



EURÓPAI UNIÓ
STRUKTURÁLIS ALAPOK



SZÉCHENYI ISTVÁN
EGYETEM
GYŐR



PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
Pollack Mihály Műszaki Kar

H I D R A U L I K A II.

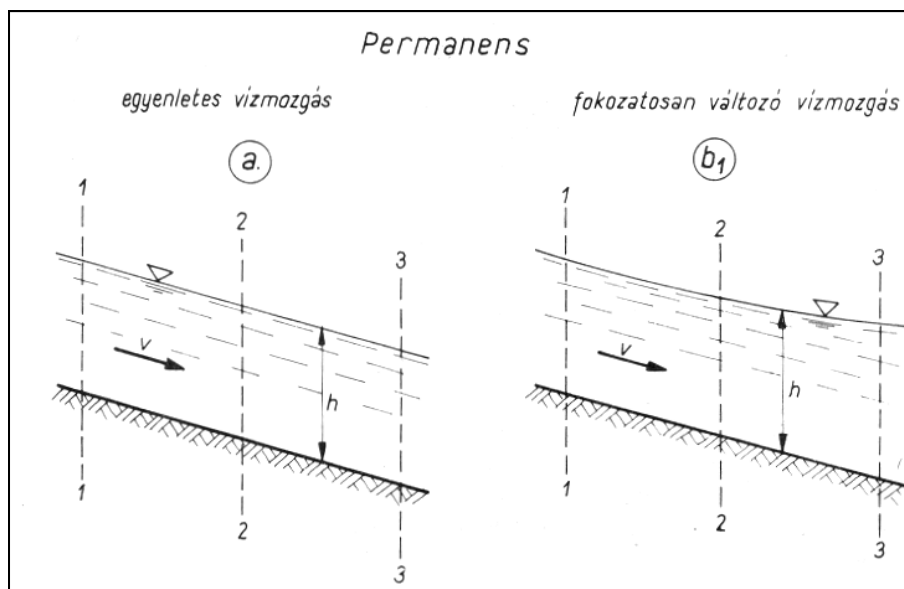
BMEEOVVAI12 segédlet a BME Építőmérnöki Kar hallgatói részére
„Az építés- és az építőmérnök képzés szerkezeti és tartalmi fejlesztése”

HEFOP/2004/3.3.1/0001.01

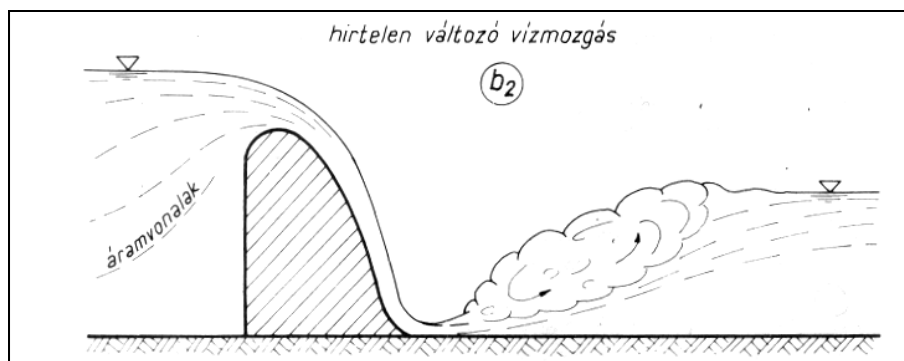
A tantárgy jegyzete: Starosolszky Ö., Vízépítési Hidraulika, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970.

1. Szabad felszínű, permanens, fokozatosan változó vízmozgások felszíngörbéjének vizsgálata I.

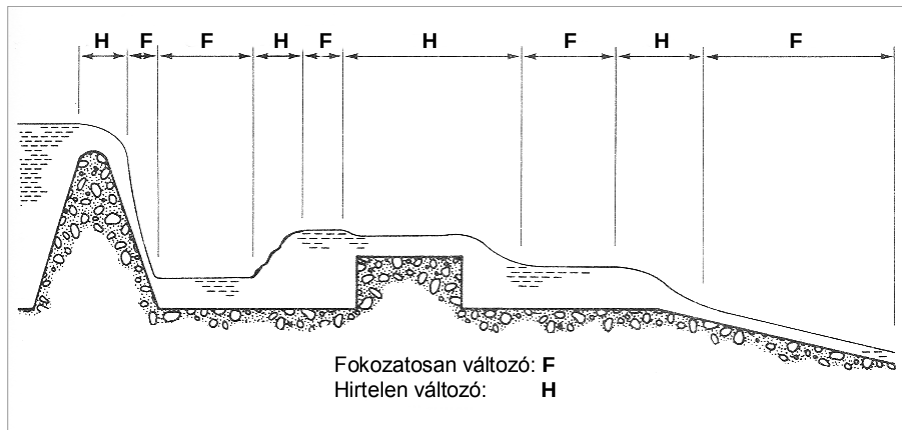
Bevezető áttekintés: Permanens vízmozgások osztályozása a térbeli változás mértéke alapján



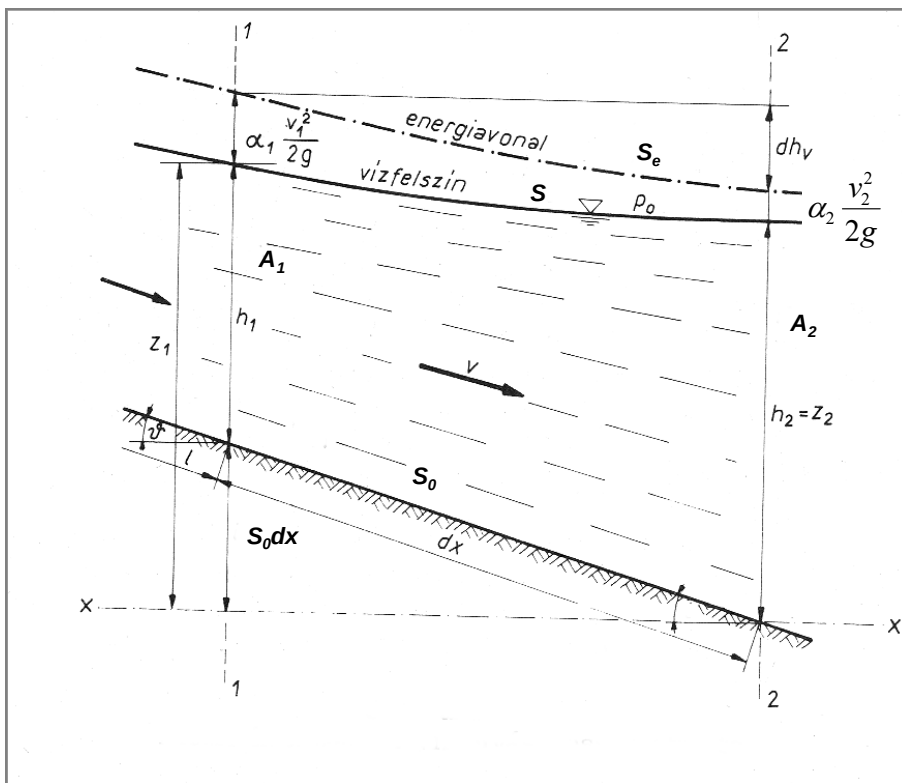
További (kvázi)-permanens áramlási jelenség: A vízgrás környezete, mint hirtelen változó, kvázi-permanens alakú vízfelszín



Szabadszínű permanens vízmozgások típusai a térbeli változás mértéke alapján egy hossz mentén összetett vízfolyáson ábrázolva



A vízfolyás elemi hosszúságú jellemző szakasza



A hidrosztatikus viszonyok fennállásának feltétele: $\frac{|a|}{g} < 0,02$, amikor is a fokozatosan változó vízmozgást leíró egyenletek alkalmazhatók.

A fokozatosan változó vízmozgás leírása a Bernoulli-egyenlettel

Bernoulli-egyenlet két szomszédos szelvény közötti energia(magasság)-mérlegként:

$$z_1 + \frac{p_0}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_0}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h_v,$$

ahol a helyzeti és a mozgási energia megváltozása tart egyensúlyt az energia-disszipációval:

$$z_2 - z_1 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = \Delta e = -\Delta h_v.$$

Figyelembe véve, hogy $z_1 = h_1 + S_0 \Delta x$, $z_2 = h_2$, $\alpha_1 \approx \alpha_2 = \alpha$,

$$h_2 - h_1 - S_0 \Delta x + \frac{\alpha v_2^2}{2g} - \frac{\alpha v_1^2}{2g} = \Delta e = -\Delta h_v.$$

Az energiaszint elemi megváltozásának felírása a helyzeti és a mozgási energia valamint a fenékszint elemi megváltozásával:

$$\Delta e = -\Delta h_v = (h_2 - h_1) + \frac{\alpha}{2g} (v_2^2 - v_1^2) - S_0 \Delta x =$$

$$\Delta h + \Delta \left(\frac{\alpha v^2}{2g} \right) - S_0 \Delta x = \Delta \left(h + \frac{\alpha v^2}{2g} \right) - S_0 \Delta x$$

Az energiavonal relatív esése kifejezhető az alábbi differenciahányadosokkal:

$$\frac{\Delta e}{\Delta x} = -\frac{\Delta h_v}{\Delta x} = \frac{\Delta \left(h + \alpha \frac{v^2}{2g} \right)}{\Delta x} - S_0$$

Határátmenetet követően az energiavonal relatív esésének kifejezése differenciáhányadosokkal:

$$\frac{de}{dx} = -\frac{dh_v}{dx} = \frac{d}{dx} \left(h + \alpha \frac{v^2}{2g} \right) - S_0$$

Bevezetve a $\frac{dh_v}{dx} = S_e$ helyettesítést, átrendezéssel:

$$\frac{dh}{dx} + \frac{\alpha}{2g} \frac{dv^2}{dx} = S_0 - S_e$$

A további vizsgálatokat az egyszerűség kedvéért prizmatikus, téglalapszelvényű mederre korlátozva $A = A(h) = Bh$. Az áramlás folytonossági összefüggése: $Q = Av$, amit

$$\text{alkalmazva: } v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{Bh}, \text{ illetve négyzetre emelve } v^2 = \frac{Q^2}{A^2} = \frac{Q^2}{B^2 h^2}.$$

A sebességi tagot a differenciálszámítás szabályai szerint átalakítva:

$$\frac{\alpha}{2g} \frac{dv^2}{dx} = \frac{\alpha}{2g} \frac{d\left(\frac{Q^2}{B^2 h^2}\right)}{dx} = \frac{\alpha Q^2}{2gB^2} \frac{d(h^{-2})}{dx} = -\frac{\alpha Q^2}{gB^2 h^3} \frac{dh}{dx} = -\frac{\alpha v^2}{gh} \frac{dh}{dx}.$$

Bevezetve az Fr Froude-számot: $\frac{\alpha v^2}{gh} = Fr^2$, aminek felhasználásával a fenti utolsó

kifejezés új alakja:

$$-\frac{\alpha v^2}{gh} \frac{dh}{dx} = -\frac{dh}{dx} Fr^2, \text{ és ezt alkalmazva a differenciálegyenletben, kapjuk:}$$

$$\frac{dh}{dx} + \frac{\alpha}{2g} \frac{dv^2}{dx} = \frac{dh}{dx} - \frac{dh}{dx} Fr^2 = \frac{dh}{dx} (1 - Fr^2) = S_0 - S_e.$$

További kisebb átrendezéssel a prizmatikus, téglalapszelvényű medrekben kialakuló szabadfelszínű, permanens, fokozatosan változó vízmozgás differenciálegyenlete a

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_0 - S_e}{1 - Fr^2} \text{ kompakt alakot ölti.}$$

Az energiavonal relatív esését közelíthetjük a Chézy-féle összefüggéssel:

$$\frac{dh_v}{dx} = S_e = S = S_0, \quad v = C\sqrt{RS}, \quad S_e = \frac{v^2}{C^2 R}.$$

Permanens, egyenletes vízmozgás esetén $S_0 - S_e = 0$, széles mederre $v = C\sqrt{hS_0}$, és az ezt kielégítő $h = h_0$ vízmélységet a vízmozgás ún. **normál mélységének** nevezzük.

A Braun-görbe alapján a vízmozgás kritikus mélysége és fenékesése, bevezetve a $q = \frac{Q}{B}$ fajlagos vízhozamot:

$$e = \frac{q^2}{2gh^2} + h, \quad \frac{de}{dh} = 0 \rightarrow h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \rightarrow v_{kr} = \sqrt{gh_{kr}} \rightarrow S_{0kr} = \frac{g}{C^2}.$$

2. Szabad felszínű, permanens, fokozatosan változó vízmozgások felszíngörbájének vizsgálata II.

Az áramlási állapotok és a felszíngörbék osztályozása (3 vízmélység- és 5 fenékesés-típus megkülönböztetése)

Az $\frac{av^2}{gh} = Fr^2$ Froude-szám alapján való vízmélység-osztályozás:

$$Fr < 1 \rightarrow h > h_{kr}$$

$$Fr > 1 \rightarrow h < h_{kr}$$

$$Fr = 1 \rightarrow h = h_{kr}$$

Ezt kombinálva a az adott fenékeséssel, pontosabban annak kritikus fenékeséshez való viszonyával, az alábbi osztályozáshoz jutunk:

$$S_0 < S_{0kr} \rightarrow h_0 > h_{kr} \quad - \text{Kis fenékesésű, áramló, fokozatosan változó (Mild slope, M)}$$

$$S_0 > S_{0kr} \rightarrow h_0 < h_{kr} \quad - \text{Nagy fenékesésű, rohanó, fokozatosan változó (Steep slope, S)}$$

$$S_0 = S_{0kr} \rightarrow h_0 = h_{kr} \quad - \text{Kritikus fenékesésű (Critical slope, C)}$$

$$S_0 = 0 \quad - \text{Vízszintes fenekű (Horizontal slope, H)}$$

$$S_0 < 0 \quad - \text{Ellentétes fenékesésű (Adverse slope, A)}$$

Áramló állapotú, fokozatosan változó vízmozgás, M

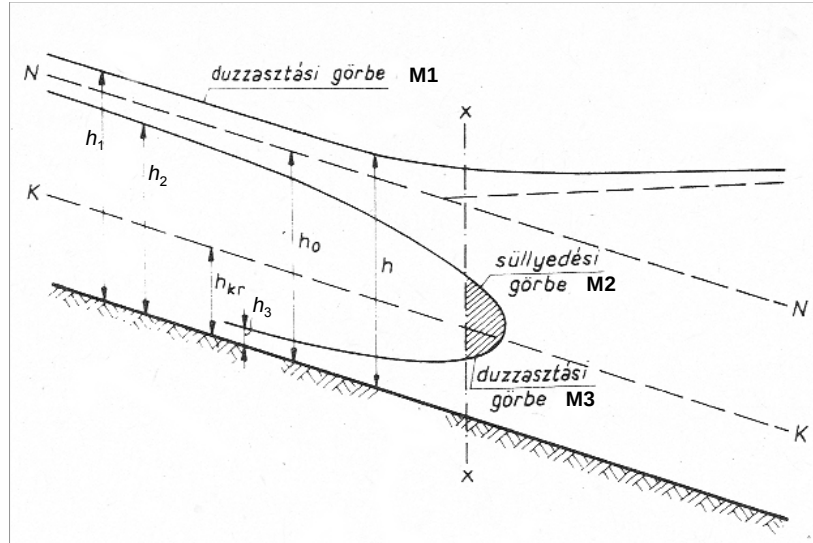
$$S_0 < S_{0kr} \rightarrow h_0 > h_{kr}$$

A vízmozgás alapvetően áramló, de az alsó határfeltételek befolyásolják az állapotát.

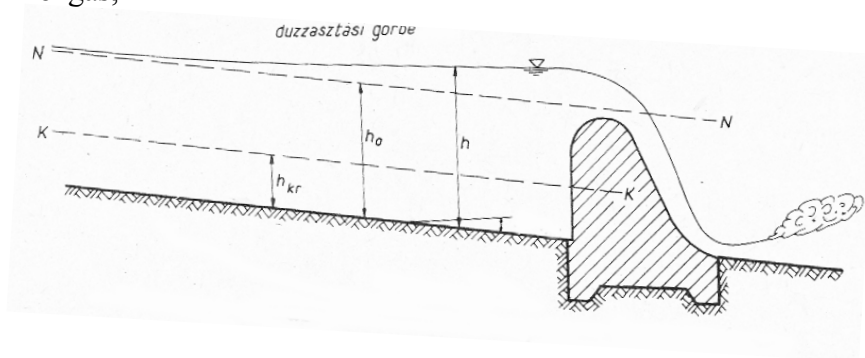
$$\mathbf{M1}: \quad h > h_0 > h_{kr}, \quad \frac{dh}{dx} > 0$$

$$\mathbf{M2}: \quad h_0 > h > h_{kr}, \quad \frac{dh}{dx} \leq 0$$

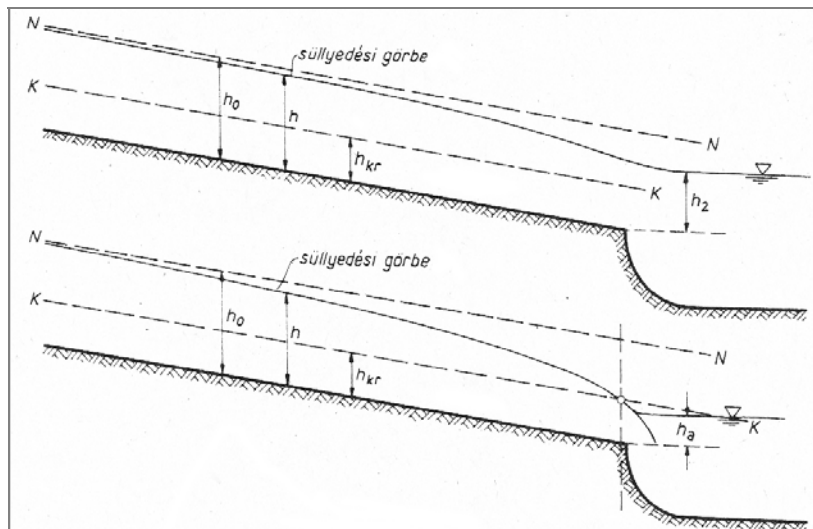
$$\mathbf{M3}: \quad h < h_{kr} < h_0, \quad \frac{dh}{dx} > 0$$



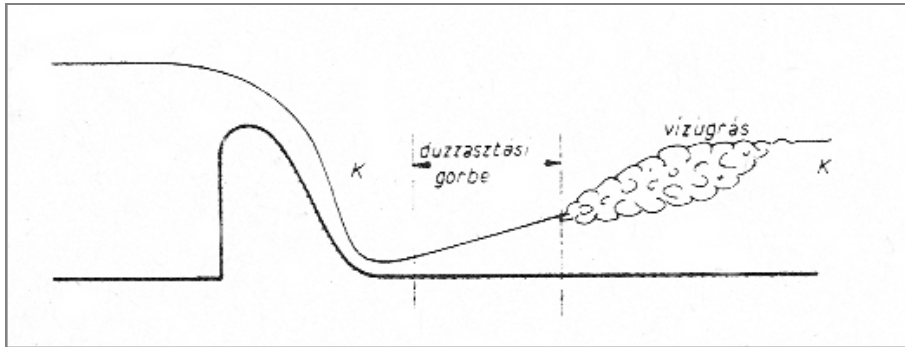
Az alsó szelvény vízmélysége nagyobb, mint a normál mélység: duzzasztási görbe, lassuló vízmozgás, **M1**



A alsó szelvény vízmélysége kisebb, mint a normál mélység: süllyedési görbe, gyorsuló vízmozgás, **M2**



A szelvény kontrahált vízmélysége kisebb, mint a kritikus mélység: duzzasztási görbe, lassuló vízmozgás, **M3**



Rohanó állapotú, fokozatosan változó vízmozgás, S

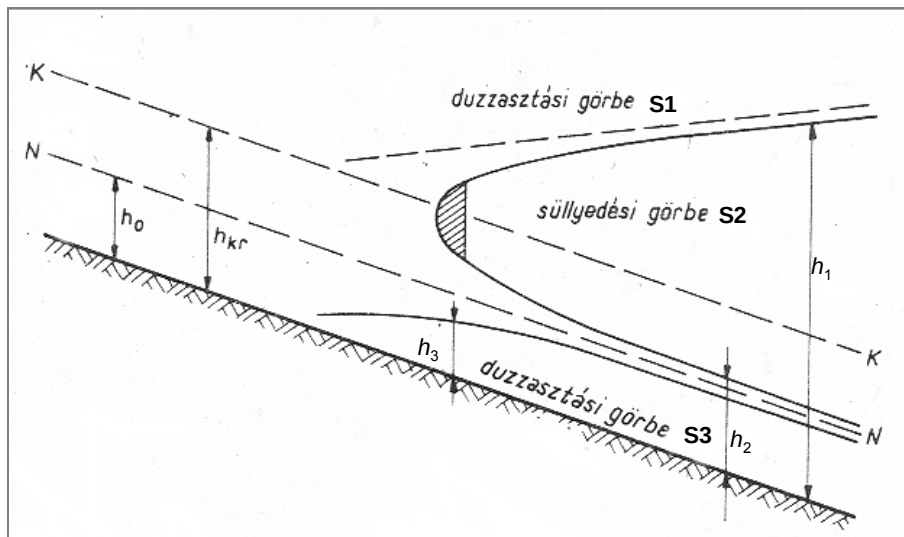
$$S_0 > S_{0kr} \rightarrow h_0 < h_{kr}$$

A vízmozgás alapvetően rohanó, de az alsó határfeltételek befolyásolják az állapotát.

