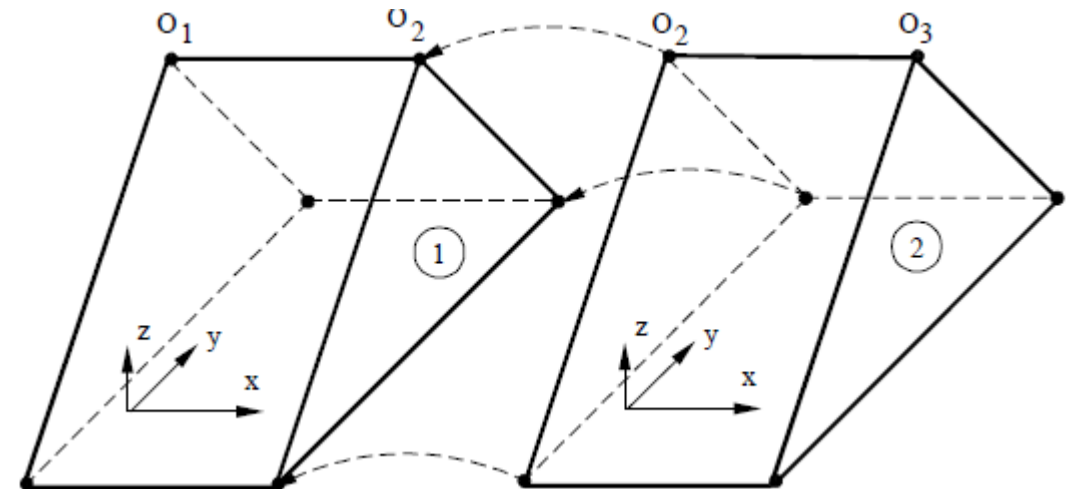
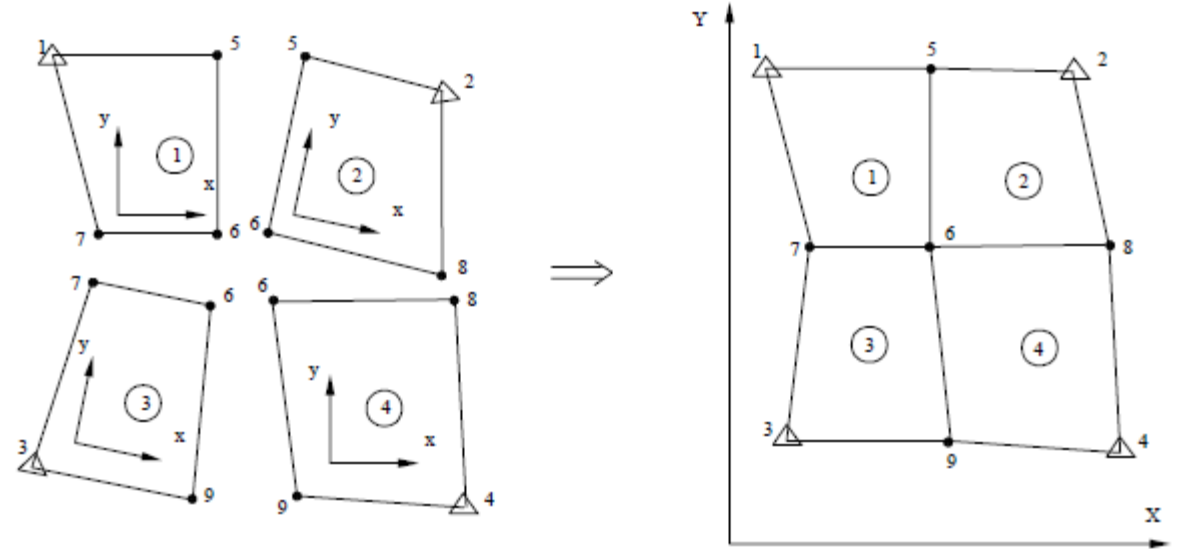
# Sorkiegyenlítés elve

- Alapegység: sor
- Számítás: síkbeli hasonlósági transzformáció
- Mérés: sorkoordináták
- Ismeretlen:
  - transzformációs paraméterek
  - sorkapcsolópontok geodéziai koordinátái
  - új pontok geodéziai koordinátái

