

2. gyakorlat: Trigonometriai pontkapcsolási eljárások

A gyakorlathoz szükséges felszerelés hallgatónként:

1 db tudományos zsebszámológép

A gyakorlat tartalma:

Trigonometriai pontkapcsolások áttekintése: előmetszés (belsőszöges – irányszöges), oldalmetszés, ívmetszés, hátrametszés. A belsőszöges előmetszés és az ívmetszés példák megoldása, a többi pontkapcsolást csak átnézzük.

Majd a sokszögvonala, mint pontsűrítési technika bevezetése, és típusainak bemutatása!

A gyakorlat előtt elolvasásra javasolt irodalom:

Krauter: Geodézia (283 - 298. oldal)

A gyakorlathoz kapcsolódó számpéldák:

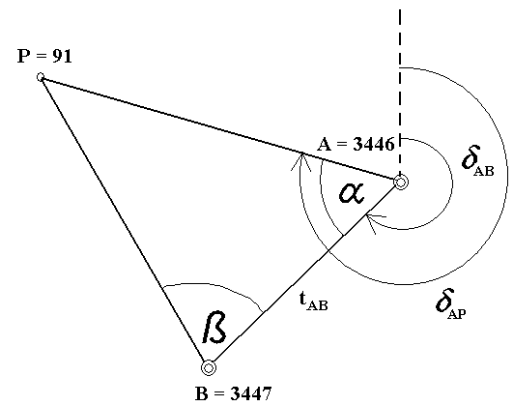
(A példák mellett található ábrák csak a betűjelölések szemléltetésére szolgálnak, nem feltétlenül alakhelyesek és helyesen tájoltak.)

1. példa

Belsőszöges előmetszés

Koordinátajegyzék		
Pontszám	Y	X
A=3446	658 077,70	247 431,38
B=3447	657 310,23	247 123,54

Álláspont száma	Belső szög
A=3446	$\alpha = 81-34-45$
B=3447	$\beta = 66-45-57$



A képletek akkor érvényesek, ha az A, a B és a P pontok pozitív forgási értelemben (az óramutató járásának megfelelően) következnek egymás után.

$$t_{AB} = 826,91 \text{ m}$$

$$\delta_{AB} = 248-08-38$$

(II. geodéziai alapfeladat)

$$t_{AP} = t_{AB} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = 1447,87 \text{ m}$$

$$\delta_{AP} = \delta_{AB} + \alpha = 329-43-23$$

$$y_P = 657 347,71$$

$$x_P = 248 681,76$$

(I. geodéziai alapfeladat)

Pontszám	Y	X
P=91	657 347,71	248 681,76

2. példa

Előmetszés tájékozott irányértékkel

(belsőszöges előmetszésre visszavezetve)

Koordinátajegyzék		
Pontszám	Y	X
A=3447	657 310,23	247 123,54
B=3444	657 638,80	247 759,38

Álláspont száma	Tájékozott irányérték
A=3447	$\delta'_{AP} = 19-30-47$
B=3444	$\delta'_{BP} = 320-09-00$

$$\delta'_{AP} = 19 - 30 - 47$$

$$\delta'_{BP} = 320 - 09 - 00$$

$$t_{AB} = 715,72 \text{ m}$$

$$\delta_{AB} = 27 - 19 - 39$$

$$\alpha = 7 - 48 - 52$$

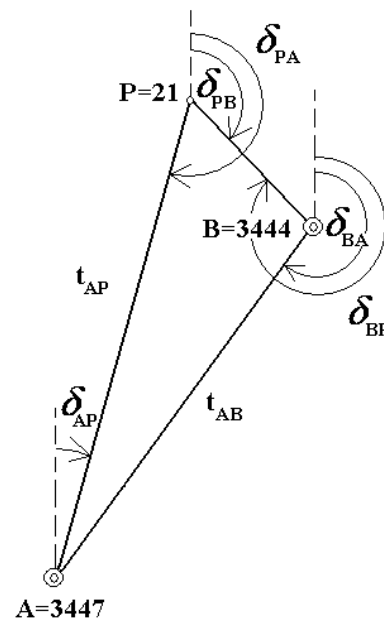
$$\beta = 112 - 49 - 21$$

$$t_{AP} = t_{AB} \cdot \frac{\sin(\delta'_{BP} - \delta'_{BA})}{\sin(\delta'_{PA} - \delta'_{PB})} = t_{AB} \frac{\sin(\delta'_{BP} - \delta'_{AB})}{\sin(\delta'_{BP} - \delta'_{AP})} = 766,71 \text{ m}$$

$$y_P = 657 566,33$$

$$x_P = 247 846,21$$

Pontszám	Y	X
P=21	657 566,33	247 846,21



(II. geodéziai alapfeladat)