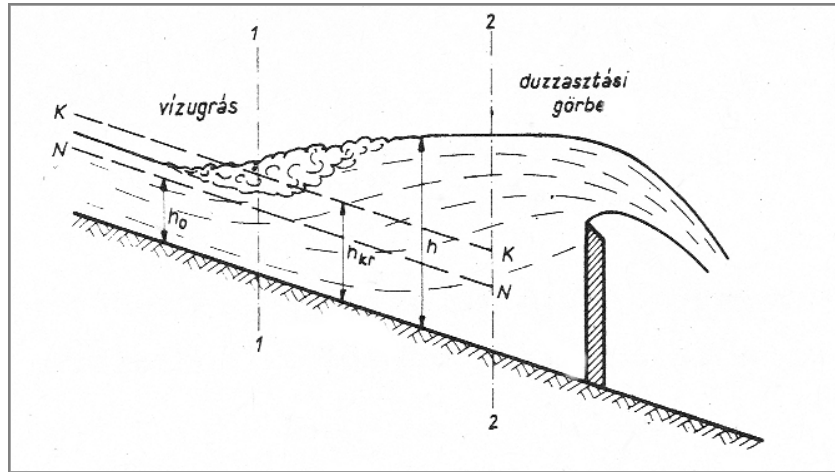
$$\mathbf{S1:} \quad h > h_{kr} > h_0, \quad \frac{dh}{dx} > 0$$

$$\mathbf{S2:} \quad h_{kr} > h > h_0, \quad \frac{dh}{dx} \leq 0$$

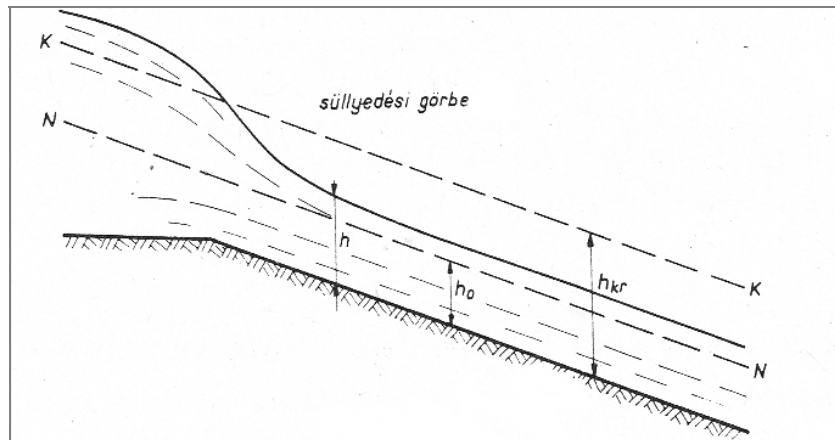
$$\mathbf{S3:} \quad h < h_0 < h_{kr}, \quad \frac{dh}{dx} > 0$$



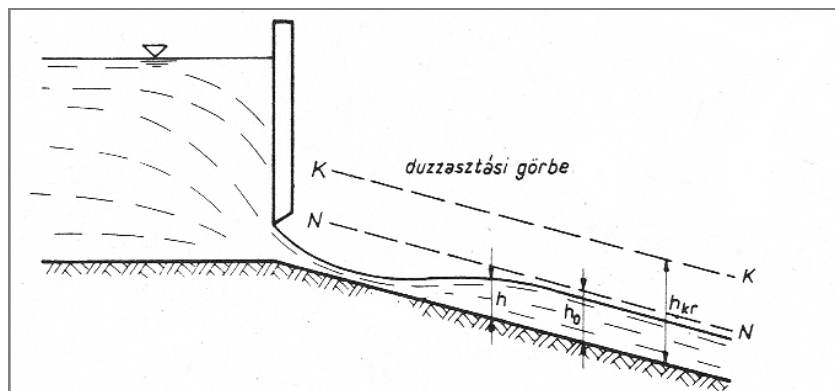
A rohanó vízmozgás a kritikus mélység vízugráson keresztüli átlépése után áramlóba megy át: duzzasztási görbe, lassuló vízmozgás, **S1**



Az áramló vízmozgás a kritikus mélység átlépése után rohanóba megy át: süllyedési görbe, gyorsuló vízmozgás, **S2**



A rohanó vízmozgás a kontrahált szelvényt követően rohanó állapotban marad: duzzasztási görbe, lassuló vízmozgás, **S3**



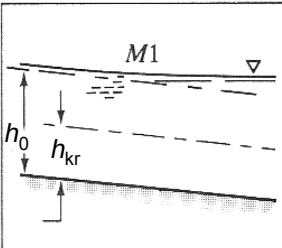
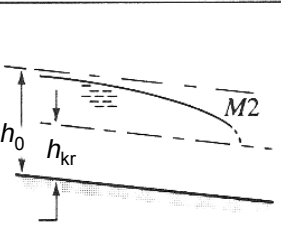
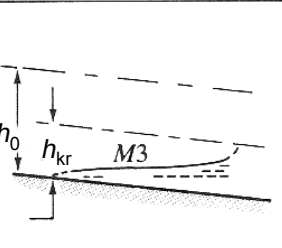
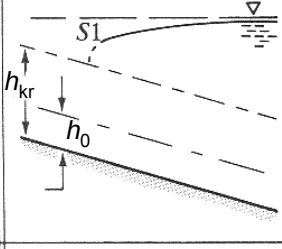
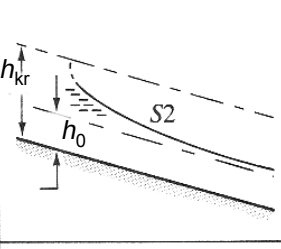
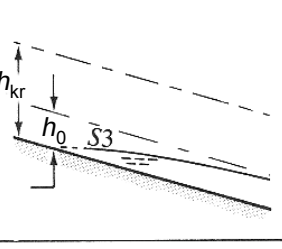
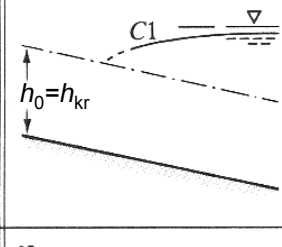
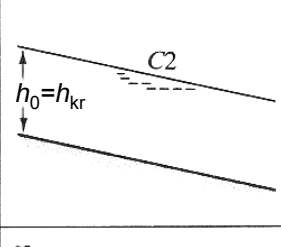
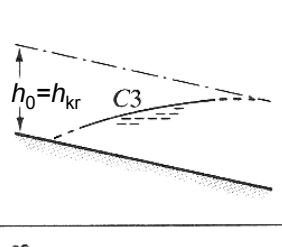
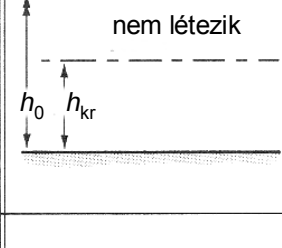
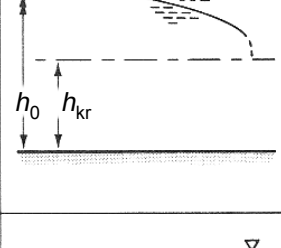
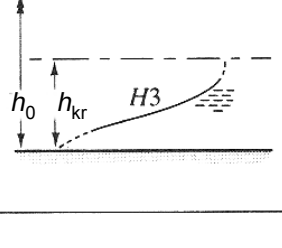
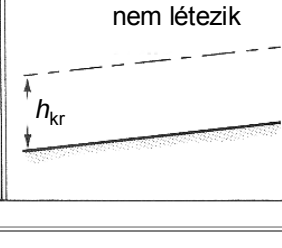
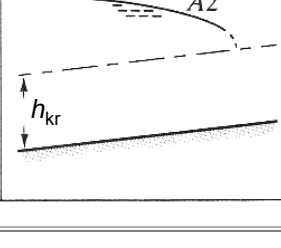
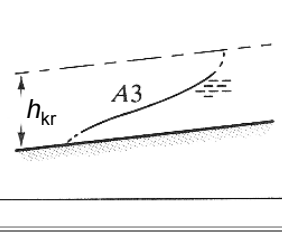
További, a gyakorlatban ritkábban előforduló felszíngörbe-típusok:

Kritikus állapotú, fokozatosan változó vízmozgás, **C**

Vízszintes fenekű, fokozatosan változó vízmozgás, **H**

Ellentétes fenékesésű, fokozatosan változó vízmozgás, **A**

A permanens, fokozatosan változó felszíngörbék táblázatba foglalt alaptípusai

	1	2	3
M			
S			
C			
H			
A			

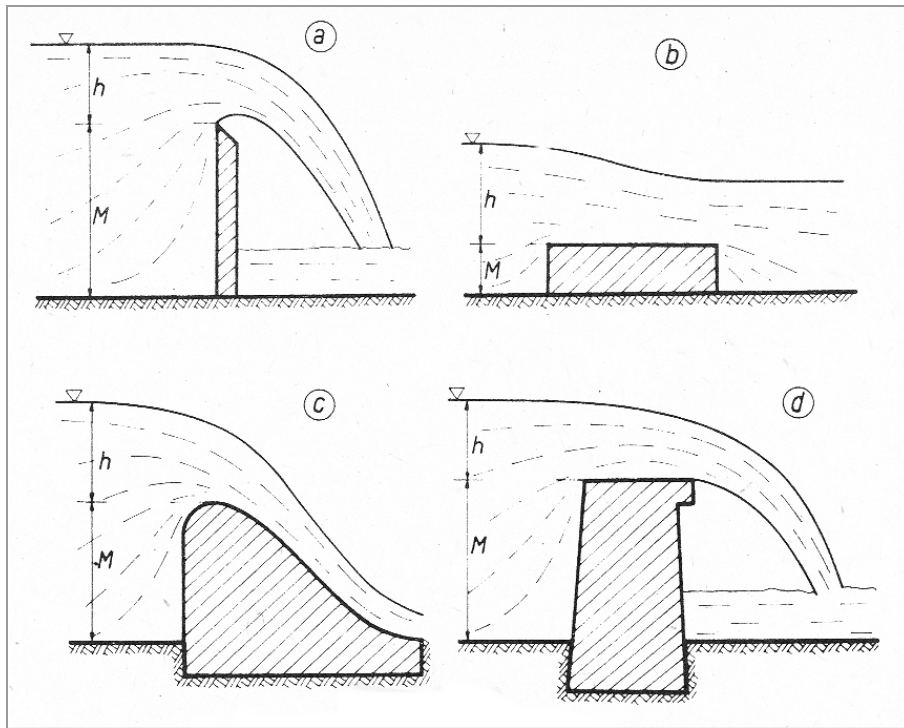
3. Műtárgyak hidraulikája I.

Vízszintszabályozó műtárgyak:

- Bukók típusai, jellemzőinek számítása
- Szabad és alulról befolyásolt átbukás számítása
- Zsilipek, szabad és alulról befolyásolt átfolyás
- Felszíni vizeinkben (vízfolyások, mesterséges csatornák, tavak, tározók) a vízszint szabályozása
- Az átfolyó, kifolyó vagy befolyó vízmennyiség szabályozása
- Fix és mozgatható bukók
- Mozgatható zsilipek

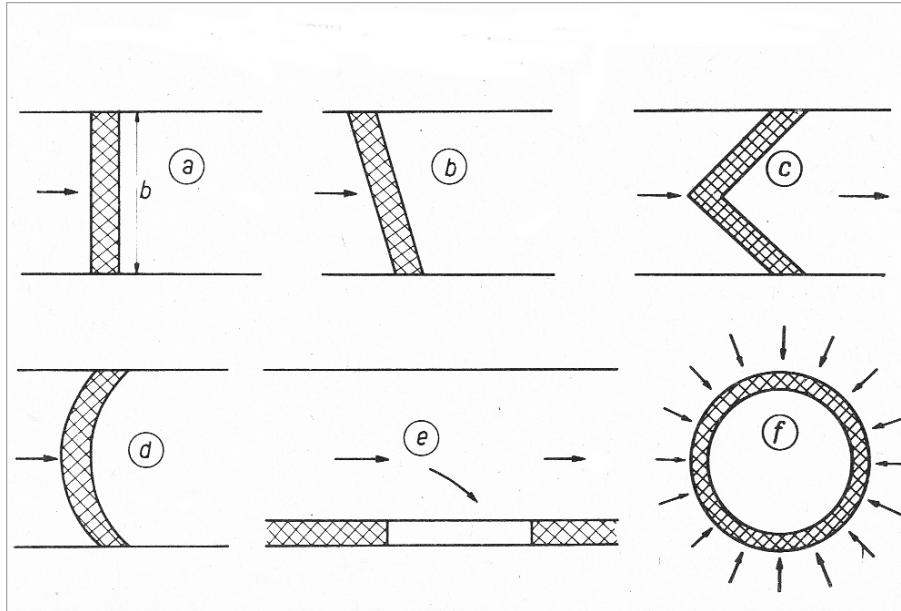
Osztályozás a bukógát alakja (profilja) alapján:

- élesszélű
- széleskoronájú
- hidraulikus profilú
- gyakorlati profilú



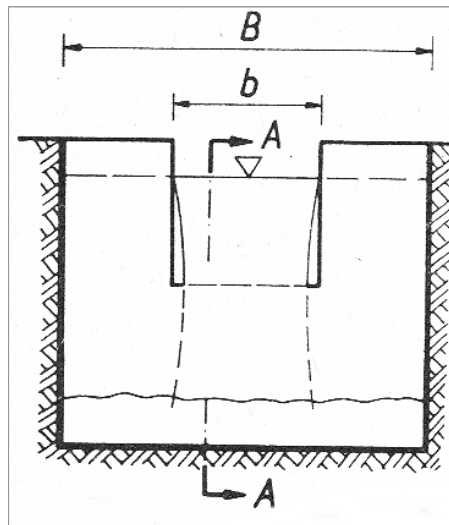
Osztályozás a bukógát alaprajzi vonalazása és az áramlás irányának egymáshoz viszonyított helyzete alapján:

- a. merőleges b. ferde c. tört
d. íves e. oldalbukó f. körbukó



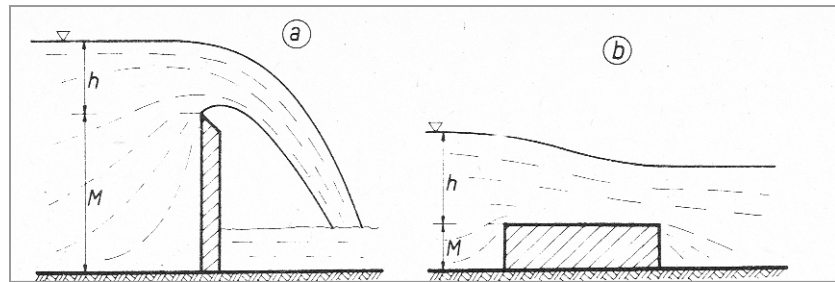
Osztályozás a víz bukóhoz való hozzáfolyásának jellege alapján:

- a. oldalkontrakció nélküli ($B = b$)
b. oldalkontrakciós ($b < B$)

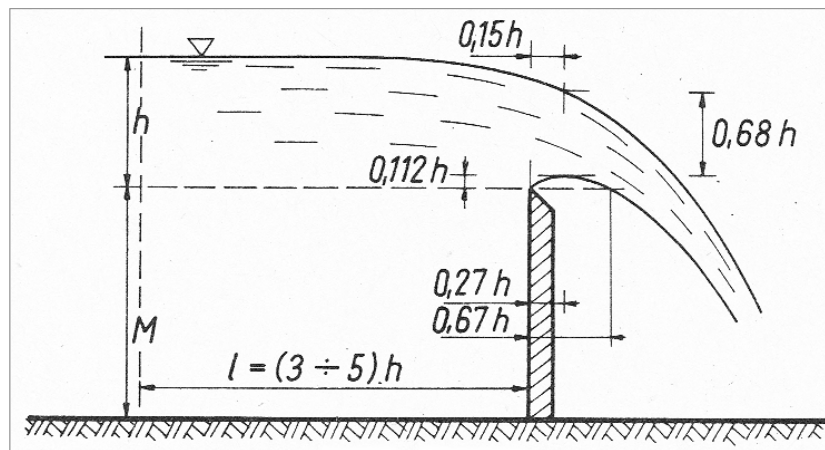


Osztályozás az átbukó sugár alvízhez kapcsolódása alapján:

- szabad, alulról nem befolyásolt átbukás
- beduzzasztott, alulról befolyásolt átbukás



Tökéletes átbukású, oldalkontrakció nélküli, élesszélű bukógát: Bazin-féle bukógát



Poleni (1717) általános bukóképlete: $Q = \frac{2}{3} \mu b h \sqrt{2gh}$.

Példa a vízhozam-tényező kísérleti becslésére:

h [m] 0,035 0,088 0,122

μ 0,660 0,639 0,633

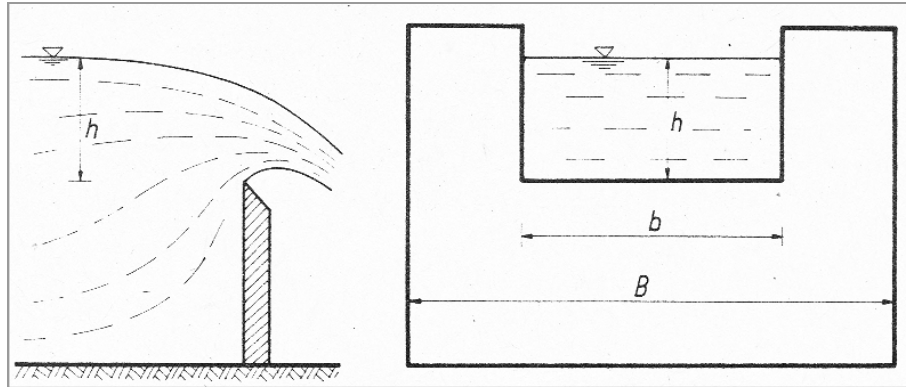
Bevezetve az $m_0 = \frac{2}{3} \mu$ átbukási tényezőt, általános esetben:

$$m_0 = f\left(\text{bukóprofil}, h, \frac{h}{M}, \frac{b}{B}, \text{átbukás jellege}\right).$$

Pl. Bazin képlete saját bukótípusára ($b < 2\text{m}$; $M < 1,13\text{m}$; $h < 1,24\text{m}$):

$$m_0 = \left(0,405 + \frac{0,003}{h}\right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h+M}\right)^2\right].$$

Téglalap-szelvényű, élesszélű, oldalkontrakciós bukógát: Poncelet-féle bukógát

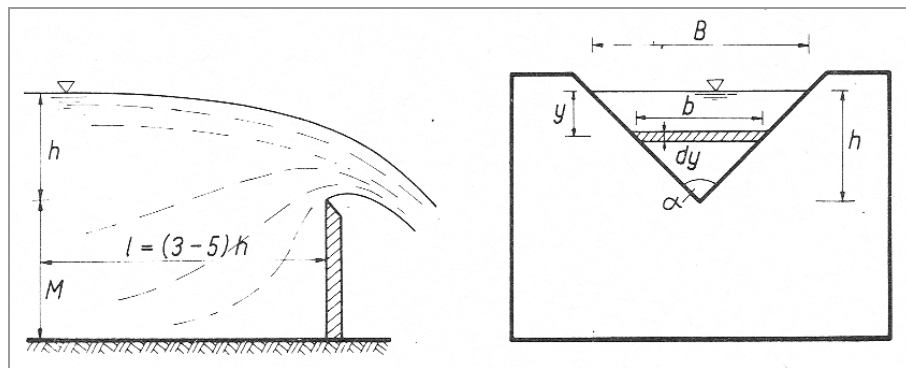


Pl. a Hégly által javasolt vízhozam-tényező képlet ($h/b < 0,13$):

$$\mu = \left(0,405 + \frac{0,0027}{h} - 0,03 \frac{B-b}{B} \right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{b}{B} \right)^2 \left(\frac{h}{h+M} \right)^2 \right]$$

Egyenlőszárú derékszögű háromszög-szelvényű Thomson-féle bukógát

Széles vízhozam-tartomány pontos mérésére



A vízhozam-számítás képlete: $Q = \frac{8}{15} \mu g \frac{\alpha}{2} \sqrt{2g} h^{5/2}$, rövidebben $Q = Ch^{5/2}$.

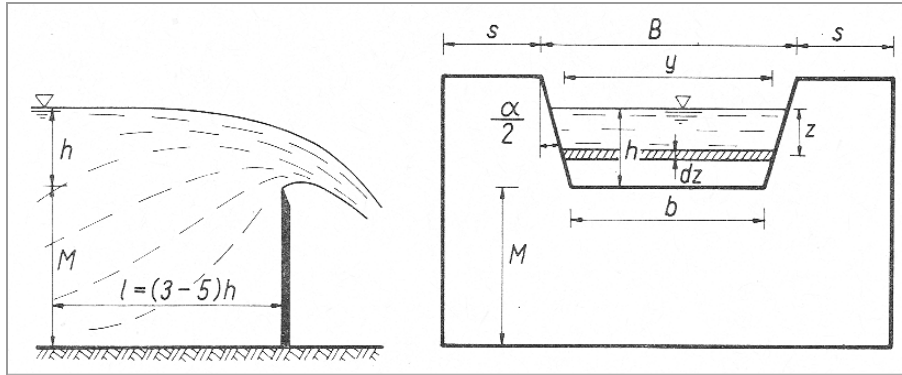
Példa a bukó-konstans kísérleti meghatározására:

h [m]	0,05	0,075	0,10	0,175	0,25
C [m ^{1/2} /s]	1,427	1,408	1,398	1,382	1,375

A Thomson-bukó tulajdonképpen saját hidraulikai kismintáját képezi, hiszen a geometriai hasonlóságot minden vízhozamra megtartja. Kis vízhozamoknál ez nagy relatív pontosságot eredményez.

Trapézszelvényű Cipoletti-féle bukógát

Bizonyos arányok betartásával ($b \geq 3h$, $M \geq 3h$, $s \geq 2h$, $\tan \alpha = 1/4$) vízhozam-tényezője közel állandó: $Q = 0,42b\sqrt{2gh^{3/2}} = 1,86bh^{3/2}$.



Hidraulikus profilú bukógát

Alapelv: a bukó hátlapja az átbukó vízszögár alsó határvonalát követi

Élesszélű bukóra általánosan: $Q = \frac{2}{3}\mu bh\sqrt{2gh}$, ahol $\mu = 0,61 \div 0,62$.

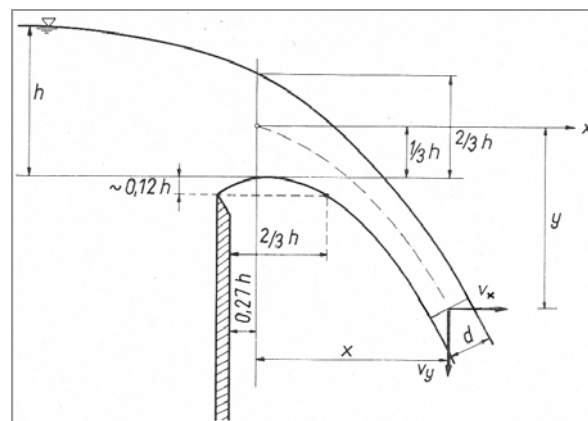
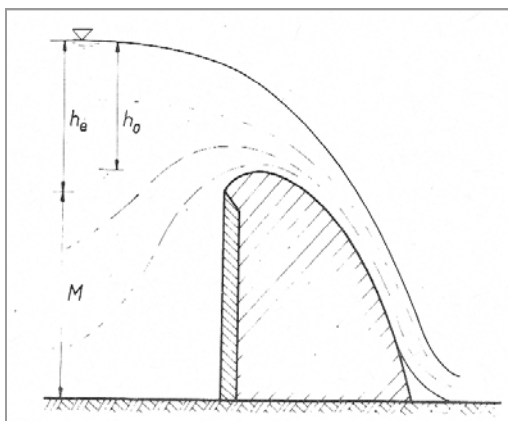
Az átbukási magasság különböző értelmezése folytán a hidraulikus profilú bukó vízhozam-tényezője nagyobb, mint a hozzá tartozó élesszélűé:

$$Q_e = \frac{2}{3}\mu_e bh_e\sqrt{2gh_e} \quad h_0 < h_e$$

$$Q_0 = \frac{2}{3}\mu_0 bh_0\sqrt{2gh_0} \quad Q_0 = Q_e$$

$$\mu_e h_e^{3/2} = \mu_0 h_0^{3/2} \quad \mu_0 > \mu_e$$

$$h_0 \approx \frac{8}{9}h_e \quad \mu_0 \approx 0,74$$



A hidraulikus profil alakjának közelítő számítása, mint a pálya mentén vékonyodó vízsugarú vízszintes hajítás (Q és h függvényében):

$$\text{Átbukó vízmagasság} \approx \frac{2}{3}h, \text{ amiből a sugár vízszintes sebessége } v_x = \frac{Q}{A} = \frac{3Q}{2hb}.$$

A vízsugar x távolságban érvényes $y = \frac{g}{2}t^2$ koordinátájának meghatározása:

$$t = \frac{x}{v_x}, \quad y = \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_x^2}.$$

Mindebből az adott helyen kialakuló sugárvastagság:

$$v_y = \sqrt{2gy} \rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_x^2 + 2gy} \rightarrow d = \frac{Q}{bv}$$

Átbukási tényező korrekciója a tervezésitől eltérő átbukási magasság és vízhozam esetén

$$h \neq h_0 \rightarrow Q \neq Q_0, \quad m_0 = \frac{2}{3}\mu_0, \quad m_0 = f\left(\frac{h}{h_0}\right).$$

Pl. Pavlovskij kísérletei alapján:

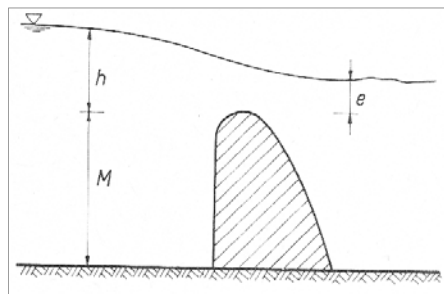
$$\frac{h}{h_0} \leq 0,73 \rightarrow m_0 = 0,49 \left(0,785 + 0,25 \frac{h}{h_0} \right)$$

$$\frac{h}{h_0} \geq 0,73 \rightarrow m_0 = 0,49 \left(0,88 + 0,12 \frac{h}{h_0} \right)$$

Alulról befolyásolt átbukás esete: Alulról befolyásolás figyelembe vétele korrekcióval:

$Q = \sigma m_0 b h \sqrt{2gh}$. σ értékei kisebbek, mint az élesszélű bukónál! Kísérletek alapján:

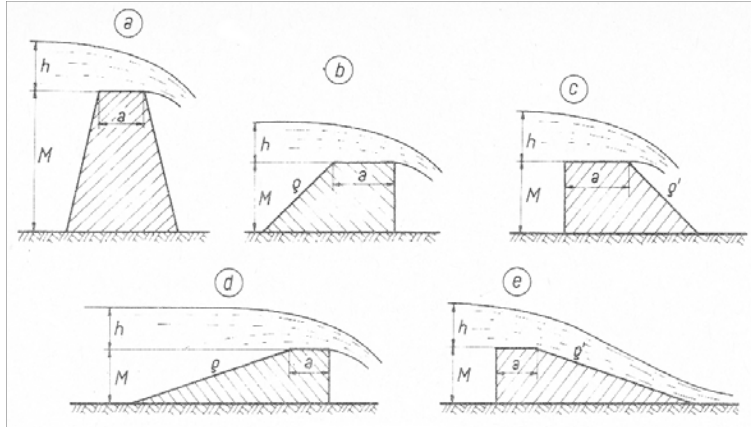
e/h	0,00	0,20	0,50	0,66	0,82	0,90	1,00
σ	1,00	0,997	0,980	0,93	0,756	0,575	0,00



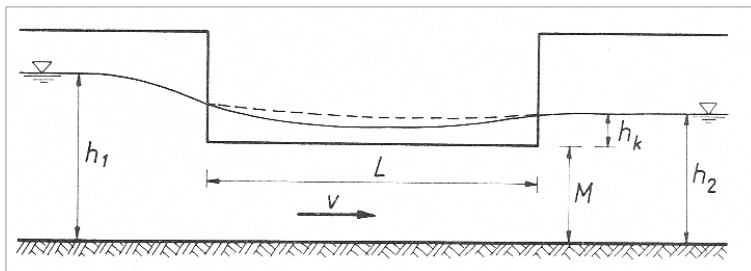
Gyakorlati, szögletes profilú bukógátak és átbukási tényezőik

A bukótényező függésének jellege: $m_0 = f(\text{típus}, M, a, \rho, \rho', h)$, amiből $m_0 = 0,35 \div 0,44$.