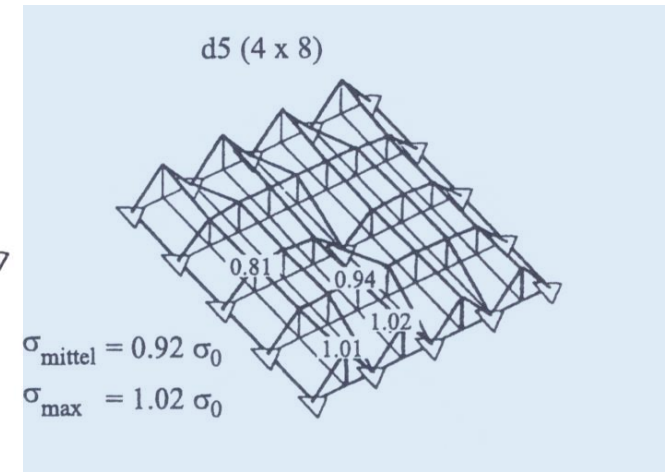
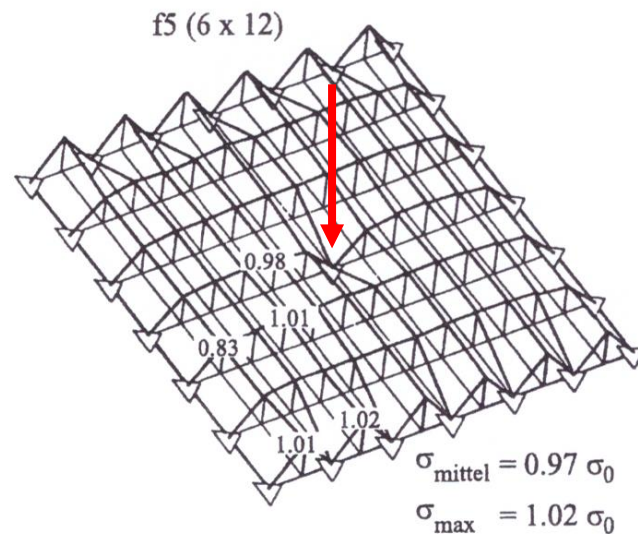
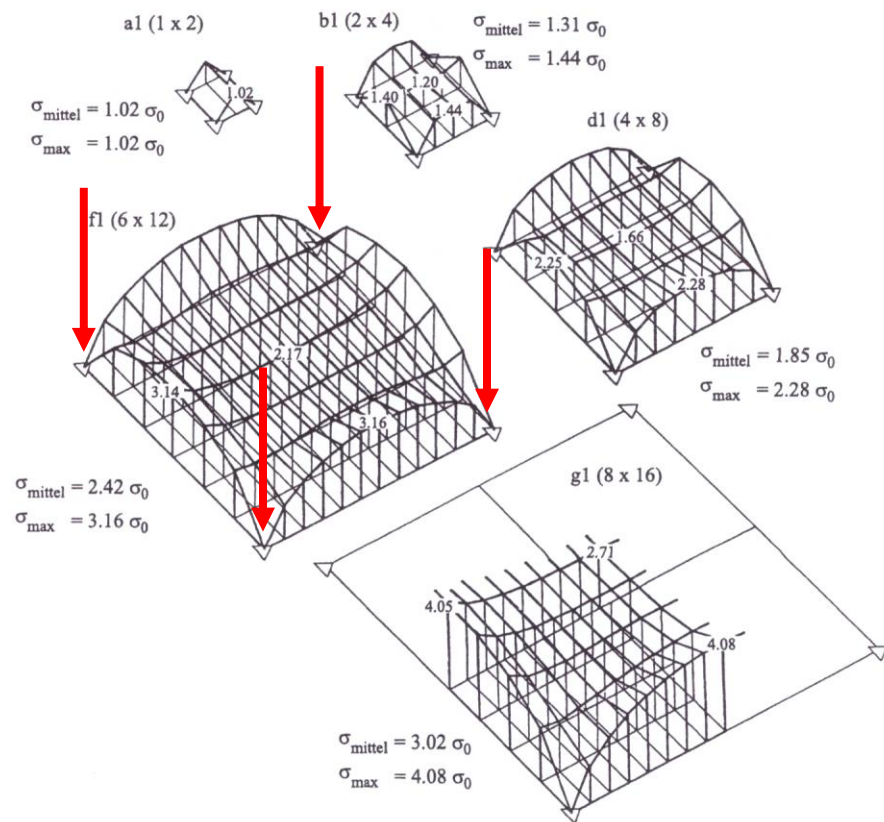