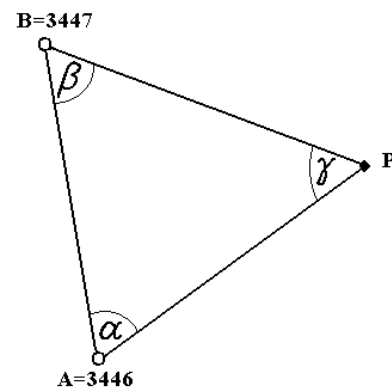
(I. geodéziai alapfeladat)

3. példa

Szög-oldalmetszés, belsőszöges

Koordinátajegyzék		
Pontszám	Y	X
A=3446	658 077,70	247 431,38
B=3447	657 310,23	247 123,54

Álláspont száma	Belső szög
A=3446	$\alpha = 63-23-45$
B=3447	$\gamma = 51-01-49$



A képletek akkor érvényesek, ha az A, a B és a P pontok pozitív forgási értelemben (az óramutató járásának megfelelően) következnek egymás után.

$$t_{AB} = 826,91\text{m} \quad \delta_{AB} = 248-08-38 \quad (\text{II. geodéziai alapfeladat})$$

$$t_{AP} = t_{AB} \cdot \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin \gamma} = 968,38\text{m}$$

$$\delta_{AP} = \delta_{AB} + \alpha = 311-32-23$$

$$y_P = \mathbf{657\ 352,87} \quad x_P = \mathbf{248\ 073,55} \quad (\text{I. geodéziai alapfeladat})$$

Pontszám	Y	X
P=191	657 352,87	248 073,55

4. példa

Ívmetszés

Koordinátajegyzék			
Álláspont száma	Y	X	Távolság
A=2313	654 653,23	232 456,39	$t_{AP} = 967,34\text{ m}$
B=2312	654 234,92	232 167,47	$t_{BP} = 846,45\text{ m}$

A képletek akkor érvényesek, ha az A, a B és a P pontok pozitív forgási értelemben (az óramutató járásának megfelelően) következnek egymás után.

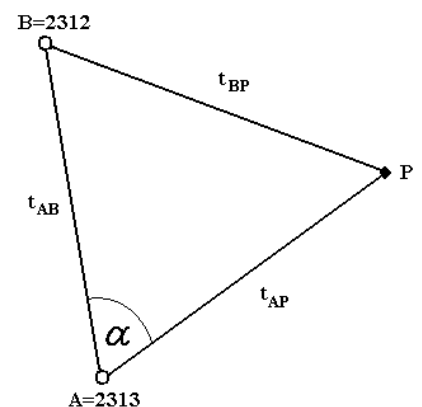
$$t_{AB} = 508,39\text{m} \quad \delta_{AB} = 235-22-04 \quad (\text{II. geodéziai alapfeladat})$$

$$\alpha = \arccos \frac{t_{AB}^2 + t_{AP}^2 - t_{BP}^2}{2 \cdot t_{AB} \cdot t_{AP}} = 60-56-28$$

$$\delta_{AP} = \delta_{AB} + \alpha = 296-18-32$$

$$y_P = \mathbf{653\ 786,09} \quad x_P = \mathbf{232\ 885,13} \quad (\text{I. geodéziai alapfeladat})$$