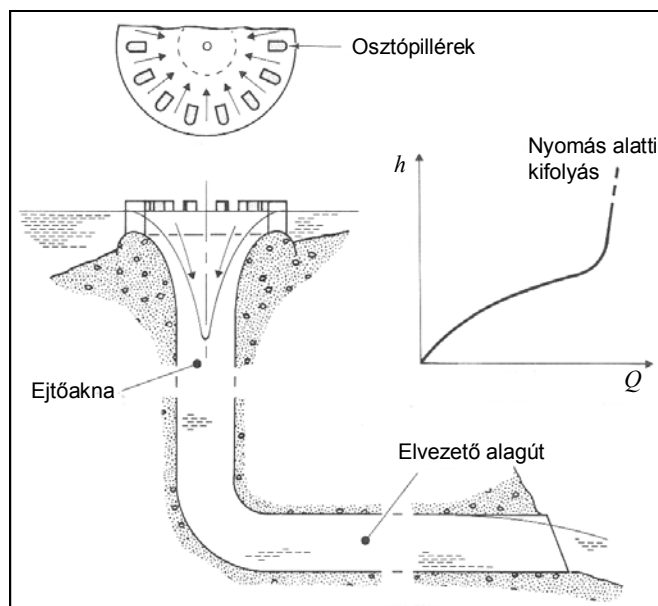
Minél kisebb M , minél laposabbak a **rézsűk**, minél kisebb a h/a arány, annál kisebb m_0 !



Oldalbukók: vízfolyásra merőleges, oldalirányú vízkivételre, kísérletileg meghatározott bukóképlettel



Osztópilléres, ejtőaknás árapasztó körbukó



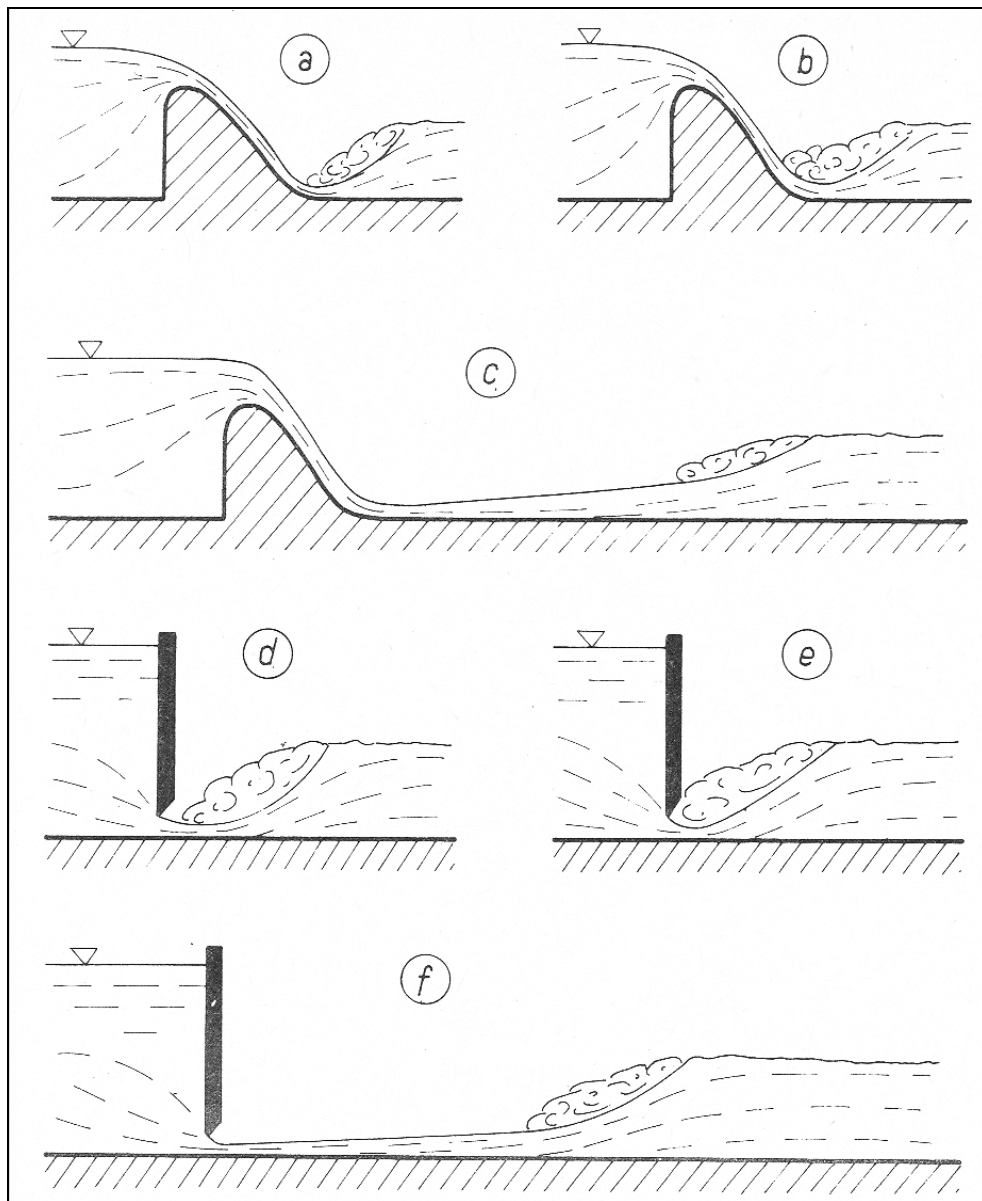
4. Műtárgyak hidraulikája II.

Gát feletti átbukás, zsiliptábla alatti átfolyás

a. és d.: Visszaszorított

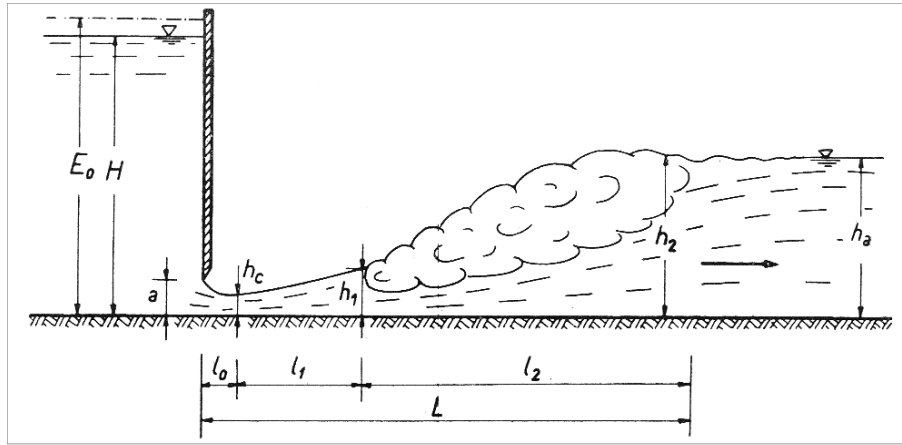
b. és e.: Beduzzasztott

c. és f.: Előreszorított



Zsiliptábla alatti szabad átfolyás

A fedőhengeres vízúgrás a rohanó szakaszt követően a táblától távol alakul ki



A vízhozam számítási képlete: $Q = \mu b a \sqrt{2g(E_0 - h_c)}$,

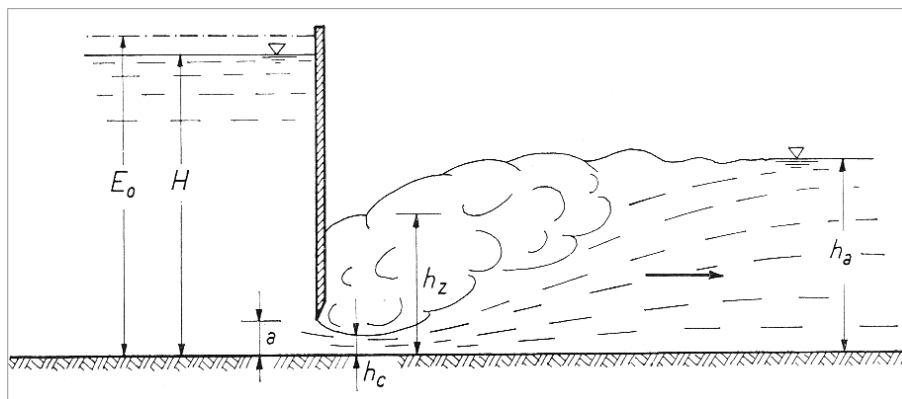
ahol $\mu = \psi \varphi$, $\varphi = 0,95 \div 0,97$, $\psi = f\left(\frac{a}{H}\right)$, $h_c = \psi a$.

Példa a kontrakciós tényező kísérleti meghatározására a relatív nyitás függvényében:

a/H	0,25	0,50	0,75	1
ψ	0,622	0,645	0,705	1

Zsiliptábla alatti átfolyás visszahatással

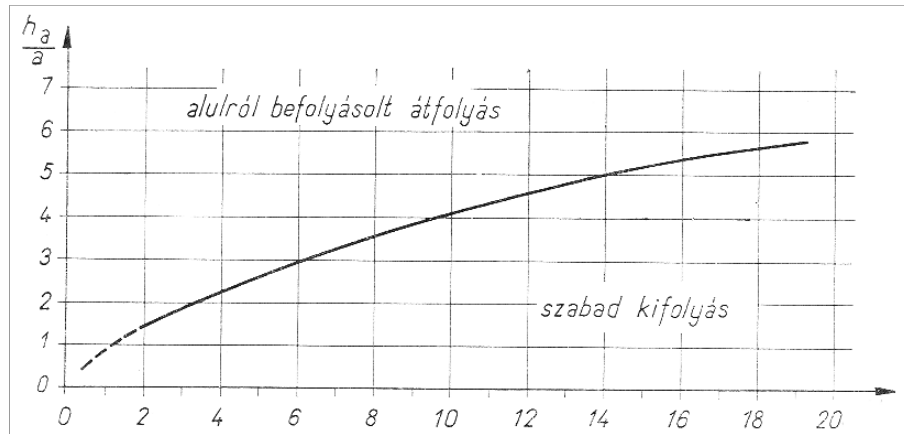
Az alvíz teljesen visszaduzzaszt a zsiliptáblához, a tábla alatt kiáramló vízhozam csökken.



A vízhozam számítási képlete: $Q = \mu b a \sqrt{2g(E_0 - h_z)}$,

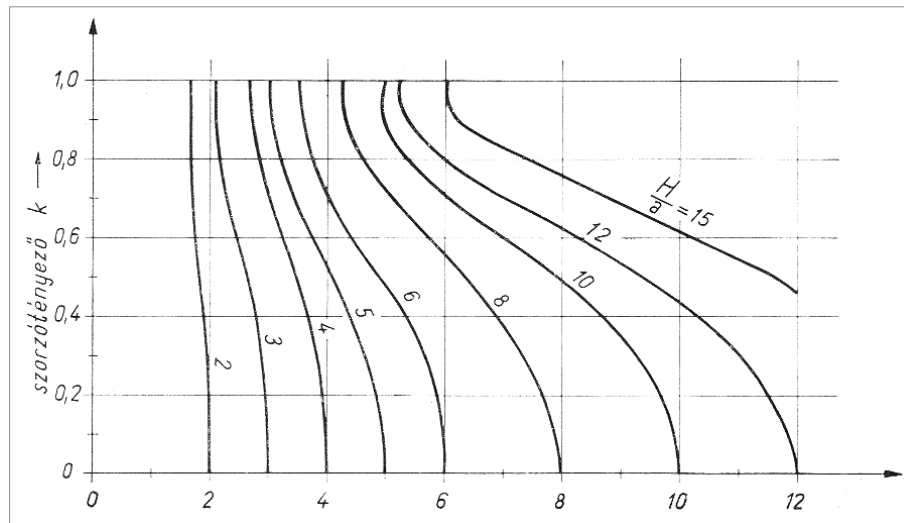
ahol az impulzustétel alapján $h_z = \sqrt{h_a^2 - M\left(E_0 - \frac{M}{4}\right)} + \frac{M}{2}$, és $M = 4\mu^2 a^2 \frac{h_a - h_c}{h_a h_c}$.

Nomogramm a kifolyás típusának eldöntésére

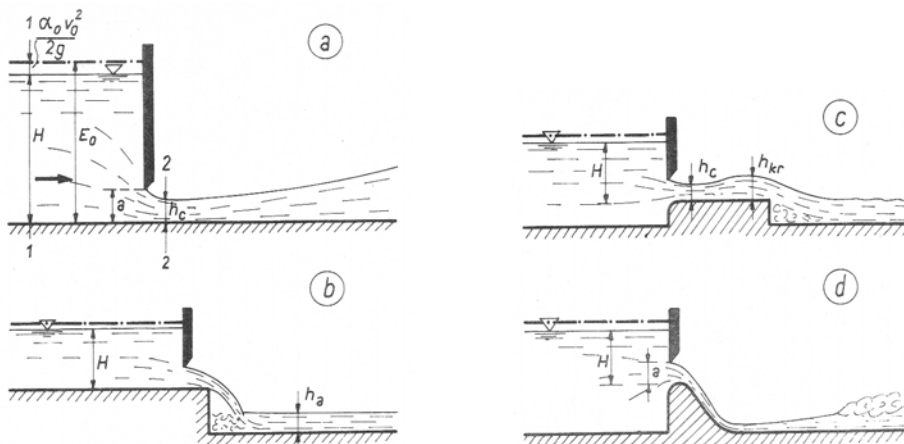


A befolyásolást a k korrekciós tényezővel véve figyelembe: $Q = k\mu b a \sqrt{2gH}$.

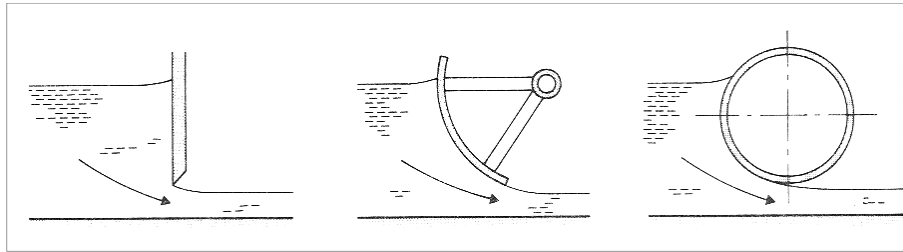
Nomogramm a k szorzótényező becslésére



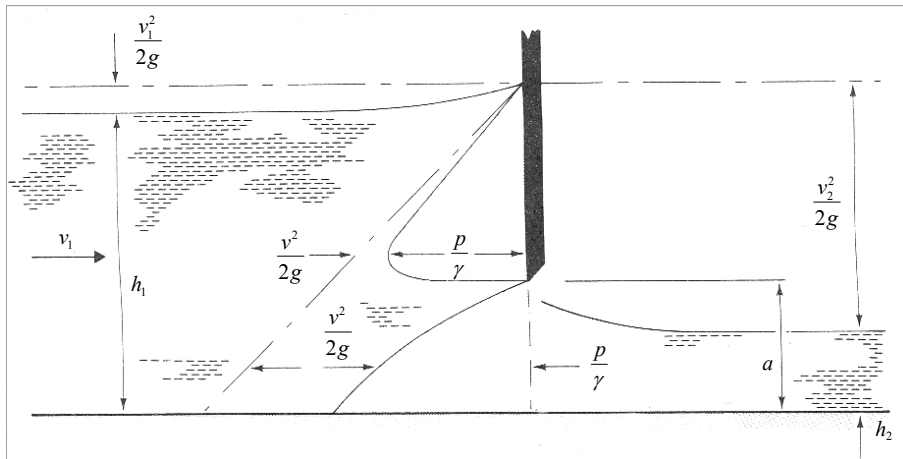
A zsiliptábla alatti kifolyás néhány esete



A zsiliptábla alatti kifolyás különböző táblaprofilra



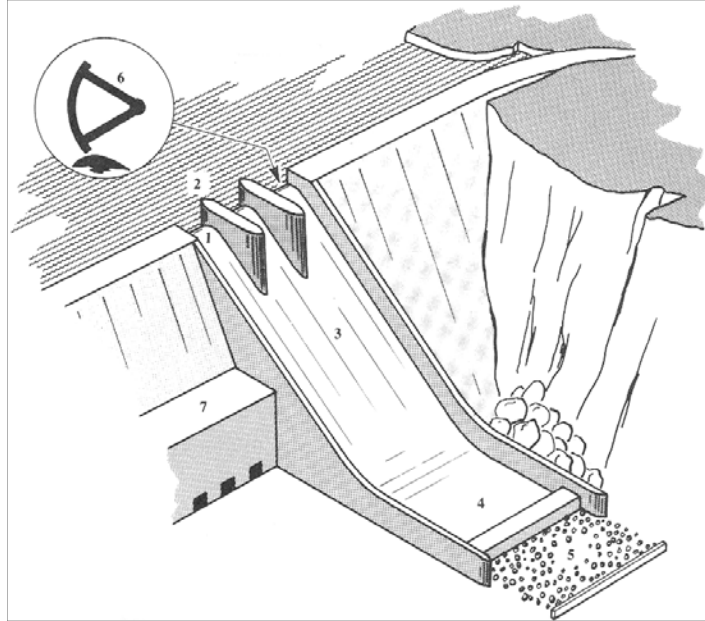
A zsiliptábla körüli energia-, sebesség- és hidrodinamikai nyomásviszonyok



Völgyzárógátas tározó műtárgy-sémája

(melyek többségénél hidraulikai tanulmányainkat hasznosíthatjuk)

- | | | | |
|-------------------|----------------------|---------------|------------------------|
| 1. Árapasztó bukó | 2. Osztópillér | 3. Surrantó | 4. Energiatörő medence |
| 5. Utófenék | 6. Szabályozó zsilip | 7. Erőműtelep | |

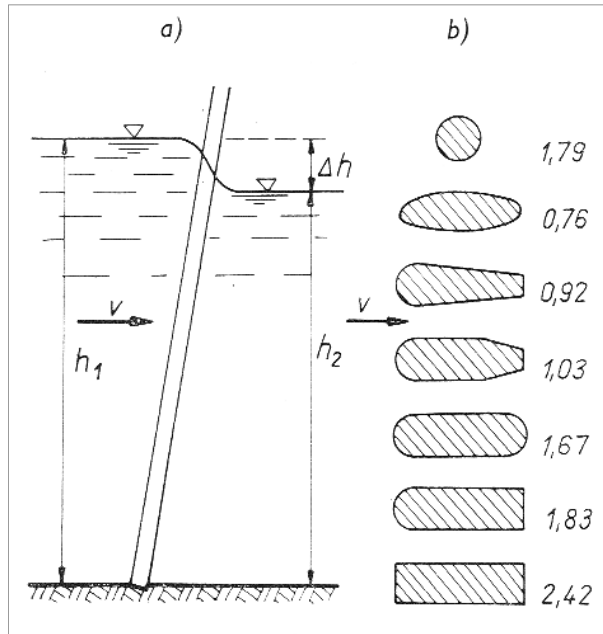


Gerebek

Példa: a Kesznyéteni vízerőmű (Hernád) turbináinak uszadék elleni gerebvédelme



Tipikus gerebprofilok



Ritka gerez pálcaira ható közegellenállási erő (a közegellenállási tényező, a rááramlási sebesség és a pálca áramlásra merőleges vetülete függvényében): $F_k = \frac{1}{2} \rho c_w v^2 A_{\perp}$.

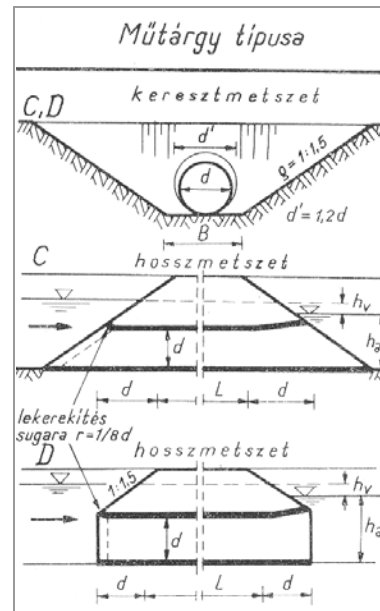
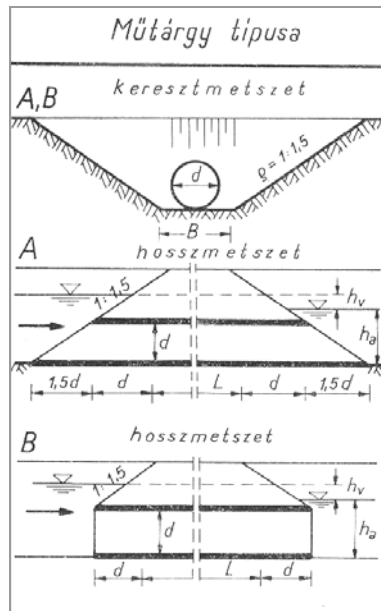
Gerez-vesztésmagasság (duzzasztás) az alaki tényező, a gerezpálcák vastagsága, a szabad nyílás, a rááramlási sebesség és a pálcák vízszinteshez való hajlása alapján.