# A tömbkiegyenlítés elve

- Alapegység: modell
- Számítás: síkbeli vagy térbeli hasonlósági transzformáció
- Mérés: modellkoordináták
- Ismeretlen:
  - transzformációs paraméterek
  - modellkapcsolópontok geodéziai koordinátái
  - új pontok geodéziai koordinátái



# A tömbkiegyenlítés pontossága

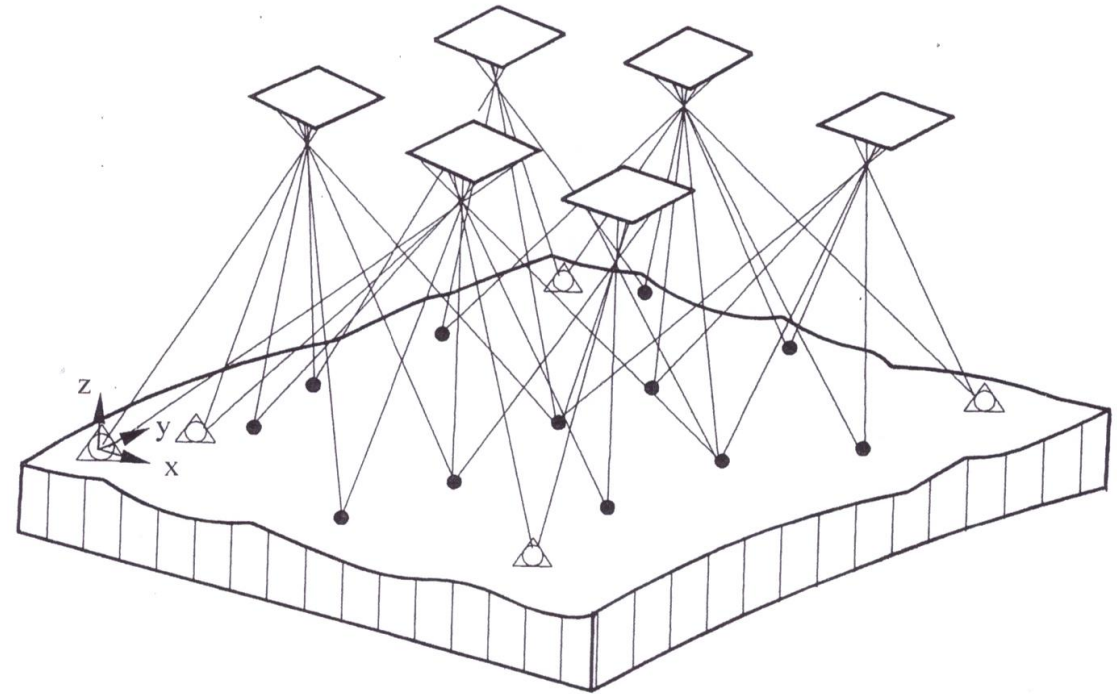


## • Konkrét példa:

- 1:6000 képméretarányánál 32 kép (4×8 konfiguráció)
- Jelölt illesztő pontok
- ± 3.6 cm (XY) és ± 5.4 cm (Z) modellenként
- ± 6.7 cm (XY) és ± 9.0cm (Z) a blokkátlag

# A sugárnyaláb-kiegyenlítés elve

- Angolul: bundle adjustment
- Alapegység: kép
- Számítás: centrális vetítés egyenletei
- Mérés: képkoordináták
- Ismeretlen:
  - tájékozási paraméterek
  - kapcsolópontok geodéziai koordinátái
  - új pontok geodéziai koordinátái



# A kollinearitási egyenletek használata

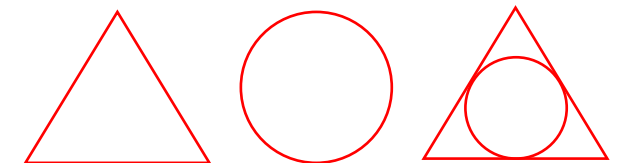
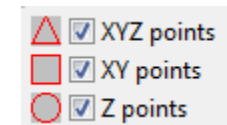
- Az egyenletek:

$$\xi = f_{\xi}(\xi_0, c, X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa, X, Y, Z)$$

$$\eta = f_{\eta}(\eta_0, c, X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa, X, Y, Z)$$