Pontszám	Y	X
P=105	653 786,09	232 885,13

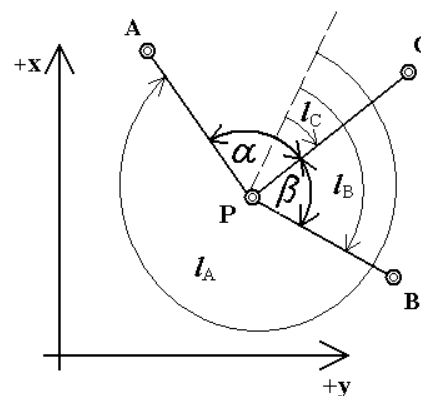


5. példa

Hátrametszés

Koordinátajegyzék		
Pontszám	Y	X
A=3440	658 031,813	247 985,580
B=3444	657 638,800	247 759,380
C=3446	658 077,700	247 431,381

Pontszám	Írányérték
A = 3440	22-45-56
C = 3446	96-23-12
B = 3444	164-38-59



Megoldás Runge módszerével:

(A pontok A, C és B sorrendben követik egymást. Az α szög a C-A irányok, β szög pedig a B-C irányok által bezárt szög.)

$$\alpha = l_C - l_A = 73-37-16 \qquad \beta = l_B - l_C = 68-15-47$$

$$S_1 = (X_A - X_C) \cdot \cot \alpha - (Y_A - Y_C) = 208,7747725$$

$$S_2 = (Y_A - Y_C) \cdot \cot \alpha + (X_A - X_C) = 540,7120915$$

$$S_3 = (X_B - X_C) \cdot \cot \beta + (Y_B - Y_C) = -308,128295$$

$$S_4 = (Y_B - Y_C) \cdot \cot \beta - (X_B - X_C) = -502,986428$$

$$S = \frac{S_2 \cdot (S_1 + S_3) - S_1 \cdot (S_2 + S_4)}{(S_1 + S_3)^2 + (S_2 + S_4)^2} = -5,45386217$$

$$Y_P = Y_C + S \cdot (S_2 + S_4) = \mathbf{657\ 871,95}$$

$$X_P = X_C + S \cdot (S_1 + S_3) = \mathbf{247\ 973,24}$$

Megoldás Tienstra módszerével:

$$\delta_{AB} = 240-04-38$$

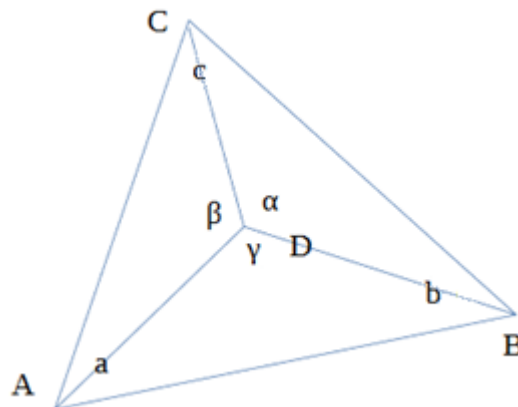
$$\delta_{AC} = 175-16-00$$

$$\delta_{BC} = 126-46-17$$

$$\delta_{BA} = 60-04-38$$

$$\delta_{CA} = 355-16-00$$

$$\delta_{CB} = 306-46-17$$



$$\alpha = l_B - l_C = 68-15-47 \quad \beta = l_C - l_A = 73-37-16 \quad \gamma = 360^\circ - (\alpha + \beta) = 218-06-57$$

$$a = \delta_{AB} - \delta_{AC} = 64-48-38 \quad b = \delta_{BC} - \delta_{BA} = 66-41-39 \quad c = \delta_{CA} - \delta_{CB} = 48-29-43$$

Ellenőrzés: $a + b + c = 180^\circ$

$$K_1 = \frac{1}{\cot(a) - \cot(\alpha)} = 13,95768378$$

$$K_2 = \frac{1}{\cot(b) - \cot(\beta)} = 7,306128246$$

$$K_3 = \frac{1}{\cot(c) - \cot(\gamma)} = -2,56575466$$

$$E_P = \frac{K_1 \cdot E_A + K_2 \cdot E_B + K_3 \cdot E_C}{K_1 + K_2 + K_3} = 657\,871,95 \quad N_P = \frac{K_1 \cdot N_A + K_2 \cdot N_B + K_3 \cdot N_C}{K_1 + K_2 + K_3} = 247\,973,24$$

A gyakorlat előtt elolvasásra javasolt irodalom:

Krauter: Geodézia (293 -296. oldal) (Hátrametszés)