Csőátereszek

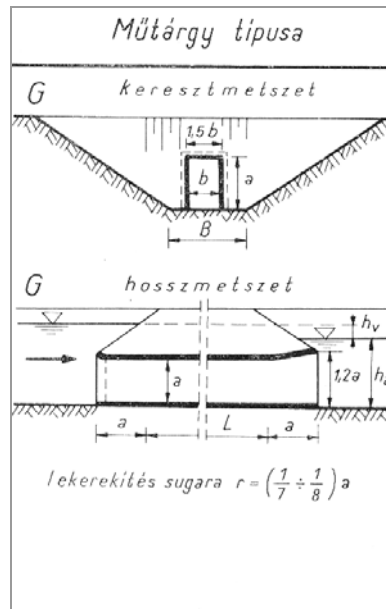
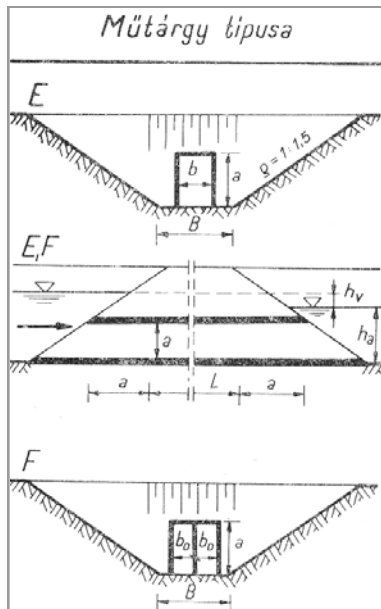
Kisebb vízfolyások, árkok út- és vasúttöltéseket, kocsibejárókat keresztező műtárgyai, nyomás alatti esetben, mint hidraulikailag rövid csővezetékek.

Csőáteresz okozta veszteség számítása: $h_v = \sum \xi \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{L}{4R} \frac{v^2}{2g}$, ahol $\sum \xi = \xi_\delta$, vagyis

$$h_v = \frac{v^2}{2g} \left(\xi_\delta + \lambda \frac{L}{4R} \right).$$



Téglalap szelvényű átereszek



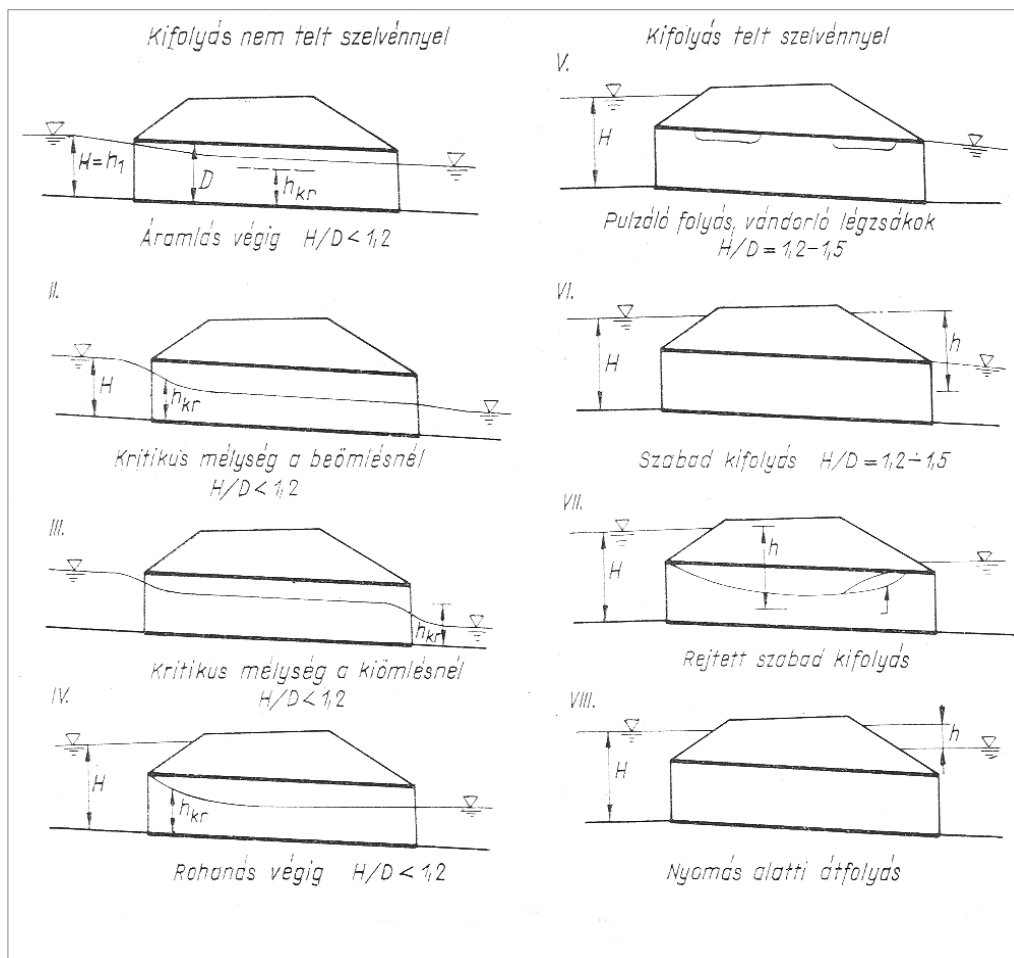
Helyi össz-veszteségtényező számítása az áteresztípusa szerint

A veszteségbecslő képlet struktúrája: $\sum \xi = \xi_{\sigma} = C_1 + C_2(N_b - 1) + C_3(N_h - C_4)$,

ahol $N_b = \frac{B}{b}$ és $N_b = \frac{B}{d}$ relatív szélességek, $N_b = \frac{h_a}{a}$ és $N_b = \frac{h_a}{d}$ relatív magasságok.

Típus	C1	C2	C3	C4
A	1,10	0,60	0,20	1,30
B	0,90	0,60	0,15	1,30
C	0,50	0,40	0,20	1,30
D	0,45	0,25	0,10	1,30
E	1,00	0,40	0,20	1,30
F	1,10	0,35	0,20	1,30
G	0,50	0,20	0,10	1,30

Az áteresztben kialakuló vízmozgás lehetséges fajtái



5. Nyíltfelszínű nempermanens vízmozgások áttekintése

- Alapfogalmak
- Fokozatosan változó nyíltfelszínű nempermanens vízmozgások
- Hirtelen változó, nyíltfelszínű nempermanens vízmozgások

Nempermanens vízmozgások

Az áramlás fő hidraulikai jellemzői a tér egyes pontjaiban változnak az idő függvényében

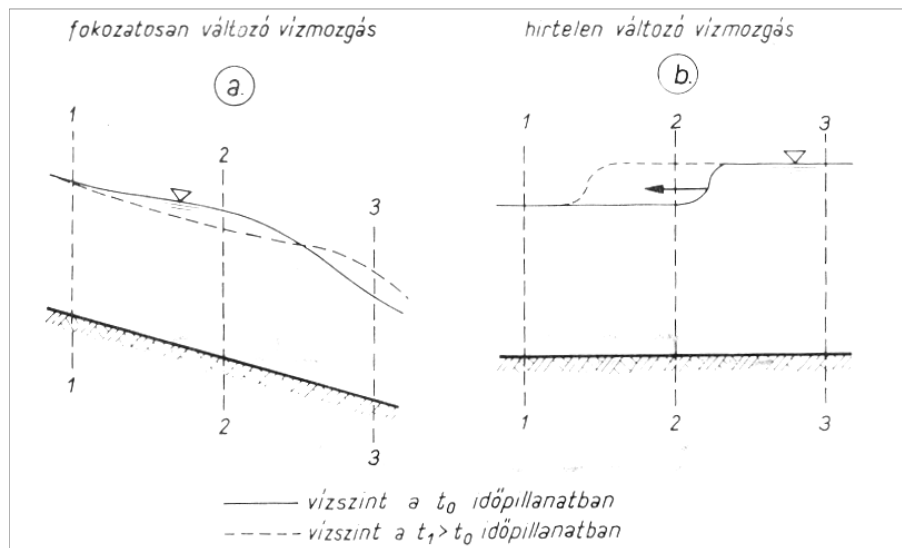
A fő hidraulikai jellemzők nyíltfelszínű vizekre:

- vízhozam, Q
- nedvesített szelvényterület, A
- vízmélység (hidraulikus sugár), R
- szelvény-középsebesség, v
- vízszint, z
- hullámmagasság, Δz , Δh , η

Nempermanens vízmozgások osztályozása a tér-idő változás mértéke alapján

pl. természetes árhullámok

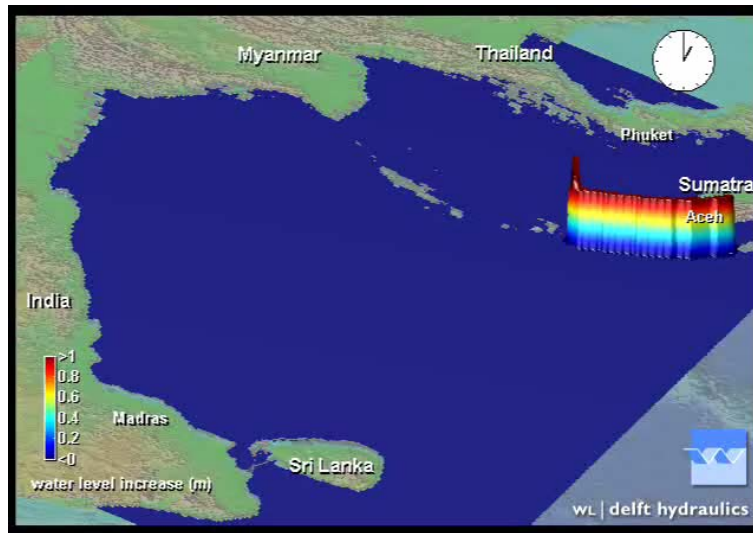
pl. lökeshullámok



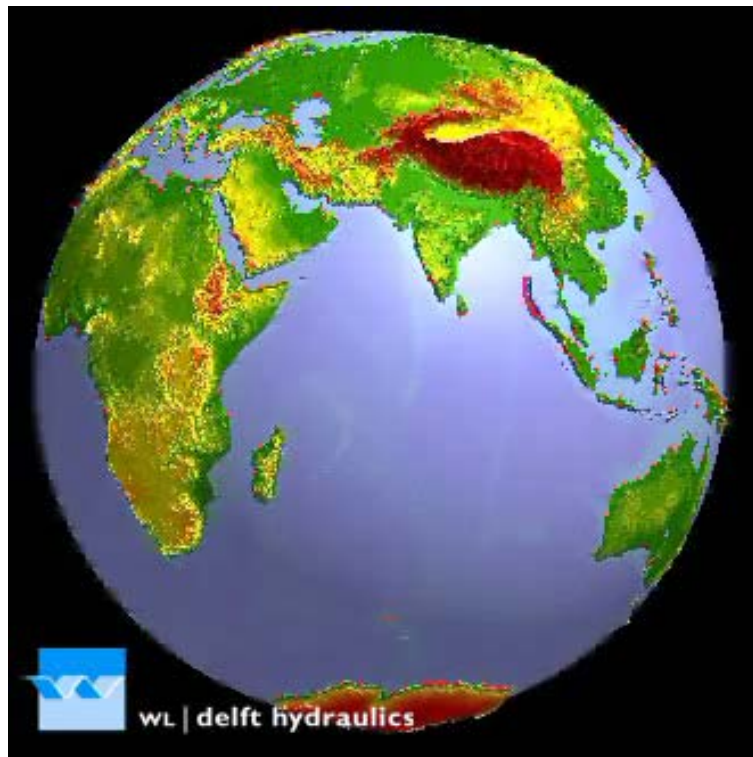
A legutóbbi cunami, mint a tengerfenék rengésének eredménye (utólag numerikusan modellezve, felülnézetben animálva).

Bemutatóra kerülő lejátások

Perspektívában animált 2D numerikus modellezés

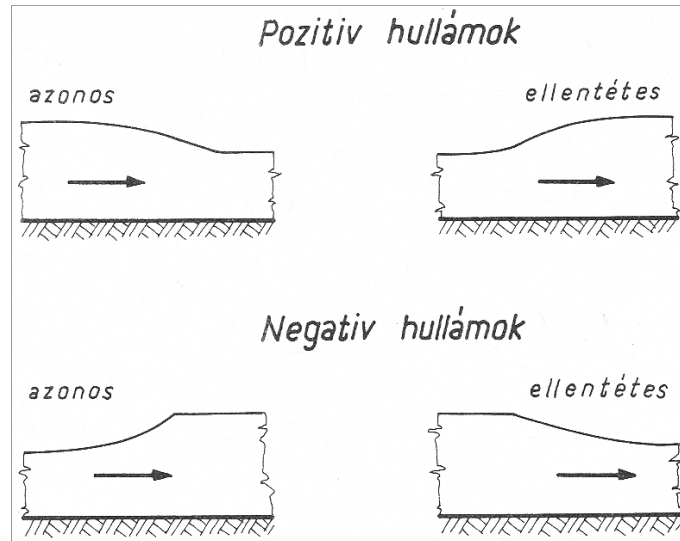


Ugyanaz gömbkoordináta-rendszerben animálva

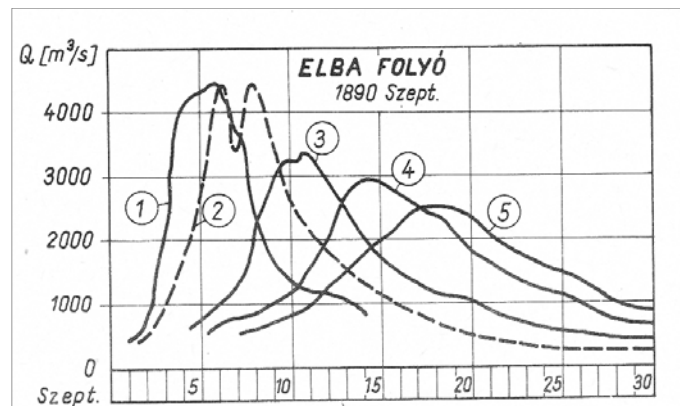


További bejátás: térben és időben helyenként hirtelen változó vízmozgás speciális esete: töltés árvízi meghágása és elöntése, speciális modellezési igénnyel a száraz terep elöntésére + vízugrás leképzésére

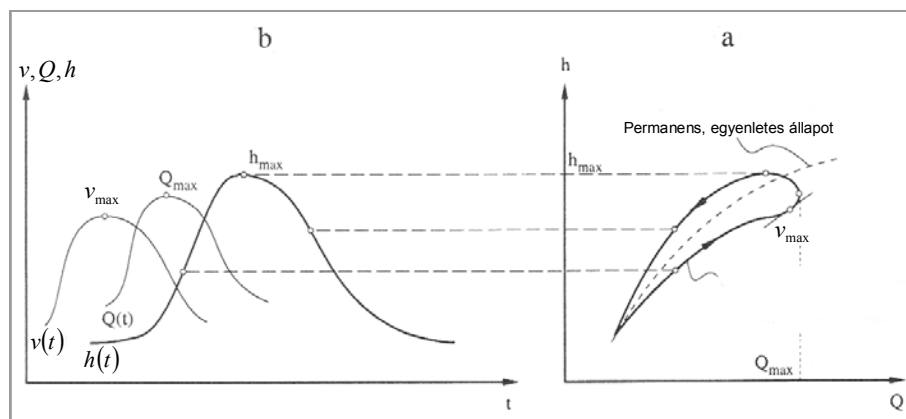
Nempermanens vízmozgások osztályozása a hullámtípus típusa, valamint terjedési irány és az alapáramlás irányának viszonya alapján



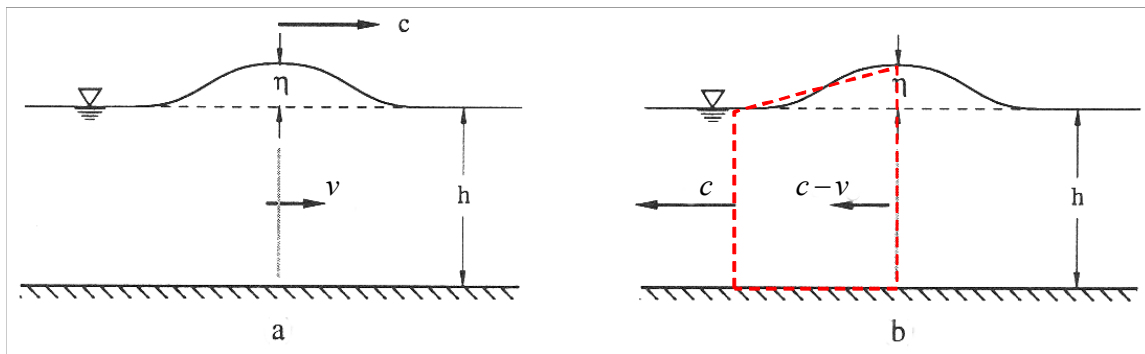
Egy tipikus fokozatosan változó árhullám-levonulás árhullám-képe a folyó egyes szelvényeiben (a szelvény-sorszám folyásirányban, az alvíz felé haladva növekszik)



Az árvízi hurokgörbe a hidraulikai jellemzők tetőzésének időrendi sorrendjével



A vízmélységhez képest kis amplitúdójú, szabadfelszínű gravitációs hullám terjedési sebessége nyíltfelszínű víztestben (pl. a cunami, kivéve partközelen)



A c sebességgel terjedő felszíni hullám amplitúdója: $a \equiv \eta$

A térfogat-megmaradás törvénye (az áramlás folytonossága) egy, a hullámgerinccel c sebességgel együtt mozgó vonatkoztatási rendszerben, amiben a hullám állóhullámnak, a nempermanens hullámterjedési folyamat pedig permanensnek látszik:

$$c \cdot h = (c - v)(h + \eta) \rightarrow c \cdot h = c \cdot h + c\eta - v(h + \eta) \rightarrow 0 = c\eta - v(h + \eta).$$

Amennyiben a hullám amplitúdója nagyságrenddel kisebb, mint a vízmélység:

$$0 = c\eta - v(h + \eta) \rightarrow v = c \frac{\eta}{h}.$$

Az energia-megmaradás törvénye alapján: $h + \frac{c^2}{2g} = (h + \eta) + \frac{(c - v)^2}{2g} \rightarrow \eta = \frac{cv}{g} \left(1 - \frac{v}{2c}\right).$

Mivel $2c$ nagyságrenddel nagyobb v -nél: $\eta = \frac{cv}{g} \rightarrow c^2 = gh \rightarrow \boxed{c = \sqrt{gh}}$, ami nem

más, mint **a szabadfelszínű gravitációs hullám terjedési sebessége.**

6. Hirtelen változó, nyíltfelszínű nempermanens vízmozgások

Időben hirtelen változó vízmozgások a kiváltó hatás tartós fennmaradásával. Általában valamely vízszintszabályozó létesítménnyel (zsilip, duzzasztómű) ellátott vízfolyásban keletkezik. Az áramlás pillanatnyi, fokozatosan változó vagy permanens egyenletes mozgásállapotában a szabályozóművel **hirtelen változást, ugrásszerű vízhozam-növekedést vagy csökkenést** hozunk létre. Ekkor **a vízfelszín is hirtelen változik, meredek frontú lökéshullám** keletkezik és terjed.

- Zsiliptáblák hirtelen részleges zárása vagy nyitása
- Zsiliptáblák hirtelen teljes zárása (üzemelési hiba) vagy nyitása
- Töltésszakadási (árvízi szükségtározóknál szakítási) és gátszakadási ár hullámok (dombvidéki tározók stabilitásvesztése)

A lökéshullámok legfontosabb hidraulikai jellemzői:

w - hullámterjedési sebesség, Δh – hullámmagasság, E - energiatartalom

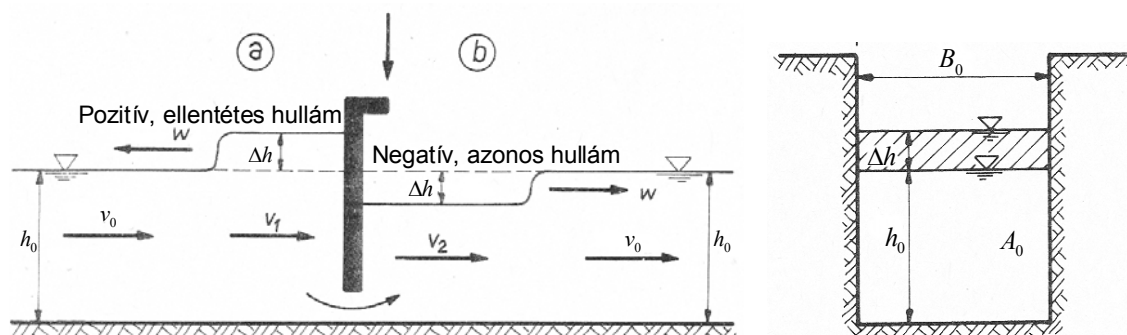
A számítási feladat általában a **hullámmagasság** és a **terjedési sebesség** meghatározása

Lökéshullámok osztályozása:

1. Zárási hullámok: pozitív ellentétes a felvízen, negatív azonos az alvízen
2. Nyitási hullámok: pozitív azonos az alvízen, negatív ellentétes a felvízen

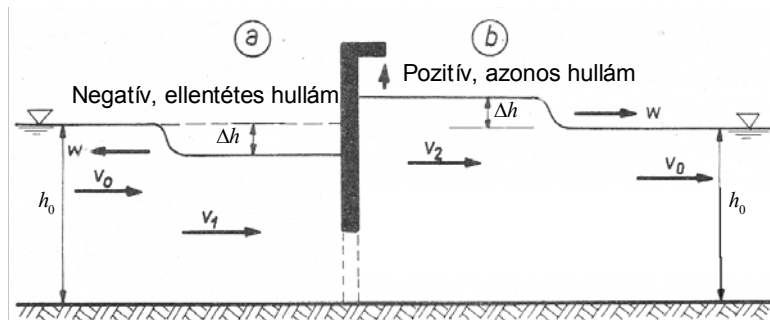
Zsiliptábla részleges zárása

Kezdeti, zavartalan állapot: Q_0, h_0, v_0, A_0 .



Zsiliptábla részleges nyitása

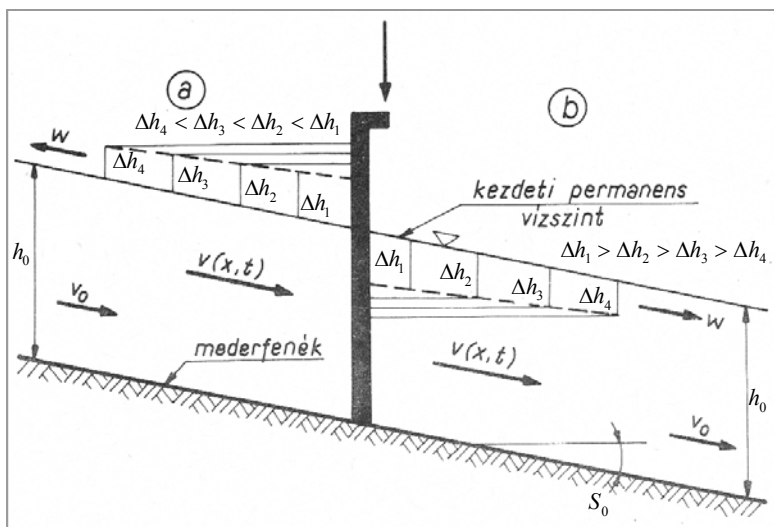
Kezdeti, zavartalan állapot: Q_0, h_0, v_0, A_0 .



A számítás két alapesete:

1. Csak a hirtelen változás kezdeti pillanatához ill. szakaszához tartozó hullámmagasságot és hullámsebességet becsüljük, tehát *a hullám alakváltozásától eltekintünk*.
2. Hosszabb időszakon és távon *figyelembe veendő a hullám alakváltozása is*. Ez tovább bonyolódhat a vízfolyás keresztszelvényének hirtelen változása okozta hullám-visszaverődéssel.

Több km hosszú üzemvíz-csatornáknál kialakuló lökeshullámoknál a hullámmagasság (az emelkedés és süllyedés) az alakváltozás miatt a szabályozás helyétől távolodva fokozatosan csökken.