- Az i. pont j. képen:  $\xi_{ij} \quad \eta_{ij}$

- Illesztőpontok (vízsz., mag., teljes) esetei
- Új pont esete



# A kollinearitási egyenletek javítási egyenletei

$$\begin{aligned} v_{\xi ij} = & \left( \frac{\partial f_{\xi}}{\partial X_{0j}} \right)_0 dX_{0j} + \left( \frac{\partial f_{\xi}}{\partial Y_{0j}} \right)_0 dY_{0j} + \left( \frac{\partial f_{\xi}}{\partial Z_{0j}} \right)_0 dZ_{0j} + \\ & + \left( \frac{\partial f_{\xi}}{\partial \omega_j} \right)_0 d\omega_j + \left( \frac{\partial f_{\xi}}{\partial \varphi_j} \right)_0 d\varphi_j + \left( \frac{\partial f_{\xi}}{\partial \kappa_j} \right)_0 d\kappa_j + \\ & + \left( \frac{\partial f_{\xi}}{\partial X_i} \right)_0 dX_i + \left( \frac{\partial f_{\xi}}{\partial Y_i} \right)_0 dY_i + \left( \frac{\partial f_{\xi}}{\partial Z_i} \right)_0 dZ_i - \\ & - (\xi_{ij} - \xi_{0ij}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{\eta ij} = & \left( \frac{\partial f_{\eta}}{\partial X_{0j}} \right)_0 dX_{0j} + \left( \frac{\partial f_{\eta}}{\partial Y_{0j}} \right)_0 dY_{0j} + \left( \frac{\partial f_{\eta}}{\partial Z_{0j}} \right)_0 dZ_{0j} + \\ & + \left( \frac{\partial f_{\eta}}{\partial \omega_j} \right)_0 d\omega_j + \left( \frac{\partial f_{\eta}}{\partial \varphi_j} \right)_0 d\varphi_j + \left( \frac{\partial f_{\eta}}{\partial \kappa_j} \right)_0 d\kappa_j + \\ & + \left( \frac{\partial f_{\eta}}{\partial X_i} \right)_0 dX_i + \left( \frac{\partial f_{\eta}}{\partial Y_i} \right)_0 dY_i + \left( \frac{\partial f_{\eta}}{\partial Z_i} \right)_0 dZ_i - \\ & - (\eta_{ij} - \eta_{0ij}) \end{aligned}$$



# A javítási egyenletekhez tartozó parciális deriváltak (példák)

$$\xi = \xi_0 - c \cdot \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} = \xi_0 - c \cdot \frac{S_\xi}{N}$$

$$\eta = \eta_0 - c \cdot \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} = \eta_0 - c \cdot \frac{S_\eta}{N}$$

- Például:

$$\frac{\partial f_\xi}{\partial X_0} = -\frac{c}{N^2} \cdot (r_{13}S_\xi - r_{11}N) \quad \frac{\partial f_\eta}{\partial X_0} = -\frac{c}{N^2} \cdot (r_{13}S_\eta - r_{12}N)$$

$$\frac{\partial f_\xi}{\partial \kappa} = -\frac{c}{N} \cdot S_\eta \quad \frac{\partial f_\eta}{\partial \kappa} = \frac{c}{N} \cdot S_\xi$$

$$\frac{\partial f_\xi}{\partial \omega} = -\frac{c}{N} \left\{ \left[ r_{33}(Y - Y_0) - r_{23}(Z - Z_0) \right] \frac{S_\xi}{N} - r_{31}(Y - Y_0) + r_{21}(Z - Z_0) \right\}$$