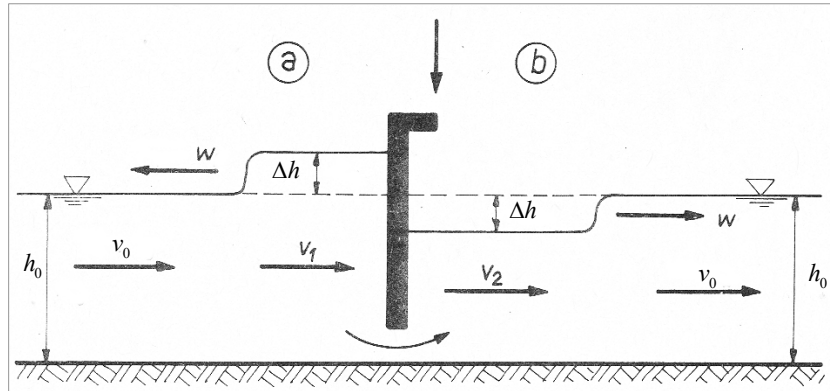
A következőkben pusztán az alakváltozás nélküli esetet tekintjük!

Zsiliptábla részleges zárása

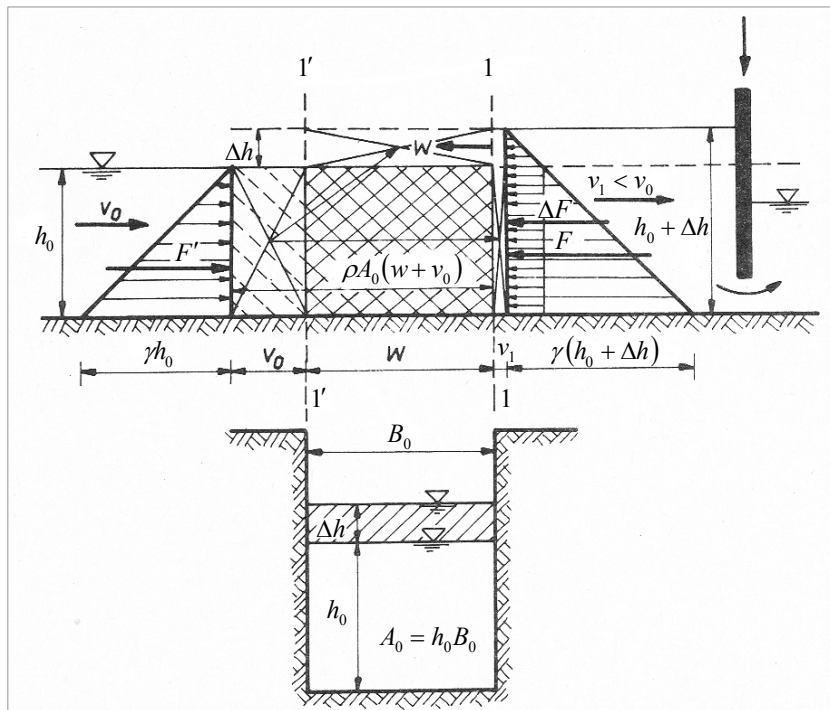
Rövid szakaszon, hullámdeformáció figyelembe vétele nélkül, elsősorban a kezdeti jellemzők meghatározására.

Kezdeti, zavartalan állapot: Q_0, h_0, v_0, A_0 .

Részleges zárás: $v_0 \rightarrow v_1 < v_0, v_2 < v_0$.



Vizsgáljuk meg a felvízen a pozitív ellentétes zárási hullámot! Számítandó: $w, \Delta h$.



Folytonossági összefüggés (térfogatmegmaradás) a felvízen:

$$t_0 : Q_0 = v_0 h_0 B_0$$

1 sec alatti határfelület- és térfogat-áthelyeződés az 1 és 1' közötti ellenőrző-térfogatra:

$$t_1 + 1 \text{ sec} : Q_{1'} = Q_0 = v_0 h_0 B_0, \quad Q_1 = v_1 (h_0 + \Delta h) B_0.$$

$$\text{Tározódás: } Q_2 = w \Delta h B_0, \quad Q_0 = Q_1 + Q_2.$$

$$\text{Átalakításokkal: } A_0 v_0 = v_1 (A_0 + \Delta h B_0) + w \Delta h B_0 \rightarrow A_0 (v_0 - v_1) = B_0 \Delta h (w + v_1).$$

$$\text{Lökéshullám terjedési sebességét kifejezve: } w = (v_0 - v_1) \frac{A_0}{B_0 \Delta h} - v_1.$$

Elemi vízhasábra felírt impulzustétel (dinamikai egyenlet) a felvízen

Az a folyadéktömeg, amely **1 sec** alatt megváltoztatja a sebességét:

$$v_0 \rightarrow v_1 \quad m = \rho A_0 (w + v_0).$$

Az impulzustétel szerint:

$$\begin{aligned} \rho A_0 (w + v_0) (v_0 - v_1) &= \rho g \left[\frac{(h_0 + \Delta h)^2}{2} - \frac{h_0^2}{2} \right] B_0 = \\ &= \rho g \left(h_0 \Delta h B_0 + \frac{\Delta h^2}{2} B_0 \right) = \rho g \left(\Delta h A_0 + \frac{\Delta h^2}{2} B_0 \right) \end{aligned}$$

Kérdésünk: Δh ?

Helyettesítsük a hullám-sebesség $w = (v_0 - v_1) \frac{A_0}{B_0 \Delta h} - v_1$ egyenletét a dinamikai

egyenletbe:

$$\rho A_0 (w + v_0) (v_0 - v_1) = \rho A_0 \left\{ \left[(v_0 - v_1) \frac{A_0}{B_0 \Delta h} - v_1 \right] + v_0 \right\} (v_0 - v_1) = \rho g \left(\Delta h A_0 + \frac{\Delta h^2}{2} B_0 \right)$$

Hanyagoljuk el az $o(\Delta h^3)$ harmadfokú tagokat:

$$\Delta h^2 - \frac{(v_0 - v_1)^2}{g} \Delta h - \frac{(v_0 - v_1)^2 A_0}{g B_0} = 0, \text{ amiből a hullámmagasság egyenlete:}$$

$$\Delta h = \frac{(v_0 - v_1)^2}{2g} + \sqrt{\left[\frac{(v_0 - v_1)^2}{2g} \right]^2 + \frac{A_0 (v_0 - v_1)^2}{B_0 g}}.$$

A maximális hullámmagasság teljes záraskor:

$$\Delta h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} + \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^2 + \frac{A_0 v_0^2}{B_0 g}}$$

Következő kérdésünk: w ?

Most helyettesítsük a $A_0(v_0 - v_1) = B_0 \Delta h(w + v_1)$ folytonossági egyenletet a dinamikai

egyenletbe: $\rho A_0(w + v_0)(v_0 - v_1) = \rho g \left(\Delta h A_0 + \frac{\Delta h^2}{2} B_0 \right)$, ebből

$$w = \frac{v_0 + v_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{v_0 + v_1}{2}\right)^2 - v_0 v_1 + g \left(\frac{A_0}{B_0} + \frac{\Delta h}{2} \right)} \approx -\sqrt{gh_0}, \text{ illetve a maximális sebesség}$$

$$w_{\max} = \frac{v_0}{2} - \sqrt{\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + g \left(\frac{A_0}{B_0} + \frac{\Delta h}{2} \right)}.$$

Részleges záraskor keletkező negatív, azonos lökeshullám jellemzői az alvízen:

$$\Delta h = -\frac{(v_0 - v_2)^2}{2g} + \sqrt{\left[\frac{(v_0 - v_2)^2}{2g}\right]^2 + \frac{A_0(v_0 - v_2)^2}{B_0 g}}, \text{ illetve}$$

$$w = \frac{v_0 + v_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{v_0 + v_2}{2}\right)^2 - v_0 v_2 + g \left(\frac{A_0}{B_0} - \frac{\Delta h}{2} \right)} \approx \sqrt{gh_0}.$$

Részleges nyitás keltette lökeshullám jellemzői:

Felvíz:

$$\Delta h = -\frac{(v_0 - v_1)^2}{2g} + \sqrt{\left[\frac{(v_0 - v_1)^2}{2g}\right]^2 + \frac{A_0(v_0 - v_1)^2}{B_0 g}}, \text{ illetve}$$

$$w = \frac{v_0 + v_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{v_0 + v_1}{2}\right)^2 - v_0 v_1 + g \left(\frac{A_0}{B_0} - \frac{\Delta h}{2} \right)} \approx -\sqrt{gh_0}.$$

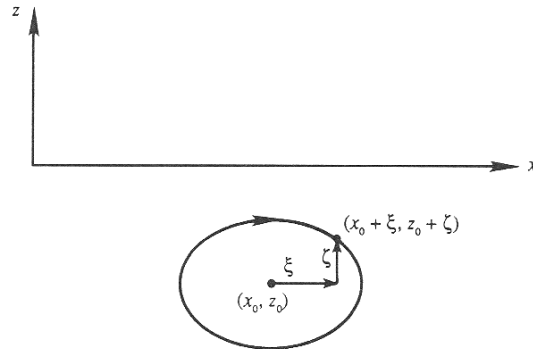
Alvív:

$$\Delta h = \frac{(v_0 - v_2)^2}{2g} + \sqrt{\left[\frac{(v_0 - v_2)^2}{2g}\right]^2 + \frac{A_0(v_0 - v_2)^2}{B_0 g}}, \text{ illetve}$$

$$w = \frac{v_0 + v_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{v_0 + v_2}{2}\right)^2 - v_0 v_2 + g \left(\frac{A_0}{B_0} + \frac{\Delta h}{2} \right)} \approx \sqrt{gh_0}$$

7. Felszíni hullámozás vizsgálata

Felszíni hullámozás: periodikus vízszintingadozás, a vízrészecskék zárt görbén való ún. **orbitális** mozgása.

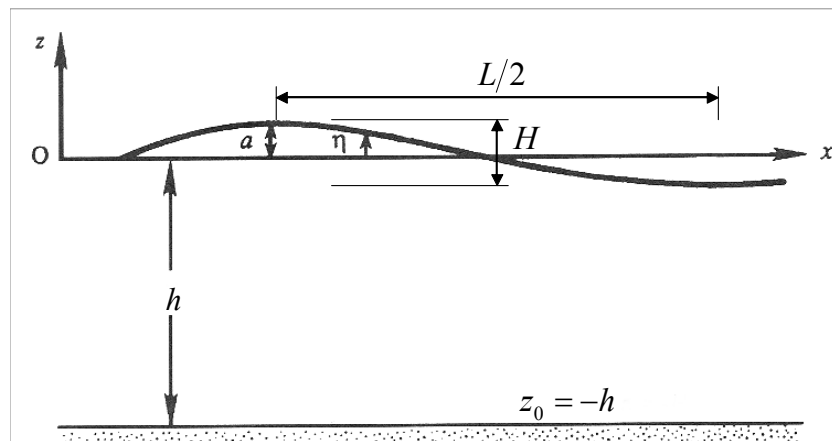


A vízfelszín változása a terjedés mentén és az időben: $\eta(x, t)$.

Felszín függőleges kimozdulásának szélsőértékei: $\eta_{\min}$, $\eta_{\max}$.

Hullámmagasság: $H = \eta_{\max} - \eta_{\min} = 2a$.

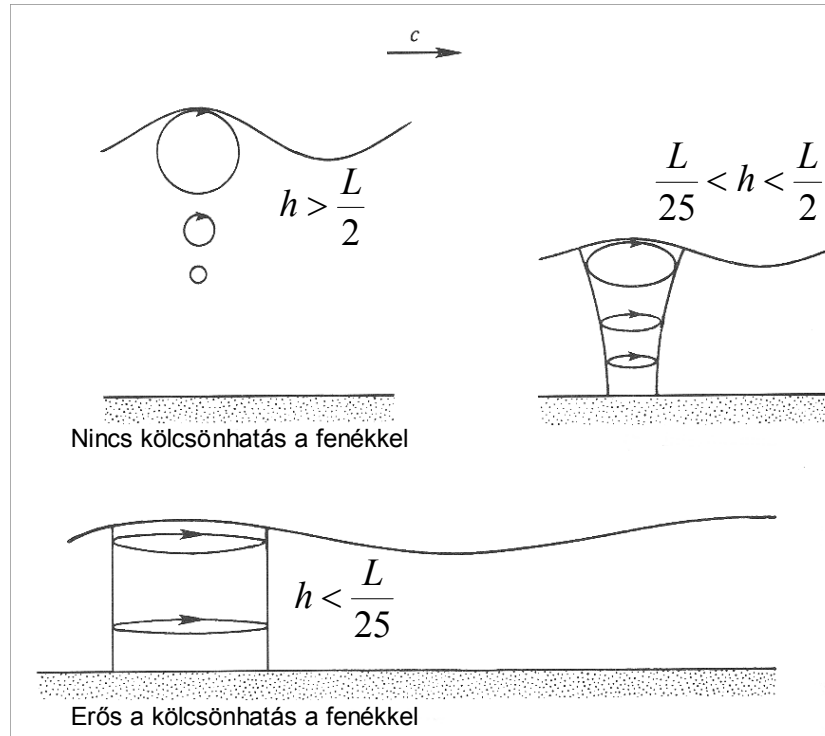
Terjedési sebesség a hullámhossz és a periódusidő függvényében: $c = \frac{L}{T}$.



A vízfelszín Airy-féle egyenlete: $\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \right]$.

A hullámterjedési sebesség: $c = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}}$.

A hullámok osztályozása a helyi vízmélység és a hullámhossz aránya alapján



Viszonylag nagy vízmélység (vagy viszonylag rövid hullám):

$$h > \frac{L}{2} \rightarrow \frac{2\pi h}{L} > \pi \rightarrow \text{th} \pi \approx 1 \rightarrow c = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \text{th} \frac{2\pi h}{L}} \rightarrow c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$$

Átmeneti vízmélység (vagy átmeneti hullámhossz):

$$\frac{L}{25} < h < \frac{L}{2}, \text{ amelyre } c = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \text{th} \frac{2\pi h}{L}} \rightarrow c = \frac{gT}{2\pi} \text{th} \left(\frac{2\pi h}{L} \right)$$

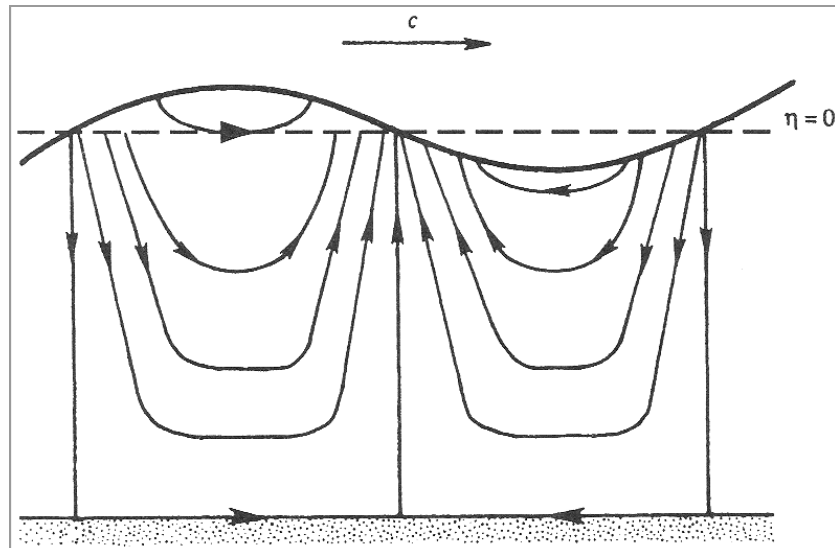
Viszonylag kis vízmélység (vagy viszonylag hosszú hullám):

$$h < \frac{L}{25} \rightarrow \frac{2\pi h}{L} < \frac{2\pi}{25} = 0,25 \rightarrow \text{th} 0,25 = 0,245 \rightarrow \frac{0,245}{2\pi} \approx \frac{1}{25} \rightarrow$$

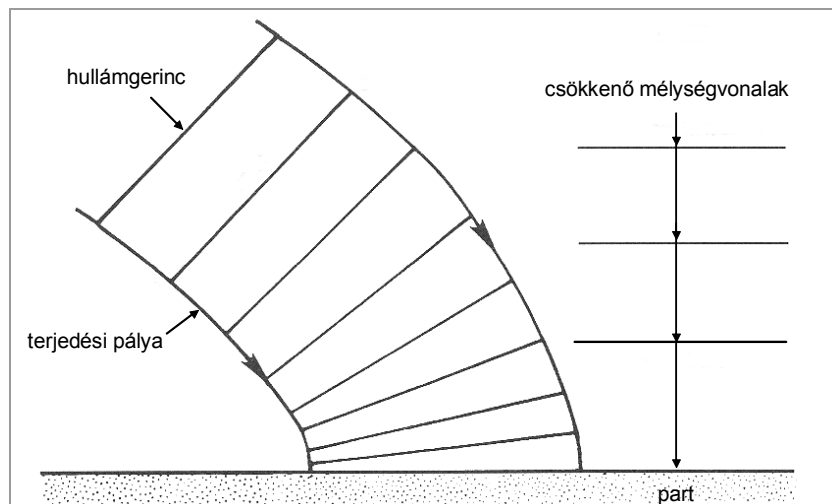
$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \text{th} \frac{2\pi h}{L}} \rightarrow \boxed{c = \sqrt{gh}}, \text{ csakúgy, mint a szabadfelszínű gravitációs hullám múlt}$$

órai levezetéséből.

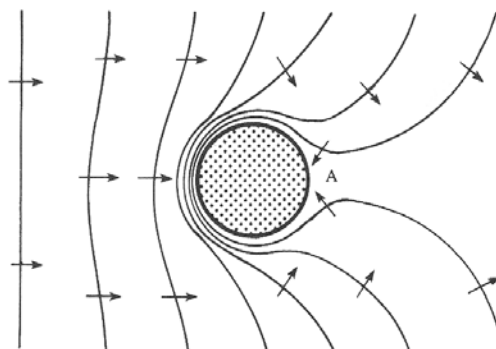
A hullámmozgás jellemző pillanatnyi áramvonalaserege: A vízrészecskék pillanatnyi sebességvektor-mezőjének érintő görbeserege



Hullám-refrakció: A mélységváltozás hatása a terjedési irányra és a hullámfront helyzetére



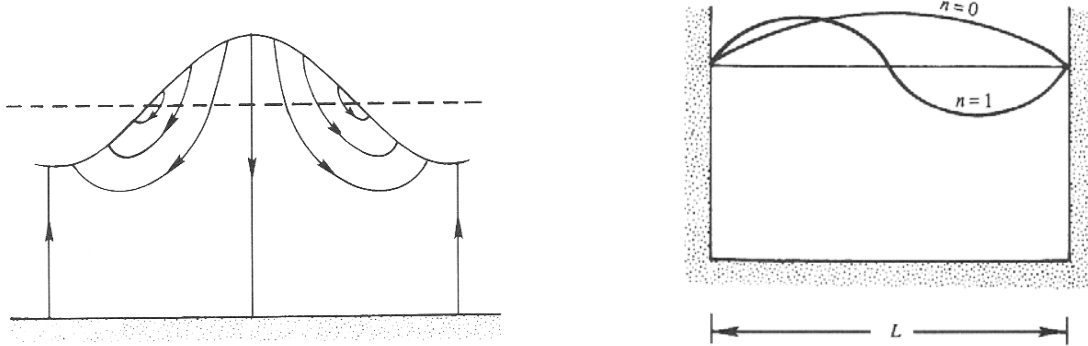
Hullám-refrakció egy csonkakúp alakú sziget környezetében



Hullámok visszaverődése.

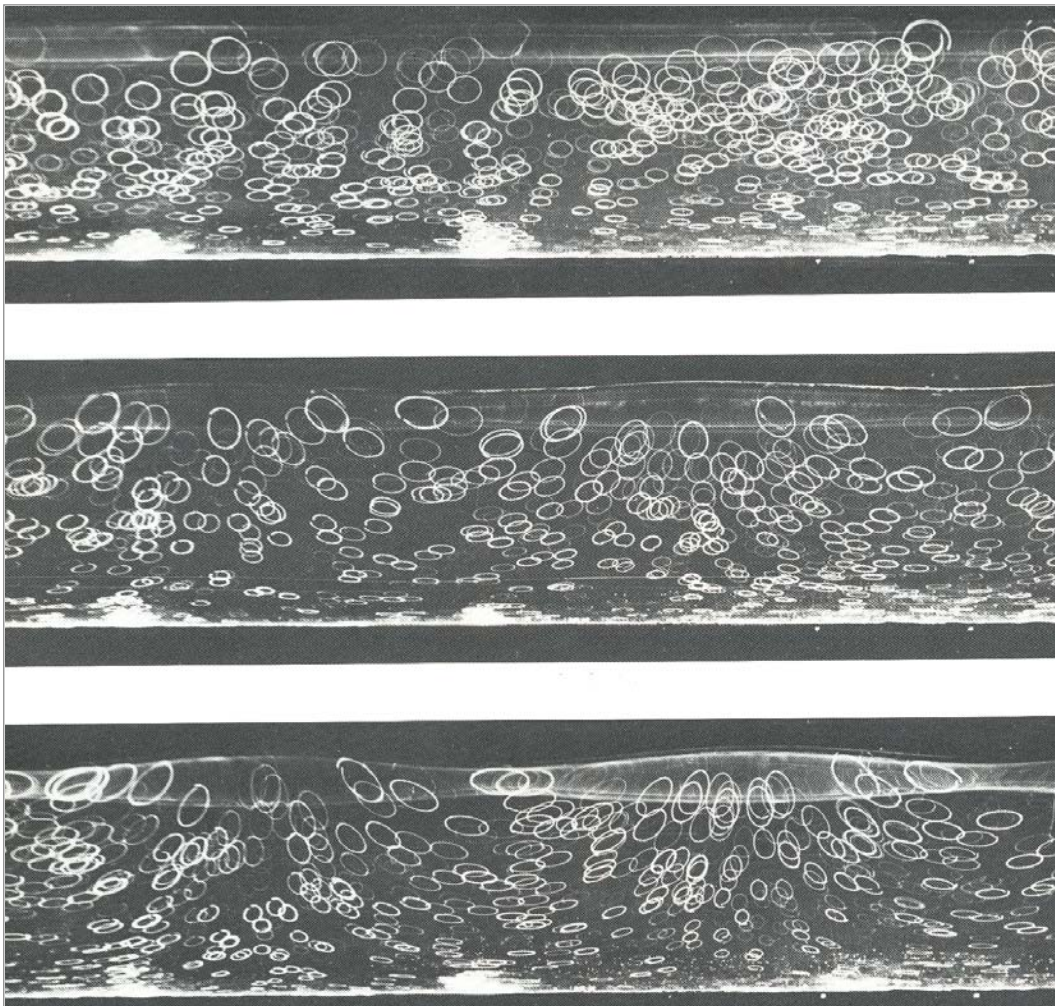
Állóhullámok kialakulása zárt medencében teljes visszaverődéssel.