# A kiegyenlítés lépései

- Javítási egyenletek

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{l}$$

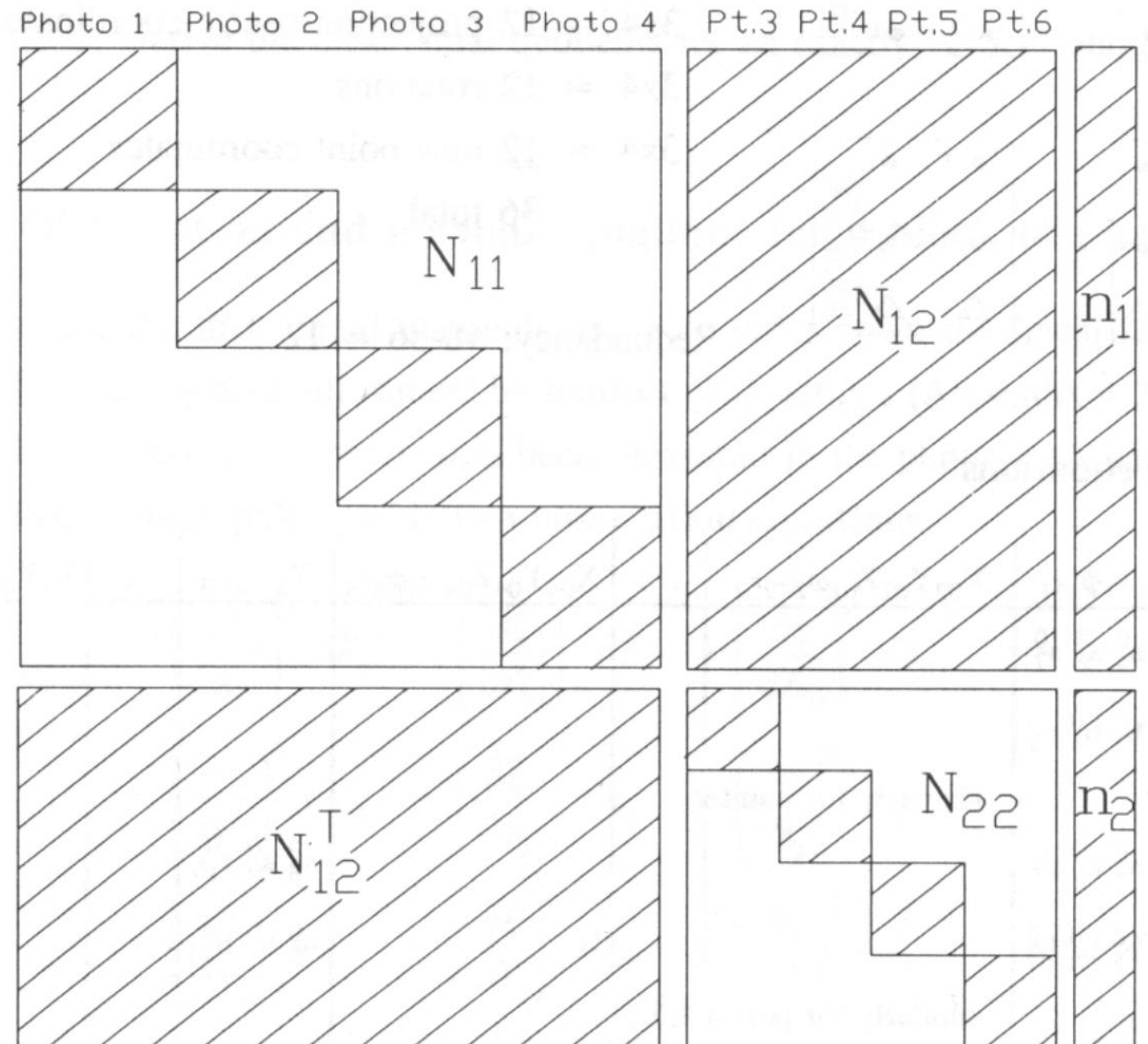
- A normálegyenlet

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{A}^T \mathbf{l} \quad \mathbf{N}\mathbf{x} = \mathbf{n}$$

- A megoldás

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l} \quad \mathbf{x} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} \\ \mathbf{N}_{12}^T & \mathbf{N}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \end{bmatrix}$$

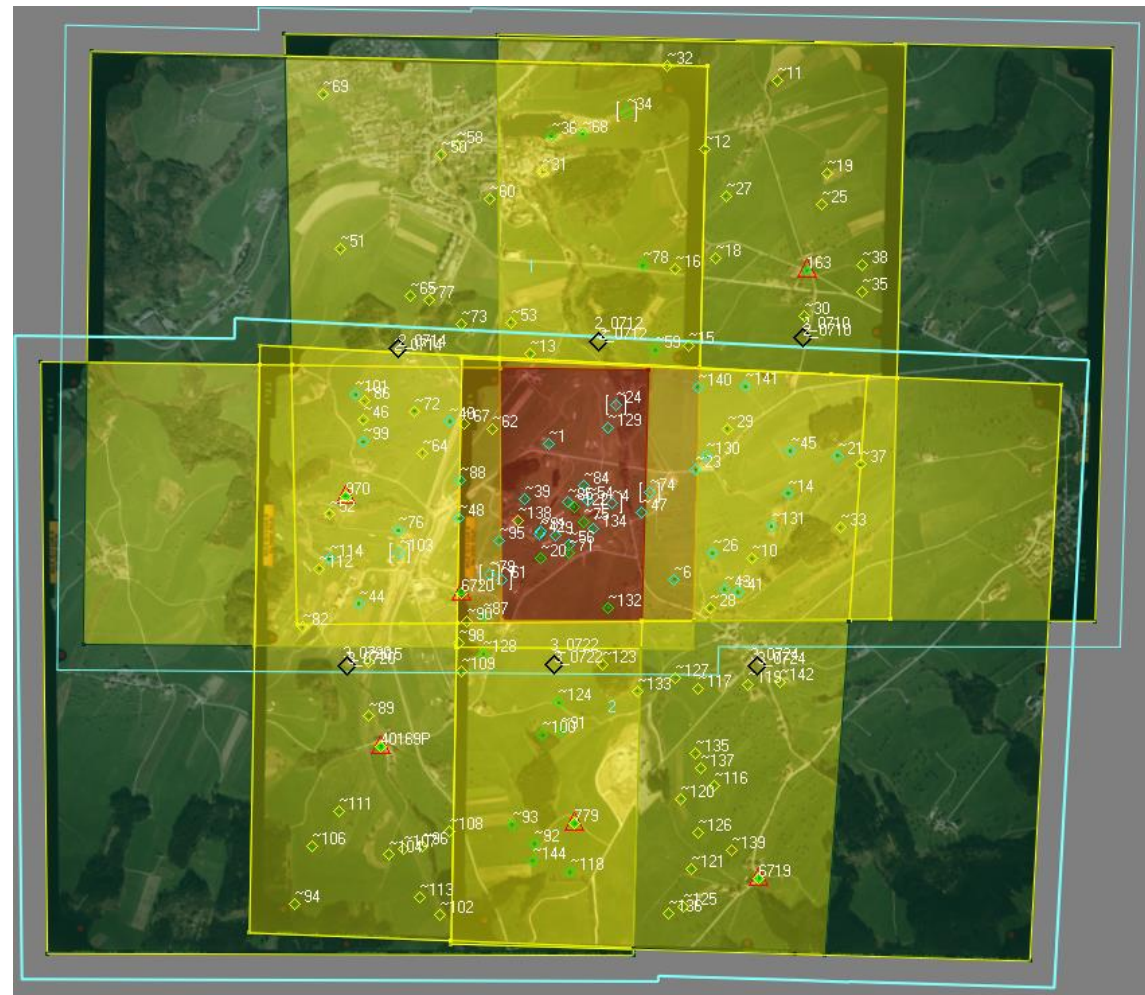
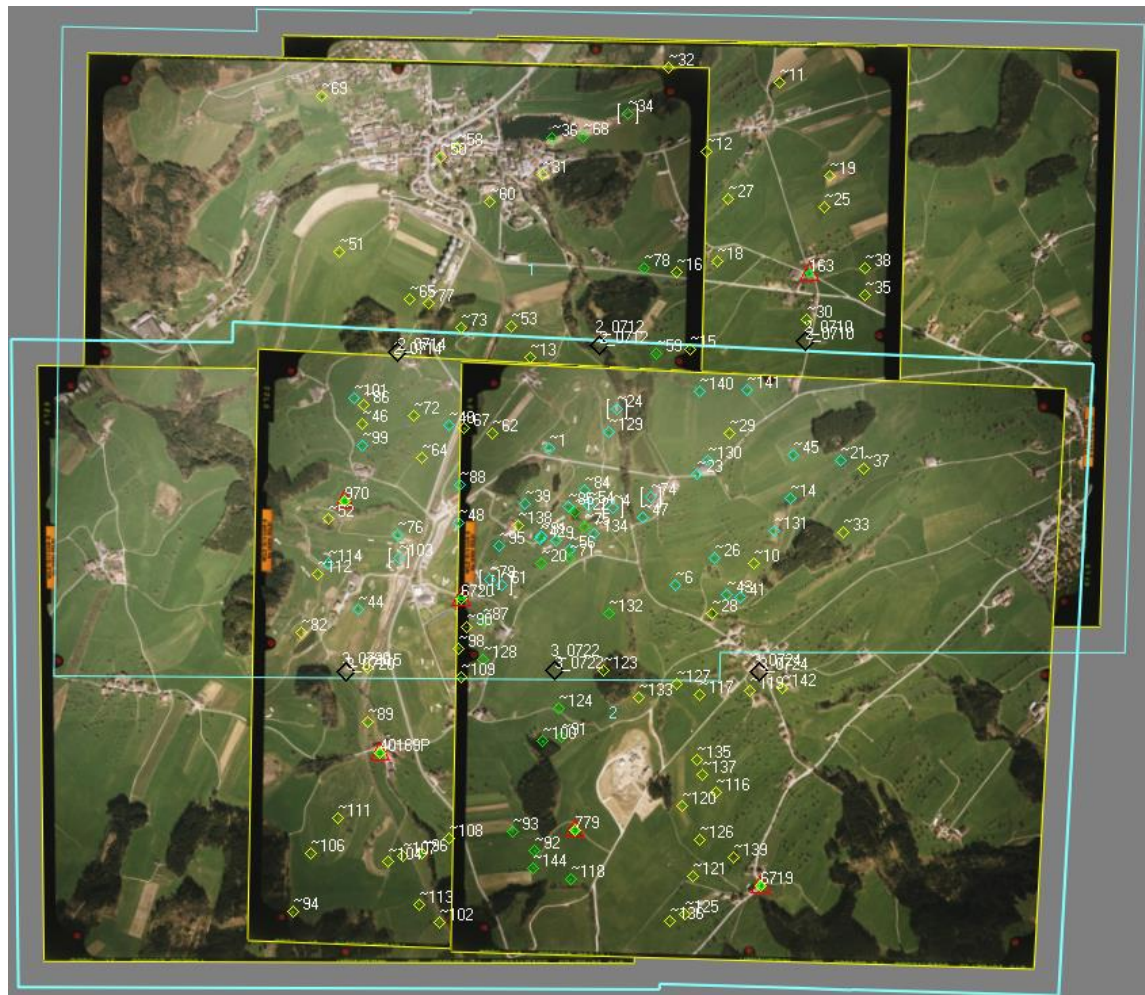