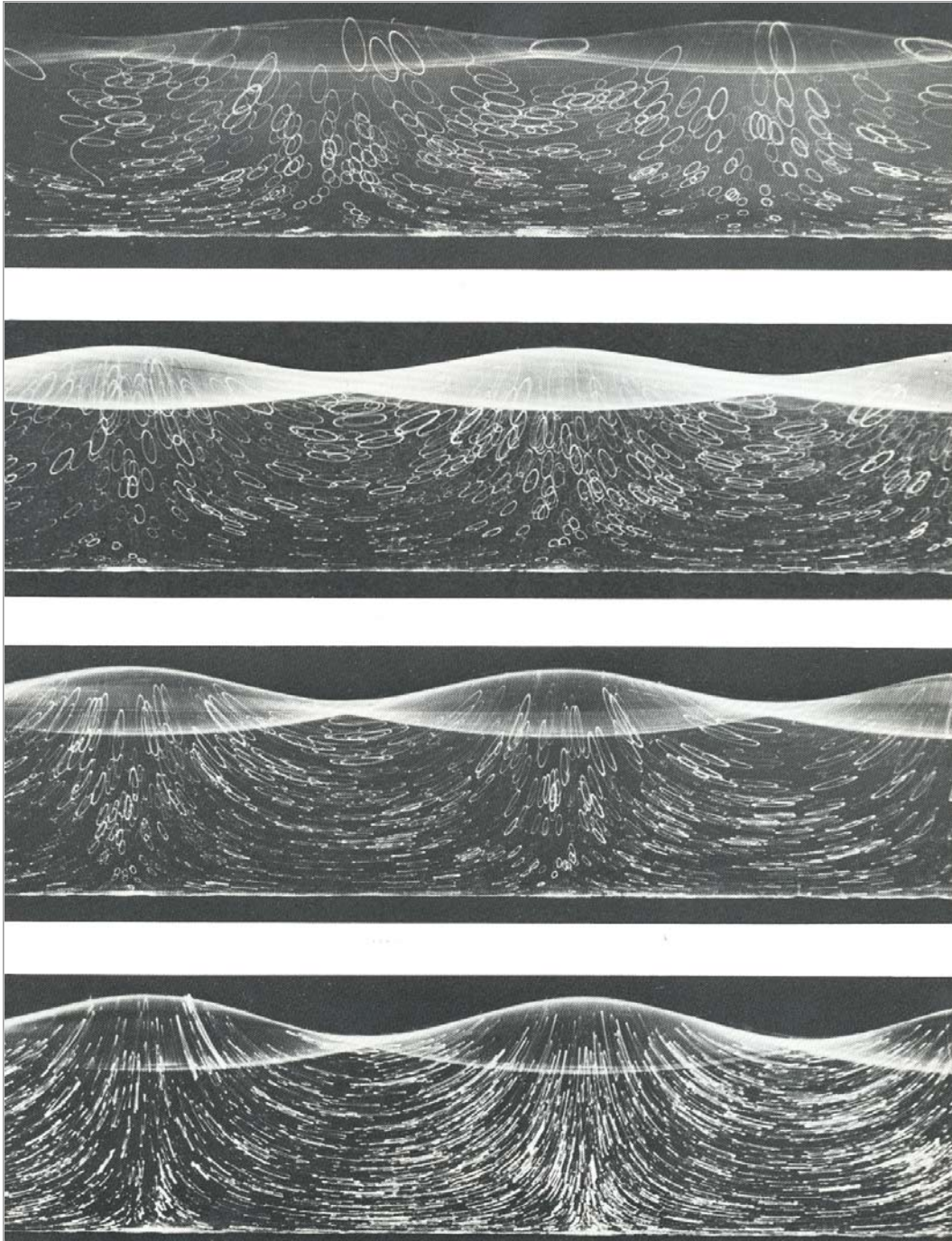
Pillanatnyi áramvonalasereg



Hullámok visszaverődése

Vízrészecskék orbitális pályái különböző mértékű (fentről lefelé 0, 24, 38, 53, 71, 85 és 100%-os) hullám-visszaverődés esetén:





Szél keltette hullámzás

Fő hatótényezők:

W - szélesség

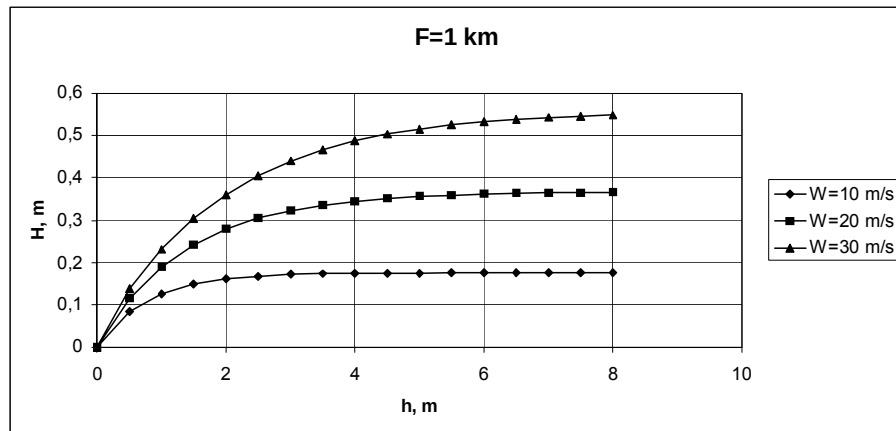
F - meghajtási hossz

h - vízmélység

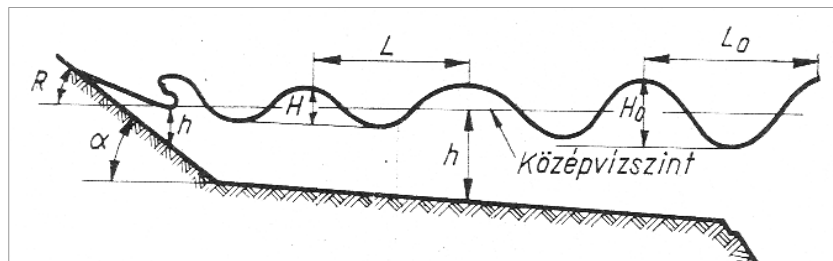
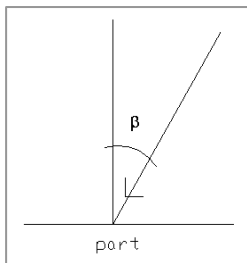
Az ún. **szignifikáns hullámmagasság** (a hullámok 1/3-a meghaladja) sekély vízre (a US Shore Protection Manual, SPM alapján):

$$\overline{H}_0 = 0,283 \cdot \frac{W^2}{g} \cdot \text{th} \left[0,530 \cdot \left(\frac{g \cdot h}{W^2} \right)^{0,75} \right] \cdot \text{th} \left\{ \frac{\gamma}{\text{th} \left[0,530 \cdot \left(\frac{g \cdot h}{W^2} \right)^{0,75} \right]} \right\}.$$

A maximális hullámmagasság becslése: $H_{\max} = 1,87 \overline{H}_0$.



Hullámfelfutás



A hullámfelfutás mértéke: $R = \cos \beta \cdot 3,8 \cdot H \cdot \tan \alpha$

ahol R - a hullám felfutása a rézsűre

H - a hullámmagasság a rézsűnél

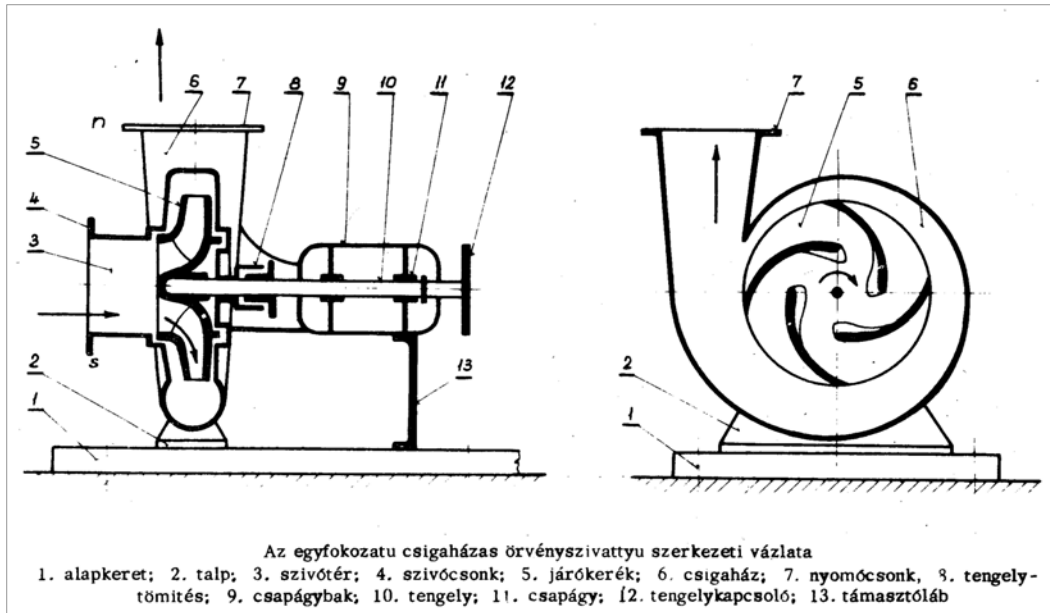
β - a hullámfront beesési szöge

α - a rézsű hajlása

8. Szivattyúk

Típusok, jellemzők, legfontosabb üzemi paraméterek és meghatározásuk.

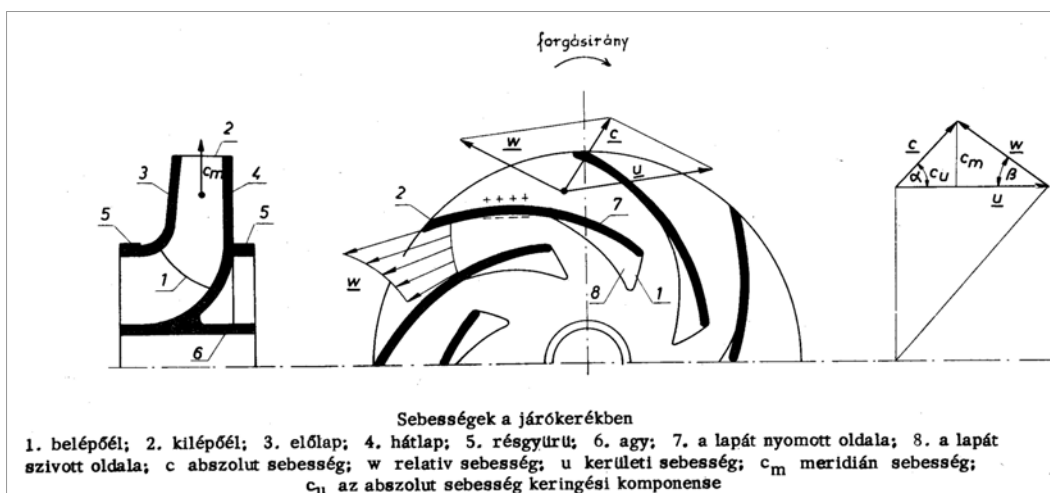
Jellemző példa: az ún. **egyfokozatú csigaházazs örvényszivattyú** szerkezete



Sebességek a járókerékben: a **sebességháromszög**.

A forgó járókerék lapátjai a folyadékot forgása készítetik (mechanikai energiát adnak át).

A +++ nyomott oldal maga előtt nyomja, a ---- szivott oldal maga után szívja a folyadékot.



A folyadék energiatartalmának átalakulása az örvényszivattyún való átáramlás során (szívó- és nyomóoldali csővezeték és szerelvények nélkül, egy-egy vírzecséskét a járókerék nyomott ill. szívott oldalán követve):

A kis távon a geodetikus magasság változása elhanyagolható. A csigaház feladata, hogy a járókerékből kijövő folyadék nagy sebességmagasságának minél nagyobb részét hasznosítható nyomómagassággá alakítsa. Üzemi jellemzők:

Q - folyadékszállítás

H - szállítómagasság

N - bevezetett teljesítmény

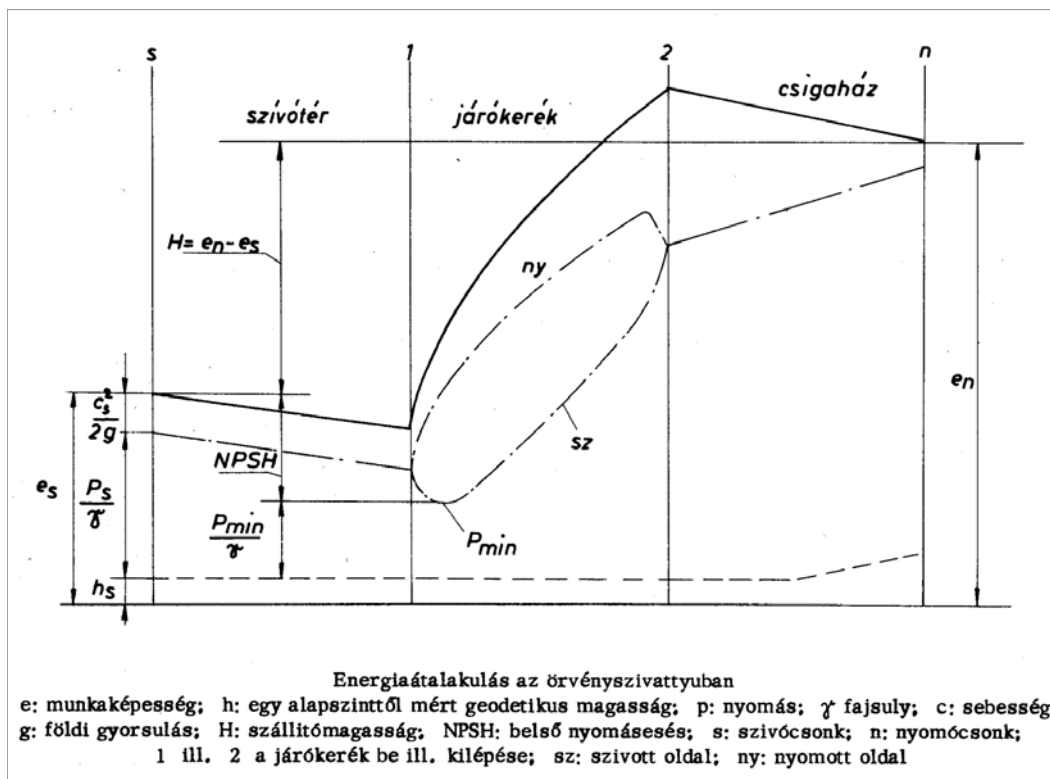
N_h - hasznos teljesítmény

η - hatásfok

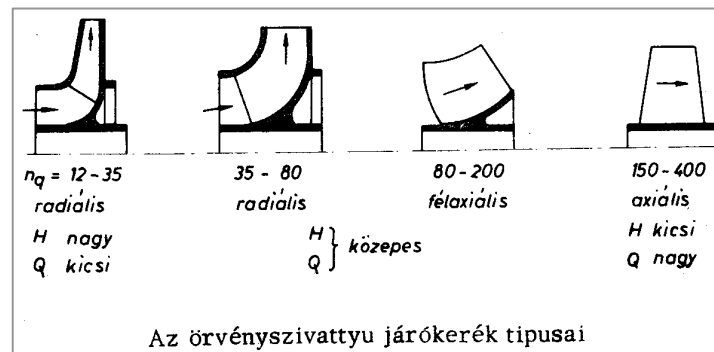
n - fordulatszám

$NPSH$ - belső nyomáscsökkenés (a szívócsonk középpontjában lévő nyomás, a szivattyú belsejében előforduló legkisebb nyomás, és a szívócsonk közepsebessége alapján)

$$H = e_n - e_s = \frac{p_n - p_s}{\gamma} + \frac{v_n^2 - v_s^2}{2g} + h_n - h_s, \quad N_h = Q\gamma H, \quad \eta = \frac{N_h}{N}, \quad NPSH = \frac{p_s - p_{min}}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g}.$$



Örvényszivattyúk járókerék-típusai, jellemző fordulatszámai és jellemző szállítómagasság - szállított vízhozam arányai

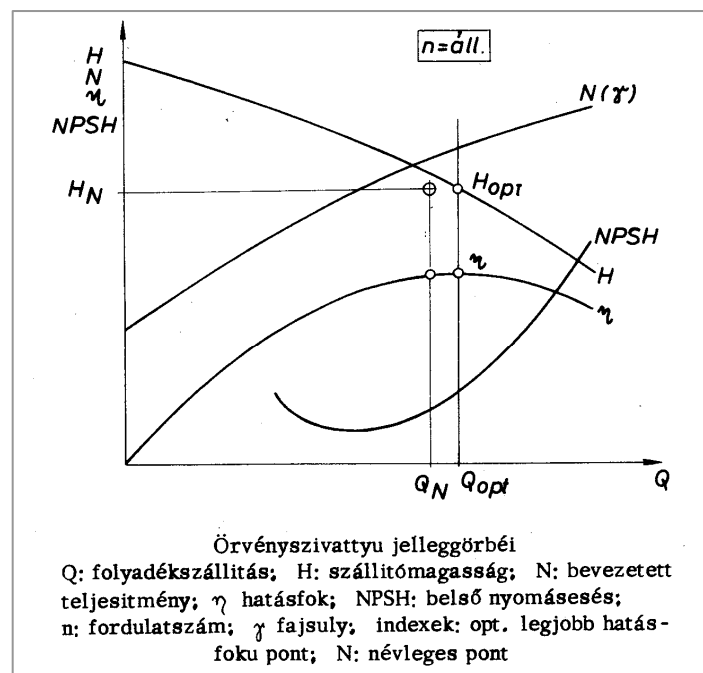


A jelleggörbe, mint a szivattyú üzemi jellemzői közötti kapcsolat diagramja.

Szokásosan: az üzemi jellemzők folyadékszállítás-függése állandó fordulatszám mellett.

$H=f(Q)$ - fojtási görbe

Az $NPSH$ minimumánál legkedvezőbb a szivattyú szívóképessége, de ezzel a hatásfokgörbe maximuma rendszerint nem esik egybe (előbbi minimuma rendszerint kisebb Q -nál van). Az optimális üzempon t a szivattyú legjobb hatásfokú pontja. A névleges üzempon t a szivattyú megnevezésére szolgáló Q , H , η és n értékek összessége (elvileg a prototípus szivattyú jelleggörbéjének optimális pontja, de a gyártási „szórás” miatt sokszor nem a fojtásgörbén fekszik).



Veszteségek, teljesítmény és hatások az örvényszivattyúban

Veszteségfajták: mechanikai, tárcsasúrlódási, résveszteség, hidraulikus veszteség.

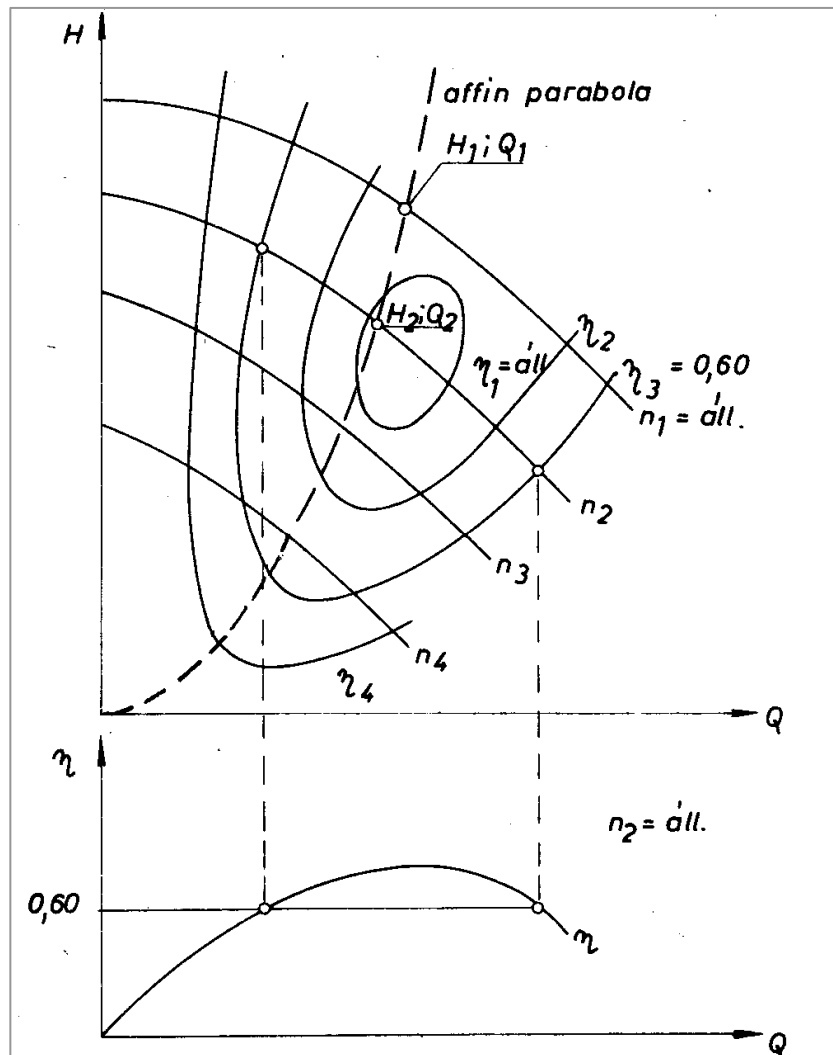
Ezekből lehet különféle hatásfokokat számítani.

A hasznos teljesítmény (a bevitt munka hasznosítható része) a folyadék energiáját e_s -ről e_n -re növeli.

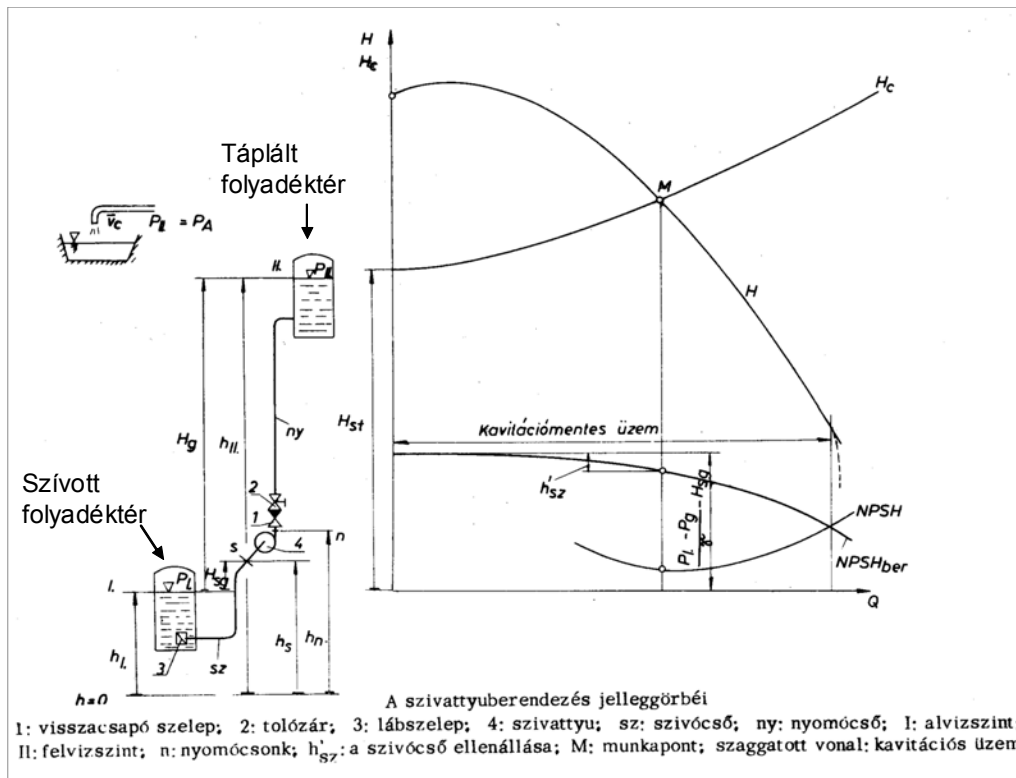
Az örvényszivattyú jelleggörbéjének alakulása a névlegestől eltérő fordulatszámon.

A különböző fordulatszámokhoz tartozó fojtási görbék felállítása.

Az állandó hatásfokú pontokat összekötő görbék szerkesztése az állandó fordulatszámhoz tartozó hatásfokgörbékből: a **kagylódiagram**.



A berendezés szállítómagassága és a csővezeték jelleggörbéje



A berendezés szállítómagasságának tömör képlete, mint a csővezeték jelleggörbéje:

$$H_c = H_{st} + BQ^2.$$

Az **M munkapont:** a jelleggörbének az a pontja, ahol a szivattyú éppen üzemel.

A munkapontot a szivattyú $H=f(Q)$ fojtásgörbéjének és a csővezeték $H_c=f(Q)$ jelleggörbéjének a metszéspontja határozza meg. A munkapont egy egyensúlyi állapotot jelöl, melyben a szivattyú éppen annyi szállítómagasságot szolgáltat, mint amennyit a csővezeték igényel.

Az M munkapont **stabil** munkapont, ha bármely kis zavarás után visszatér eredeti helyzetébe. Ha pl. a vízhozam zavarás hatására Q -re növekszik, akkor mivel ehhez a szállítómagasság igény nagyobb, mint a rendelkezésre álló, a folyadékszállítás lassulni fog, és a munkapont visszatér eredeti helyére, ahol a szállítómagasság igény és kiszolgáltatás megegyezik.

9. Elkeveredés-hidraulika: alapfogalmak, molekuláris diffúzió

Egyszerűsítő feltevések a vizsgálatok körére:

- Közelítően passzív, oldott, konzervatív szennyezőanyag elkeveredése.
- A szennyvíz és a befogadó vízének sűrűségkülönbsége kicsi.
- A bevezetés az alapáramláshoz viszonyítva nem idéz elő számottevő sebességkülönbséget.

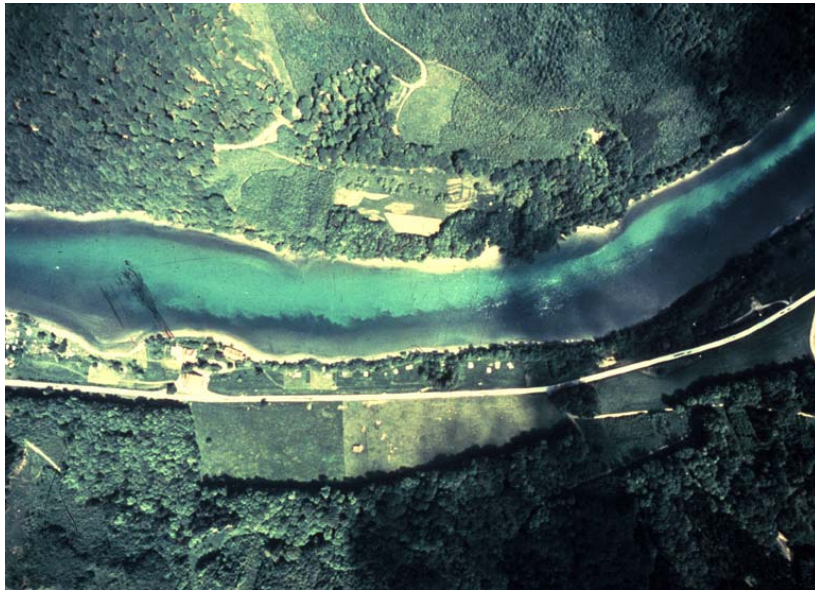
Főbb transzportfolyamatok áttekintése:

- **Advekcio:** az alapáramlás szállító hatása
- **Konvekció:** hőmérséklet-különbség hatására kifejlődő tömegátadás
- **Molekuláris diffúzió:** a molekulák hőmozgása (Brown-mozgás)
- **Turbulens diffúzió:** a turbulens örvények összességének hatása
- **Nyíróáramlás:** az áramlási sebességeloszlás keresztirányú gradienssel
- **Diszperzió:** a nyíróáramlás és a turbulens diffúzió együttes hatása
- **Elkeveredés:** fenti transzportfolyamatok együttes hatására
- **Ülededés:** a víznél nagyobb testsűrűségű részecskék mozgása
- **Felúszás:** a víznél kisebb testsűrűségű részecskék mozgása
- **Részecske elragadás, felkeveredés:** felületen (mederfelszínen) lévő részecskék áramlás általi kimozdítása és víztestbe kerülése.

Szennyezőanyag csóva a Rajnán. Figyeljük meg a kanyarban a csavaráramlás hatását!



A csóva további alakulása. Figyeljük meg ismételten a csavaráramlás hatását!



Jelzőanyag csóvjába folyó tengeri torkolatban. Figyeljük meg az áramlás örvénystruktúrájának lenyomatát a csóván!



Három, különféle mederanyagú, és különféle talajú vízgyűjtőről érkező folyó találkozása Passau-nál (Inn, Duna, Ilz). Figyeljük meg a víz-víz határrétegeket!



Alapdefiníciók

Koncentráció (töménység): $C = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V}$

Időbeni átlag: $\bar{C}_t(x, y, z, t_0) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} C(x, y, z, t) dt$

Térbeli átlag: $\bar{C}_V(x, y, z, t_0) = \frac{1}{V} \iiint_V C(x, y, z, t) dV$

Fick I. törvénye: fenomenológiai jellegű, a mikro-léptékű törvényekből összeálló makroviselkedés. A vázolandó egyszerű molekuláris diffúzió alapsémájának folyamat-lépései:

$$M_b \quad k \quad kM_b$$

$$M_j \quad k \quad kM_j$$

$$F = k(M_b - M_j)$$

$$C_b = \frac{M_b}{\Delta x}, \quad C_j = \frac{M_j}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{C_j - C_b}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{M_j - M_b}{\Delta x^2} = \frac{\partial C}{\partial x} \rightarrow F = k(M_b - M_j) = -k\Delta x^2 \frac{\Delta C}{\Delta x} \rightarrow -D \frac{\partial C}{\partial x}$$

A törvény statisztikus mechanikai alapú bizonyítása.

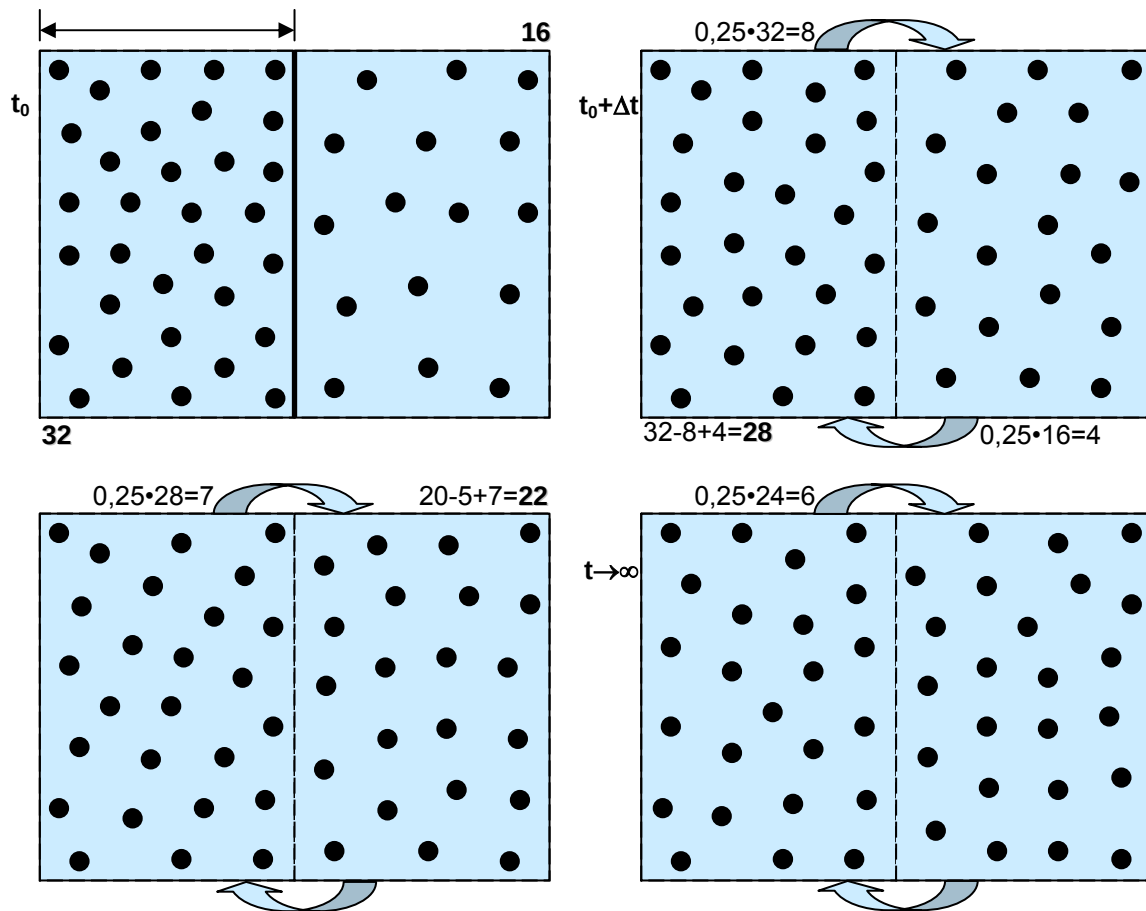
A tömegfluxusok változása időlépésként, szimmetrikus viselkedésű részecskék esetén, k átviteli állandóval:

$$F(t_0 + \Delta t) = k(M_b(t_0) - M_j(t_0)) = 0,25(32 - 16) = 4,$$

$$F(t_0 + 2\Delta t) = k(M_b(t_0 + \Delta t) - M_j(t_0 + \Delta t)) = 0,25(28 - 20) = 2,$$

$$F(t_0 + 3\Delta t) = k(M_b(t_0 + 2\Delta t) - M_j(t_0 + 2\Delta t)) = 0,25(26 - 22) = 1,$$

$$F(t_0 + \infty) = k(M_b(t_0 + \infty) - M_j(t_0 + \infty)) = 0,25(24 - 24) = 0.$$

**Fick I. törvénye**

Egy-dimenzióban: $F = -D \frac{\partial C}{\partial x}$, ahol D a molekuláris diffúziós együttható, mint

hőmérsékletfüggő anyagjellemző [m²/s].

Három-dimenzióban: $F(F_x, F_y, F_z) = -D \nabla C = -D \left(\frac{\partial C}{\partial x}, \frac{\partial C}{\partial y}, \frac{\partial C}{\partial z} \right).$

A diffundáló anyag tömegmegmaradása: Fick II. törvénye

$C(x, t)\Delta x$ – egy Δx hosszúságú, egység szélességű és vastagságú cellában lévő tömeg,

$[C(x, t + \Delta t) - C(x, t)]\Delta x$ – tömegváltozás a cellában egy Δt időlépésben,

$[F(x + \Delta x, t) - F(x, t)]\Delta t$ – tömegáram a cellaoldalakon,

$[C(x, t + \Delta t) - C(x, t)]\Delta x + [F(x + \Delta x, t) - F(x, t)]\Delta t = 0$ – tömegmegmaradás a cellára,

Alkalmas átalakításokkal:

$$\frac{C(x, t + \Delta t) - C(x, t)}{\Delta t} + \frac{F(x + \Delta x, t) - F(x, t)}{\Delta x} = \frac{\Delta C}{\Delta t} + \frac{\Delta F}{\Delta x} = 0, \text{ majd határátmenetet képezve}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow 0} = \frac{\Delta C}{\Delta t} + \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0.$$

Alkalmazva Fick I. törvényét kapjuk a második törvényt:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-D \frac{\partial C}{\partial x} \right) = \frac{\partial C}{\partial t} - D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \rightarrow \boxed{\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}}, \text{ mint az egy-}$$

dimenziós (egyenes menti) diffúziós folyamat leírását.

Térbeli molekuláris diffúziós folyamat matematikai leírása:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{F} = D \nabla^2 C = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right).$$

10. Analitikus megoldások, turbulens diffúzió, advekciós-diffúziós folyamatok

Origóban beeresztett pillanatszerű szennyezés végtelen egyenes menti diffúziójának analitikus megoldása egy-dimenzióban, konstans diffúziós együtthatóra:

$$C(x,t) = \frac{M}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}, \text{ amely analóg a Gauss-féle normál-eloszlás sűrűségfüggvényével:}$$

$$p(x,t)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx.$$

Kezdeti elméleti eloszlás: véges M tömeg origóban koncentrációja (az ún. Dirac-delta függvénnyel kifejezve):

$$C(x,0) = M\delta(x).$$

Megfeleltetések a diffúziós folyamat és a normál-eloszlás paraméterei (E várható érték és σ szórás) között:

$$M = 1, \quad E = 0, \quad \sigma^2 = 2Dt$$

A diffúziós együttható értelmezése, mint a szórásnégyzet időbeli változásának (a szétterülésnek) mértéke:

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2D \rightarrow \sigma_2^2 - \sigma_1^2 = 2D(t_2 - t_1).$$

Molekuláris diffúzió advekcióval

Áramló vízben a tömegátadás fluxusát (a lokális tömeghozamot) a diffúzió mellett a helyi $u(x,t)$ sebesség okozta tömegszállítás a következőképp befolyásolja:

$$F = uC + \left(-D \frac{\partial C}{\partial x} \right).$$

A kibővített F fluxus mellett felírva a tömegmegmaradás törvényét, kapjuk az advektív diffúziós folyamat differenciálegyenletét:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uC - D \frac{\partial C}{\partial x} \right) = 0.$$

Ebből az egy-dimenziós advektív diffúziós folyamat alapegyenlete:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}.$$

A térbeli advektív diffúziós folyamat alapegyenlete:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (C\mathbf{v}) = D \nabla^2 C.$$

A térbeli advektív diffúziós folyamat alapegyenletének alakja az áramlás folytonosságának figyelembevételével, vektoros formában:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla C = D \nabla^2 C.$$

Végül a térbeli advektív diffúziós folyamat alapegyenletének koordinátás alakja:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right).$$

Advektív diffúzió analitikus megoldása

M tömeg pontszerű kezdeti eloszlása, konstans u sebességű egyenes vonalú áramlás és konstans D diffúziós együttható feltételei között az egyenlet analitikus megoldása egy u sebességgel „sodródó” diffúziós folyamatként adódik:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \rightarrow C(x, t) = \frac{M}{\sqrt{4\pi D t}} e^{-\frac{(x-ut)^2}{4Dt}}.$$

Két-dimenziós esetben (végtelen síkon) a megoldás két egy-dimenziós megoldás lineáris egymásra halmozásaként nyerhető:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \rightarrow$$

$$C(x, y, t) = C_1(x, t) C_2(y, t) = \frac{M}{4\pi t \sqrt{D_x D_y}} e^{-\left(\frac{(x-ut)^2}{4D_x t} + \frac{(y-vt)^2}{4D_y t} \right)}.$$

Tömegátadás (tömeghozam) turbulens áramlásban: a turbulens diffúzió jelensége

A turbulencia ($Re > 2000$) hatására mind az áramlási sebesség, mind a anyagkoncentráció egy lomhán változó, alkalmas időhosszon vett felülvonásos átlagérték körül nagy

frekvenciákon pulzál, melyet figyelembe véve a pillanatnyi tömeghozam az alábbi alakban írható:

$$u = \bar{u} + u', \quad C = \bar{C} + C' \rightarrow F = (\bar{C} + C')(\bar{u} + u') = \bar{C}\bar{u} + \bar{C}u' + C'\bar{u} + C'u'.$$

A pulzációs összetevőket időben véletlenszerűnek tekintve a tömeghozam alkalmas időhosszon vett átlagában a jobboldal 2. és 3. tagja nullává válik, vagyis a hozam az alábbi alakot ölti:

$$\bar{F} = \bar{C}\bar{u} + \overline{C'u'},$$

ahol a jobboldal első tagja az advektív jellegű tömegátadás a helyi átlagsebességgel és koncentrációval kifejezve, második tagja pedig a turbulens pulzálás okozta szétkeveredés, az ún. turbulens diffúzió, mely jellegében hasonló a molekuláris diffúzióhoz, csak annál nagyság-rendekkel nagyobb, tovább nem anyagi hanem a turbulens mozgás mértékétől függő jellemző.

A pulzációs összetevők szorzatátlagos tömegátadó hatásának Taylor-féle közelítése a molekuláris diffúzióval (Fick I. törvénye) analóg módon, az átlag-koncentráció gradiense, és az ún. **turbulens** diffúziós együttható szorzataként:

$$\overline{C'u'} = -D_{tx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}.$$

A turbulens diffúzió nagyságrendekkel meghaladja a molekuláris diffúziót: $D_{tx} \gg D$.

A térbeli, inhomogén turbulens advektív diffúzió egyenlete koordinátáisan:

$$\boxed{\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{tx} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{ty} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{tz} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right)}.$$

11. Turbulens diszperzió leírása, gyakorlati számítása

Diszperzió: szakasz vagy felület menti integrál-átlagként értelmezett folyamat, mint az áramlási sebesség egyenlőtlen eloszlásának (nyíróáramlásnak) és az áramlás irányára merőleges diffúzióknak együttes „szétszóró” hatása.

Az áramlási sebesség mélység menti integrál-átlagolása (a felülvonás itt most szakasz menti átlagot jelöl):

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u(z) dz \rightarrow u'(z) = u(z) - \bar{u}.$$

A koncentráció mélység menti integrál-átlagolása:

$$\bar{C} = \frac{1}{h} \int_0^h C(z) dz \rightarrow C'(z) = C(z) - \bar{C}.$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{C} + C') + (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x} (\bar{C} + C') = D_t \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\bar{C} + C') + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\bar{C} + C') \right] = D_t \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\bar{C} + C') + \frac{\partial^2 C'}{\partial z^2} \right]$$

ebből $\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = D_x^* \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2}$, ahol $D_x^* = -\frac{1}{h D_t} \int_0^h \int_0^z u' d\eta d\xi dz$ az x -irányú diszperziós

együttható.

Turbulens diszperzió két- és egy-dimenzióban

Térbeli turbulens advektív diffúzió mélység menti integrál-átlaga enyhe mélység egyenlőtlenségek esetén: a horizontális, két-dimenziós turbulens diszperziós egyenlet:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x^* \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y^* \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right).$$

Térbeli turbulens advektív diffúzió vízfolyás-szelvény menti integrál-átlaga enyhe szelvényváltozások esetén: a hosszirányú (longitudinális), egy-dimenziós turbulens diszperziós egyenlet (a kettős felülvonás szelvény menti átlagot jelöl):

$$\frac{\partial \bar{\bar{C}}}{\partial t} + \bar{\bar{u}} \frac{\partial \bar{\bar{C}}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_L^{**} \frac{\partial \bar{\bar{C}}}{\partial x} \right).$$

A diszperziós és diffúziós együtthatók nagyságrendi viszonya:

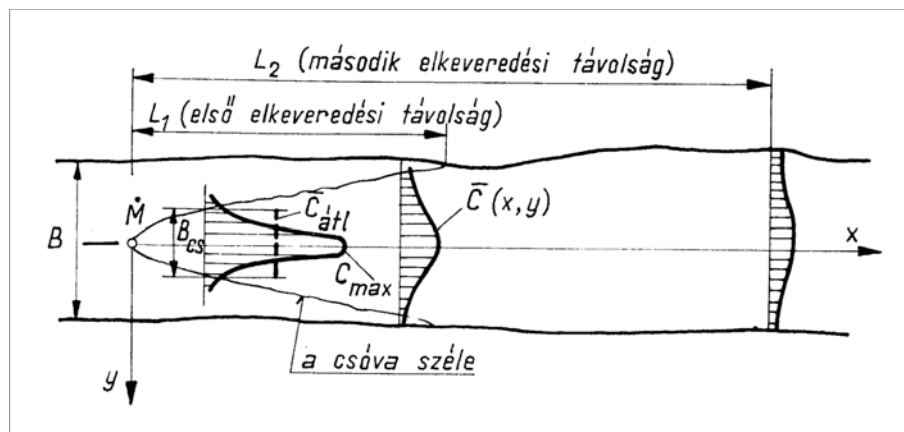
$$D_L^{**} \gg D_x^* \gg D_{tx} \gg D \quad (10^2 - 10^0, 10^0 - 10^{-2}, 10^{-2} - 10^{-4}, 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}).$$

Szennyezőanyag-csóva permanens turbulens advektív diszperziója

A vízfolyásba való szennyezőanyag kibocsátás tartós és közel állandó, a szennyvízbevezetés tervezésének alapja a mértékadó kisvízi, permanens vízhozam (legrosszabb hígulás), permanens viszonyok, közel állandó sebesség és vízmélység és a keresztirányúhoz képest elhanyagolható hossz menti diszperzió feltételezésével:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x^* \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) \approx 0,$$

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x^* \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y^* \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) \rightarrow \boxed{\bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = D_y^* \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial y^2}}.$$



Az elkeveredést a partélek nem befolyásolják ha pl. **a vízfolyás közepén vezetjük be a szennyvizet**, egészen addig, amíg a csóva széle nem érte el egyik partvonalat sem.

Ekkor az analitikus megoldás az origót a bevezetéshez választva:

$$\bar{C}(x, y) = \frac{\dot{M}}{2h\sqrt{\pi D_y^* \bar{u} x}} e^{-\frac{\bar{y}^2}{4D_y^* \bar{u} x}} \quad [\text{kg/m}^3], \quad \text{ahol } \dot{M} \text{ a szennyezés-bebocsátás hozama } [\text{kg/s}].$$

A legnagyobb koncentráció az $y=0$ helyen adódik, vagyis hossz mentén $x^{-1/2}$ arányban

$$\text{csökken: } \bar{C}_{\max} = \frac{\dot{M}}{2h\sqrt{\pi D_y^* \bar{u} x}} \quad [\text{kg/m}^3].$$

A koncentráció keresztirányú változása normál-eloszlással jellemezhető:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{2D_y^* x}{\bar{u}}} \quad [\text{m}].$$

A csóva szélességét a keresztirányú szórással jól jellemezhetjük: $\sigma_y = \sqrt{\frac{2D_y^* x}{\bar{u}}}$ [m].

A csóva szélét, mint a legnagyobb koncentráció 10%-hoz tartozó y helyet definiálva:

$$y = 2,15\sigma_y, \text{ ebből a csóva szélessége (szimmetriát feltételezve) } B_{cs} = 4,3\sqrt{\frac{2D_y^* x}{\bar{u}}} \text{ [m].}$$

A B szélességű vízfolyás partéleinek eléréséhez szükséges hossz az L_1 ún. **első**

elkeveredési távolság: $B_{cs} \approx B \rightarrow L_1 \approx 0,027 \frac{\bar{u}}{D_y^*} B^2$ [m]. L_1 a B szélességgel négyzetesen

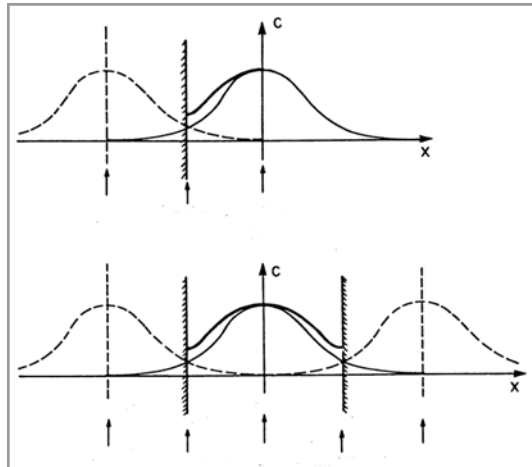
nő, tehát kisebb folyókra (Rába) pár száz m, Duna nagyságú folyamokra 100 km is lehet.

Parti bevezetés: a part egyfajta tükröző (visszaverő) falként játszik szerepet a folyamatban, melynek alapján a megoldások a középbevezetés megoldó képleteinek megfelelő szorzásával kaphatók. Az origót a parti bevezetéshez választva:

$$\bar{C}(x, y) = \frac{\dot{M}}{h\sqrt{\pi D_y^* \bar{u} x}} e^{-\frac{\bar{u}}{4D_y^*} y^2} \text{ [kg/m}^3\text{]}, \quad \bar{C}_{\max} = \frac{\dot{M}}{h\sqrt{\pi D_y^* \bar{u} x}} \text{ [kg/m}^3\text{]},$$

$$B_{cs} = 2,15\sqrt{\frac{2D_y^* x}{\bar{u}}} \text{ [m]}, \quad B_{cs} \approx B \rightarrow L_1 \approx 0,108 \frac{\bar{u}}{D_y^*} B^2 \text{ [m]}.$$

Parti közeli bevezetés: ha a parttól a bevezetés egy nem túl nagy y_0 távolságra van, a koncentráció x és y szerinti változása az alábbi (a csóva csak a közelebbi partot éri el):



$$\bar{C}(x, y) = \frac{\dot{M}}{2h\sqrt{\pi D_y^* \bar{u} x}} \left[e^{-\frac{\bar{u}(y-y_0)^2}{4D_y^* x}} + e^{-\frac{\bar{u}(y+y_0)^2}{4D_y^* x}} \right] \text{ [kg/m}^3\text{]}.$$

A partélek figyelembevétele az elkeveredés teljes szakaszán, **közép** (sodorvonal) **bevezetésnél** (szintén a tükrözési elv alapján):

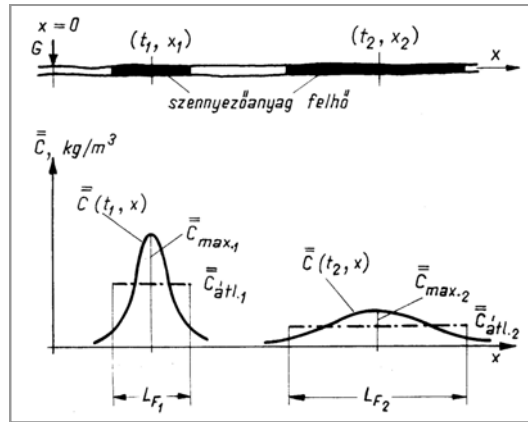
$$\bar{C}(x, y) = \frac{\dot{M}}{2h\sqrt{\pi D_y^* \bar{u}x}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[e^{-\frac{\bar{u}\left(y-\frac{B}{2}+2nB\right)^2}{4D_y^*x}} + e^{-\frac{\bar{u}\left(y+\frac{B}{2}-2nB\right)^2}{4D_y^*x}} \right].$$

Parti bevezetésnél, a szemközti partél elérését követően (kezdetben általában a sor első 2-3 tagjának figyelembevétele elegendő):

$$\bar{C}(x, y) = \frac{\dot{M}}{h\sqrt{\pi D_y^* \bar{u}x}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[e^{-\frac{\bar{u}(y-2nB)^2}{4D_y^*x}} \right].$$

Teljes a keresztirányú átkeveredés, ha a a szelvényen belüli koncentrációváltozás kisebb 10%-nál. Ennek bekövetkezése a **második elkeveredési távolság**: $L_2 \approx 3L_1$.