# A sugárnyaláb-kiegyenlítés pontossága

- Hibaterjedéssel kiszámítható
- Ököl-szabály:
  - Helyzeti pontosság:  $\pm 3 \mu\text{m} \times \text{képméretarány-szám}$
  - Magassági pontosság: a repülési magasság  $\pm 0.03 - 0.04 \text{ ‰}$ -e
- Előző blokk-példa sugárnyaláb-kiegyenlítéssel:
  - $\pm 1.8 \text{ cm}$  (XY) és  $\pm 2.7 \text{ cm}$  (Z) modellenként
  - $\pm 3.3 \text{ cm}$  (XY) és  $\pm 4.5 \text{ cm}$  (Z) a blokkátlag
  - $\pm 3.6 \text{ cm}$  (XY) és  $\pm 5.4 \text{ cm}$  (Z) modellenként
  - $\pm 6.7 \text{ cm}$  (XY) és  $\pm 9.0 \text{ cm}$  (Z) a blokkátlag
- Gyakorlatilag kétszeres pontosság, mint a független blokkok módszerével!

Tömbkiegyenlítés

# Nézzünk egy példát!



# Adatok a példánkról

- 2 sor 3+3 db kép, 6 db illesztőpont
- Mért kapcsolópont 125 db
- 386 db képpont-mérés ( $\times 2$  képkoord): 772 db képkoordináta
- $6 \times 6$  (=36) ismeretlen külső tájékozási elem
- $125 \times 3$  (=375) ismeretlen kapcsolópont geodéziai koordináta
- Összes ismeretlen:  $375 + 36 = 411$
- Fölös mérések száma:  $772 - 411 = 361$

Mért képek száma	Gyakoriság	Képmérések
1	1	1
2	72	144
3	19	57
4	21	84
5	8	40
6	10	60
összesen		386

Köszönöm a figyelmet!