Szennyezőanyag-felhő nempermanens turbulens diszperziója egy-dimenzióban, a teljes keresztirányú elkeveredést követően



$$\bar{C}(x, t) = \frac{G}{2A\sqrt{\pi D_x^{**}t}} e^{-\frac{(x-\bar{u}t)^2}{4D_x^{**}t}} \left[\text{kg/m}^3 \right], \quad \bar{C}_{\max}(t) = \frac{G}{2A\sqrt{\pi D_x^{**}t}} \left[\text{kg/m}^3 \right],$$

$$\sigma_x = \sqrt{2D_x^{**}t}, \quad L_F = 4,3\sqrt{2D_x^{**}t},$$

ahol $\bar{C}, \bar{u}, A, D_x^{**}, \sigma_x, L_F$ rendre a szelvény-középkoncentráció, szelvény-középsébség, nedvesített szelvényterület, hosszirányú egy-dimenziós diszperziós együttható, a koncentrációeloszlás hosszirányú szórása, a szennyezőanyag-felhő hossza.

12. Hordalékmozgás általános jellemzői

Hordalék: a felszíni vizekben a vízzel együtt (de nem feltétlen azonos sebességgel) mozgó szilárd anyagok gyűjtőneve.

Folyami hordalék:

- görgetett
- lebegtetett

Tavi hordalék:

- többnyire lebegtetett
- kevésbé görgetett

Hordalék mozgása - mederváltozás (medermorfológia)

Szélsőségek:

Folyók felső szakaszán árvízkor sziklagörgetegek mozgása, műtárgyak megrongálódása

Folyók középső és alsó szakaszán lebegtetett hordalék kiülepedése, parti szűrésű vízbázisokhoz tartozó beszivárgási mederfelület eltömődése (kolmatáció).

Hordalék keletkezése: a kőzetek mállásával és elbomlásával

Származás: a vízfolyás vízgyűjtőterületéről vagy saját medréből és partjaiból.

Folyami hordalék:

- a többnyire a mederfenéken mozgó hordalék a **görgetett** hordalék
- a többnyire a víztestben mozgó hordalék a **lebegtetett** hordalék

Görgetett hordalék (elegendően durva szemcsék):

- a fenék közeli (turbulens) áramlások hatására a mederfenéken csúszik, gördül, illetve kisebb-nagyobb ugrásokat végez.
- legfontosabb annak a határállapotnak a meghatározása, amelynél a nyugvó hordalékszem éppen megindul, illetve az a tömeghozam, amellyel a görgetve szállított hordalékot az áramlás szállítja.

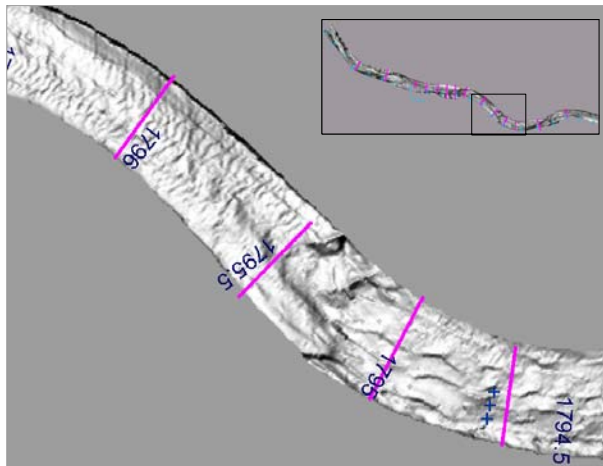
Lebegtetett hordalék (elegendően finom szemcsék):

- túlnyomórészt a víztestben lebegve, az áramlással közel azonos sebességgel mozog.
- általában egyenletesebb, mint a görgetett hordalékmozgás.

Bemutatóra kerülő film: Vízalatti kamerával felvett görgetett hordalékmozgás a Dráván



Ún. **fagyasztásos mederanyag mintavétel** a Dunán (1794.7 fkm, 2003.10.28.)



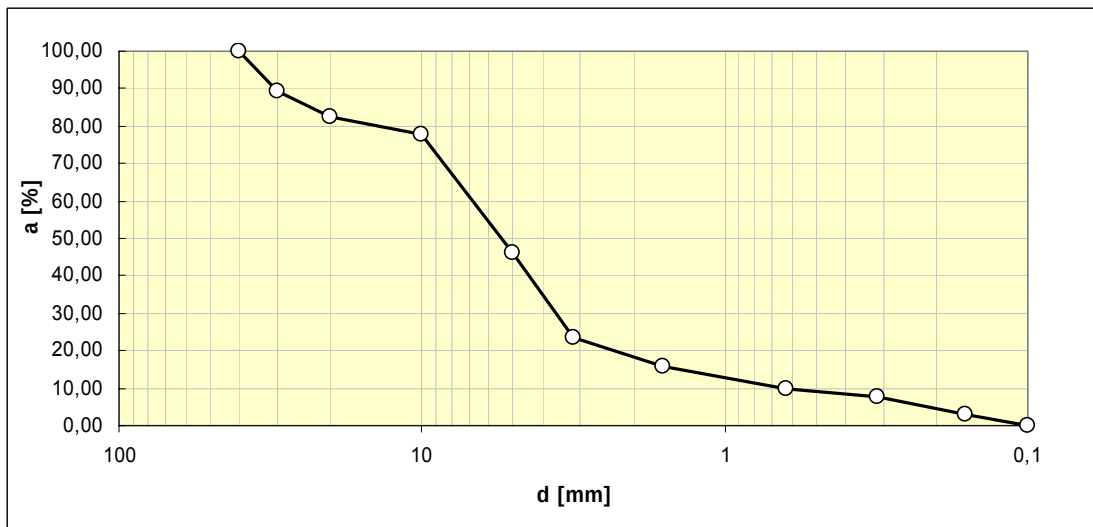
A kiemelt zavartalan mederminta alsó felülete: felül mintegy 10 cm vastag homokos kavicsréteg, alatta durva kavicsból álló páncélozódott réteg.



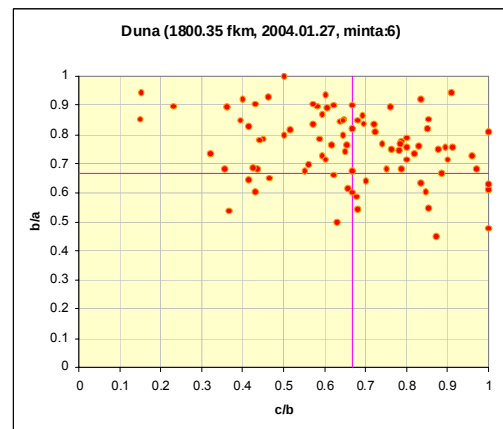
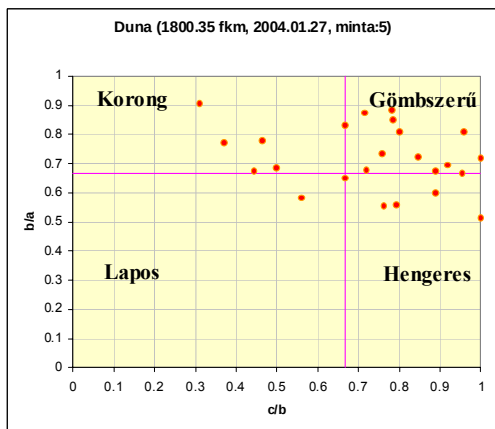
A zavartalan mederminta felszíne leolvasztás után



Fenti mederminta szemeloszlási görbéje: 10 és 20 mm között szemcsehiányos. 2 szemcsepopuláció: korábbi görgetett hordalék, illetve a páncélréteg.



Alaktani vizsgálat (**Zingg-féle diagram**; szemcseátmérők: $a > b > c$)



A hordalék és a mederanyag jellemzése

Azok a leglényegesebb tulajdonságok, amelyek a hordalék mozgásában szerepet játszanak (lehetőleg mind a görgetett és lebegtetett hordalékot, mind a medret alkotó anyagot jól jellemezzék)

Az egyes hordalékszemek jellemzése - a hordalékanyag együttes jellemzése

Hordalékszemek nagysága (többnyire szabálytalan alakú szemcse geometriai nagyságának jellemzése):

- **üledési** átmérő (a részecskével azonos fajsúlyú, vele azonos sebességgel üledő gömb átmérője, $d < 0,1 \text{ mm}$ -re)
- **szitálási** átmérő (az a szitanyílás-méret, amelyen a szemcse épp áthullik $d > 0,1 \text{ mm}$ -re, mert ilyen nyílású szita még készíthető)
- **névleges** átmérő (annak a gömbnek az átmérője, melynek térfogata azonos a szemcse térfogatával, inkább elméleti jelentőségű)

Hordalékszem alakja, mint az üledési sebesség és átmérő, illetve a hordalékszem mozgásának lényeges befolyásolója. Pl. Heywood alapján a hordalékszem k térfogatállandója (a szem térfogata és a legstabilabb helyzetben vett sík vetületét burkoló

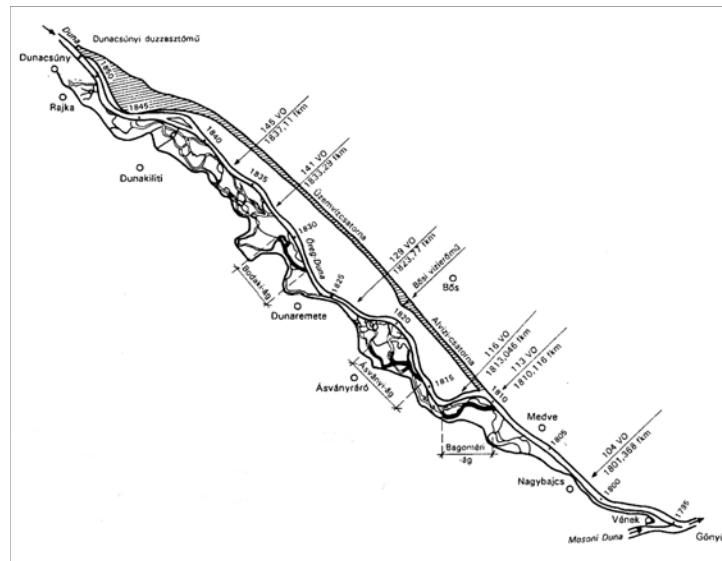
kör átmérője alapján): $k = \frac{V_{sz}}{d^3}$, ami gömbre pl. $k = \frac{\frac{\pi d^3}{6}}{d^3} = \frac{\pi}{6} = 0,524$ értéket ad.

13. Görgetett és lebegtetett hordalékmozgás

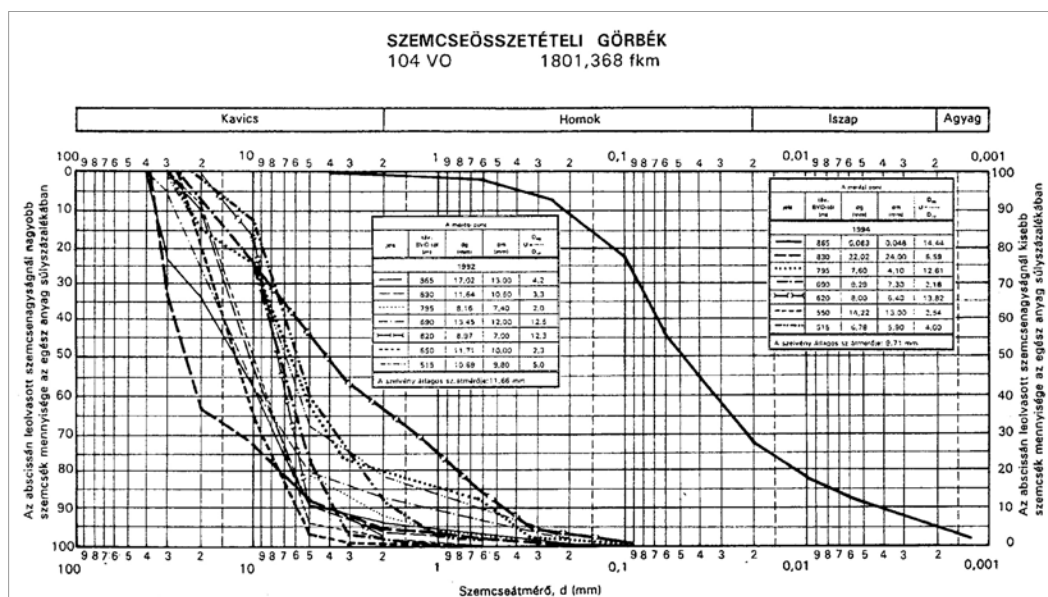
A hordalékanyag leglényegesebb tulajdonsága a szemnagyságok, pontosabban az ezek helyettesítésére bevezetett pl. szítási szemátmérők eloszlása és egymáshoz viszonyított aránya (**szemösszetételi görbe**, mint egy közösleges **eloszlásfüggvény**).

Példa: a Duna egy Győr környéki jellemző szelvényének mederanyag szemösszetételi görbéi mederanyag-minta szitálása alapján.

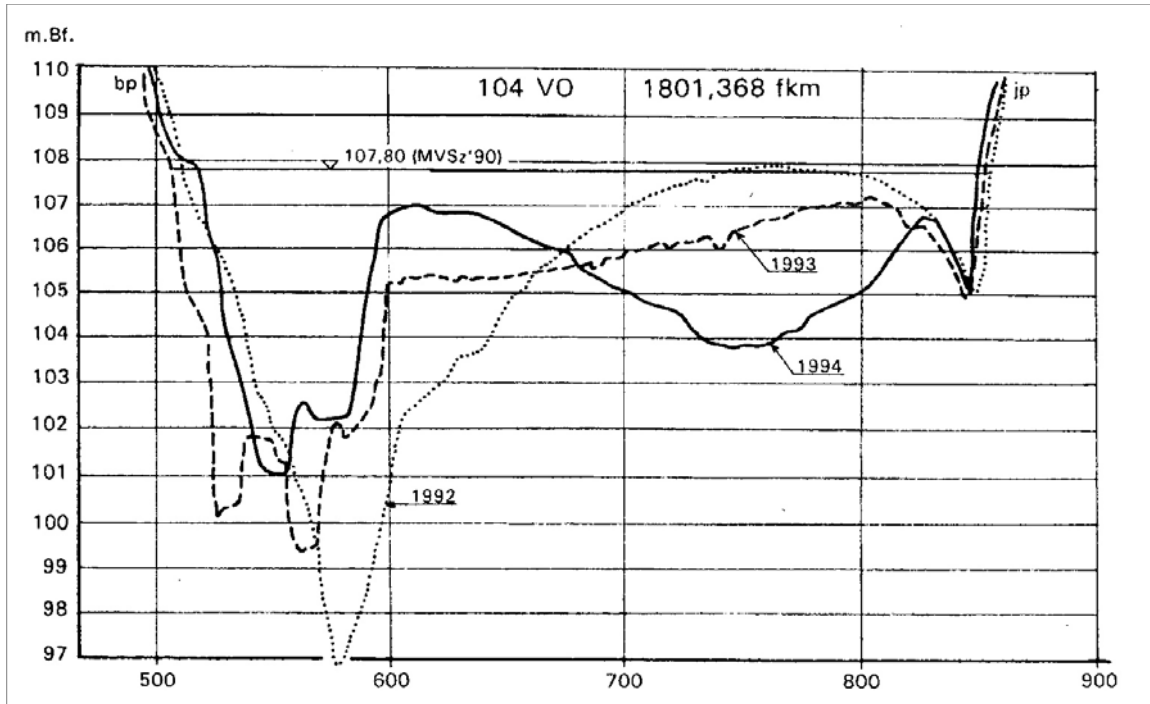
A helyszín:



Tipikus szemcseösszetételi görbék



A kiválasztott szelvény mederváltozásai a kilencvenes években



A hordalékszemcse ülepedése, mint a víz sűrűségénél nagyobb testsűrűségű részecske vízben, a nehézségi erőter hatására lefelé végzett mozgása.

Az ülepedési sebesség elsősorban a szemcse méreteitől, alakjától, testsűrűségétől és a víz viszkozitási viszonyaitól függ. Közelítően gömb alakú, d átmérőjű kis részecskékre (Stokes, 1851):

w_u - ülepedési sebesség,

$Re_{sz} = \frac{w_u d}{\nu}$ - ún. szemcse Reynolds-szám (azt mutatja meg, hogy az ülepedő részecske maga körül milyen áramlási viszonyokat kelt),

$G' = G - F = \frac{d^3 \pi}{6} g (\rho_{sz} - \rho_v)$ - vízalatti súly,

$F_k = \frac{1}{2} c_w \rho_v A_{\perp} w_u^2$ - közegellenállási erő, ahol $A_{\perp} = \frac{d^2 \pi}{4}$.

Stokes szerint: $Re_{sz} < 0,1 \rightarrow c_w = \frac{24}{Re_{sz}} \rightarrow F_k = \frac{1}{2} \frac{24}{w_u d} \nu \rho_v \frac{d^2 \pi}{4} w_u^2 = 3\pi d \nu \rho_v w_u$.

Állandósult sebességű ülepedésre:

$$d < 0,08 \text{ mm} : F_k = G' \rightarrow 3\pi d \nu \rho_v w_{ii} = \frac{d^3 \pi}{6} g (\rho_{sz} - \rho_v) \rightarrow w_{ii} = \frac{1}{18} \frac{g d^2}{\nu} \frac{\rho_{sz} - \rho_v}{\rho_v}.$$

$$d > 0,08 \text{ mm} : F_k = G' \rightarrow \frac{1}{8} c_w \rho \pi d^2 w_{ii}^2 = \frac{d^3 \pi}{6} g (\rho_{sz} - \rho_v) \rightarrow w_{ii} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g}{c_w} \frac{\rho_{sz} - \rho_v}{\rho_v} d}.$$

A görgetett hordalékmozgás alapösszefüggései

Du Boys (1879): a hordalékmozgató erő ill. fenék-csúsztatófeszültség mint fel-tapasztalati összefüggések bevezetése. Feltevés egyszerűsített esetre: permanens egyenletes vízmozgásnál a a fenék-csúsztatóerő munkájára fordítódik a helyzeti (vagy piezometrikus) energia csökkenése. Ez egyúttal a hordalék-megmozdítást és mozgást létrehozó elsődleges erőhatás. Mederfelület-egységre eső értéke a fenék-csúsztatófeszültség, melyet a cső- illetve mederhidraulikában tanultak szerint, a hidraulikus sugárral (széles medreknél a vízmélységgel) és az energiavonal esésével (permanens egyenletes áramlás esetén megegyezően a fenék- és felszíneséssel) kifejezve:

$$\tau_0 = \gamma_v R S \approx \rho_v g h S.$$

Bevezetjük az ún. fenékcúsztató sebességet:

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_v}} = \sqrt{\frac{\rho_v g R S}{\rho_v}} = \sqrt{g R S} \approx \sqrt{g h S}.$$

Ha fenti két paraméter elér ill. meghalad egy az adott mederanyagra jellemző határértéket, a mederfelszínen a hordalék mozogni kezd. A mozgás kezdete Shields (1936) szerint az alábbi jellemzőktől függ:

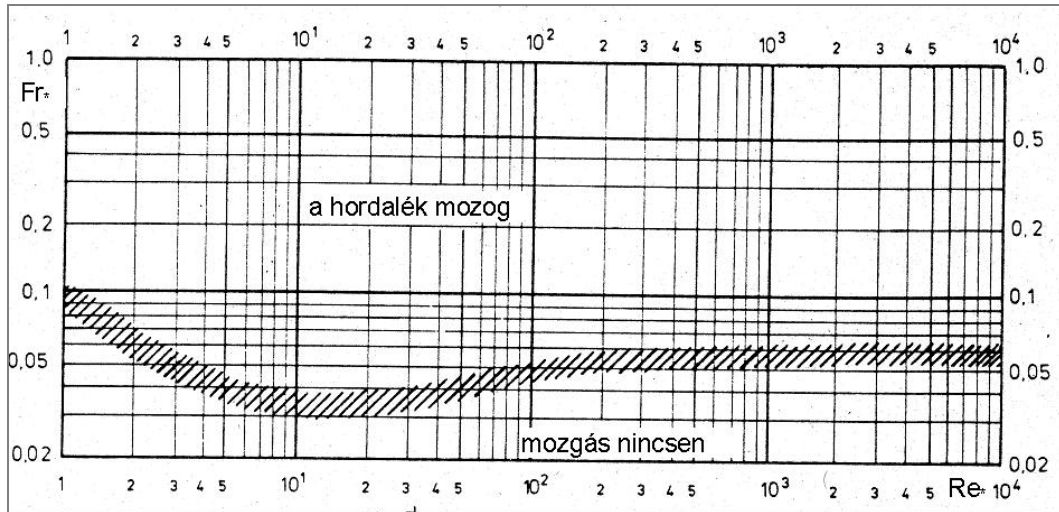
$$v_*, \rho_v, \rho_{sz}, \nu, d, \text{ szemcsealak}.$$

A jellemzőket kombinálva bevezetjük a csúsztatósebességgel képzett Reynolds- és Froude-számot:

$$\text{Re}_* = \frac{v_* d}{\nu}, \quad \text{Fr}_* = \frac{\rho_v v_*^2}{(\rho_{sz} - \rho_v) g d}.$$

Az adott viszonyok ismeretében az ún. **Shields-diagrammról** leolvasható a mozgás kezdetét jelentő állapot.

Shields-diagramm



Mozgás elindulása - mederformák megjelenése, vándorlása, átváltozása (mederfelszín fodrozódás, dűnék, antidűnék stb.) - visszahatás pl. a mederérdességi viszonyokban.

Görgetett hordalékhozam

Időegység alatt, egységnyi szélességen szállított q_h hordaléksúly (eredetileg kp/sm-ben).

Meyer-Peter és Müller (1934-48) féltapasztalati összefüggése az egyik legelterjedtebb:

$$\frac{\rho_v}{\rho_{sz} - \rho_v} \frac{hS}{d} = 0,047 + 0,25 \sqrt[3]{\rho_v} \frac{q_h^{2/3}}{(\rho_{sz} - \rho_v)gd}, \text{ ahol } d = d_{50\%}.$$

További, röviden tárgyalandó témakörök:

- Lebegtetett hordalékmozgás
- Kimosódás műtárgyak körül
- Hordalékmozgás sekély tavakban, a hullámozgás szerepe

14. Laborlátogatás: A legfontosabb hidraulikai kisminta-típusok és laboratóriumi kísérleti berendezések megtekintése.